

斜底面上的表面波理论*

李国麟** 黄伟健 杨纲凯

(香港中文大学物理系)

曾庆存 张 铭

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100080)

摘 要 考察了任意倾斜底面上的 Kelvin 波问题, 并用线性化的控制方程分别研究了相应于垂直刚壁的和无限倾斜底面上的表面波频散关系。文中还对任意斜坡上的浅水表面波做了尺度分析, 并把决定其频散关系的特征值问题简化为该斜坡上气压扰动的常微分方程, 且用数值方法进行了求解。

关键词 斜底面 表面波 理论

1 引言

在沿海山脉附近常观测到有中尺度高压脊及其他较浅薄的大气扰动沿着该山脉传播, 这些扰动被限制在垂直于该山脉方向的有限距离之内, 也即其被该山脉所捕获。一个例子是在南非, 一个向东传播的天气系统受南非沿海陡坡影响时, 它会产生一些沿岸的低压, 其伴随着暖而干的天气并有盛行风向的跃变^[1]。Gill^[2]认为这些低压是被沿海山脉捕获的 Kelvin 波, 虽然他们并没有对理论上的与观测到的 Kelvin 波的相速做出比较。

另一个海岸捕获现象是发生在东南澳大利亚的南风爆发, 在爆发期间记录到在几分钟内强风增强到 $15 \sim 37 \text{ m/s}$, 且温度急降 $10 \sim 15^\circ\text{C}$ 。解析研究^[3]和数值研究^[4]表明南风爆发是地形捕获的重力流。Holland 和 Leslie^[5]认为, 由天气尺度扰动引起的这种爆发起因于 Kelvin 波。有证据表明在北美洲西海岸也存在这种受地形影响的波扰, 其表现为沿海岸吹南风时有气压涌升, Steyn 等^[6]认为该波扰的性质是非线性的 Kelvin 波。

另一个值得注意的例子发生在中国华南的冬季风中, 此时在台湾海峡中常有一个被武夷山捕获的冷舌, 该冷舌定性上可认为是 Kelvin 波^[7], 它的数值实验表明, 若将武夷山西移, 则冷舌消失。冷舌东面台湾岛的地形则对其无显著影响。冷舌两边地形影响的差别清楚地表明了科里奥利力起的重要作用。冷舌的移速 (几 m/s) 也在该实验中模拟出来了。

然而在侧边界为无限高的垂直刚壁, 底边界为水平底面的经典 Kelvin 波模式, 则与以上观测及数值实验的结果尚不完全一致。首先观测和数值模拟得到的最大气压扰动

1996-06-21 收到, 1996-12-24 收到修改稿

* 香港中文大学和香港 Groucher 基金会资助项目

** 现在工作单位: 香港天文台

的位置略微离开该障碍物,但经典 Kelvin 波其气压扰动的最大值应位于该障碍物处即垂直刚壁处,其次由经典 Kelvin 波模式得到的相速实际上比数值模拟得到的要大,在文献[7]中前者约 10 m/s ,而后者则约为 5 m/s 。这种细节上的不一致是很自然的,因为实际山地的廓线并非平底与侧边界为垂直刚壁,其具有每 100 km 水平距离上升 1 km 的坡度量级。故而把表面波理论推广到实际地形上是很必要的,本文在这方面做了一些前人未做的理论工作,并运用尺度分析的方法来简化问题,以便求解。本文还给出了数值计算的结果,而这些均能加深我们对中尺度沿岸脊的认识。

2 一般方法

对中高纬度的中尺度现象,使用直角坐标是合适的,科里奥利参数 f 可取作常数。这样对不可压流体有以下线性化方程组:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \rho f v - \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = -\rho f u - \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g, \quad (4)$$

这里取流体密度 ρ 为常数, p 是气压, g 是重力加速度(在二层模式中其被 g' 代替,这里 g' 为约化重力加速度, $g' = g\Delta\theta/\bar{\theta}$, $\bar{\theta}$ 为上下两层流体位温的平均值,而 $\Delta\theta$ 则为其位温差),而 $\vec{V} = (u, v, w)$ 是流体的速度向量。

取 z 轴指向上,且设 $z=0$ 处为流体的平均表面。该面上的波扰则为 $z = \eta(x, y, t)$, 且在该面有边界条件

$$w(z=0) = \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad (5)$$

$$p(x, y, z = \eta, t) = 0. \quad (6)$$

(5) 式左边的速度 w 本应在 $z = \eta$ 上计算,但在线性化理论中由于 η 是小量,故可用 $z=0$ 来代之。这里地形被假定在 x 方向是均匀的,且其由 $z = -h(y)$ 给出(参见图 2),障碍物则在 $y \approx 0$ 处。对于文献[7]的例子, y 轴约指向西南方向,而 x 轴则约指向西北方向。底面的法向量则为

$$\hat{n} \propto \left(\frac{\partial h}{\partial y} \hat{j} + \hat{k} \right), \quad (7)$$

且下底面的边条件为

$$\vec{V} \cdot \hat{n} = 0. \quad (8)$$

记

$$p(x, y, z, t) = -\rho g z + \rho \sigma(x, y, z, t), \quad (9)$$

这里 $\rho \sigma$ 是相对于平衡状态的偏差,则(6)式可写为

$$\sigma(x, y, z=0, t) = g\eta(x, y, t). \quad (6)'$$

同样 (6)' 左边的宗量本应是 $z=\eta$, 但在线性化理论中可以 $z=0$ 代之。

进而可设波扰对 x, t 的依赖关系为 $\exp[i(kx - \omega t)]$, 这样方程 (1) ~ (4) 有以下形式:

$$iku + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (10)$$

$$-i\omega u = fv - ik\sigma, \quad (11)$$

$$-i\omega v = -fu - \frac{\partial \sigma}{\partial y}, \quad (12)$$

$$-i\omega w = \frac{\partial \sigma}{\partial z}. \quad (13)$$

由 (5) 和 (6) 式知 $z=0$ 的边界条件是 $w = -i\omega\eta$ 和 $\sigma = g\eta$, 由这两式中消去 η 则有

$$w = -\frac{i\omega\sigma}{g}, \quad z=0. \quad (14)$$

下底面的边界条件则是

$$\frac{\partial h}{\partial y} v + w = 0, \quad z = -h(y). \quad (15)$$

接着从 (10) ~ (13) 式中消去速度分量 u, v, w , 则其可化为一个因变量 σ 的方程

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} + \left(1 - \frac{f^2}{\omega^2}\right) \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} = k^2 \sigma. \quad (16)$$

由 (13) 和 (14) 式可导出上边界条件为

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = \frac{\omega^2}{g} \sigma, \quad z=0. \quad (17)$$

而由 (12)、(13)、(15) 式则可得底边界条件是

$$\frac{\partial h}{\partial y} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial y} + \frac{fk}{\omega} \sigma \right] + \left(1 - \frac{f^2}{\omega^2}\right) \frac{\partial \sigma}{\partial z} = 0, \quad z = -h(y). \quad (18)$$

方程 (16) ~ (18) 在 y - z 平面定义了一个线性齐次系统, 该系统仅在一定条件下有非平凡解, 该条件则由该类波动的频散关系 $\omega = \omega(k)$ 来确定。

若流体在平底上, 其深度 H 为有限, 且侧边界为一垂直刚壁, 则满足上述方程和边条件的 σ 可设为

$$\sigma = e^{-\beta y} \begin{cases} \sinh(qz), \\ \cosh(qz). \end{cases} \quad (19)$$

在 $qH \ll 1$ 的近似条件 (浅水近似) 下, 可得到经典 Kelvin 浅水波的解, 此时其相速不依赖于科里奥利参数 f , 其表达式为 $c = \sqrt{gH}$, f 仅对该波解的水平横向尺度有贡献 (即 Rossby 变形半径 $a = c/|f|$), 且仅允许该波动沿 x 正方向传播, 也即在北半球障碍物位于该波动传播的右侧。

3 无限斜坡的情况

下面考虑具有均匀坡度无限斜坡的情况 (参见图 1), 其底面由 $h(y) = -sy$ 给出, 这里 $s = \tan\theta$ 。设

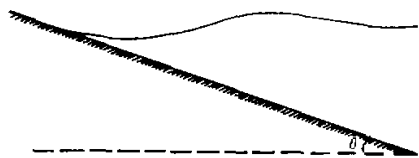


图 1 均匀坡度无限斜坡示意图

$$\sigma = e^{qz - \beta y}, \quad (20)$$

系数 β, q 的符号选取, 要根据当扰动距障碍物的距离 $y \rightarrow \infty$ (此时 $z \rightarrow -\infty$) 时扰动应趋于零的条件来决定。将 (20) 式代入微分方程 (16) 则有

$$\beta^2 + \left(1 - \frac{f^2}{\omega^2}\right) q^2 = k^2. \quad (21)$$

由上边界条件 (17) 可得

$$q^2 = \frac{\omega^2}{g}, \quad (22)$$

而由底边界条件 (18) 则可得

$$s \left(-\beta + \frac{fk}{\omega} \right) + \left(1 - \frac{f^2}{\omega^2} \right) q = 0. \quad (23)$$

由 (23) 和 (22) 式消去 β 和 q 并代入 (21) 式可得

$$\left(1 - \frac{f^2}{\omega^2} \right) \left[s^2 k^2 - 2s \frac{fk}{g} k - \frac{\omega^4}{g^2} \left(1 - \frac{f^2}{\omega^2} + s^2 \right) \right] = 0. \quad (24)$$

若 ω 已知, 则由 (24) 式的方括号中可得频散关系为

$$k(\omega) = \frac{\omega}{sg} (f + \omega \sqrt{1 + s^2}), \quad (25)$$

这里负平方根的解被略去了, 因其无物理意义。相应的 β 值为

$$\frac{1}{a} \equiv \beta(\omega) = \frac{\omega}{sg} (\omega + f \sqrt{1 + s^2}). \quad (26)$$

在图 3 中给出了取参数 $s = 10^{-2}$, $g = g' = 0.1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 时的频散关系。障碍物则位于波动传播方向的右侧 (在北半球)。

在 $s \ll 1$ 的极限情况, 则由 (25) 式可求出角频率并可写成以下形式:

$$\omega = -\frac{f}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} f^2 + gsk}, \quad (27)$$

上式是基态模的角频率^[8], 该模态的扰动廓线具有 (20) 式的形式。当不考虑旋转作用时, 大陆架可导致表面重力波沿海岸双向传播, 其最大振幅接近海岸线, 该波动被称之为斯托克斯波。然而应注意的是 (27) 式中仅有正号适用于大气的情况, 因为此时一般

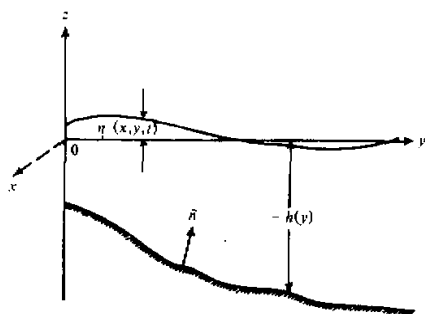


图2 斜底面上流体示意图

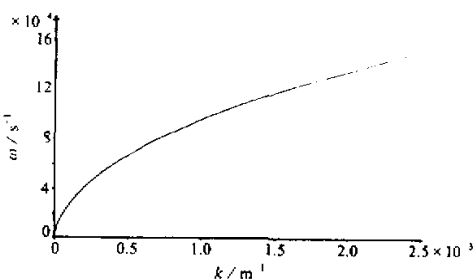


图3 频散关系曲线

不能忽略科里奥利力。

在华南冬季风数值实验中^[7], 沿海岸的气压隆起现象, 其典型的横向尺度 $a \sim 120$ km, 将 $k \sim 1/(1000 \text{ km}) \sim 10^{-6} \text{ m}^{-1}$ 代入 (25) 式, 并用以上提供的参数, 可得

$$c = \omega / k \approx 7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

其量级与文献[7]中得到的传播速度相当。

考察以上斜坡上频散关系的两种极限状态, 将会对我们有所启发, 虽然这些极限状态还不能直接应用到大气中。

3.1 短波

对 $k \rightarrow \infty$, (25) 式给出了

$$k = \frac{\omega^2}{g \sin \theta}, \quad (28)$$

这里 $\theta = \arctan s$ 是斜面的坡度, 该结果也被 Greenspan 等^[9]得到。 $\theta = 90^\circ$ 的情况是人们熟知的深水波的结果, 将深水波中的 g 代之以其斜坡的分量, 则可得 (28) 式。值得注意的是该极限解不依赖于 f , 故该解可双向传播。

3.2 浅水长波

对于浅水 ($s \rightarrow 0$), 长波 ($k \rightarrow 0$) (25) 式给出了该解

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{sg}{f}, \quad (29)$$

注意到该解是在取正号的情况下得到的, 故在北半球障碍物在该波解传播方向的右侧。令 h 为波动的平均有效水深, a 为横向特征尺度, 则有 $h \sim sa$ 。进一步分析表明 (29) 式本质上是常见的经典 Kelvin 波, 但有效水深 h 则自动地由横向尺度来决定。

4 浅水近似

在两种情况下可以得到解析解: 即具有平底侧边界, 则为垂直刚壁的情况; 具有固定坡度的, 则为无限斜坡的情况。它们提供了一个标准, 以便了解更复杂地形的影响。然而对一般地形 $h(y)$, 欲得到 (16) ~ (18) 式特征值问题的解析解是不可能的。由于

特征值 ω 在边条件 (17) 和 (18) 中是以非标准的形式出现的, 故求其数值解也是相当困难的。基于该理由发展一种更容易处理的近似方法是很有用的。

对于大气中的大中尺度运动, 垂直尺度 ($H \sim 1 \text{ km}$) 通常远小于水平尺度 ($L \sim 100 \text{ km}$ 或以上)。本节给出基于小参数 $\varepsilon = H/L$ 的近似方法。

原则上这里的各种水平尺度是有若干差别的。例如, 在 y 方向扰动的尺度可定义为尺度 L_1 , 即 Rossby 变形半径; 在沿障碍物方向的特征长度尺度是 L_2 , 即波长 $k/2\pi$; 而底部地形的水平尺度为 L_3 。通常它们是各不相同的, 但是对典型的大气应用, 可认为有 $L_1 \sim L_2 \sim L_3 \sim 100 \text{ km}$ 。相类似, 这里有两个垂直尺度, 特征深度 H_1 和深度的特征变化 H_2 ($H_2 \leq H_1$)。对典型的大气应用有 $H_1 \sim H_2 \sim 1 \text{ km}$ 。这样即使取以上 L 中尺度最小者和 H 中尺度最大者, $\varepsilon = H/L \ll 1$ 也是成立的。用这些尺度做的一个进一步的尺度分析将另文发表。本文则采用较简单的近似, 只使用一个水平尺度和一个垂直尺度。这样可有

$$h(y) \sim H, \quad (30)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \sim \frac{1}{L}, \quad (31)$$

$$h' \sim \frac{H}{L} = \varepsilon, \quad (32)$$

$$\frac{\omega^2}{g} \sim \frac{c^2 k^2}{g} \sim \frac{g H k^2}{g} \sim H k^2 \sim \frac{H}{L^2}. \quad (33)$$

在 (33) 式中相速大小的量级则采用 $c = \sqrt{gH}$ 来估计。

用以上想法则可导出一个精度为 $O(\varepsilon^3)$ 的常微分方程, 在典型的大气应用中 $\varepsilon \sim (1 \text{ km} / 100 \text{ km})^3 \sim 10^{-6}$ 。由于 $z \sim H$, 故 $z/L \sim \varepsilon$ 是小参数, 这样 $\sigma(y, z)$ 可展开为

$$\sigma(y, z) = A(y) + B(y)z + C(y)z^2 + \dots, \quad (34)$$

表面上看, 各项 $z \sim H$ 的乘幂要与 ε 的相应乘幂相等, 然而实际上是 $B(y)z$ 项的乘幂则要比通常估计的要小, 这是由于从 (17) 式知

$$B = \frac{\omega^2}{g} A, \quad (35)$$

故

$$\frac{Bz}{A} \sim \frac{\omega^2 H}{g} \sim \varepsilon^2, \quad (36)$$

在此使用了 (33) 式。接着考虑底边界条件 (18) 并注意到由于 $h'(y) = O(\varepsilon)$ 和 $\sigma = A + O(\varepsilon^2)$, 则有 $(\partial h / \partial y)(\partial \sigma / \partial y) = h'[A' + (fk/\omega)A] + O(\varepsilon^3)$ 。在 (18) 式中第二项 $(1 - f^2/\omega^2)(\partial \sigma / \partial z) = (1 - f^2/\omega^2)(B - 2Ch) + O(\varepsilon^3)$ 。用 (35) 式在上式中消去 B , 则有

$$2\left(1 - \frac{f^2}{\omega^2}\right)C = \frac{h'}{h}\left(A' + \frac{fk}{\omega}A\right) + \frac{1}{h}\left(1 - \frac{f^2}{\omega^2}\right)\frac{\omega^2}{g}A. \quad (37)$$

现考虑偏微分方程 (16): $(A'' + B''z + C''z^2) + (1 - f^2/\omega^2)(2C + \dots) = k^2(A + Bz +$

$Cz^2 + \dots$), 在 $z=0$ 处利用上面关系则有 $A'' + 2(1 - f^2 / \omega^2)C - k^2 A = 0$ 。最后利用 (37) 式消去 C , 则给出一个关于 $A(y)$ 的常微分方程

$$A'' + \frac{h'}{h} A' + \left(\frac{h'}{h} \frac{fk}{\omega} + \frac{\omega^2 - f^2}{gh} - k^2 \right) A + O(\varepsilon^3) = 0. \quad (38)$$

由 (6)' 知

$$\eta = \frac{1}{g} \sigma(z=0) = \frac{1}{g} A(y) \exp[i(kx - \omega t)], \quad (39)$$

可见, 函数 $A(y)$ 相当于自由表面的垂直偏差。

控制方程 (38) 也被 Ball^[10] 以另外的形式得到。当下底面地形按指数变化时, 该扰动剖面能被证明可表示成超几何多项式的形式。若底面地形是坡度固定的无限斜面, 则该控制方程简化成 Reid^[8] 所导得的形式。

气压扰动 $A(y)$ 的控制方程 (38) 具有 ε^2 阶的精度, 下面将考虑近海岸处扰动气压剖面的特点。此时控制方程 (38) 可写成

$$\frac{d}{dy} \left(h \frac{dA}{dy} \right) + \left(\frac{dh}{dy} \frac{fk}{\omega} + \frac{\omega^2 - f^2}{g} - k^2 h \right) A = 0, \quad (40)$$

下底面地形取

$$h(y) = s_1 y + s_2 y^2 + \dots, \quad (41)$$

当 Kelvin 波的最大振幅在接近海岸边界时, $A(y)$ 的表达式可写成

$$A(y) = 1 + a_1 y + a_2 y^2 + \dots. \quad (42)$$

用以上展开式则 (40) 式中第一项是: $s_1 a_1 + 2(2s_1 a_2 + s_2 a_1)y + \dots$, 而第二项是 $s_1(fk/\omega) + (\omega^2 - f^2)/g + [2s_2(fk/\omega) - s_2 k^2]y + \dots$, 故而 $A(y)$ 中第一与第二修正项的系数是

$$a_1 = - \left(\frac{fk}{\omega} + \frac{\omega^2 - f^2}{gs_1} \right), \quad (43)$$

$$a_2 = \frac{k}{4} + \frac{s_2}{s_1} \frac{\omega^2 - f^2}{g}. \quad (44)$$

由 (43) 式知, 当在 $y=0$ 处地形坡度很小时, 则 (43) 式括号中第二项占优势。

5 数值计算

本节将应用数值方法来求解任意底面地形上的波扰廓线, 并进行讨论。

控制方程 (40) 是一个二阶常微分方程。若障碍物仅在 $y=0$ 附近且仅考虑该障碍物捕获的波动模态, 则该方程除满足 $y=0$ 处的边条件外, 还须满足边条件 $y \rightarrow \infty$, $A \rightarrow 0$ 。该问题是一个常微分方程的本征值问题。当波数 k 已知, ω 即为本征值, 但这里 ω 是以非线性形式出现的, 这与通常的本征值问题不同。

方程 (40) 可以分解为以下两个一阶方程:

$$B(y) = h(y) \frac{dA}{dy}, \quad (45)$$

$$\frac{dB}{dy} = -S(y)A(y). \quad (46)$$

这里 $S(y) = (\omega^2 - f^2)/g + (fk/\omega)(dh/dy) - k^2h$, 故而若 k 和 ω 为已知, 且给出 $y=0$ 处的 A 、 B 值, 则 (45)、(46) 式可以被积分。下面讨论该问题的数值解法。在数值计算中采用交错网格 (见图 4), 格距为 Δ , 则 A 有 n 个格点而 B 有 $n+1$ 个格点。设 B_j 和 A_j 已知, 则 A_{j+1} 和 B_{j+1} 可由以下方程求得:

$$B_{j+1} = B_j - S_j A_j, \quad (47)$$

$$A_{j+1} = \frac{B_{j+1}}{h_{j+1}} \Delta + A_j, \quad (48)$$

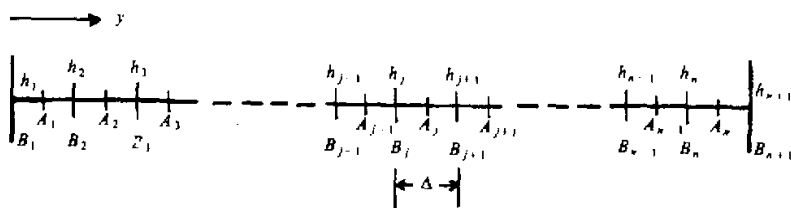


图 4 交错网格示意图

这里 $j=1, 2, \dots, n-1$ 。然而 ω 是本征值, 事先并不知道, 是待求量, 故必须用打靶法求解。在分析了边界条件后可取

$$B_1 = -\frac{fk}{\omega} h_1 A_1. \quad (49)$$

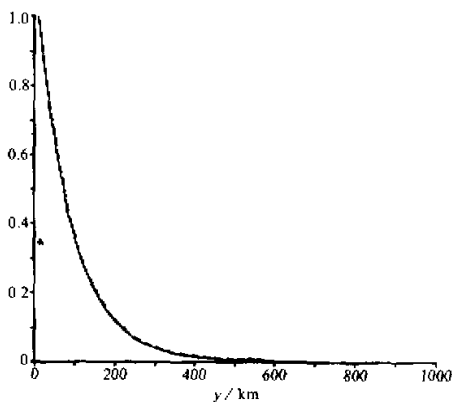


图 5 扰动廓线图

实线: 数值计算, 虚线: 理论分析

现在可任取一个 A_1 值, B_1 值则由 (49) 式得到, 然后再给一个 ω 的估值, 这样由 (47) 和 (48) 式即可求出各格点上的 A 、 B 值。当 j 充分大直至 $n+1$, 若相应的 A_j 直至 A_n 均充分接近 0, 则可认为该 ω 的估值即为 ω 的数值解, 否则就另换一个 ω 的估值尝试, 直至满意为止。

本文对以下四种情况做了求解, 在此均取 $f=10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $g=g'=0.1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 和 $L=1000 \text{ km}$, 其相应的 k 则为 $6.28 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$ 。

图 5 给出了平底在 $y=0$ 处为

垂直刚壁, $H=810\text{ m}$ 的计算结果, 图 6 则给出了坡度为 0.01 无限斜面的计算结果。前者算得的相速为 $9.00\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 而后者则为 $6.95\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 。数值计算的结果与理论上的解析结果相差很小, 由此可认为, 将该数值方法用到不能求出解析解的各种地形上, 其计算结果也是可信的。

本文还研究了深度为 1000 m 、坡度为 0.01 的有限坡度的情况, 该地形坡度如图 7 所示, 图 6 也给出了此时算得的扰动结构。与无限斜面的情况比较后可见, 该波动的相速减小到 $5.95\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 该相速的减小在定性上是不难理解的, 因此时流体的有效深度减小了。

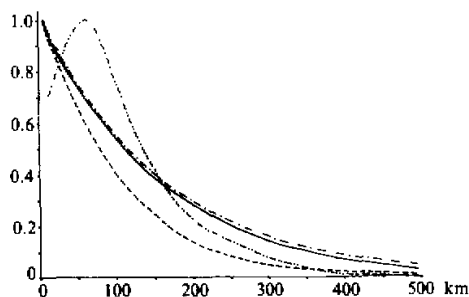


图 6 扰动廓线图

——无限斜坡数值计算, ---无限斜坡理论分析, - · -有限斜坡数值计算, · · ·半钟形地形数值计算

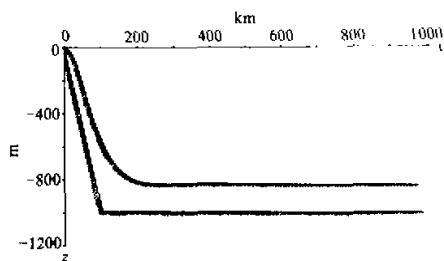


图 7 地形廓线图

地形廓线的第四种情况是取半钟形函数

$$h(y) = H_0[1 - \exp(-\alpha^2 y)], \quad (50)$$

其地形廓线见图 7, 这里取 $H_0 = 810\text{ m}$, $\alpha = 10^{-10}\text{ m}^{-2}$ 。在图 6 上也给出了此时计算得到的扰动结构。由该图可见, 此时波动振幅最大的地方不在 $y=0$ 处, 算得的相速则为 $3.64\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 。利用展开式 (43) 不难理解该波动最大振幅处略微离开侧边界 ($y=0$ 处), 这是由于在该处地形坡度非常小, 这样 (43) 式中第二项更重要, 且此时 ω 较小, 故该波振幅的廓线在 $y=0$ 附近随 y 的增加而增加。在华南冬季风的数值实验中^[7], 沿岸脊也略微偏离沿海地形 (武夷山)。该沿岸脊的移速约为 $5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, 其量级也与以上的计算结果相同。由于图 7 中半钟型地形其宽度与武夷山近似, 故这里的结果与文献^[7]相似就是很自然的了。

6 结语

本文对有地形坡度的 Kelvin 波理论做了研究。此时 Kelvin 波的相速减小了其扰动的廓线也有修正。本文还给出了计算此时 Kelvin 波相速和扰动廓线的方法, 并求出了在某些地形坡度下 Kelvin 波的数值解。其结果与华南冬季风数值实验^[7]中被武夷山捕获的沿岸脊相一致, 这表明该沿岸脊的本质为地形 Kelvin 波。

致谢: 我们十分感谢香港天文台的林超英和潘海涛两位高级科学主任, 他们参加了本文的讨论并提出了很好的意见。该工作也受到香港中文大学直拨基金和香港 Groucher 基金会的资助, 在此也深表谢意。

参 考 文 献

- 1 Preston-Whyte, R. A., 1975, A note on some bioclimatic consequences of coastal lows, *S. African Geograph. J.*, **57**, 17~24.
- 2 Gill, A. E., 1977, Coastally trapped waves in the atmosphere, *Quart. J. R. Met. Soc.*, **103**, 431~440.
- 3 Baines, P. G., 1980, The dynamics of the southerly buster, *Aust. Meteor. Mag.*, **28**, 175~200.
- 4 Gauntlett, D. J., L. M. Leslie and L. W. Logan, 1984, Numerical experiments in mesoscale prediction over southeast Australia, *Mon. Wea. Rev.*, **112**, 1170~1187.
- 5 Holland, G. J. and L. M. Leslie, 1986, Ducted coastal ridging over S. E. Australia, *Quart. J. R. Met. Soc.*, **112**, 731~748.
- 6 Reason, C. J. C. and D. G. Steyn, 1992, The dynamics of coastally trapped mesoscale ridges in the lower atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, **49**, 1677~1692.
- 7 Lee, K. L., 1993, Numerical studies on the orographic effects on easterly cold surges in southern China, M. Phil. thesis, Department of Physics, The Chinese University of Hong Kong, 147 pp.
- 8 Reid, R. O., 1958, Effects of Coriolis force on edge waves, I. Investigation of the normal model, *J. Mar. Res.*, **16**, 109~144.
- 9 Greenspan, H. P., 1970, A note on edge waves in a stratified fluid, *Study in Appl. Math.*, **49**, 381~388.
- 10 Ball, F. K., 1967, Edge waves in an ocean of finite depth, *Deep Sea Res.*, **14**, 79~88.

Theory of Surface Waves against an Incline

Lee Kwok-lun, Wong Wai-kin, Young Kenneth

(Department of Physics, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong)

Zeng Qingcun and Zhang Ming

(LASG, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract The properties of Kelvin waves against an arbitrary incline are examined. Based on the linearized governing equations, this paper studies the dispersion relation of different surface waves against a vertical barrier and against an infinite incline. For a shallow incline of arbitrary shape, a scale analysis is performed and the eigenvalue condition determining the dispersion relation to an ordinary differential equation for the pressure disturbance normal to the incline is deduced. The solutions are obtained by numerical calculations.

Key words incline surface waves theory