

自忆谱模式及其初步应用*

曹鸿兴

(中国气象科学研究院, 北京 100081)

蒋维东 威廉·哥道夫斯基

(美国艾奥瓦州立大学, 埃姆斯 IA 50011)

摘 要 取一个数值预报模式作为动力核, 基于相应的自忆性方程, 可设计一个自忆预报模式。现以美国 AFGL 谱模式作为动力核, 推导了一个能使用多时刻资料的自忆谱模式。运用全球网格点资料, 通过复最小二乘估计, 求得模式中的记忆系数。用该模式试作全球高空温度场的 30 天平均预报。预报检验表明, 自忆谱模式的预报技巧是相当高的。

关键词 记忆性 谱模式 长期天气预报

1 引言

试图运用多时刻资料来制作天气预报一直是我国气象学者关注的重要问题, 已从不同原理导出了几个多时刻模式^[1~3]。作者从定义希尔伯特空间范数角度导出了大气运动的自忆性方程^[3], 且从数学上证明了它是数值模式、统计-动力模型、多时刻模式等多种预报途径的中介体^[4]。

完整的自忆性方程是十分复杂的, 它不但象数值模式那样有空间延拓维度, 而且有时间延续维度。也就是不象数值模式仅用到一个初始场, 而要用到多个初始场; 何况, 求取记忆函数还需借助历史观测资料, 这更增加了基于自忆性方程导出的模式的复杂性。

我们用美国 AFGL 干谱模式作为动力核, 设计成一个全球自忆谱模式, 并对实际个例进行了试算。

近年来, 由于运用巨型计算机, 数值模式已明显改进了中短期气压场的预报, 但对于一周以上的预报, 数值模式尚未达到足够的技巧水平。用数值模式制作月预报, 目前主要预报高空高度场。实际上, 在许多情况下, 温度场预报具有显著的经济效益和社会影响。因此, 作为自忆谱模式的一个应用, 试作了月温度场预报。

2 原理

制约大气运动的动力-热力方程可写为

$$\partial x(t) / \partial t = F(x, \lambda, t), \quad (1)$$

1996-08-08 收到, 1996-10-27 收到修改稿

* 获国家自然科学基金(合同号: 49475263)及美国国家科学基金(合同号: ATM-913522)资助

式中 x 为大气变量, 如温度、风速等; λ 为物理参数, t 为时间; $F(x, \lambda, t)$ 为在时刻 t 的空间项, 也称为源函数。现研究有时刻 $t_{-p}, t_{-p+1}, \dots, t_0$ 的观测值时某局地点在时刻 t 的预报值。引进记忆函数 $\beta(t)$, 定义希尔伯特空间中的范数, 可以导出与 (1) 式相应的具有 p 阶的自忆性方程^[3]

$$x(t) = \frac{\beta(t-p)}{\beta(t)} x(t-p) + \frac{1}{\beta(t)} \sum_{i=-p}^0 [\beta(t_{i+1}) - \beta(t_i)] x^m(t_i) + \frac{1}{\beta(t)} \int_{t-p}^t \beta(\tau) F(x, \lambda, \tau) d\tau, \quad (2)$$

式中 t_0 为预报时刻, 称 p 为回溯阶, 也即 t_0 前用以作预报的气象场个数, $x^m(t_i)$ 为 x 在时刻 t_i 与 t_{i+1} 间的中值, 即 $x^m(t_i) \equiv x(t_m)$, $t_i < t_m < t_{i+1}$ 。(2) 式是一个差分-积分方程。

将积分改为求和, 用向前时间差分 $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$, 且将 $x(t_i)$ 和 $x^m(t_i)$ 合一都记为 $\tilde{x}(t_i)$, 则 (2) 式可写为

$$x(t) = \theta_s \tilde{x}(t-p) + \varphi_{-p+1} \tilde{x}(t-p+1) + \dots + \varphi_0 \tilde{x}(t_0) + \theta'_{-p} F(x, \lambda, t-p) \Delta t_{-p} + \theta'_{-p+1} F(x, \lambda, t-p+1) \Delta t_{-p+1} + \dots + \theta'_0 F(x, \lambda, t_0) \Delta t_0, \quad (3)$$

式中 $\theta_s = \beta(t-p)/\beta(t)$, $\varphi_i = [\beta(t_{i+1}) - \beta(t_i)]/\beta(t)$, $i = -p+1, -p+2, \dots, 0$; $\theta'_i = \beta(t_i)/\beta(t)$, $i = -p, -p+1, \dots, 0$; $\tilde{x}(t-p) \equiv x(t-p)$, $\tilde{x}(t_i) \equiv x^m(t_i)$, $i = -p+1, -p+2, \dots, 0$ 。

可视 (3) 式为预报员用过去 $p+1$ 个时刻本站 (格点) 资料 $\tilde{x}(t_i)$ 和天气图场资料 $F(x, \lambda, t_i)$ 作预报的一种数学表达。

将 (2) 式右边三项分别用符号 S_p 、 S_m 、 S_{oe} 表示, 则有

$$x(t) = S_p + S_m + S_{oe} = S_{sm} + S_{oe},$$

式中 S_p 为 $t-p$ 时刻的初值对预报时刻 t 的贡献, 称为始忆项; S_m 表示 t_0 至 $t-p$ 间中值 $x^m(t_i)$ 的累积贡献, 称为中值项; S_{oe} 为他效项; 合称 S_{sm} 为自忆项。

在中值项 S_m 中, $\beta(t_{i+1}) - \beta(t_i)$ 为记忆函数在前后时刻之差, 假设记忆函数是连续的且前后时刻之差是个小量, 则作为问题的初步近似, 将这些项视为误差项, 即令

$$W(t) = \frac{1}{\beta(t)} \sum_{i=-p+1}^0 [\beta(t_{i+1}) - \beta(t_i)] x^m(t_i) = \sum_{i=-p+1}^0 \varphi_i \tilde{x}(t_i), \quad (4)$$

于是 (3) 式变为

$$x(t) = \theta_s x(t-p) + \sum_{i=-p}^0 \theta_i F(x, \lambda, t_i) + W(t), \quad (5)$$

式中 $\theta_i = \theta'_i \Delta t_i$, $\tilde{x}(t-p)$ 仍记为 $x(t-p)$ 。称 θ_s 、 θ_i 为记忆系数, 它是由记忆函数组合而成, 反映了系统对过去不同时刻的记忆程度, 数学上表示成不同时刻对 $x(t)$ 贡献的权重。

设作等间隔采样, 则可取 $t_i = t_0 + i\Delta t$, $\Delta t \equiv 1$, $i = -p, -p+1, \dots, 0, 1$, t_1 为预报时刻。将 (5) 式写为

$$x(t_0 + 1) = \theta_s x(t_0 - p) + \sum_{i=p}^0 \theta_i F(x, \lambda, t_0 + i) + W(t_0 + 1). \quad (6)$$

若视 $W(t)$ 为随机噪声, (6) 式即为文献[5]中的 (8) 式, 后者是从另一途径推导得到的, 即对大气热力-动力方程用随机离散化获得的。

(6) 式是对大气自忆性方程的一个近似, 它的物理含意是, 预报值 $x(t_0 + 1)$ 是对某空间点在 $t_0 - p$ 时刻的 x 值加上一个修正, 修正值是考虑了从 $t_0 - p$ 到 t_0 间其他空间点和其他物理因素的所有影响获得的。

3 自忆谱模式

原则上, 任一数值模式方程组均可成为自忆模式的动力核。在这里, 我们采取美国空军的 AFGL 全球谱模式作为动力核, AFGL 谱模式是在 NMC (美国国家气象中心) 全球谱模式基础上改进而成的^[6]。该模式垂直分层和谱截断都是可变的, 基本变量为涡度 η 、散度 D 、温度 T 和地面气压 p_s 的对数 $q = \ln p_s$ 。由这四个变量的谱系数构成的预报方程为

$$\frac{\partial \eta_n^m}{\partial t} = -L_n^m(A_m, B_n) \equiv F_{1n}^m, \quad (7)$$

$$\frac{\partial D_n^m}{\partial t} = L_n^m(B_m, -A_m) + \frac{n(n+1)}{a^2} (E_n^m + \Phi_n^m + RT_0 q_n^m) \equiv F_{2n}^m, \quad (8)$$

$$\frac{\partial T_n^m}{\partial t} = -L_n^m[(UT')_m, (VT')_m] + I_n^m \equiv F_{3n}^m, \quad (9)$$

$$\frac{\partial q_n^m}{\partial t} = -\bar{C}_n^m - \bar{D}_n^m \equiv F_{4n}^m, \quad (10)$$

式中 $L_n^m(x, y)$ 为算子, 定义为

$$L_n^m(x, y) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{\cos^2 \varphi} [ix_m p_n^m(\sin \varphi) - y_m \cos \varphi \frac{\partial p_n^m}{\partial \varphi}(\sin \varphi)] \cos \varphi d\varphi,$$

式中 $p_n^m(\sin \varphi)$ 为标准化的连带勒让德多项式, $i = \sqrt{-1}$ 。 $U = u \cos \varphi$, $V = v \cos \varphi$, u 、 v 分别为东西风分量和南北风分量, φ 为纬度, a 为地球半径, R 为气体常数, T_0 为温度的标准值, $T = T_0 + T'$ 。 A_m 、 B_m 为

$$A_k = \eta_k U_k + \frac{RT'_k \cos \varphi}{a} \frac{\partial q}{\partial \varphi} + \frac{1}{2\Delta_k} [\dot{\sigma}_{k+1}(V_{k+1} - V_k) + \dot{\sigma}_k(V_k - V_{k-1})],$$

$$B_k = \eta_k V_k - \frac{RT'_k}{a} \frac{\partial q}{\partial \lambda} - \frac{1}{2\Delta_k} [\dot{\sigma}_{k+1}(U_{k+1} - U_k) + \dot{\sigma}_k(U_k - U_{k-1})]$$

沿纬圈的傅里叶展开系数。这里下标 k 表示垂直方向第 k 层, Δ_k 为第 k 层厚度, $\dot{\sigma}_k$ 为第 k 层垂直速度, λ 为经度。 E_n^m 、 Φ_n^m 分别为动能 E 和位势 Φ 的球谐函数展开系

数。 C_n^m 、 D_n^m 分别为 $C_k = \vec{V}_k \cdot \nabla q$ 和 $D_k = \nabla \cdot \vec{V}_k$ 的球谐函数展开系数, $(\bar{\quad}) = \sum_{k=1}^K \Delta_k(\quad)_k$, I_n^m 为热力学方程中除归纳入算子 $L_n^m[(UT')_n, (VT')_m]$ 以外的项, 有关 (7)~(10) 式中的符号和意义详见文献[6, 7]。

(7)~(10) 式中的 F_{1n}^m 、 F_{2n}^m 、 F_{3n}^m 、 F_{4n}^m 分别表示该式的右端项, 这样这四个式子在形式上与 (1) 式完全相同。运用上节所述原理, 易得到谱系数的预报方程

$$\eta_n^m(t_0+1) = \theta_{1s} \eta_n^m(t_0-p) + \sum_{i=0}^p \theta_{1i} F_{1n}^m(t_0-i) + w_1, \quad (11)$$

$$D_n^m(t_0+1) = \theta_{2s} D_n^m(t_0-p) + \sum_{i=0}^p \theta_{2i} F_{2n}^m(t_0-i) + w_2, \quad (12)$$

$$T_n^m(t_0+1) = \theta_{3s} T_n^m(t_0-p) + \sum_{i=0}^p \theta_{3i} F_{3n}^m(t_0-i) + w_3, \quad (13)$$

$$q_n^m(t_0+1) = \theta_{4s} q_n^m(t_0-p) + \sum_{i=0}^p \theta_{4i} F_{4n}^m(t_0-i) + w_4. \quad (14)$$

式中 θ_{js} 、 θ_{ji} 、 $j=1,2,3,4$ 、 $i=0,1,\dots,p$ 为记忆系数, 一旦求得这些记忆系数, 就可以运用 (11)~(14) 式进行预报, 而不像数值模式那样只用一个初始场进行时间积分。

实际用 (11)~(14) 式制作预报分以下五步:

(1) 预处理 从观测资料计算涡度 η 、散度 D 、温度 T 和气压 q 的谱系数时间序列, 它可以直接使用全球谱模式的逐日产品。

(2) 计算 F_{1n}^m 、 F_{2n}^m 、 F_{3n}^m 、 F_{4n}^m 值 运用 (7)~(10) 式用谱系数序列计算动力核中的空间项 F_{1n}^m 、 F_{2n}^m 、 F_{3n}^m 、 F_{4n}^m 的时间序列。

(3) 求记忆系数 运用复最小二乘法求记忆系数。令

$$Z = \begin{bmatrix} \eta_n^m(t_0+1) \\ D_n^m(t_0+1) \\ T_n^m(t_0+1) \\ q_n^m(t_0+1) \end{bmatrix}, \quad \Theta = \begin{bmatrix} \theta_{1s} & \theta_{2s} & \theta_{3s} & \theta_{4s} \\ \theta_{10} & \theta_{20} & \theta_{30} & \theta_{40} \\ \theta_{11} & \theta_{21} & \theta_{31} & \theta_{41} \\ \theta_{12} & \theta_{22} & \theta_{32} & \theta_{42} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta_{1p} & \theta_{2p} & \theta_{3p} & \theta_{4p} \end{bmatrix},$$

$$W = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \eta_n^m(t_0-p) & F_{1n}^m(t_0) & F_{1n}^m(t_0-1) & \dots & F_{1n}^m(t_0-p) \\ D_n^m(t_0-p) & F_{2n}^m(t_0) & F_{2n}^m(t_0-1) & \dots & F_{2n}^m(t_0-p) \\ T_n^m(t_0-p) & F_{3n}^m(t_0) & F_{3n}^m(t_0-1) & \dots & F_{3n}^m(t_0-p) \\ q_n^m(t_0-p) & F_{4n}^m(t_0) & F_{4n}^m(t_0-1) & \dots & F_{4n}^m(t_0-p) \end{bmatrix}.$$

(11)~(14) 式写为

$$Z = F\Theta + W, \quad (15)$$

Θ 的最小二乘解为

$$\Theta = (F^T F)^{-1} F^T Z,$$

在本工作中求解时采用样本长度 $L=34$ 。式中 T 为矩阵转置, 指数 -1 表逆矩阵。

(4) 预报 将求得的记忆系数 Θ 代入 (11) ~ (14) 式, 进行一步谱系数预报; 将 t_0+1 时刻的预报值视为新的观测值, 同时去掉 $t-p$ 时刻的值, 再运用预报方程 (11) ~ (14) 作第二步预报, 如此将预报进行到希望的步数, 称为限定记忆预报。

(5) 后处理 将预报的谱系数转换成涡度、散度、温度和气压, 再用诊断方程求得所需要的各种物理量。最后求各种平均值和统计量, 从而求得月预报场。

4 预报试验

为察看上述自忆谱模式的长期预报能力, 共做了四个 30 天平均预报试验 (表 1、表 2), 取 σ 坐标, 在试验中大气分成两层, 谱截断取菱形截断 R_{30} 。为简化计算, 地面假定是平坦的, 某些参数化物理过程被省略。

资料集录自 NMC 全球客观分析集, 总共使用的为自 1990 年 9 月 30 日到 1991 年 7 月 31 日的逐日数据。对数据作平均长度为 30 天、每次间隔为 5 天的滑动平均, 得到 30 天平均的场序列。预报是对这场序列进行的。回溯阶取 $p=29$, 它是当相关系数取小值时的最短后延长度。用限定记忆法向前作 6 步预报, 取最后一步的 30 天平均场作为下月的预报场。估计记忆系数只用到初始时刻以前的资料, 所得预报结果是一种后报 (hindcast)。

图 1 给出了 1991 年 2 月 23 日至 3 月 24 日的 250 hPa 30 天平均温度场, 图 1a 为观测, 图 1b 为预报。由图可见, 主要的温度系统都报得相当好, 如北大西洋上的暖脊、南大西洋上的冷槽、中纬度行星锋带等。北美和西伯利亚的冷中心也被报出来了, 只是位置有差异。但某些系统预报不理想, 如南半球高纬行星锋带的预报与实况差别较大, 南美洲北部的暖中心没有报出来。类似情况在其他三个试验中也存在。

在 750 hPa 平均温度场上 (图 2), 欧洲暖脊报得很成功, 但北伸强度偏弱, 北美冷中心报得偏北、偏弱。在亚洲北部的冷舌没有报出来。但南半球报得令人满意, 围绕南极的斜压带由自忆谱模式成功地报出来了, 南美北部和非洲的暖中心报得相当好。总之, 750 hPa 温度场预报比 250 hPa 的要好。

类似情况出现在其余三个试验中, 表 1 和表 2 给出了四个预报试验的相关系数 ρ , 它是预报和观测温度场之间的相关, 反映了两个场之间的相似程度。就总体而言, 预报场与观测场之间有很高的相关。由表 1 可见, 在北半球预报技巧有明显的季节变化, 冬季 (以 2 月为代表) 高, 夏季 (6 月) 低, 春季 (4 至 5 月) 居中。北半球 250 hPa 温度场的预报技巧由冬至夏从 0.911 降到 0.718, 而在南半球, 这种季节变化不明显。全球 250 hPa 温度场预报技巧由 2 月至 7 月下降了约 55%, 但相关系数仍达 0.277, 超过 $\alpha=0.01$ 置信水平 ($\rho_{0.01}=0.25$)。在 750 hPa 温度场上, 情况类似, 无论全球, 还是南半球、北半球, 均要比 250 hPa 预报得好, 这对用户需要大气下层和近地面的温度场预报是一种鼓舞。

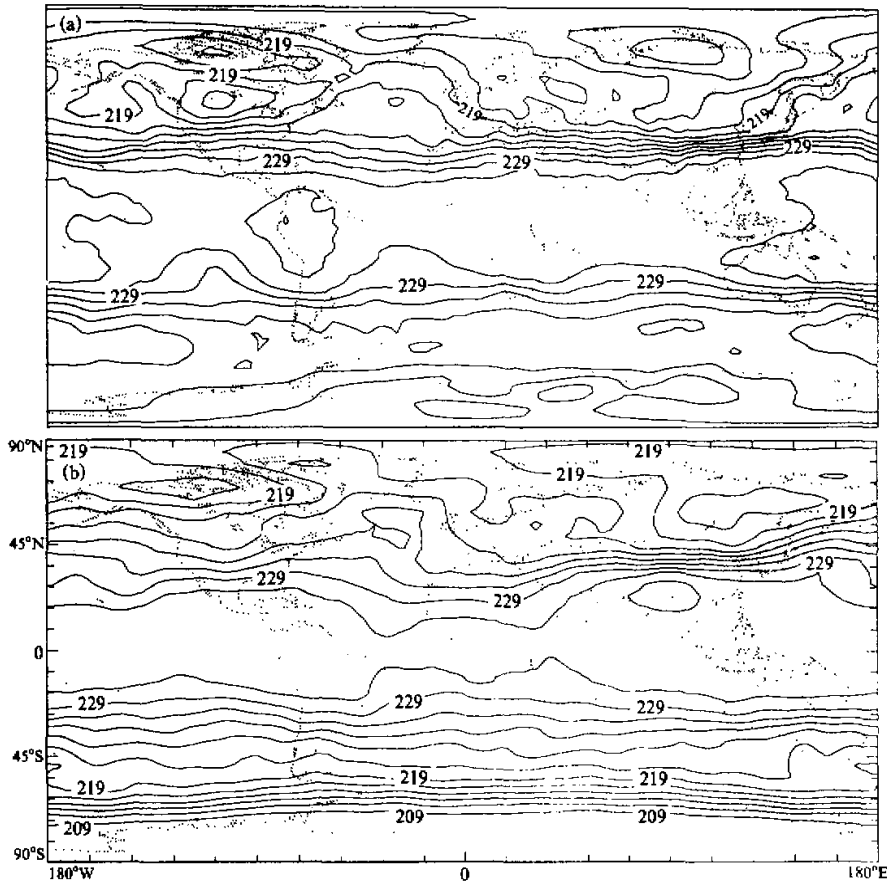


图1 1991年2月23日至3月24日250 hPa平均温度场
(a) 观测, (b) 预报

表1 250 hPa观测与预报温度场之间的相关系数(ρ)

预报期	全球	北半球	南半球
1991-02-23~1991-03-24	0.610	0.911	0.904
1991-02-28~1991-03-29	0.659	0.898	0.905
1991-04-14~1991-05-13	0.796	0.741	0.916
1991-05-29~1991-06-27	0.277	0.718	0.932
平均	0.586	0.817	0.914

5 结语

自忆谱模式不但保留了一般谱模式的若干长处,且能利用 p 个气象场中含有的预报信息。从上面所作月气温场的实例来看,是发展长期天气预报的一个有效途径。为了提

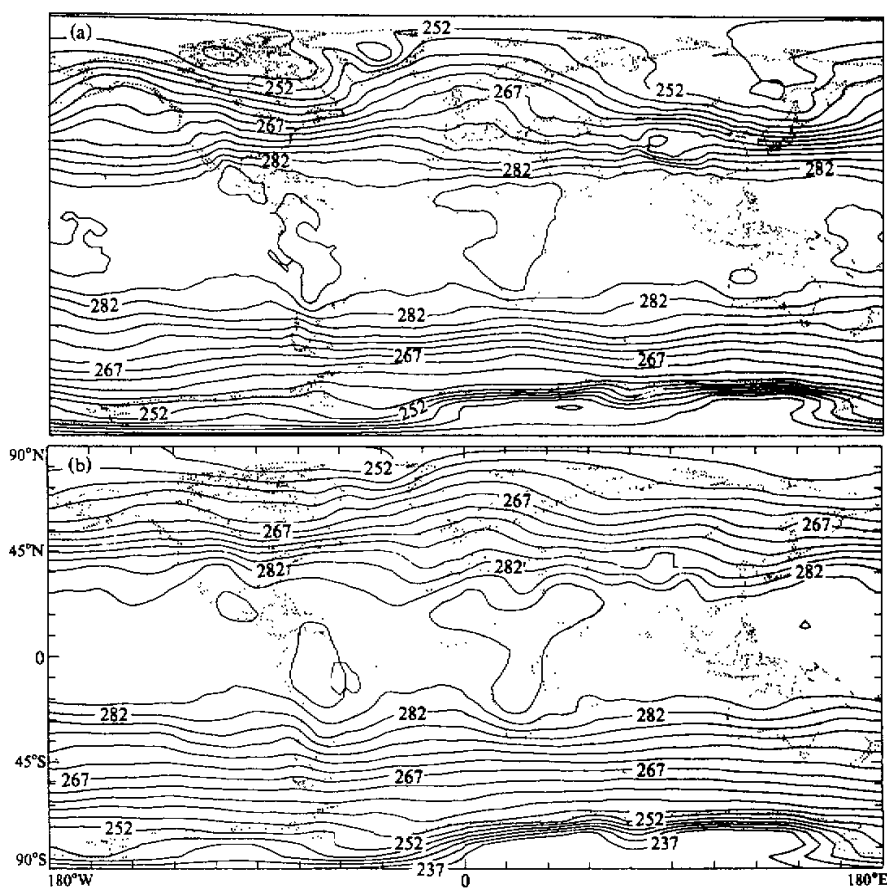


图2 1991年2月23日至3月24日750 hPa平均温度场

(a) 观测, (b) 预报

表2 750 hPa 观测与预报温度场之间的相关系数 (ρ)

预报期	全球	北半球	南半球
1991-02-23~1991-03-24	0.923	0.958	0.989
1991-02-28~1991-03-29	0.942	0.962	0.988
1991-04-14~1991-05-13	0.892	0.967	0.953
1991-05-29~1991-06-27	0.671	0.892	0.947
平均	0.857	0.945	0.969

高预报准确率, 无疑在动力核——谱模式中应加进地形, 考虑更多的物理过程。另外, 回溯阶 p 的确定, 估计记忆系数的样本量 N 以及用什么方法估计记忆系数等都是自忆谱模式中独有的。这些是在一般谱模式中不存在的新问题, 需要深入研究。

如果在作 $x(t_0 + l)$ ($l > 1$) 时刻的预报时, (6) 式中的 $F(x, \lambda, t_0 + i)$ ($i = l+1$) 场不用自忆谱模式的预报而用数值模式的预报, 这样, 最终的月预报变成了自忆谱模式与一般谱模式“杂交”的结果。

预报业务和理论研究已充分证实, 基于蒙特卡洛试验法的以数值模式产品为依托的集合预报能显著改进中期和长期天气预报^[8, 9]。但这类集合预报要求数值模式对同一初始场经随机扰动后作多次积分, 或多个初始场作多次积分, 这就利用计算机资源而言是不经济的。本文提出的自忆预报方案, 也可视为利用一次积分算程的多个时刻的结果制作集合预报的一种新途径^[10], 至少可以减少积分次数, 经济地利用计算机。

参 考 文 献

- 1 顾震潮, 1958, 数值天气预报中过去资料的使用问题, 气象学报, 29(5), 176~184.
- 2 卮纪范, 1974, 天气数值预报中使用过去资料的问题, 中国科学, 4(6), 635~644.
- 3 曹鸿兴, 1993, 大气运动的自忆性方程, 中国科学, 23(1), 104~112.
- 4 曹鸿兴, 1995, 自忆性方程与自忆模式, 气象, 21(1), 9~13.
- 5 Zhu Shengming and Cao Hongxing, 1991, Preliminary study of barotropic difference model applied to weather prediction, *Acta Meteor. Sinica.*, 5(1), 90~100.
- 6 Brenner, S., Chang C. J. and Yee S. Y. K., 1982, The AFGL spectral model of the moist global atmosphere: Documentation of the base-line version. AFGL-TR-82-0393.
- 7 Sela, J. G., 1982, The NMC Spectral Model, NOAA Technical Report, NWS 30.
- 8 曹鸿兴、魏凤英, 1989, 滞后平均预报的原理及其使用, 气象科技, 第1期, 32~40.
- 9 Tracton, M. S. and Kalnay E., 1993, Operational ensemble prediction at the National Meteorological Center: practical aspects, *Weather and Forecasting*, 8(3), 5~10.
- 10 Jiang Weidong, W. Gutowski Jr. and Cao Hongxing, 1995, 30-day mean prediction of a dynamic-stochastic model, in: *Proceedings of 6th International Meeting on Statistical Climatology*, June 19-23, 1995, Galway, Ireland, 493~496.

Self-Memory Spectral Model and its Preliminary Application

Cao Hongxing

(Chinese Academy of Meteorological Sciences, Beijing 100081)

Jiang Weidong and William Gutowski Jr.

(Iowa State University, Ames IA 50011, U.S.A.)

Abstract Taking a numerical prediction model as a dynamical kernel, a self-memory prediction model can be developed on the basis of the corresponding self-memorization equation. The self-memory spectral model, which is capable of involving multi-time initial data, was built with US AFGL spectral model as the dynamical kernel. By utilizing the complex least square for the global network data, the memory coefficients in the self-memory spectral model were acquired. Several forecasts for 30 day mean field of global up-level temperature were made with the model. Verifications of the forecasts indicate that the forecasting skill of the self-memory spectral model is quite satisfactory.

Key words memorization spectral model long-range weather forecast