

# 卷云与水云的短波透射与反射特性

佟彦超 刘长盛

(南京大学大气科学系, 南京 210093)

**摘要** 利用矩阵算法计算了对不同太阳天顶角下不同光学厚度的卷云与水云, 在 $4\pi$ 空间内 $0\sim 360^\circ$ 的不同方位与 $0\sim 90^\circ$ 不同天顶角下的波长为 $1.39\text{ }\mu\text{m}$ 太阳短波波段的透射与反射, 其天顶角间隔为 $5.6^\circ$ , 方位角间隔为 $5.0^\circ$ 。可以看出两种云透射和反射辐射的差别及它们随着光学厚度变化而变化的情况。同时, 将其与波长为 $0.55\text{ }\mu\text{m}$ 的可见光波段的透射和反射进行了比较。

**关键词** 卷云 水云 云辐射 反射率 透射率

## 1 引言

用短波或近红外通道来探测卷云时需要了解卷云对短波的透射与反射特点及其与水云的差别, 卷云的短波透射与反射的计算是一项基础工作而又具有很大的实用价值。计算云的反射与透射要考虑云滴的多次散射过程。由于在短波段, 还必须考虑观测方向与太阳的相对方位, 这又大大增加了计算的难度。一般解决的方法有以下几类: (1) 随机模拟法, 又称 Monte Carlo 方法。Greenler<sup>[1]</sup>曾用此法模拟过卷云的透射, 但他仅计算了一次散射过程, 由于不同方向上透射有量级上的差别, 而随机模拟的光子数量有限, 严格说来这种方法误差较大。(2) 射线追踪法, 一般这种方法用来计算一次散射过程, Rockwitz 用此方法计算了一次、两次和三次散射<sup>[2]</sup>, 更高次散射计算就更难了。(3) 离散纵标法。(4) 累加法。后两种计算方法目前采用的人较多, 但大多应用于与方位无关的散射问题, 要考虑方位角( $\varphi$ )的影响, 需要将辐射场和相函数对  $\varphi$  展开, 对展开系数采用上述算法, 然后再将结果合成。由于云滴有很强的前向散射, 往往要展开数百项以上才能取得较好结果。由于受到计算量的限制, 目前仅能对某几个特定的方位(如  $\varphi = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ )进行过计算, 如 Takano 和 Liou<sup>[3]</sup>、Masuda 和 Takashima<sup>[4]</sup>等。对于卷云遥感虽然已经有多种方法提出, 但总的来说仍缺少简便和有效的探测方法。要从理论上研究卷云散射的特点, 就要解散射传输方程。在诸多的(多流)解法中, 我们采用矩阵算法计算不同太阳天顶角、不同光学厚度的卷云和水云在不同方位与天顶角下的透射与反射, 天顶角间隔为 $5.6^\circ$ , 方位角间隔为 $5.0^\circ$ 。在以往的云辐射计算中, 尚没有象我们这样可以得到任何光学厚度、任何太阳天顶角、任何方位角情况下的云辐射。我们并把两种类型的云辐射情况进行了对比, 可以看出两种云透射和反射辐射的差别及它们随着光学厚度变化而变化的情况, 这对于用光学方法进行云检测时有着很重要的参考价值。

## 2 算法

辐射传输方程为

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI(\delta, \mu, \varphi)}{d\delta} = & -I(\delta, \mu, \varphi) + \frac{\omega_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} I(\delta, \mu', \varphi') p(\delta, \mu, \varphi, \mu', \varphi') d\mu' d\varphi' \\ & + \frac{\omega_0}{4\pi} (\pi F_0) p(\mu, \varphi, \mu_0, \varphi_0) e^{-(\delta/\mu_0)}, \end{aligned} \quad (1)$$

上式右边第二项为漫射辐射的多次散射, 第三项为太阳辐射的散射, 对于任一方位 $\varphi_i$ , 应有

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI(\delta, \mu, \varphi_i)}{d\delta} = & -I(\delta, \mu, \varphi_i) + \frac{\omega_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} I(\delta, \mu', \varphi') p(\delta, \mu, \varphi_i, \mu', \varphi') d\mu' d\varphi' \\ & + \frac{\omega_0}{4\pi} (\pi F_0) P(\mu, \varphi_i, \mu_0, \varphi_0) e^{-(\delta/\mu_0)}, \end{aligned} \quad (2)$$

假定漫射辐射不依赖于 $\varphi$ , 取为 $\bar{I}(\delta, \mu)$ 。则上式可简化为

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI(\delta, \mu, \varphi_i)}{d\delta} = & -I(\delta, \mu, \varphi_i) + \frac{\omega_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \bar{I}(\delta, \mu') \left[ \int_{-1}^{+1} p(\delta, \mu, \varphi_i, \mu', \varphi') d\varphi' \right] d\mu' \\ & + \frac{\omega_0}{4\pi} (\pi F_0) P(\mu, \varphi_i, \mu_0, \varphi_0) e^{-(\delta/\mu_0)}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\int p(\delta, \mu, \varphi_i, \mu', \varphi') d\varphi'$ 是不依赖于 $\varphi_i$ 的, 取为 $\bar{P}(\delta, \mu, \mu')$ , 则有

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI(\delta, \mu, \varphi_i)}{d\delta} = & -I(\delta, \mu, \varphi_i) + \frac{\omega_0}{2} \int_{-1}^{+1} \bar{I}(\delta, \mu') \bar{P}(\delta, \mu, \mu') d\mu' \\ & + \frac{\omega_0}{4\pi} (\pi F_0) P(\mu, \varphi_i, \mu_0, \varphi_0) e^{-(\delta/\mu_0)}. \end{aligned} \quad (4)$$

对于上面假定所造成的误差, Isaacs 等人<sup>[5]</sup>曾作过讨论。从物理角度看, (4) 式右边第三项只计算太阳辐射在 $\mu, \varphi_i$ 方向的多次散射, 至于散射到 $\varphi_i$ 以外方向和其他方向散射到 $\varphi_i$ 方向的辐射均被计入到(4)式右边第二项中。

对每一个方位 $\varphi_i$ 按(4)式作一次求解运算, 便可得到 $\varphi_i$ 方位各天顶角 $\mu_i$ 下的散射。求解采用矩阵算法(见文献[6]), 这里仅作一简单介绍。

根据矩阵运算, 漫反射率和透射率矩阵分别为 $r_1, t_1$ 和 $r_2, t_2$ 的两层介质, 其叠合层的总反射率 $r_{12}$ 和总透射率 $t_{12}$ 应为<sup>[6]</sup>

$$\begin{aligned} r_{12} &= r_2 + t_2 (E - r_1 r_2)^{-1} r_1 t_2, \\ t_{12} &= t_2 (E - r_1 r_2)^{-1} t_1. \end{aligned} \quad (5)$$

假定两层内的透射源函数为 $J_1^+$ 和 $J_2^+$ , 反射源函数为 $J_1^-$ 和 $J_2^-$ , 则叠合层的总的透射源函数为 $J_{12}$ , 反射源函数为 $J_{21}$ ,

$$\begin{aligned} J_{12} &= J_2^+ + t_2 (E - r_1 r_2)^{-1} (J_1^+ + r_1 J_2^-), \\ J_{21} &= J_1^- + t_1 (E - r_2 r_1)^{-1} (J_2^- + r_2 J_1^+). \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $r$  和  $t$  为  $n \times n$  阶矩阵,  $E$  为单位矩阵,  $(\cdot)^{-1}$  表示矩阵求逆,  $J$  为一列矩阵, 以上各式的运算均为矩阵运算。

对于任意厚度的云的漫透射率与漫反射率均可通过一层层小薄层多次累加, 即重复运用(5)式计算而得, 对透射或反射源函数可以通过多次运用(6)式计算而得。对于初始薄层的  $r$  和  $t$  可以由下式计算<sup>[6]</sup>, 得

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= E - M^{-1} \left[ E - \frac{\omega_0}{2} P^{++} C \right] \Delta \delta, \\ r_1 &= M^{-1} \left[ \frac{\omega_0}{2} P^{+-} C \right] \Delta \delta, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中  $M$  为高斯求和分割点,  $C$  为相应的权重, 均为对角阵。 $\Delta \delta$  为初始薄层的光学厚度,  $P^{++}$  与  $P^{+-}$  为前向与后向相函数, 决定  $P^{++}$  与  $P^{+-}$  的散射角  $\Theta$  按照下式

$$\cos(\Theta) = \mu_i \mu_j + (1 - \mu_i^2)^{1/2} (1 - \mu_j^2)^{1/2} \cos(\varphi_i) \quad (8)$$

计算得到。因而对于每一个  $\varphi_i$  有一对  $P^{++}$  与  $P^{+-}$ ,  $\bar{P}^{++}$ 、 $\bar{P}^{+-}$  是对所有  $P^{++}$  与  $P^{+-}$  的平均。

初始薄层的透射源函数为

$$J_1^+ = M^{-1} \frac{\omega_0}{4\pi} (\pi F_0) e^{-(\delta/\mu_0)} P(\mu, -\mu_0, \varphi - \varphi_0) \Delta \delta. \quad (9)$$

初始薄层的反射源函数为

$$J_1^- = M^{-1} \frac{\omega_0}{4\pi} (\pi F_0) e^{-(\delta/\mu_0)} P(-\mu, -\mu_0, \varphi - \varphi_0) \Delta \delta. \quad (10)$$

对于整个云层的透射与反射应是漫透射或漫反射与透射源强或反射源强的和, 即

$$\left. \begin{aligned} I_b^+ &= t I_t^+ + r I_b^- + J^+, \\ I_t^- &= r I_t^+ + t I_b^- + J^-, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中  $I_t^+$  为云顶入射的辐射,  $I_b^-$  为云底入射的辐射,  $r$ 、 $t$  分别为整个云层的漫反射矩阵和漫透射矩阵。 $J^+$ 、 $J^-$  分别为云层多次散射后的源函数。

### 3 计算结果

在传输方程中对天顶角的积分采用了 16 点高斯求和, 即  $n=16$ , 故天顶角平均每隔  $5.6^\circ$  计算一次。相对太阳方位角  $\varphi$  取每间隔  $5.0^\circ$  计算一次。在计算漫透射  $t_1$  和漫反射  $r_1$  时相函数按不同天顶角  $\mu_i$ ,  $\mu_j$  对相对方位  $\varphi$  求平均, 则

$$\bar{P}(\mu_i, \mu_j) = \frac{1}{72} \sum_{k=1}^{12} P(\mu_i, \mu_j, k\varphi) \Delta\varphi. \quad (12)$$

卷云的相函数是用射线追踪法计算, 波长  $\lambda=1.39 \mu\text{m}$ , 轴长比为  $(L/2a)=120/60$ , 冰晶为在三维空间随机取向的六角柱形, 谱分布取自文献[3], 结果系由蔡启

铭提供。水云的相函数是利用米散射理论, 取云模式为

$$n(r) = 1.0851 \times 10^{-2} r^8 e^{(-r^3/24)} \quad (13)$$

进行计算, 并且根据

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} P(\theta) d\Omega = 1. \quad (14)$$

对函数进行归一化。图 1 为卷云和水云的散射相函数。可以发现卷云的相函数除前向十分陡峭外, 在  $22^\circ$  和  $46^\circ$  附近还有跳跃, 这就是晕产生的原因, 正是由于这几处尖峰的出现, 用函数展开的方法很难得到所需的逼近, 直接使用实际相函数, 就可避免这一困难。水云相函数虽然前向也很强, 但与卷云相比要小很多。把卷云和水云从  $0 \sim 5^\circ$  的相函数进行比较(图 2), 可以看出水云的相函数较卷云平坦得多。由此看出, 用函数展开法对于这两类相函数很难取得相同的效果。

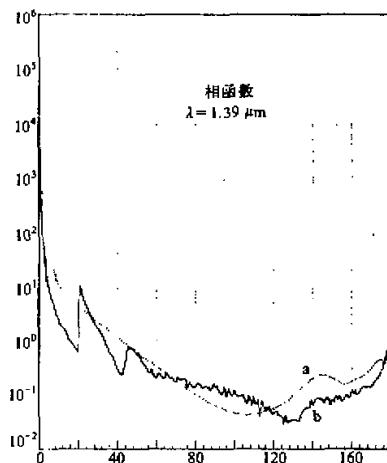


图 1 卷云和水云的相函数

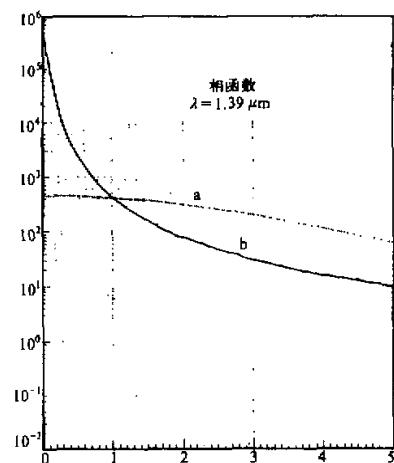


图 2  $0 \sim 5^\circ$  卷云和水云相函数的比较

对于每一个方位  $\varphi_i$ , 求解传输方程 (4), 或者解 (11) 式。假定云顶无漫射入射, 云底有来自下垫面的均匀反射, 反射率为 0.2。我们计算了太阳天顶角为  $4.2^\circ$ 、 $20.7^\circ$ 、 $42.9^\circ$ 、 $65^\circ$ 、 $81.7^\circ$ , 光学厚度为 0.25、0.5、1、2、4、8、16 时卷云和水云的透射率和反射率。图 (3) 为太阳处于天顶角  $20.7^\circ$  时卷云透射率与反射率分布, 图形右方中央为太阳所在方位取为  $0^\circ$ , 上方为  $\varphi=90^\circ$ , 左方中间为  $\varphi=180^\circ$ , 下方中间  $\varphi=270^\circ$ ,  $a$ 、 $b$  分别为光学厚度  $\delta=8.0$  时卷云的透射率和反射率。从图中可以看到, 在太阳周围有很强的透射, 然后逐渐减弱, 在距太阳  $22^\circ$  有较强的亮带, 即  $22^\circ$  的晕圈是很明显的,  $46^\circ$  的晕圈也是很明显的, 同时还可看到一些复杂的日珥、日柱、外切弧等现象。由于方位角是每隔  $5^\circ$  计算一次, 由离散点插值绘图, 受离散点影响, 等值线(取对数后的值)出现了一些小的中心和波动; 在  $\varphi=180^\circ$  有几个低值区。因此, 前后向是不对称的, 前向散射要强一些, 在太阳位置相反的天空散射较小。而反射辐射在太

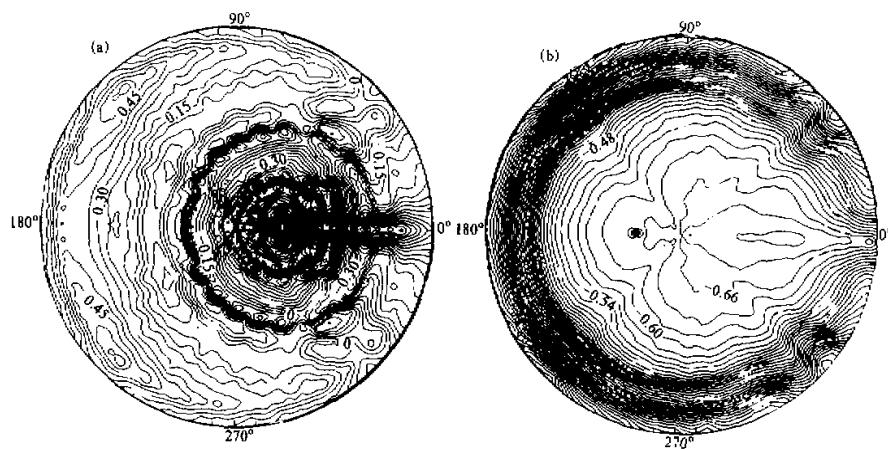


图3 卷云的透射率和反射率  
(a)、(b) 分别为  $\delta = 8.0$  时的透射率和反射率

阳天顶角较小时前后向也是不均匀的，在太阳天顶角较大时前后向相对来说比较均匀，在  $\varphi = 180^\circ$  距天顶  $20^\circ$  的位置有一大值。在随着光学厚度的增加，透射辐射的分布和反射分布与光学厚度较少时大体类似。图4为太阳天顶角为  $20.7^\circ$ ，光学厚度  $\delta = 8.0$  和  $\delta = 16.0$  时水云透射率与反射率分布情况。图4a、b 分别为  $\delta = 8.0$  时的透射率和反射率，图4c、d 分别为  $\delta = 16.0$  时的透射率和反射率，其等值线亦是取对数后的值。水云透射情况与卷云有较大差别，首先它没有晕圈，在前向是一个由中心往外逐渐衰减的亮区。但是在  $\varphi = 0^\circ$  的边界位置上有一大值区。其反射情况与卷云相比也有很大的差异，在  $\varphi = 0^\circ$  距天顶  $20^\circ$  的位置有一小值。而在  $\varphi = 180^\circ$  距天顶  $20^\circ$  的位置有一大值，但与卷云不同的是在距此亮区  $30^\circ$  的位置上还有一亮环，即虹；并且在前向有明显的边增亮现象。随着光学厚度增加，反射特性变化不大，而透射则变得愈来愈均匀。

同时，我们也计算了波长  $\lambda = 0.55 \mu\text{m}$  的卷云和水云的各种光学厚度的透射率和反射率，由于相函数的基本特征没有改变，因此其透射率和反射率分布的情况基本与  $\lambda = 1.39 \mu\text{m}$  分布一致。

#### 4 结论

(1) 在计算与  $\varphi$  有关的辐射时，象卷云这类散射相函数在前向和某些角度上有强的跳跃时，用傅里叶展开等方法往往难以达到足够精度，直接利用相函数  $p(\mu_i, \mu_j, \varphi)$  进行计算是一个简单易行的方法。

(2) 利用矩阵算法成功地模拟出以往云辐射计算中从未完整给出的卷云  $22^\circ$  和  $46^\circ$  晕圈以及水云虹的现象。

(3) 卷云反射、透射特性与水云有很大的差别。在透射方面，卷云有明显的  $22^\circ$  和  $46^\circ$  晕圈以及复杂的日珥、日柱和外切弧现象，而水云没有。在反射方面，水云有虹，

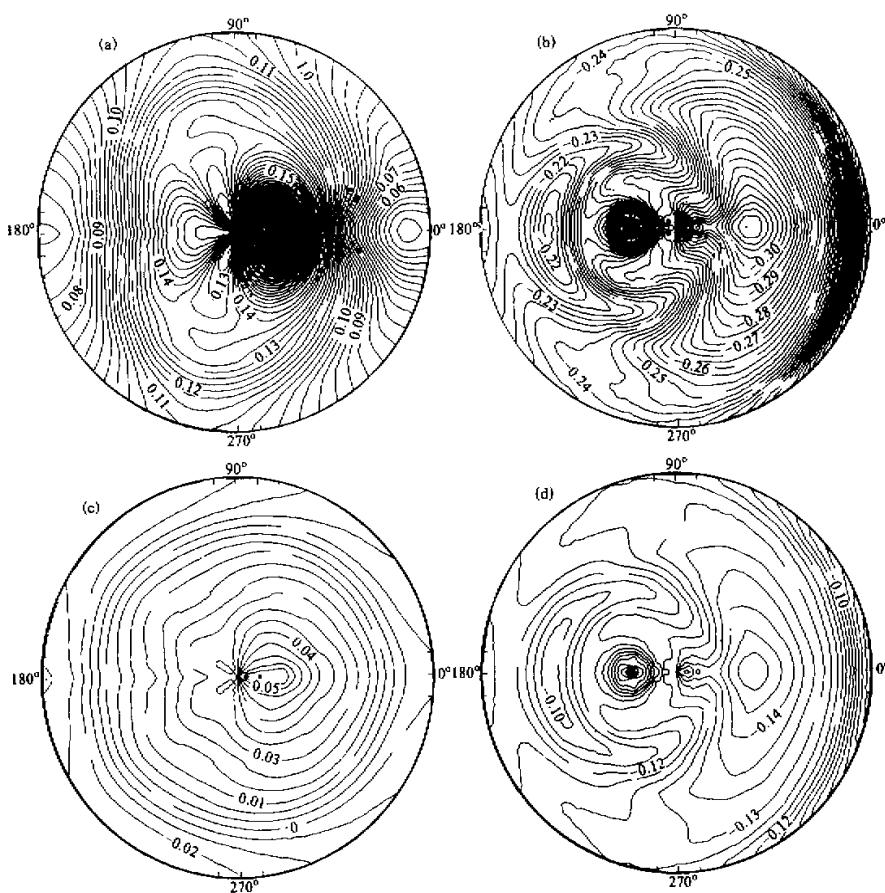


图4 水云的透射率和反射率  
(a)、(b) 分别为  $\delta=8.0$  时的透射率和反射率; (c)、(d) 分别为  $\delta=16.0$  时的透射率和反射率

在前向有明显的临边增亮现象, 而卷云则几乎在所有方向均有临边增亮, 除了太阳所在方向外。

(4) 本文仅对均匀云层进行了模拟, 对于垂直不均匀云层同样可以进行计算, 只要改加倍为累加即可。

#### 参 考 文 献

- 1 Greenler, R., 1980. Rainbows, Halos, and Glories, Cambridge University Press, 1~195.
- 2 Rockwitz, K. D., 1989, scattering properties of horizontally oriented ICE crystal columns in cirrus clouds. Part I. *Applied Optics*, **28**, No. 19, 4103~4110.
- 3 Takano, Y. and Liou, K. N., 1989, solar radiative transfer in cirrus clouds. Part II: theory and computation of multiple scattering in an anisotropic medium, *J. Atmos Sci.*, **46**, No. 1, 20~36.

- 4 Masuda, K. and Takashima, T., 1989, Numerical Estimation of the Effect of Multiple Scattering by Horizontally Randomly Oriented Hexagonal Ice Crystals. IRS' 88, A. Deepak Publishing, 53~58.
- 5 Isaacs, R. G., Wang, W. C., Worsham, R. D. and Goldenberg, S., 1987, Multiple Scattering LOWTRAN and FASCODE models, *Applied Optics*, 26, No. 7, 1272~1281.
- 6 刘长盛、刘文保, 1990, 大气辐射学, 南京: 南京大学出版社, 1~369.

## Short-Wave Transmissivity and Reflectivity of Cirrus and Water Clouds

Tong Yanchao and Liu Changsheng

(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University, Nanjing 210093)

**Abstract** A matrix method is employed to calculate the reflectivity and transmissivity of the cirrus and water clouds in different solar azimuth and zenith angles and its variation with optical depth. The transmissivity results show the halos, Lowitz arcs in cirrus, and the corona phenomena in water clouds. The limb brightening can be seen in reflectivity of both clouds, but the features are quite different.

**Key words** cirrus water cloud cloud radiation reflectivity transmissivity

## 通 知

1. 经常务编委会研究确定,《大气科学》不再收取 50 元的稿件审理费,发表费仍按 8 页以内每页 100 元、超过 8 页部分每页 140 元的标准收取。
2. 为便于同读者、作者联系,编辑部新开电子函件(E-mail)信箱 daqi@public.east.cn.net。
3. 作者投稿时应注明工作单位、通讯地址和邮政编码、电话号码以及电子函件(E-mail)地址,以便于联系。
4. 凡使用计算机打印稿件的作者,在寄交最后审定的修改稿时,务必附上有相应文件的软磁盘,并注明使用的是何种软件。软磁盘一般不退。

《大气科学》编辑部

1998 年 1 月