

非保守系统中的对称不稳定*

II. 弱加热的强迫作用

沈新勇**

(北京大学地球物理系, 北京 100871)

丁一汇

(国家气候中心, 北京 100081)

摘 要 对非保守系统中的对称不稳定问题进行了研究。这里是该文的第二部分, 主要讨论弱加热的强迫作用。研究表明, 采用 Wave-CISK 方法考虑弱加热的影响时, 发现中高层加热只对一个较为狭窄的短波段扰动具有增长作用, 而对其它波长较长的扰动则反而起到衰减作用。中低层加热能够提高波长较长的扰动之增长率, 但会削减波长较短扰动的增长率。此外, 由于潜热加热作用而新产生的大部分模态都偏向南(即暖区)传播, 随着最高加热层次的降低, 这种偏向更为明显, 但也有向冷区传播的情况。

关键词 非保守系统 弱加热 条件性对称不稳定

1 引言

近几十年来, 已有不少学者对中尺度条件性对称不稳定(CSI)理论做出了许多研究。Hoskins 和 Bennetts^[1,2]首先用湿球位温 θ_w 代替位温 θ , 得到了无限湿大气和有限湿大气中条件对称不稳定的几种判据形式, 有限湿大气的不稳定比无限湿大气时的要求要高一些。如果上升支越狭窄, 下沉支越宽广, 则不稳定条件越易满足, 并认为 CSI 是锋面雨带形成的一种主要机制, 提出了雨带形成的3个阶段。Xu^[3]对此雨带形成的3个阶段做出了修正, 暖区雨带的尺度增大发展过程则可能与另外一种 CSI 演变有关。这在美国中部的暖区飑线观测中已找到了一些证据。在这种情况下, CSI 起着重要的作用^[4]。另外, 在英国对锋面雨带的观测以及和对称不稳定理论结果的比较, 也表明许多锋面雨带(包括暖锋雨带、冷锋雨带)的形成和发展与条件对称不稳定有关^[5]。Emanuel^[6]使用 Wave-CISK 方法考虑条件不稳定大气中积云加热的影响, 加热率规定为某一层 $z = z_0$ 上中尺度垂直速度的函数, 结果发现平行于波峰的切变存在导出了新的 Wave-CISK 模态, 这种新模态具有中尺度量级, 增长率与环境风的垂直切变成比例, 且向暖区传播。这些模态和斜压流中飑线的观测结果比较一致。我国学者李崇银^[7,8]指出积云对流加热的反馈不仅可以激发定常型不稳定波, 还能产生一种周期性变化的振荡型不稳定波; 积云对流加热廓线不仅影响扰动不稳定发展的增长率, 而且直接影响不稳定扰动的结构。本文在前人工作的基础上, 试图在一个绝热系统之上附上弱热源, 使用摄动方法, 通过求解弱加热强迫下的解析解, 得出了一些理论分析结果。

1995-08-11 收到, 1997-12-21 收到修改稿

* 国家自然科学基金资助项目(49335061)

** 现在南京大学大气科学系

2 模式的建立

在非弹性假设条件下, 考虑凝结潜热加热的无粘大气运动完全方程组为

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + fv, \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu, \quad (2)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta}{c_p T} Q_d = Q, \quad (5)$$

其中 Q 表示非绝热加热项。

假设 $u = \bar{U} + u'$, $v = v'$, $w = w'$, $p = \bar{P} + p'$, $\rho = \bar{\rho} + \rho'$, $\theta = \bar{\theta} + \theta'$, 代入方程组 (1)~(5) 中, 定义大气稳定度参数 $N^2 = (g/\theta_0)(\partial\bar{\theta}/\partial z)$, $F^2 = f(\bar{U} - \partial\bar{U}/\partial y)$, $S^2 = -f\partial\bar{U}/\partial z = (g/\theta_0)(\partial\bar{\theta}/\partial y)$, 并且视其为常数。采用 Boussinesque 近似, 假定物理量关于纬向 x 轴具有对称性 ($\partial/\partial x = 0$), 则方程组 (1)~(5) 的线性化形式为

$$\frac{\partial}{\partial t}(fu') = F^2 v' + S^2 w', \quad (6)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{p'}{\rho_0}\right) - fu', \quad (7)$$

$$\frac{\partial w'}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{p'}{\rho_0}\right) + \frac{\theta'}{\theta_0}g, \quad (8)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\theta'}{\theta_0}g\right) = -S^2 v' - N^2 w' + \frac{g}{\theta_0}Q'. \quad (10)$$

假设非绝热加热项 Q' 与边界层顶的垂直速度 $w'|_{z=z_0}$ 成正比, 即 $Q' = (\theta_0/g)N^2 Q_0 G(z) w'|_{z=z_0}$, 其中 Q_0 是一常数, 它粗略地正比于大范围积雨云不稳定层结的状况, $G(z)$ 是一给定的垂直加热分布函数。由 (9) 式可见, 引进扰动流函数 ψ , 使得 $(v', w') = (-\frac{\partial\psi}{\partial z}, \frac{\partial\psi}{\partial y})$, 这样方程组 (6)~(10) 就简化成

$$\frac{\partial}{\partial t}(fu') = -F^2 \frac{\partial\psi}{\partial z} + S^2 \frac{\partial\psi}{\partial y}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{p'}{\rho_0}\right) + fu', \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p'}{\rho_0} \right) + \frac{\theta'}{\theta_0} g, \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\theta'}{\theta_0} g \right) = S^2 \frac{\partial \psi}{\partial z} - N^2 \frac{\partial \psi}{\partial y} + N^2 Q_0 G(z) \frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{z=z_0}. \quad (14)$$

在方程组 (11) ~ (14) 中, 消去变量 u' 、 p' 和 θ' , 就会得到关于流函数 ψ 的唯一变量方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi = -N^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + 2S^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial z} - F^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + N^2 Q_0 G(z) \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \Big|_{z=z_0}. \quad (15)$$

3 本征值问题的求解

在方程 (15) 中, 令 $\psi = \tilde{\psi}(z)e^{imy + \sigma t}$, (15) 式就变为关于 $\tilde{\psi}(z)$ 的常微分方程

$$(\sigma^2 + F^2) \frac{d^2 \tilde{\psi}}{dz^2} - 2imS^2 \frac{d\tilde{\psi}}{dz} - m^2(\sigma^2 + N^2)\tilde{\psi} = -m^2 N^2 Q_0 \tilde{\psi}_0(z)G(z). \quad (16)$$

记 $A = \sigma^2 + F^2$, $B = -2imS^2$, $C = -m^2(\sigma^2 + N^2)$, (16) 式对应的齐次方程为

$$A \frac{d^2 \tilde{\psi}}{dz^2} + B \frac{d\tilde{\psi}}{dz} + C\tilde{\psi} = 0. \quad (17)$$

令 $\tilde{\psi} = \tilde{\varphi}(z)e^{-Bz/2A}$, (17) 式就变换成

$$\frac{d^2 \tilde{\varphi}}{dz^2} + \left(\frac{C}{A} - \frac{B^2}{4A^2} \right) \tilde{\varphi} = 0, \quad (18)$$

标志 $p^2 = C/A - B^2/4A^2$, 则得到 $\tilde{\varphi}$ 解

$$\tilde{\varphi} = E_1 \sin pz + E_2 \cos pz, \quad (19)$$

其中 E_1 、 E_2 为待定常数, 由边界条件所决定。

方程 (16) 对应的齐次方程解

$$\tilde{\psi} = (E_1 \sin pz + E_2 \cos pz)e^{-Bz/2A}. \quad (20)$$

若将垂直加热分布函数取为两个不同周期的正弦函数之叠加, 即具有如下形式:

$$G(z) = G_1 \sin \frac{n_1 \pi}{H} z + G_2 \sin \frac{n_2 \pi}{H} z, \quad (21)$$

其中 G_1 、 G_2 为给定的常数, n_1 、 n_2 为正整数。

则 (16) 式对应的非齐次特解

$$\tilde{\psi} = E_3 \sin \frac{n_1 \pi}{H} z + E_4 \cos \frac{n_1 \pi}{H} z + E_5 \sin \frac{n_2 \pi}{H} z + E_6 \cos \frac{n_2 \pi}{H} z, \quad (22)$$

其中, E_3 、 E_4 、 E_5 、 E_6 由以下方程组决定:

$$\left[C - A\left(\frac{n_1\pi}{H}\right)^2\right]E_3 - B\frac{n_1\pi}{H}E_4 = -m^2N^2Q_0G_1\tilde{\psi}(z_0), \quad (23)$$

$$B\frac{n_1\pi}{H}E_3 + \left[C - A\left(\frac{n_1\pi}{H}\right)^2\right]E_4 = 0, \quad (24)$$

$$\left[C - A\left(\frac{n_2\pi}{H}\right)^2\right]E_5 - B\frac{n_2\pi}{H}E_6 = -m^2N^2Q_0G_2\tilde{\psi}(z_0), \quad (25)$$

$$B\frac{n_2\pi}{H}E_5 + \left[C - A\left(\frac{n_2\pi}{H}\right)^2\right]E_6 = 0. \quad (26)$$

由 (23) ~ (26) 4 式可以解出

$$E_3 = a_1\tilde{\psi}(z_0), \quad (27)$$

$$E_4 = a_2\tilde{\psi}(z_0), \quad (28)$$

$$E_5 = a_3\tilde{\psi}(z_0), \quad (29)$$

$$E_6 = a_4\tilde{\psi}(z_0). \quad (30)$$

所以方程 (16) 的总体解就由 (20) 和 (22) 式得出:

$$\begin{aligned} \tilde{\psi} = & (E_1 \sin pz + E_2 \cos pz)e^{-Bz/2A} + E_3 \sin \frac{n_1\pi}{H}z + E_4 \cos \frac{n_1\pi}{H}z \\ & + E_5 \sin \frac{n_2\pi}{H}z + E_6 \cos \frac{n_2\pi}{H}z. \end{aligned} \quad (31)$$

将 (31) 式代入边界条件 $\tilde{\psi}|_{z=0, H} = 0$, 则

$$E_2 + E_4 + E_6 = 0, \quad (32)$$

$$(E_1 \sin pH + E_2 \cos pH)e^{-Bz/2A} + E_4 \cos n_1\pi + E_6 \cos n_2\pi = 0. \quad (33)$$

将 (28)、(30) 两式代入 (32) ~ (33) 式, 则得解

$$E_1 = \left[(a_2 + a_4)\operatorname{ctg} ph - (a_2 \cos n_1\pi + a_4 \cos n_2\pi)\frac{1}{\sin ph}e^{BH/2A}\right]\tilde{\psi}(z_0), \quad (34)$$

$$E_2 = -(a_2 + a_4)\tilde{\psi}(z_0). \quad (35)$$

再把 (34) ~ (35) 式、(27) ~ (30) 式代入 (31) 式, 并在 (31) 式两边同时取 $z = z_0$, 消去 $\tilde{\psi}(z_0)$, 就得到频散关系

$$\begin{aligned} \sin ph = & \left\{[(a_2 + a_4)\cos ph - (a_2 \cos n_1\pi + a_4 \cos n_2\pi)e^{BH/2A}]\sin pz_0 \right. \\ & \left. - (a_2 + a_4)\sin ph \cos pz_0\right\}e^{-Bz_0/2A} + \sin ph \left\{a_1 \sin \frac{n_1\pi}{H}z_0 + a_2 \cos \frac{n_1\pi}{H}z_0 \right. \\ & \left. + a_3 \sin \frac{n_2\pi}{H}z_0 + a_4 \cos \frac{n_2\pi}{H}z_0\right\}. \end{aligned} \quad (36)$$

由于上式中 p 、 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 A 均包含有 σ , 故 (36) 式无法求出 σ 的显示表达式。不过它在 $Q_0 = 0$ 或者 $z_0 = 0$ 的情况下, 就退化为绝热的情况。

为了求出 σ 的显式表达式, 以便于讨论凝结加热情况下对称扰动的不稳定性质, 下面考虑弱加热情况, 即取 $\varepsilon = Q_0$, $0 < \varepsilon \ll 1$ 。此时, (16) 式中的未知函数 $\tilde{\psi}(z)$ 以及 σ 均按照 ε 进行级数展开

$$\tilde{\psi} = \tilde{\psi}_0(z) + \varepsilon \tilde{\psi}_1(z) + \varepsilon^2 \tilde{\psi}_2(z) + \dots, \quad (37)$$

$$\sigma = \sigma_0 + \varepsilon \sigma_1 + \varepsilon^2 \sigma_2 + \dots, \quad (38)$$

把 (37) ~ (38) 式代入到 (16) 式中, 则得到 $O(\varepsilon^0)$ 、 $O(\varepsilon^1)$ 、……各阶近似方程:

$O(\varepsilon^0)$ 问题:

$$\begin{aligned} L\tilde{\psi}_0 &= A_0 \frac{d^2 \tilde{\psi}_0}{dz^2} + B_0 \frac{d\tilde{\psi}_0}{dz} + C_0 \tilde{\psi}_0 \\ &= (\sigma_0^2 + F^2) \frac{d\tilde{\psi}_0}{dz} - 2imS^2 \frac{d\tilde{\psi}_0}{dz} - m^2(\sigma_0^2 + N^2) \tilde{\psi}_0 = 0. \end{aligned} \quad (39)$$

$O(\varepsilon^1)$ 问题:

$$\begin{aligned} L\tilde{\psi}_1 &= A_0 \frac{d^2 \tilde{\psi}_1}{dz^2} + B_0 \frac{d\tilde{\psi}_1}{dz} + C_0 \tilde{\psi}_1 = -2\sigma_0 \sigma_1 \left(-m^2 + \frac{d^2}{dz^2} \right) \tilde{\psi}_0 \\ &\quad - m^2 N^2 \tilde{\psi}_0(z_0) G(z). \end{aligned} \quad (40)$$

方程 (39) 在边界条件 $\tilde{\psi}_0|_{z=0, H} = 0$ 的解为

$$\tilde{\psi}_0 = E \sin \frac{n\pi}{H} z e^{ima_0 z}, \quad (41)$$

其中 $a_0 = S^2 / (\sigma_0^2 + F^2)$, 而 σ_0 是由下式所决定:

$$(1 + \alpha)\sigma_0^4 + [(2 + \alpha)F^2 + \alpha N^2]\sigma_0^2 + \alpha(N^2 F^2 - S^4) + F^4 = 0, \quad (42)$$

这里 $\alpha = (mH / n\pi)^2$, 从 (42) 式可见, 要使得 $\sigma_0 \geq 0$, 就必须使得风速的垂直切变超过这样的临界值

$$\bar{U}_z \geq (\bar{U}_z)_c = \left\{ (f - \bar{U}_y) \left[\frac{N^2}{f} + \frac{1}{\alpha} (f - \bar{U}_y) \right] \right\}^{1/2}.$$

将 (41) 式代入到 (40) 式的右端, 并且假定 $G(z)$ 取为 (21) 式那样的形式, 则 (40) 式变为

$$\begin{aligned} L\tilde{\psi}_1 &= A_0 \frac{d^2 \tilde{\psi}_1}{dz^2} + B_0 \frac{d\tilde{\psi}_1}{dz} + C_0 \tilde{\psi}_1 \\ &= 2\sigma_0 \sigma_1 E \left(m^2 + m^2 a_0^2 + \frac{n^2 \pi^2}{H^2} \right) \sin \frac{n\pi}{H} z e^{ima_0 z} \\ &\quad - 2\sigma_0 \sigma_1 E \left(2ima_0 \frac{n\pi}{H} \right) \cos \frac{n\pi}{H} z e^{ima_0 z} \\ &\quad - m^2 N^2 E \sin \frac{n\pi}{H} z_0 e^{ima_0 z_0} \left(G_1 \sin \frac{n_1 \pi}{H} z + G_2 \sin \frac{n_2 \pi}{H} z \right). \end{aligned} \quad (43)$$

通过待定系数法, 方程 (43) 的解为

$$\begin{aligned}\tilde{\psi}_1 = & E_1 \sin \frac{n\pi}{H} z e^{ima_0 z} + E_2 \cos \frac{n\pi}{H} z e^{ima_0 z} + E_3 z \sin \frac{n\pi}{H} z e^{ima_0 z} + E_4 z \cos \frac{n\pi}{H} z e^{ima_0 z} \\ & + E_5 \sin \frac{n_1 \pi}{H} z + E_6 \cos \frac{n_1 \pi}{H} z + E_7 \sin \frac{n_2 \pi}{H} z + E_8 \cos \frac{n_2 \pi}{H} z,\end{aligned}\quad (44)$$

其中 E_1 、 E_2 为待定常数,

$$E_3 = g_1 \sigma_1 E, \quad g_1 = -2ima_0 \sigma_0 / A_0, \quad (45)$$

$$E_4 = g_2 \sigma_1 E, \quad g_2 = -\sigma_0 \frac{H}{n\pi} \left(m^2 + m^2 a_0^2 + \frac{n^2 \pi^2}{H^2} \right) / A_0, \quad (46)$$

E_5 、 E_6 、 E_7 、 E_8 由以下方程组所决定:

$$\left[C_0 - A_0 \left(\frac{n_1 \pi}{H} \right)^2 \right] E_5 - B_0 \frac{n_1 \pi}{H} E_6 = -m^2 N^2 E G_1 \sin \frac{n\pi}{H} z_0 e^{ima_0 z_0}, \quad (47)$$

$$B_0 \frac{n_1 \pi}{H} E_5 + \left[C_0 - A_0 \left(\frac{n_1 \pi}{H} \right)^2 \right] E_6 = 0, \quad (48)$$

$$\left[C_0 - A_0 \left(\frac{n_2 \pi}{H} \right)^2 \right] E_7 - B_0 \frac{n_2 \pi}{H} E_8 = -m^2 N^2 E G_2 \sin \frac{n\pi}{H} z_0 e^{ima_0 z_0}, \quad (49)$$

$$B_0 \frac{n_2 \pi}{H} E_7 + \left[C_0 - A_0 \left(\frac{n_2 \pi}{H} \right)^2 \right] E_8 = 0. \quad (50)$$

从 (47) ~ (50) 式可以解得

$$E_5 = g_3 E, \quad (51)$$

$$E_6 = g_4 E, \quad (52)$$

$$E_7 = g_5 E, \quad (53)$$

$$E_8 = g_6 E. \quad (54)$$

采用边界条件 $\tilde{\psi}_1|_{z=0,H} = 0$, 由 (44) 式得到

$$E_2 + E_6 + E_8 = 0, \quad (55)$$

$$E_2 \cos n\pi e^{ima_0 H} + E_4 H \cos n\pi e^{ima_0 H} + E_6 \cos n_1 \pi + E_8 \cos n_2 \pi = 0. \quad (56)$$

再由 (55) ~ (56) 两式消去 E_2 , 将 (46)、(52)、(54) 式代入其中, 则得到 σ_1 的频散关系

$$\sigma_1 = \frac{g_4 + g_6}{g_2 H} - \frac{g_4 \cos n_1 \pi + g_6 \cos n_2 \pi}{g_2 H \cos n\pi} e^{-ima_0 H}. \quad (57)$$

而方程 (16) 在弱加热条件下精确到 $O(\varepsilon)$ 的近似解为

$$\begin{aligned}\tilde{\psi} = & \tilde{\psi}_0 + \varepsilon \tilde{\psi}_1 \\ = & E \sin \frac{n\pi}{H} z e^{ima_0 z} + \varepsilon \left\{ E_1 \sin \frac{n\pi}{H} z e^{ima_0 z} + E_2 \cos \frac{n\pi}{H} z e^{ima_0 z} \right. \\ & \left. + E_3 z \sin \frac{n\pi}{H} z e^{ima_0 z} + E_4 z \cos \frac{n\pi}{H} z e^{ima_0 z} + E_5 \sin \frac{n_1 \pi}{H} z + E_6 \cos \frac{n_1 \pi}{H} z \right\}\end{aligned}$$

$$+ E_7 \sin \frac{n_2 \pi}{H} z + E_8 \cos \frac{n_2 \pi}{H} z \} \quad (58)$$

4 弱条件性对称不稳定

取 $N^2 = 8.0 \times 10^{-6} \text{ s}^{-2}$, $Ri = N^2 / (\overline{U_z})^2 = 0.6$, $f = 0.9 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $F^2 = f^2 = 0.81 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$, $n = 1$, $H = 10 \text{ km} = 10^4 \text{ m}$, $z_0 = 1500 \text{ m}$, $n_1 = 1$, $n_2 = 2$, $G_1 = 1$ 。如

图 1 所示, 按照 G_2 的取值不同, 分为 3 种情况进行讨论, 图 2 和图 3 分别表示了这 3 种情况下频率 σ_1 的实部 $(\sigma_1)_r$ 和虚部 $(\sigma_1)_i$ 随半波长 L 的变化情况。

(1) $G_2 = -0.5$ 时, 中高层加热较大, 加热廓线的极大值在中高层大约 7 km 处, 这时凝结加热只对 $L = 55 \sim 85 \text{ km}$ 波段的不稳定性具有发展加强作用, 而对 $L > 85 \text{ km}$ 的波动反而起到衰减的作用, 削减了对称不稳定的增长率 $(\sigma_1)_i$ 的实部在 $L > 85 \text{ km}$ 时为负)。此外, 在中高层加热较大的情况下, 由于凝结加热的引入, 必定要产生新的传播模态, $L = 60 \sim 140 \text{ km}$ 波段的模态向北传播, $L > 140 \text{ km}$ 的波动模态则向南传播。

(2) $G_2 = 0.5$ 时, 中低层加热较大, 加热廓线的极大值在中低层大约 3 km 处, 此时凝结加

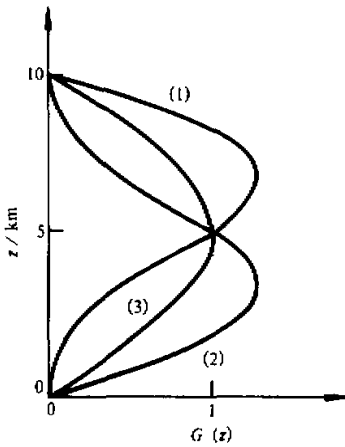


图 1 加热廓线分布图 G_1 均取 1:
(1) $G_2 = -0.5$; (2) $G_2 = 0.5$; (3) $G_2 = 0$

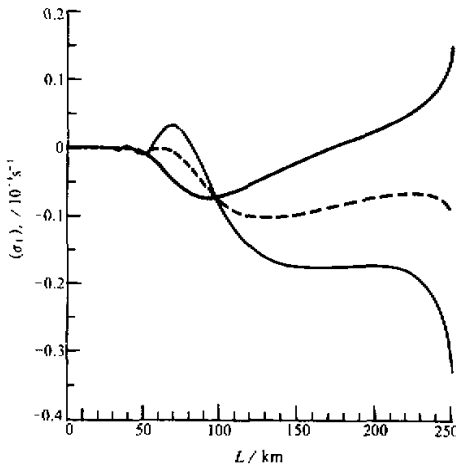


图 2 $(\sigma_1)_r$ 随半波长 L 的变化
细实线 $G_2 = -0.5$; 粗实线 $G_2 = 0.5$; 虚线 $G_2 = 0$

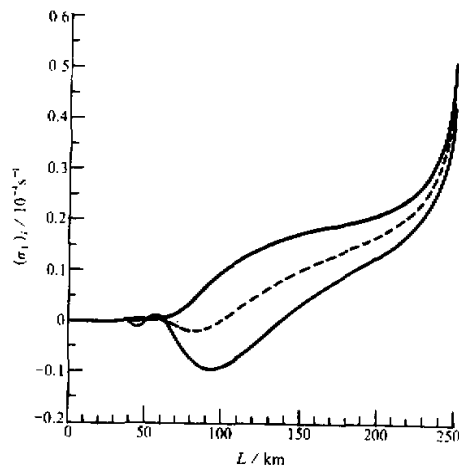


图 3 $(\sigma_1)_i$ 随半波长 L 的变化
细实线 $G_2 = -0.5$; 粗实线 $G_2 = 0.5$; 虚线 $G_2 = 0$

热对 $L > 175$ km 的扰动起到激发增长作用, 这与文献[8,9]的结论是一致的。此外, 在这种情况下, 它对 $L < 175$ km 的扰动则起到衰减作用, 整个波段的模态都差不多向南传播。

(3) $G_2 = 0$ 时, 表示中层 5 km 处加热最大, 这是一种介于前面两种情形之间的情況, 凝结加热差不多对扰动的增长率起到衰减作用, 只是衰减量较小而已。在中层加热最大的情形下, 模态也不可能以驻波形式存在 (超短波 $L < 50$ km 除外)。除了极少数短波段模态 ($L = 60 \sim 100$ km) 以极其缓慢的相速向北传播之外, 大部分波长较长的波动模态均向南传播。

综上所述, 凝结加热并不一定都能有利于对称不稳定的增长, 有时反而会起到衰减作用, 这由加热的最大层次高度以及模态所处的波段来决定。中高层加热有利于波长较短扰动的增长, 中低层加热则有利于波长较长扰动的增长。随着最大加热层次越偏向低层, 扰动就会越偏向南传播。

5 结语

本文采用 Wave-CISK 方法研究了弱加热强迫作用下的对称不稳定问题, 结果如下:

(1) 加热的垂直分布对于扰动的发展有重要作用。本文发现, 中高层加热只对一个较狭窄的短波段扰动有增长作用, 而对其它波长较长的扰动则起衰减作用。

(2) 中低层加热能够提高波长较长的扰动之增长率。

(3) 由凝结潜热加热作用新产生的大部分扰动都偏向南 (即暖区) 传播, 随着最大加热层次的降低, 这种南偏现象更明显。

由上可见, 凝结加热并不一定都能有利于对称不稳定扰动的增长, 这由加热的峰值位置及扰动模态所处的波段而定。Hack 和 Shubert^[7]也曾得到相近的理论结果。他们指出, 位于中低层的最大加热对台风的发展比较有利。关于这个问题不少作者也进行了数值分析, 这在文献[8~10]中已有了较好的说明。

参 考 文 献

- 1 Bennetts, D. A. and B. J. Hoskins, 1979, Conditional symmetric instability—a possible explanation for frontal rainbands, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, **105**, 945~962.
- 2 Hoskins, B. J., 1974, The role of potential vorticity in symmetric stability and instability, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, **100**, 480~482.
- 3 Xu, Q., 1986, Conditional symmetric instability and mesoscale rainbands, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, **112**, 315~334.
- 4 Parsons, D. B. and P. V. Hobbs, 1983, The mesoscale and microscale structure and organization of clouds and precipitation in midlatitude cyclones. XI. Comparisons between observation and theoretical aspects of rainbands, *J. Atmos. Sci.*, **40**, 2377~2397.
- 5 Roach, W. T. and M. E. Hardman, 1975, Mesoscale air motions derived from wind-finding drop-sonde data: The warm-front and rainbands of 18 January 1971, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, **101**, 437~462.
- 6 Emanuel, K. A., 1982, Inertial instability and mesoscale convective systems, Part II: Symmetric CISK in a baroclinic flow, *J. Atmos. Sci.*, **39**, 1080~1097.

- 7 Hach, J. J. and W. H. Shubert, 1986. Nonlinear response of atmospheric vortices to heating by organized cumulus convection, *J. Atmos. Sci.*, **43**, 1559~1573.
- 8 李崇银, 1983, 第二类条件不稳定—振荡型对流, 中国科学 (B辑), 875~865.
- 9 李崇银, 1983, 对流凝结加热与不稳定波, 大气科学, 7, 260~268.
- 10 丁一汇、朱彤, 1993, 陆地气旋爆发性发展的动力学分析和数值试验, 中国科学 (B辑), 23(11), 1226~1232.

Symmetric Instability in Nonconservative Systems Part II: Forcing Effect of Weak Heating

Shen Xinyong

(Department of Geophysics, Peking University, Beijing 100871)

Ding Yihui

(National Climate Centre, Beijing 100081)

Abstract The present paper has comprehensively dealt with the problems of symmetric instability in nonconservative systems. The forcing effect of weak heating is studied in this part. From examination of the effect of weak heating by using wave-CISK method, it is found that the upper-level heating can only develop the disturbances which are in a narrow spectrum of short waves, but decay other disturbances whose wavelenghtes are longer. The low-level heating can increase the growth rate of the disturbances in larger wavelenghtes, but decrease the growth rate of the disturbances in short wavelenghtes. In addition, the most of the modes newly induced by latent heating propagate toward the south (i. e. warm sector). The southward phase velocity is bigger with lowering of the level of the heating peak. Some other disturbances may propagate toward cold sector.

Key words nonconservative systems weak heating conditional symmetric instability