

Wave-CISK 和低纬大气低频振荡*

王继勇 刘式适

(北京大学地球物理系, 北京 100871)

摘 要 本文运用一个包含 Wave-CISK 机制的斜压半地转模式来讨论低纬大气中的低频振荡。在我们以前研究工作的基础上, 不仅考虑了 CISK 机制的作用, 而且考虑了 CISK 机制垂直速度 w_0 随纬度的变化。这样, 建立的半地转模式和相应的解析解更能反映 CISK 机制对低纬低频振荡的作用。在求解中, 我们运用了本征函数 $S_m^{-3/2}$ (Sonine 多项式) 展开的方法, 结果不仅得到了模式中所含的 CISK-Kelvin 波和 CISK-Rossby 波波速与对流凝结潜热参数 η 的关系, 而且显示了低纬高、低层大气间的相互耦合作用。在这样的低纬高、低层大气一定的对流凝结加热条件配合下, 我们既获得了西传的 CISK-Kelvin 波和 CISK-Rossby 波, 又获得了缓慢东传的 CISK-Kelvin 波和 CISK-Rossby 波, 而且它们在一定条件下都可以出现不稳定。

关键词 Wave-CISK 机制 低频振荡 对流凝结潜热参数 CISK-Kelvin 波
CISK-Rossby 波

1 引言

早在 70 年代初期, Madden 和 Julian^[1]就利用 1957~1967 年坎顿岛 (Canton) 的 10 年观测资料, 通过谱分析的方法首先发现热带大气风场和地面气压场变化中存在着 40~50 天周期的低频振荡; 在进一步的研究^[2]中, 又证实在全球的热带地区都存在着 40~50 天周期的低频振荡, 其向东传播, 具有纬向波数 1 的扰动特征。

广大的低纬地区以海洋为主, 低纬热带大气的水汽供应十分充足, 且常处在条件不稳定状态, 积云对流活动活跃, 对热带大气的各种运动具有重要的作用。因此, 对低纬大气的研究必须充分考虑这种作用的影响。Yamasaki^[3]首次在一个线性二维模式中用了条件性不稳定层结的作用, 对低纬大气中的一些波动进行了分析; Hayashi^[4]也应用类似的方法来解释包括低频振荡在内的一些低纬大气运动的现象, 并由 Lindzen^[5]把这种方法概括为波动-CISK 理论 (Wave-CISK)。理论指出: 当假定对流凝结加热率与垂直运动成正比后, 不考虑边界层的 Ekman 抽吸, 而由热带大气中的某些波动过程, 造成湿空气的辐合及垂直次级环流, 就可同 Ekman 抽吸一样激发出热带大气中的 CISK, 导致热带扰动的不稳定发展。

80 年代后期, 30~60 天周期大气低频振荡的研究受到了普遍的重视, 而且人们已不仅仅把它视为大气中的一种周期变化现象来研究, 而是把它作为大气中的一个“实体”来分析, 研究它的发生机制、动力学机制及结构特征等。李崇银^[6,7]、Hayashi 和

1994-11-21 收到, 1995-03-30 收到修改稿

* 本文得到国家自然科学基金的资助

Sumi^[8]、Lau 和 Peng^[9]、Miyakara^[10]、Chang 和 Lin^[11]以及刘式适和王继勇^[12]等都对波动-CISK 机制作了理论上和数值上的进一步研究。研究表明: 当大尺度辐合上升运动导致的凝结加热为低纬 Kelvin 波和 Rossby 波所响应, 就能激发出低纬大气的低频振荡波。

在应用本文所述的包含 Wave-CISK 机制的斜压半地转模式对低纬大气低频振荡进行研究的过程中, 我们发现, 如果不考虑边界层顶垂直速度 w_B 随纬度 y 的变化, 将造成方程中 w 场高低层的不匹配, 这与实际大气是不相符的。我们现在的工作扩大了 1990 年^[13]工作的结果, 进行了更符合实际的讨论; 而且, 我们的结果与一些学者的实际观测资料分析和研究进行了比较, 结果是满意的。

2 基本方程组

考虑一个稳定层结的 Boussinesq 流体, 应用赤道 β 平面近似, 包含 Wave-CISK 机制的斜压半地转模式的线性方程组形式如下:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \beta_0 y v = -\frac{\partial \phi'}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\beta_0 y u = -\frac{\partial \phi'}{\partial y}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi'}{\partial z} \right) + N^2 w = N^2 \eta w_B, \quad (4)$$

其中, N 是 Brunt-Vaisala 频率; β 为 Rossby 参数, 设其为常数; $\phi' = p' / \rho_0$ (p' 为相对于静止大气的气压偏差, ρ_0 为静止大气的密度); w_B 为边界层顶垂直速度; η 是表征 CISK 机制的无量纲凝结潜热参数, 它仅与 z 有关, 且仅当 $w_B > 0$ 时, η 不为零。其他符号为气象上常用, 具有常规意义。

刘式适^[13]已经论证, 上述方程组已经滤去高频的低纬惯性重力波, 而保留了波长较长 ($k \rightarrow 0$) 的低纬 Rossby 波和 Kelvin 波, 后者相当于方程组中 $v=0$ 的情况。

方程组 (1) ~ (4) 经过消元, 得到

$$\mathcal{L}w = F, \quad (5)$$

其中算符 $\mathcal{L}$ 和 F 为

$$\mathcal{L} \equiv \frac{\partial}{\partial t} \left[N^2 \left(y \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial}{\partial y} \right) + \beta_0^2 y^3 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] + N^2 \beta_0 y \frac{\partial}{\partial x}, \quad (6)$$

$$F \equiv y N^2 \eta \frac{\partial^3 w_B}{\partial t \partial y^2} - 2 N^2 \eta \frac{\partial^2 w_B}{\partial t \partial y} + N^2 \beta_0 y \eta \frac{\partial w_B}{\partial x}, \quad (7)$$

并给出如下边条件:

$$w|_{z=0, H} = 0, \quad (8)$$

$$w|_{y \rightarrow \pm \infty} = 0, \quad (9)$$

方程 (5) 就是讨论低频振荡的含 Wave-CISK 机制的出发方程。

当 $\eta=0$ 时, 问题中不含 Wave-CISK 机制, 我们已经论证^[12], 这时的结果不论从波的传播方向还是从周期的数值来分析, 都与实际低频振荡有较大的差别。因而不包含 Wave-CISK 加热机制的 Kelvin 波和 Rossby 波都不是低频振荡的触发机制。

3 $\eta \neq 0$ 条件下的解析解

这时问题中包含 Wave-CISK 机制。考虑到方程 (5) 和边条件 (8)、(9), 用正交模方法, 设解为

$$w = W(y, z)e^{i(kx - \omega t)}, \quad (10)$$

$$w_B = W_B(y)e^{i(kx - \omega t)}, \quad (11)$$

并代入方程 (5) 中, 得

$$\begin{aligned} & \omega N^2 \left(y \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial W}{\partial y} \right) + \omega \beta_0^2 y^3 \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - N^2 k \beta_0 y W \\ & = \omega N^2 \eta \left(y \frac{\partial^2 W_B}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial W_B}{\partial y} \right) - N^2 k \beta_0 \eta y W_B. \end{aligned} \quad (12)$$

相应的边条件为

$$W|_{y \rightarrow \pm \infty} = 0. \quad (13)$$

在垂直方向上, 我们采用 Takahashi 的三层模式 (见图 1、2), 则有

$$\left(\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right)_1 = \frac{W_2 - 2W_1}{(\Delta z)^2}, \quad \left(\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right)_2 = \frac{W_1 - 2W_2}{(\Delta z)^2}, \quad (14)$$

且假定

$$W_B = bW_1, \quad (0 < b \leq 1) \quad (15)$$

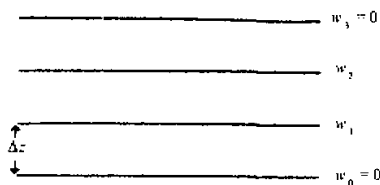


图 1 三层模式概图

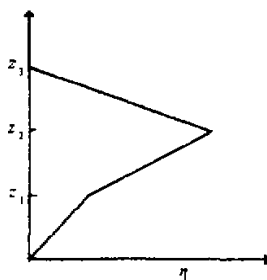


图 2 三层模式中的 $\eta \sim z$ 变化

这样就可求解得

$$(1 - b\eta_1) \left[y^2 \frac{d^2}{dy^2} - 2y \frac{d}{dy} - \left(\frac{y^4}{L_0^4} + \frac{k\beta_0}{\omega} y^2 \right) \right] W_1 - \frac{y^4}{L_0^4} b\eta_1 W_1 + \frac{y^4}{2L_0^4} W_2 = 0, \quad (16a)$$

$$b\eta_2 \left[y^2 \frac{d^2}{dy^2} - 2y \frac{d}{dy} - \left(\frac{y^4}{L_0^4} + \frac{k\beta_0}{\omega} y^2 \right) \right] W_1 + b(\eta_2 - \frac{1}{2}) \frac{y^4}{L_0^4} W_1 - \left[y^2 \frac{d^2}{dy^2} - 2y \frac{d}{dy} - \left(\frac{y^4}{L_0^4} + \frac{k\beta_0}{\omega} y^2 \right) \right] W_2 = 0, \quad (16b)$$

其中,

$$L_0 \equiv \sqrt{\frac{c_0}{\beta_0}}, \quad c_0 = \sqrt{\frac{1}{2}} N \cdot \Delta z. \quad (17)$$

令

$$\xi = \left(\frac{y}{L_0} \right)^2, \quad W_{1,2} = \xi^{1/4} \hat{W}_{1,2}, \quad (18)$$

则方程组 (16) 化为

$$(1 - b\eta_1) \left[\frac{d^2}{d\xi^2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{l}{\xi} + \frac{1/4 - \mu^2}{\xi^2} \right) \right] \hat{W}_1 - \frac{1}{4} b\eta_1 \hat{W}_1 + \frac{1}{8} \hat{W}_2 = 0, \quad (19a)$$

$$b\eta_2 \left[\frac{d^2}{d\xi^2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{l}{\xi} + \frac{1/4 - \mu^2}{\xi^2} \right) \right] \hat{W}_1 + \frac{1}{4} b(\eta_2 - \frac{1}{2}) \hat{W}_1 - \left[\frac{d^2}{d\xi^2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{l}{\xi} + \frac{1/4 - \mu^2}{\xi^2} \right) \right] \hat{W}_2 = 0, \quad (19b)$$

其中,

$$l = -\frac{kc_0}{4\omega}, \quad \mu^2 = \frac{9}{16}. \quad (20)$$

若再令

$$\hat{W}_{1,2} = e^{-\xi/2} \xi^{\mu+1/2} Z_{1,2}, \quad (21)$$

则方程组化为如下含 Kummer 方程 (合流超几何方程) 的方程组

$$(1 - b\eta_1) \left[\xi \frac{d^2}{d\xi^2} + (2\mu + 1 - \xi) \frac{d}{d\xi} - \left(\mu + \frac{1}{2} - l \right) \right] Z_1 - \frac{1}{4} b\eta_1 \xi Z_1 + \frac{1}{8} \xi Z_2 = 0, \quad (22a)$$

$$b\eta_2 \left[\xi \frac{d^2}{d\xi^2} + (2\mu + 1 - \xi) \frac{d}{d\xi} - \left(\mu + \frac{1}{2} - l \right) \right] Z_1 + \frac{1}{4} b(\eta_2 - \frac{1}{2}) \xi Z_1 - \left[\xi \frac{d^2}{d\xi^2} + (2\mu + 1 - \xi) \frac{d}{d\xi} - \left(\mu + \frac{1}{2} - l \right) \right] Z_2 = 0. \quad (22b)$$

取 $\mu = -3/4$, 并将 Z_1, Z_2 按本征函数 $S_m^{-3/2}(\xi)$ 展开

$$Z_1 = \sum_{m=0}^{\infty} A_m S_m^{-3/2}(\xi), \quad Z_2 = \sum_{m=0}^{\infty} B_m S_m^{-3/2}(\xi), \quad (23)$$

代入方程组 (22) 中, 并注意到 $S_m^{-3/2}(\xi)$ 的递推关系和正交性^[14], 可得

$$\left[(1 - b\eta_1) \left(l + \frac{1}{4} - m \right) - \frac{1}{4} b\eta_1 \left(2m - \frac{1}{2} \right) \right] A_m + \frac{1}{8} \left(2m - \frac{1}{2} \right) B_m = 0, \quad (24a)$$

$$\left[b\eta_2 \left(l + \frac{1}{4} - m \right) + \frac{1}{4} b\eta_2 \left(2m - \frac{1}{2} \right) \right] A_m - \left(l + \frac{1}{4} - m \right) B_m = 0. \quad (24b)$$

方程组 (24) 要有非零解, 其系数行列式为零, 可得

$$\begin{aligned} & (1 - b\eta_1) \left(l + \frac{1}{4} - m \right)^2 - \frac{1}{4} b \left(\eta_1 - \frac{1}{2} \eta_2 \right) \left(2m - \frac{1}{2} \right) \left(l + \frac{1}{4} - m \right) \\ & + \frac{1}{32} b \left(\eta_2 - \frac{1}{2} \right) \left(2m - \frac{1}{2} \right)^2 = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

注意到 $l = -kc_0/4\omega$, 式 (25) 就是关于圆频率 ω 的二次代数方程, 由它可以求得 ω . 对于 m 、 η_1 、 η_2 的依赖关系. 而且, 通过分析可知, 当 $b\eta_1 \geq 1$ 时, 圆频率 ω (设其形式为 $\omega = \omega_r + i\omega_i$) 中的 ω_i 分量为零, 这表征的是可移动性的稳定波动; 而当 $0 < b\eta_1 < 1$ 时, ω_i 不为零, 表征既可移动又不稳定发展的波动. 下面分 $b\eta_1 = 1$ 和 $\eta_1 = 1$ (取 $b = 0.8$) 两种情况来讨论.

(1) $b\eta_1 = 1$ (即 $b = 0.8$, $\eta_1 = 1.25$)

由式 (25) 可得

$$\omega = - \frac{2(5 - 2\eta_2)}{(4m - 1)(9 - 2\eta_2)} kc_0. \quad (26)$$

当 $m = 0$ 时,

$$\omega = - \frac{2(5 - 2\eta_2)}{9 - 2\eta_2} kc_0. \quad (27)$$

(27) 式表征的是 CISK-Kelvin 波. 分析可知, 当 $\eta_2 < 5/2$ 或 $\eta_2 > 9/2$ 时, CISK-Kelvin 波向东传播 ($\omega > 0$); 而当 $5/2 < \eta_2 < 9/2$ 时, CISK-Kelvin 波就向西传播 ($\omega < 0$). 这表明, 当对流层中上层的对流凝结加热较弱或较强时, CISK-Kelvin 波是东传的; 反之则是西传的.

由 (27) 式还可求得 CISK-Kelvin 波的周期:

$$T_0 \equiv \frac{2\pi}{|\omega|} = \left| \frac{9 - 2\eta_2}{2(5 - 2\eta_2)} \right| \frac{L}{c_0}. \quad (28)$$

见图 3. 若取 $L = 2.0 \times 10^7$ m, $c_0 = 24$ m $\cdot$ s⁻¹, 可求得: 当 $2 \leq \eta_2 < 5/2$ 时, CISK-Kelvin 波向东传播, 且 $T_0 = 30 \sim 60$ 天; 当 $5/2 < \eta_2 \leq 5.5/2$ 时, CISK-Kelvin 波向西传播, 且 $T_0 = 30 \sim 60$ 天.

而当 $m \neq 0$ 时, (26) 式表征的是 CISK-Rossby 波.

当 $\eta_2 < 5/2$ 或 $\eta_2 > 9/2$ 时, CISK-Rossby 波向西传播 ($\omega < 0$); 而当 $5/2 < \eta_2 < 9/2$ 时, CISK-Rossby 波向东传播 ($\omega > 0$)。这正好与 CISK-Kelvin 波相反。

取 $m=1$, 则

$$\omega = -\frac{2(5-2\eta_2)}{3(9-2\eta_2)}kc_0, \quad (29)$$

相应周期为

$$T_1 = \left| \frac{3(9-2\eta_2)}{2(5-2\eta_2)} \right| \frac{L}{c_0}. \quad (30)$$

参考图 3, 同样取 $L=2.0 \times 10^7$ m,

$C_0=24 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 则当 $1.25 < \eta_2 \leq 2$ 时, CISK-Rossby 波向西传播, 且 $T_1=30 \sim 60$ 天; 当 $3 < \eta_2 < 6.25/2$ 时, CISK-Rossby 波向东传播, 且 $T_1=30 \sim 60$ 天。

(2) $\eta_1=1$ (即 $b\eta_1=0.8 < 1$)

由 (25) 式可得

$$\omega = \frac{-1}{2[(4-\eta_2)(-1/4+m) \pm |m-1/4|\sqrt{(\eta_2-1)(\eta_2-5)}]}kc_0. \quad (31)$$

当 $m=0$ 时, 上式化为

$$\omega = \frac{2}{(4-\eta_2) \pm \sqrt{(\eta_2-1)(\eta_2-5)}}kc_0. \quad (32)$$

上式表征的是 CISK-Kelvin 波。但这里与第一种情况不同, ω 可以取为复数, 即表征不稳定发展的 CISK-Kelvin 波。

由 (32) 式, 当 $\eta_2 < 1$ 或 $\eta_2 > 5$ 时, ω 为实数, 这对应于对流层中上层对流凝结加热极弱和极强的情况, 实际大气中很少出现^[15,16], 本文不作讨论。当 $1 < \eta_2 < 5$ 时, 可得

$$\omega_0 = \omega_r^{(0)} + i\omega_i^{(0)}, \quad (1 < \eta_2 < 5) \quad (33)$$

其中,

$$\omega_r^{(0)} = \frac{2(4-\eta_2)}{11-2\eta_2}kc_0, \quad (34)$$

$$\omega_i^{(0)} = \frac{2\sqrt{(\eta_2-1)(5-\eta_2)}}{11-2\eta_2}kc_0. \quad (35)$$

由此可见, 在 $1 < \eta_2 < 5$ 内的一个较宽的 η_2 变化范围 ($1 < \eta_2 < 4$), $\omega_r^{(0)} > 0$, CISK-Kelvin 波向东传播, 且不稳定; 而在一个较窄的 η_2 变化范围 ($4 < \eta_2 < 5$), $\omega_i^{(0)} < 0$, CISK-Kelvin 波向西传播, 且不稳定。

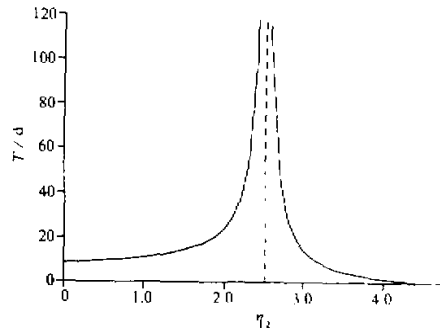


图3 CISK-Kelvin 波 $T \cdot \eta_2$ 变化

而当 $m \neq 0$ 时, (31) 式表征的是 CISK-Rossby 波。

取 $m \neq 1$, 则

$$\omega = \frac{-2/3}{(4-\eta_2) \pm \sqrt{(\eta_2-1)(\eta_2-5)}} kc_0. \quad (35)$$

当 $1 < \eta_2 < 5$ 时, 可得

$$\omega_1 = \omega_r^{(1)} + i\omega_i^{(1)}, \quad (36)$$

其中,

$$\omega_r^{(1)} = -\frac{2(4-\eta_2)}{3(11-2\eta_2)} kc_0, \quad (37a)$$

$$\omega_i^{(1)} = \frac{2\sqrt{(\eta_2-1)(5-\eta_2)}}{3(11-2\eta_2)} kc_0. \quad (37b)$$

显然, 当 $1 < \eta_2 < 4$ 时, CISK-Rossby 波向西传播 ($\omega_r^{(1)} < 0$), 且不稳定; 当 $4 < \eta_2 < 5$ 时, CISK-Rossby 波向东传播 ($\omega_r^{(1)} > 0$), 且不稳定。

由 (34) 和 (37a) 式还可分别得到 CISK-Kelvin 波和 CISK-Rossby 波的周期与 η_2 变化关系, 本文不作详述。

这样, 由 (23)、(21)、(18) 和 (10) 式可得

$$w_1 = \sum_{m=0}^{\infty} A_m S_m^{-3/2} \left(\frac{y^2}{L_0^2} \right) \cdot e^{-y^2/2L_0^2} e^{i(kx - \omega t)}, \quad (38a)$$

$$w_2 = \sum_{m=0}^{\infty} B_m S_m^{-3/2} \left(\frac{y^2}{L_0^2} \right) \cdot e^{-y^2/2L_0^2} e^{i(kx - \omega t)}, \quad (38b)$$

其中 A_m 、 B_m 可由边界条件和初始条件确定。

图 4、图 5 是我们计算得到的一定对流凝结加热条件下的 w 场和 u 场结构; 作为比较, 可以参见 Murakami 和 Nakazawa^[17] 根据 1979 年夏季北半球的观测资料得到的热带大气 45 天振荡的 ω ($=dp/dt$) 场和 u 场的垂直结构。结果是满意的。

Takahashi^[18] 曾经用相同的三层模式得到了一些有意义的结果, 如 CISK-Kelvin 波只有当 $\eta < 1$ (此时 $b=1$) 时才可能既移动又不稳定, 这与我们的分析相一致。但本文还求解出了 CISK-Rossby 波比 Takahashi 的研究更为全面。CISK-Kelvin 波和 CISK-Rossby 在加热条件的高低层相互作用下, 既可东传又可西传, 且不稳定。

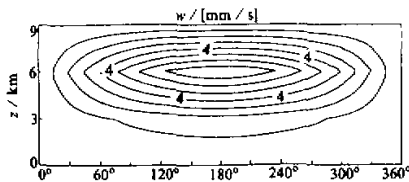


图 4 w 场的高度-经度剖面图
等值线间隔为 1 mm/s ($\phi=0$ 处)

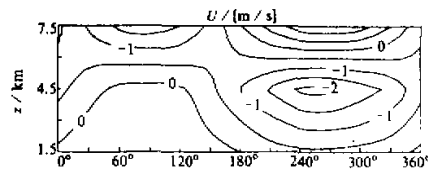


图 5 u 场的高度-经度剖面
等值线间隔为 0.5 mm/s

4 结论

含 Wave-CISK 机制的斜压半地转模式, 能较好地用来理论地研究低纬地区的低频振荡现象, 研究表明:

(1) 应用 Takahashi 的三层模式能够得出对流层高、低层间的相互耦合的关系。高、低层对流凝结加热强度的不同配置, 不仅可以影响到 CISK-Kelvin 波和 CISK-Rossby 波的移动、周期, 而且还可以影响到它们的稳定性。

(2) 当 $\eta_1 = 1.25$ ($b\eta_1 = 1$), $\eta_2 < 2.5$ 时, CISK-Kelvin 波缓慢向东移动, CISK-Rossby 波则向西传播, 低纬季节内低频振荡以 CISK-Kelvin 波为主; 当 $5/2 < \eta_2 < 9/2$ 时, CISK-Rossby 波缓慢向东移动, 而 CISK-Kelvin 波则向西移动, 低纬季节内低频振荡以 CISK-Rossby 波为主。

(3) 当 $\eta_1 = 1$ ($b\eta_1 < 1$), $1 < \eta_2 < 4$ 时, CISK-Kelvin 波和 CISK-Rossby 波分别向东和向西传播, 且不稳定。

以上结论不仅与 Takahashi 等学者的数值结果相近, 也为实际的低频振荡分析提供了一定的物理基础和数学模型。

参 考 文 献

- Madden, R.A. and P.R. Julian, 1971, Detection of a 40-50 day oscillation in the zonal wind in the tropical Pacific, *J. Atmos. Sci.*, **28**, 702~708.
- Madden, R.A. and P.R. Julian, 1972, Description of global-scale circulation cells in the tropics with a 40-50 day period, *J. Atmos. Sci.*, **29**, 1109~1123.
- Yamasaki, M., 1969, Large-scale disturbance in a conditionally unstable atmosphere in low latitudes, *Paper in Meteor. and Geophys.*, **20**, 289~336.
- Hayashi, Y., 1970, A theory of large-scale equatorial waves generated by condensation heat and accelerating zonal wind, *J. Meteor. Soc. Japan*, **48**, 140~160.
- Lindzen, R.S., 1974, Wave-CISK in the tropics, *J. Atmos. Sci.*, **31**, 156~179.
- 李崇银, 1985, 南亚季风槽(脊)和热带气旋活动与移动性 CISK 波, *中国科学*, B 辑, 667~674.
- 李崇银, 1985, 热带大气运动的特征, *大气科学*, **9**, 366~376.
- Hayashi and Sumi, 1986, The 30-40 day oscillations simulated in an "Aquaplanet" model, *J. Meteor. Soc. Japan*, **64**, 451~461.
- Lau, K.M. and L. Peng, 1987, Origin of low frequency (intraseasonal) oscillation in the tropical atmosphere. Part I: The basic theory, *J. Atmos. Sci.*, **44**, 50~72.
- Miyahara, S., 1987, A simple model of the tropical intraseasonal oscillation, *J. Meteor. Soc., Japan*, **65**, 340~351.
- Chang, C.P. and H. Lin, 1988, Kelvin wave-CISK: a possible mechanism for the 30~50 day oscillation, *J. Atmos. Sci.*, **45**, 1709~1720.
- Liu Shikuo and Wang Jiyong, 1990, A baroclinic semi-geostrophic model using the Wave-CISK theory and low-frequency oscillation, *Acta Meteor. Sinica*, **4**, 576~585.
- 刘式适, 1990, 低纬滤波模式研究, *热带气象*, **6**, No.2, 106~118.
- 刘式适, 刘式达, 1988, 特殊函数, 气象出版社.
- Ooyama, K., 1971, A theory on parameterization of cumulus convection, *J. Meteor. Soc. Japan*, **49**, Special issue, 744~756.
- Nitta, T., 1972, Energy budget of wave disturbances over the Marshall Islands during the years of 1956 and

