

风垂直切变和下滑倾斜涡度发展*

吴国雄 蔡雅萍

(中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学国家重点实验室, 北京 100080)

摘 要 本文根据绝热无摩擦的饱和湿空气具有湿位涡守恒的特征, 研究湿斜压过程中涡旋垂直涡度的发展。由于传统的等熵位涡分析的应用受等熵面倾斜的限制, 本文进而发展了 Z 坐标及 P 坐标中的倾斜涡度发展理论。指出在梅雨锋南侧暖湿区的北端, 以及梅雨锋北边界附近, 湿等熵面十分陡立, 是涡旋发展及暴雨发生的重要地区。还证明了倾斜涡度发展的必要条件和充分条件。指出在对流不稳定的饱和大气中, 倾斜涡度发展必伴有低空急流存在。对1991年6月12~15日江淮流域暴雨过程的诊断表明, 湿位涡分析, 尤其是等压面上湿位涡量 P_{m1} 和 P_{m2} 的分析不仅在中高纬有效, 在低纬度及低对流层均十分有效, 是暴雨诊断和预报的有力工具。

关键词 湿位涡 倾斜涡度发展 风垂直切变

1 引言

大气中大暴雨的发生发展与低空流场的辐合, 垂直运动的急速发展有关, 并常伴有气旋性垂直涡度的急剧增长^[1]。因而研究气旋性涡度的发展机制是研究暴雨发生发展的一个重要内容。

在绝热无摩擦的干空气中存在一严格守恒的 Ertel^[2]位势涡度。Hoskins 等^[3]曾就 Ertel 位涡(P_E)在大气运动诊断中的应用进行系统的分析。一般而言, P_E 对许多中高纬度天气系统的移动和发展具有指示性。但在对流层低层, 尤其在低纬度, P_E 变得很弱。再者, P_E 不包括水汽分布的影响。因此在低纬度, 低空及降水分析中, P_E 的应用存在局限性。

Bennetts 和 Hoskins^[4]曾从 Boussinesq 近似出发, 引入潜热作用, 导出湿球位涡变化方程。吴国雄等^[5]从严格的原始运动方程出发, 导出湿位势涡度方程, 并证明了绝热无摩擦的饱和大气中湿位涡的守恒性。利用湿位涡的这一守恒特征, 第2、3节分别研究了湿等熵面的分布以及等熵坐标和等压坐标中湿位涡的特征及相应的发展理论, 并从理论上证明湿等熵面的倾斜能引起垂直涡度发展, 由此导出倾斜涡度发展的充分条件。第4节用拉格朗日观点进一步论述倾斜涡度发展的理论, 并证得倾斜涡度发展的必要条件。第5节通过对1991年6月12~15日发生在江淮流域下游的持续大暴雨进行等压面湿位涡分析, 研究倾斜涡度发展理论在暴雨分析和预报中的应用。若干讨论和结论由第6节给出。

1995-04-17收到, 1995-09-05收到修改稿

* 本文得到国家科委攀登A项目“气候动力学和气候预测理论的研究”及85-906-22攻关项目“台风暴雨数值预报模式的平行对比试验”的支持

2 湿等熵面的分布

对饱和空气或未饱和空气受抬升至凝结高度 (P_c) 以上, 有

$$\frac{dP_m}{dt} \equiv 0 \quad (P \leq P_c), \quad (1)$$

或

$$P_m = \alpha \bar{\zeta}_a \cdot \nabla \theta_e \equiv \text{常数} \quad (P \leq P_c) \quad (2)$$

式中, α 为比容, $\bar{\zeta}_a$ 为绝对涡度, θ_e 为相当位温。换言之, 在绝热无摩擦的饱和大气中, 湿位涡 P_m 是守恒的^[4,5]。这时

$$\theta_e = \theta(P_c, T_c) \exp\left(\frac{Lq_0}{c_p T_c}\right).$$

其中 T_c 为气块受抬升至凝结高度 P_c 处的温度。另由 θ 的守恒性知 $\theta(P_c, T_c) = \theta(P_0, T_0)$, 下标“0”表示起始状态, 所以有

$$\theta_e = \theta(P_0, T_0) \exp\left(\frac{Lq_0}{c_p T_c}\right). \quad (3)$$

1991 年 6 月, 东亚地区的高空形势为西太平洋副热带高压稳定偏强, 孟加拉湾低槽偏强, 且中纬多短波槽活动。中旬, 自西北地区向南的冷空气与来自孟加拉湾的低空 SW 气流在江淮流域交绥, 11~15 日该地区出现持续暴雨^[6]。在日雨量分布图 (图 1) 上, 雨强中心在 12~15 日的强度均超过或接近 150 mm, 造成严重的洪涝。图 2 给出 1991 年 6 月 9~16 日每天 00Z 沿 115°E 的南北向剖面的演变。起始时, 31°N 以南的暖空气为对流不稳定大气 ($\theta_{ez} < 0$)。高纬干冷空气前锋的 θ_e 密集带自 50°N 逐渐南移。11 日该 θ_e 锋面侵入南方的湿对流不稳定 ($MCI < 0$) 区, θ_e 面在 29~35°N 处变得十分陡立, 暴雨开始出现在该 θ_e 陡立带中。此后南北气流在江淮地区汇合对峙, 该地暴雨持续不断。14 日以后, 高纬有一强的副极锋生成并南移。15 日该新鲜冷空气侵入江淮梅雨锋系统中; 暖湿空气撤至 29°N 以南; 一次梅雨锋暴雨过程遂告结束。

3 下滑倾斜涡度发展理论

当取 θ_e 为垂直坐标, 这时湿位涡守恒取如下简单的通用形式

$$P_m = -g\zeta_\theta \frac{\partial \theta_e}{\partial P} \approx \text{const.} \quad (4)$$

注意到只有当 θ_e 水平分布时, (4) 式才是准确成立的。当 θ_e 面倾斜时, 精确的湿位涡守恒应表为

$$\alpha \zeta_\theta | \nabla \theta_e | = \text{const.}, \quad (5)$$

这里的 ζ_θ 为 $\bar{\zeta}_a$ 在 θ_e 梯度方向上的投影。当 $\nabla \theta_e$ 不变时, 湿位涡的守恒表现为 $\alpha \bar{\zeta}_a$ 的

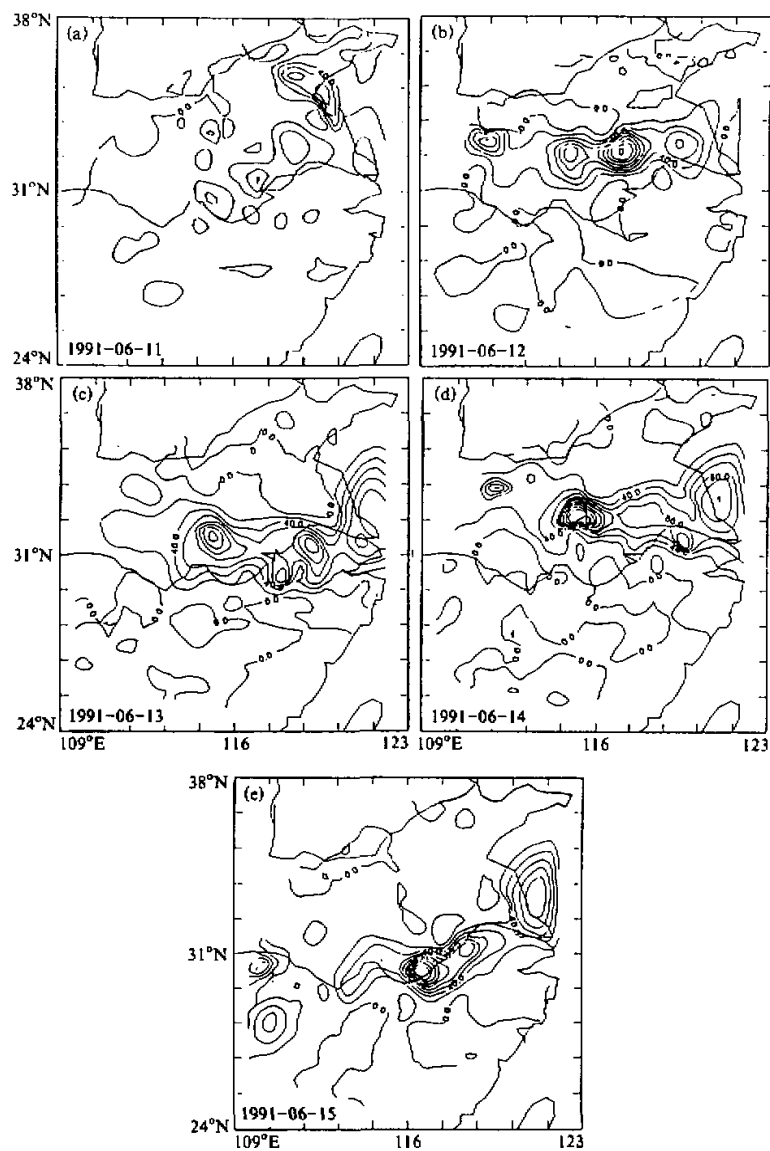


图1 1991年6月11~15日逐日24小时雨量的空间分布
等值线间隔为20 mm

矢量端迹必须位于同一 θ_e 等值线上(参见图3)。如采用 Z 坐标, 则有

$$P_m = \alpha_z' \frac{\partial \theta_e}{\partial z} + \alpha_s' \frac{\partial \theta_e}{\partial S}, \quad (6)$$

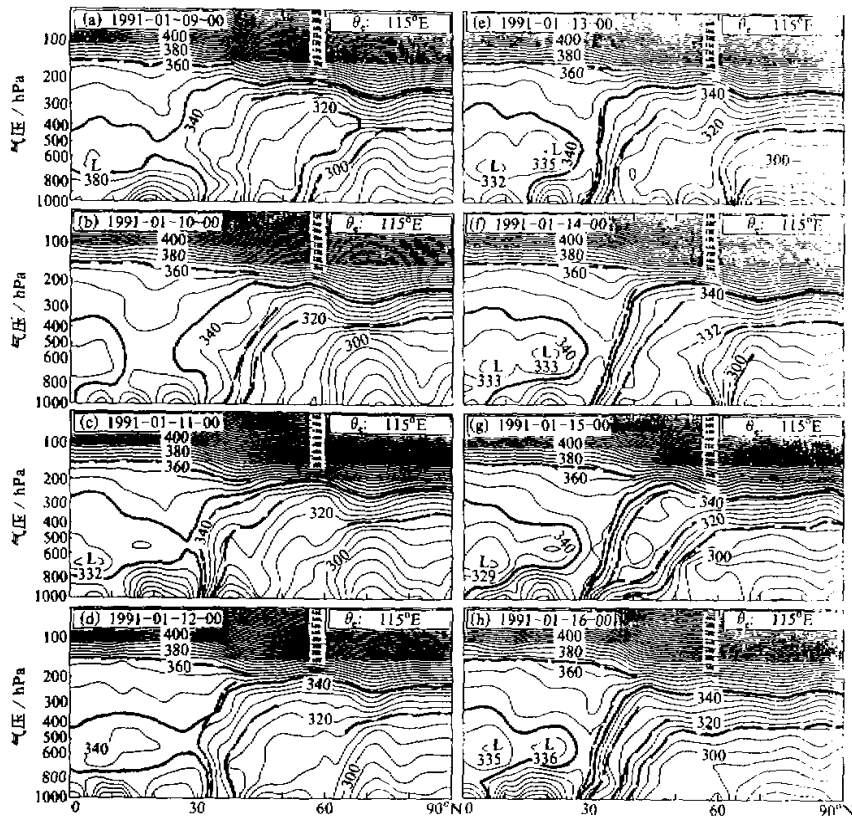


图2 1991年6月9~16日逐日00Z沿115°E剖面上 θ_e 的分布
加粗线为 $\theta_e = 345$ 等值线。粗断线标出 θ_e 锋区及对流层顶所在的位置

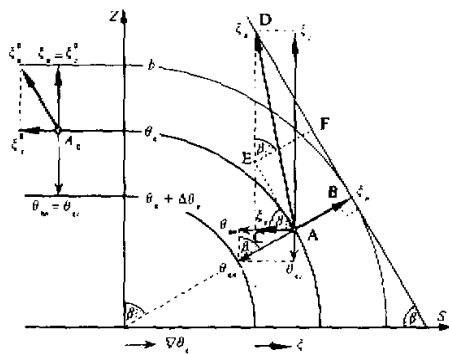


图3 倾斜涡度发展示意图

式中 ζ_z 和 ζ_s 分别为 $\vec{\zeta}_a$ 的垂直和水平分量, $|\zeta_s| = \left| \frac{\partial V_s}{\partial z} \right|$ 。这时, 湿位涡守恒便表述为

$$P_m = \alpha \zeta_r \frac{\partial \theta_e}{\partial z} + \alpha \zeta_s \frac{\partial \theta_e}{\partial s} = \alpha \zeta_a |\nabla \theta_e| = \text{const.} \quad (7)$$

上式表明, 单位质量垂直涡度的变化与对流稳定度, 风的垂直切变及湿斜压度 $\partial \theta_e / \partial s$ 有关。

为简单起见, 记单位质量的绝对涡度为 $\vec{\zeta}_a = \alpha \vec{\zeta}_a$, 并设起始时刻质块A

在对流不稳定大气 $\partial\theta_e/\partial z < 0$ 中沿如图 3 所示的等 θ_e 面下滑运动。起始时, θ_e 面为水平, 后来倾斜越来越厉害。根据上述讨论, 当质点 A 在沿 θ_e 运动转过一个倾角 β 后, 其 $\vec{\xi}_n$ 的端点 D 必须位于过点 B 的切线上。因此, 此时的 $\vec{\xi}_z$ 的大小与水平湿位涡 $\vec{\xi}_s$ 不再无关。可以证明在一定条件下 $|\vec{\xi}_z|$ 可迅速发展。其实由 (7) 式和图 3, 我们可得

$$P_m = \xi_n \theta_{en} = \xi_z \theta_{ez} + \xi_s \theta_{es} = \text{const.} \quad (8)$$

由此, 解得

$$\xi_z = (\xi_n \theta_{en} - \xi_s \theta_{es}) / \theta_{ez} . \quad (9)$$

如定义

$$\tan\beta = \theta_{es} / \theta_{ez} \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{\pi}{2} \right) , \quad (10)$$

则有

$$\cos\beta = \theta_{ez} / \theta_{en} > 0 .$$

当 $\xi_n > 0$ 时, 我们得到

$$\xi_z = \left| \frac{\xi_n}{\cos\beta} \right| - \xi_s \tan\beta . \quad (11)$$

或者从 (9) 式, 当

$$C_M = \xi_s \theta_{es} / \theta_{ez} < 0 . \quad (12)$$

时, 有

$$\xi_z = \left| \frac{\xi_n}{\cos\beta} \right| + |\xi_s| \tan\beta . \quad (13)$$

在图 3 中, 它表现为

$$\xi_z = CD = DE + EC = \frac{AB}{\cos\beta} + AC \tan\beta .$$

由于当 $\beta \rightarrow \pi/2$ 时 (13) 式左端为两个一阶无穷大之和, 因此有

$$\beta \rightarrow \pi/2 \text{ 时, } \xi_z \rightarrow \infty . \quad (14)$$

亦即当倾斜的湿等熵面趋向陡立时, 系统的涡度急剧发展。为倾斜涡度发展(SVD)的一种极端情况。

另一方面, 当

$$\beta \rightarrow 0 \text{ 时, } \xi_z \rightarrow \xi_n , \quad (15)$$

这即为 Hoskins 等^[3]所讨论的特殊情况。

在下滑倾斜涡度发展的情况下, 当 β 角很大时, (13) 式表明很小的 ξ_s 即可导致很大的垂直涡度 ξ_z 。又由于对流不稳定大气 ($\theta_{ez} < 0$), 条件 (12) 式意味着 (6) 式中的湿位涡的水平分量

$$\xi_s \theta_{es} > 0 . \quad (16)$$

因为给定 $\theta_{es} < 0$, 上式意味着存在低空急流 $\xi_s \propto \partial V_s / \partial z < 0$, 且地转关系受破坏 (参见文献[5])。于是 (12) ~ (14) 式及 (16) 式表明, 在对流不稳定大气中 θ_e 面陡立处, 当湿位涡的水平分量为正值时 (意味着存在低空急流, 地转关系不成立!), 该处必有垂直涡度急剧发展, 为暴雨之易发生地。

在 (1) ~ (2) 式中引进静力近似, 取 P 为垂直坐标, 并假定垂直速度的水平变

化比水平速度的垂直切变小得多。由此可得湿位涡的表达式

$$P_m = -g(\vec{f}\vec{k} + \nabla_p \times \vec{V}) \cdot \nabla_p \theta_e = \text{const.} \quad (17)$$

如定义湿位涡的第一分量为垂直分量, 第二分量为等压面上的水平分量, 即

$$\begin{cases} P_{m1} = -g\xi_p \frac{\partial \theta_e}{\partial p}, \\ P_{m2} = -g\vec{K} \times \frac{\partial \vec{V}}{\partial p} \cdot \nabla_p \theta_e. \end{cases} \quad (18)$$

式中 $\xi_p = f + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)_p$, 则等压坐标中湿位涡守恒可表达为

$$P_m = P_{m1} + P_{m2} = \alpha \xi_\theta |\nabla \theta_e| = \text{const.} \quad (19)$$

由于天气尺度的运动基本满足静力近似, (19) 式与 Z 坐标中的 (7) 式基本是等价的。因此上面关于下滑倾斜涡度发展的理论 (参见图 3) 在 P 坐标中也基本成立。

根据 (18) 式的定义, SVD 的充分条件 (12) 式可表述为

$$P_{m2} / \theta_{ez} < 0. \quad (20)$$

对于对流稳定大气 ($\theta_{ez} > 0$), (20) 式意味着 $P_{m2} < 0$ 。注意到地转大气中 P_{m2} 为负值 (参见文献[5])。因此在对流稳定大气中, SVD 可以在地转大气中发生。反之, 当大气为对流不稳定 ($\theta_{ez} < 0$) 时, SVD 的充分条件为 P_{m2} 为正值, 这时地转关系不成立。(12) 和 (20) 式表明, SVD 可以在对流稳定大气中发生, 也可以在对流不稳定大气中发生。(14) 式则表明, θ_e 面的陡立是涡度急剧发展的重要条件。图 2 中锋面附近 θ_e 面的陡立带正好穿过图 1 中的暴雨区, 是涡度发展的一个证据。

4 低空急流及下滑倾斜涡度发展的必要条件

首先考虑风垂直切变对 SVD 的影响。我们将局限于对流不稳定大气。为简单起见, 假定图 3 中的 S 坐标为向北, 如图 4 所示。于是 $\theta_{es} < 0$ 。根据 (12) 式及 (20) 式, 在西风随高度减小的层次上, 由于 $\xi_y = \partial u / \partial z < 0$, 因此 SVD 将发生。

另一方面, 考虑“地表面”G 处 (图 4) 的边界条件, P_m 守恒要求

$$(\xi_s \theta_n)_G = (\xi_s \theta_n)_{A0}.$$

根据假定 $(\theta_n)_G = (\theta_n)_{A0}$, 于是有

$$(\xi_s)_G = \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_G = (\xi_z)_{A0} > 0, \text{ 当 } \beta = \pi/2 \text{ 时}.$$

上式表明, 在下边界处, 西风随高度增加。综上所述, 最大的西风 (或说急流轴) 必存在于地面以上的某一低空 z_J 处。设 θ_e 面的曲率半径为 R , β_J 为该“低空急流” (LLJ) 处的倾斜角。由于在 z_J 处 $\xi_s = 0$, 根据 (9) 式, 该处的垂直涡度为

$$\xi_z = \xi_n \theta_{en} / \theta_{ez} = \xi_n / \cos \beta_J = \xi_n R / z_J. \quad (21)$$

该式表明, LLJ 处的垂直涡度反比于 LLJ 所处高度。急流轴越低, 其垂直涡度越强。

下面我们推导下滑 SVD 的必要条件。

将 (9) 式对 t 求全导数可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha} \frac{d\zeta_z}{dt} &= \frac{d\zeta_z}{dt} + \beta v + (f + \zeta_z) \nabla \cdot \vec{V} \\ &= \frac{1}{\alpha} \frac{d}{dt} \left[\frac{P_m}{\theta_{ez}} - C_M \right], \\ \theta_{ez} &\neq 0. \end{aligned} \quad (22)$$

上式中方程左端对应着传统的涡度方程的各项, 而方程的右端是与湿等熵面的倾斜紧密联系的。容易证明, 当 θ_{ez} 面为水平面时, 即当 $\theta_{ez} \equiv 0$ 时, (22) 式变为经典的罗斯贝位涡守恒方程, 即湿等熵位涡 (IPV) P_1 守恒方程

$$\frac{d}{dt} \left[\alpha(f + \zeta_z) \frac{\partial \theta_e}{\partial z} \right] = \frac{d}{dt} [P_1] = 0. \quad (23)$$

根据 (22) 式, 沿倾斜 θ_{ez} 面下滑的气块垂直涡度发展的条件为

$$C_M(t + \Delta t) - C_M(t) < P_m \left[\frac{1}{\theta_{ez}(t + \Delta t)} - \frac{1}{\theta_{ez}(t)} \right], \quad \theta_{ez} \neq 0. \quad (24)$$

设气块从 t 到 $t + \Delta t$ 时刻在倾斜 θ_{ez} 面上从 β 角下滑至 $(\beta + \Delta\beta)$ 角, 则 SVD 的条件 (24) 式还可写成

$$C_M(\beta + \Delta\beta) - C_M(\beta) < P_m \left[\frac{1}{\theta_{ez}(\beta + \Delta\beta)} - \frac{1}{\theta_{ez}(\beta)} \right], \quad \theta_{ez} \neq 0. \quad (25)$$

由于在 (22) 式中, 只有当 (24) 式或 (25) 式满足时, 才有 $d\zeta_z/dt > 0$, 因此 (24) 式或 (25) 式是 SVD 发生的必要条件。

现在我们可以证明, 当 (12) 式成立时, 沿 θ_{ez} 面下滑的气块必有 $d\zeta_z/dt > 0$ 。换言之, (12) 式是下滑 SVD 发展的充分条件。其实如图 3 所示的大气是湿对称不稳定的 ($P_m < 0$) 和对流不稳定的 ($\theta_{ez} < 0$)。由于 $|\theta_{ez}(A)| < |\theta_{ez}(A_0)|$, 因此 (25) 式的右端为正数。又由于在 A_0 处, $\beta = 0$, 根据 (12) 式, 该处 $C_M = 0$ 。由此当下滑质块 A 满足 (12) 式, 即 $C_M(A) < 0$ 时, (25) 式左端为负数, 因此不等式 (25) 式自动成立, 于是 (12) 式是下滑 SVD 的充分条件。根据 (22) 式, 当 $|\beta|$ 趋向 $\pi/2$ 时, θ_{ez} 趋向零, 急剧的倾斜涡度发展将发生。

5 等压面上的湿位涡分析

本节将通过分析 1991 年 6 月 11~15 日暴雨过程中等压面上 P_m 的演变去检验湿位

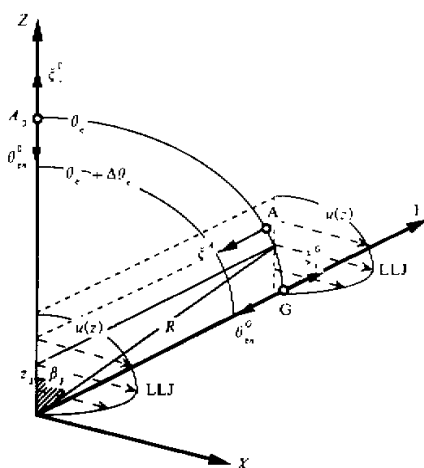


图4 低空急流 (LLJ) 与倾斜涡度发展关系

涡在梅雨锋暴雨分析中的指示性。

由于 P_{m1} 是大尺度背景场, 已为人们熟知, 这里从略。图 5 为 9~16 H 700 hPa 上湿位涡水平分量 P_{m2} 的时空演变。在此期间沿江长江一带一直有一狭长的正值 P_{m2} 区。这是因为在此期间, 700 hPa 以下存在低空急流^[6], 700 hPa 附近的暖高湿区又位于江南,

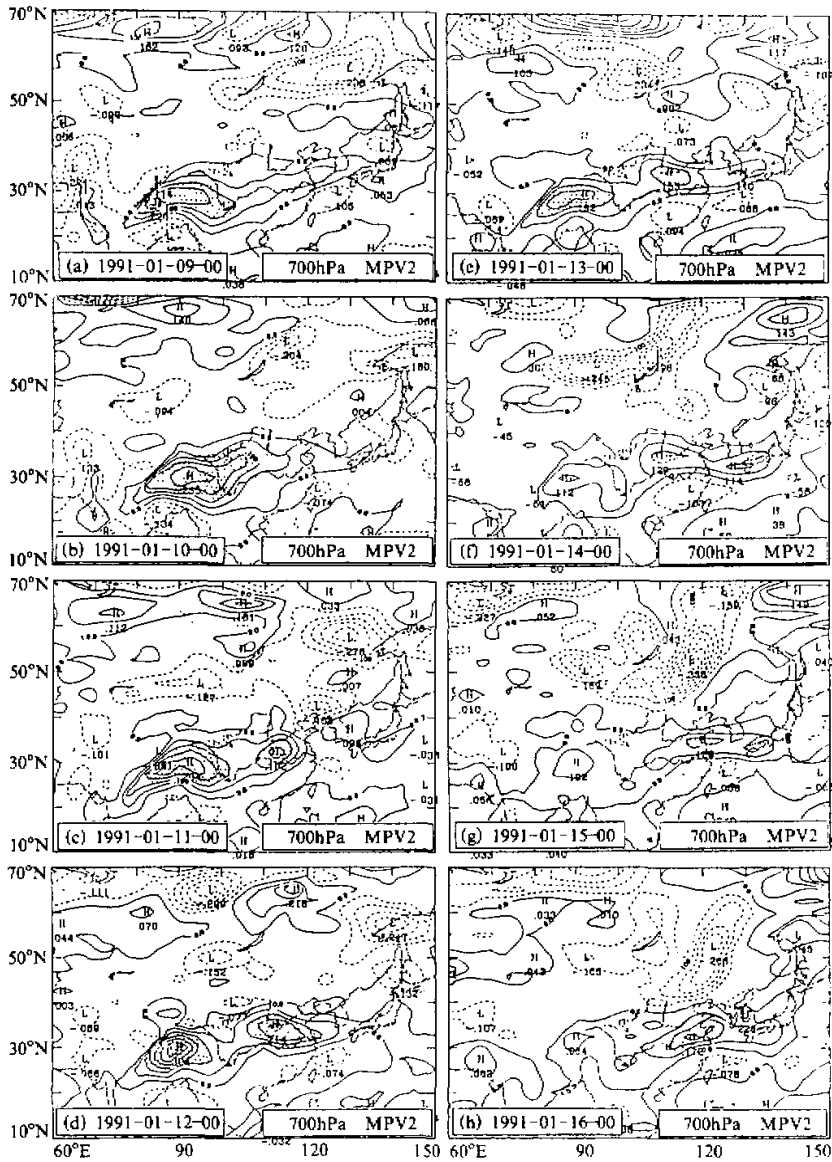


图 5 1991 年 6 月 9~16 日逐日 00Z 700 hPa 面上湿位涡水平分量 P_{m2} 的连续演变
等值线间隔为 0.05 PVU。负值区用虚线表示, 加点区表示 $P_{m2} > 0.1$ PVU 的区域

因此长江一带有 $\partial u / \partial z < 0$, $\partial \theta_e / \partial y < 0$, 使 P_{m2} 出现正值。因此, 低对流层大的正值 P_{m2} 的移动可作为低空急流和暖湿气流活动或涡旋活动的示踪。在图 5 中, 9 日位于青藏高原东南部的高 P_{m2} 区沿长江流域东伸。11 日从该源区中分裂出的中心移至江淮流域的对流不稳定区 ($P_{m1} < 0$)^[5], 大暴雨开始出现。此后该高值 P_{m2} 区在该地维持, 江淮大暴雨持续。在此期间, 位于高原东南侧的高值 P_{m2} 区原地减弱消失, 意味着暖湿气流不断衰亡。16 日随着 700 hPa 对流不稳定区退出江淮, 及正值 P_{m2} 区移进东海, 江淮流域的暴雨过程结束。

比较图 1 和图 5 发现, P_{m2} 正值区与暴雨区有很好的对应关系。比较图 5 和图 2 则发现, 在 115°E 剖面处, P_{m2} 正值区的北端已位于冷锋后对流稳定区内。这时, 虽然根据 (12) 式, SVD 的充分条件不满足, 但由于那里的 θ_e 面非常陡立, β 接近 $-\pi/2$, 在西风垂直切变弱下的梅雨锋北侧, SVD 发生的必要条件 (24) 式还是可以满足的。看来, 陡立的 θ_e 面的存在对于倾斜涡度发展是十分重要的。

6 讨论和结论

在导出 θ_e 坐标, Z 坐标及 P 坐标下湿位涡的表达式后, 根据湿位涡的守恒特征, 本文讨论了下滑倾斜涡度发展理论。在等高坐标或等压坐标中, 对流稳定度的减少, 水平风垂直切变或湿斜压度 $\nabla \theta_e$ 的增长都可引起气旋性涡度的增加。这种特征主要是由于 θ_e 面的水平倾斜造成的。倾斜越大, 气旋性涡度增长越激烈。在梅雨锋南侧的暖湿区, θ_e 面十分陡立。当偏南气流移向该区时, 便有气旋性涡度激烈发展, 导致对流性暴雨发生。在梅雨锋北侧附近 θ_e 陡立带中, 当偏北气流移向该区时, 也可有气旋性涡度激烈发展。因此, 低空湿位涡分析和倾斜涡度发展应当是持续暴雨动力天气和动力气候研究的一个重要内容。

本文还应用拉格朗日观点去研究气块的垂直涡度变化, 得到了下滑倾斜涡度发展的必要条件和充分条件。结果还表明, 湿位涡守恒是对大气运动的一个重要约束条件。在其约束下, 在对流不稳定的饱和大气中, 倾斜涡度发展必与低空急流相伴存在。

参 考 文 献

- 1 陶诗言, 1980, 中国之暴雨, 气象出版社, 225pp.
- 2 Ertel, H., 1942, Ein neuer hydrodynamischer Wirbelsatz, Meteorolog. Zeitschr. Braunschweig S., 277 ~ 281.
- 3 Hoskins, B. J., McIntyre, M. E. and Robertson, A. W., 1985, On the use and significance of isentropic potential vorticity maps, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **11**, 877 ~ 946.
- 4 Bennetts, D. A. and Hoskins, B. J., 1979, Conditional symmetric instability—a possible explanation for frontal rainbands, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **105**, 945 ~ 962.
- 5 吴国雄, 蔡雅萍, 唐晓菁, 1995, 湿位涡和倾斜涡度发展, 气象学报, **53**(4), 387 ~ 405.
- 6 黄立清, 1991, 苏皖连降大到暴雨, 全国大部气温正常, 气象, **17**(9), 58 ~ 61.

Vertical Wind Shear and Down-Sliding Slantwise Vorticity Development

Wu Guoxiong and Cai Yaping

(LASG, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract Based upon the conservation property of moist potential vorticity (P_m) of an adiabatic, frictionless, and saturated atmosphere, the development of vertical vorticity in a moist baroclinic process was discussed. When moist isentropic surfaces are tilted, the application of the traditional "isentropic potential vorticity" (IPV) analysis is limited. A theory of slantwise vorticity development was then developed to investigate the vorticity intensification from a Lagrangian point of view. It was shown that in the area between the south of monsoon front and the north of warm and moist air mass, moist isentropic surfaces are stiff. This area then becomes a favorable region for the development of cyclone and torrential rain. The necessary condition and sufficient condition for slantwise vorticity development are discussed. It is proved that in a convectively unstable and saturated atmosphere, the occurrence of slantwise vorticity development must be accompanied by the existence of a low level jet. Application of this theory to a case analyses of typical monsoonal torrential rain shows that the P_m analysis, especially the analysis of P_{m1} ($= -g(f + \zeta_p)\partial\theta_e / \partial p$) and P_{m2} ($= g\vec{k} \times \partial\vec{V} / \partial p \cdot \nabla_p \theta_e$) at isobaric surfaces in the lower troposphere, is very effective in identifying the occurrence of torrential rain, and may be used as a powerful tool for the diagnosis and prediction of torrential rain.

Key words moist potential vorticity slantwise vorticity development vertical wind shear