第22卷 第4期　　大　气　科　学　　Vol. 22, No. 4
1998 年 7 月　　SCIENTIA ATMOSPHERICA SINICA　　July 1998

论大气运动的多时态特征
——适应、发展和准定常演变

叶笃正
（中国科学院大气物理研究所，北京　100080）

巢纪平
（国家海洋环境预报研究中心，北京　100081）

摘　要　对中国气象学家在地转适应和运动多时态特征方面的研究作了概要性总结。其中主要介绍在风、压场的地转适应以及适应过程完成后，尚可区别出以 Rossby 波频散为特征的发展过程，和以平流过程为特征的准定常演变过程。文中指出，运动的多时态特征是由于动力系统中存在多种物理过程造成，因此在小尺度、中尺度以及热带大尺度运动中都存在适应、发展和准定常演变过程。文中进而指出，这种多时态特征也存在于海气耦合的气候系统中，以及更复杂的气候系统中，也即带有一定的普遍性。

关键词　大气动力学　地转适应　大气运动

1　问题的提出

在重力场和地球旋转作用下的大气运动，其最基本的状态是准静力平衡和准地转平衡，即

$$p_z \sim -\rho g, \tag{1}$$

$$p_x \sim p_y \sim -\rho f V, \tag{2}$$

式中，p 和 ρ 分别为气压和空气的密度，g 为重力，（$f=2\Omega\sin\varphi$ 为 Coriolis 参数，Ω 为地球自转角速度，φ 为纬度），V 为速度，下标 x、y、z 分别代表对该项取微商。

在物理上（1）式是容易理解的，由于地球重力场的作用，流体要向靠近地球固体边界的一层中集中，由于质量的垂直分布造成了压力在垂直方向的变化，其变化通常由静力方程所决定。这意味着对于大尺度运动，基本上是准水平的，因为不可能在相当大的范围内空气克服重力场而产生强的垂直加速度。

在物理上（2）式只表明压力场和风场之间的相互依存关系。但古典的或一般的看法是，气压场是第一位的，由气压场决定了风场。对于这种观点可以给出一简单的论证。注意到，由（1）式，压力随高度的变化其量级相当于两个高度上的压力差值，如大气的厚度为 D，则有

$$p_z \sim \frac{P}{D}. \tag{3}$$

对于理想气体，由状态方程估计出

1998-03-20 收到

$$D \sim \frac{P}{\rho g} = \frac{R\overline{T}}{g} = H, \tag{4}$$

式中$\overline{T}$为大气的辐射平衡温度。注意到，大气运动的根本能量来自太阳辐射，而地球与太阳的相对位置在宇宙中是固定了的，因此当组成大气的吸收辐射介质及地球表层吸收辐射的物质被确定之后，由辐射能量造成的平衡温度$\overline{T}$以及它的经向分布随之也是确定了的。由于气体常数 R 和重力加速度 g 都是确定了的量，因此 H 是一个确定了的量，称为等温大气的厚度，它与均质流体的厚度同量级，约为 10 km。

另一方面，当大气运动的尺度达到地球的旋转作用不能被忽视时，由 g、H 和 f可以组成一个具有长度量纲的量L_0，即为

$$L_0 = \frac{\sqrt{gH}}{f}, \tag{5}$$

它也是旋转地球大气中一个确定了的固有尺度，同样不决定于运动。L_0通常称 Rossby 变形半径，约为 3000 km。由（2）式，考虑了状态方程并略去密度变化后可得

$$\frac{\overline{T}_y}{\overline{T}} \sim \frac{P_y}{P} \sim \frac{\rho f V}{P} \sim \frac{fV}{gH}. \tag{6}$$

由此得

$$V \sim \frac{gH}{f}\frac{\overline{T}_y}{\overline{T}} \sim \frac{\delta\overline{T}}{\overline{T}}\frac{gH}{fa} = \frac{\delta\overline{T}}{\overline{T}}\frac{L_0}{a}C, \tag{7}$$

式中$\delta\overline{T}$为赤道到极地的经圈温度差，a 为地球半径，$C = \sqrt{gH}$称重力波波速。由此可见，速度被经圈温度差所决定，而由（6）式，气压场被温度场所决定，因而，风场是被压力场决定的。考虑到$\delta\overline{T} / \overline{T} \sim 10^{-1}$，$L_0 / a \sim 0.5$，$C \sim 300$ m / s，所以$V \sim 15$ m / s，这就是通常地转风的速度量级。

上述由气压场决定地转风场的经典理论，一直沿袭到 30 年代末时，才有 Rossby 对此提出了挑战[1,2]，他指出，当风应力作用于海洋并引导出一支洋流后，质量场将随之调整产生横切于洋流的压力梯度并使洋流得以维持，而调整的最终状态，是地转平衡的。这一理论与上面经典的看法不同，它表明流场可以是第一位的，而压力场向变化后的流场调整，并把压力场和流场之间的这种调整称为地转适应。继后，Oboukhov[3]也支持 Rossby 的压力场向流场适应的观点。

1957 年，叶笃正[4]对在地转平衡中谁是主导的方面通过计算后给出了一个辨证的观点，他指出，对于大尺度扰动气压场是主导的，风场地转地向气压场适应；而对于小尺度扰动，风场是主导的，气压场地转地向风场适应。1963 年，曾庆存[5]进一步指出，所谓尺度的大小有一准则，即存在一个临界尺度L_0，当尺度$L > L_0$时，风场向气压场适应，当尺度$L < L_0$时，气压场向风场适应，而L_0即为（5）式表明的 Rossby 变形半径。继后，中国气象学家在这方面做了一系列研究，如陈秋士[6]研究了斜压大气热成风的地转适应，曾庆存[7]提出大气运动在时间上的可区分性，即可以分成快的适应过程和慢的演变过程。叶笃正和李麦村[8]则进一步指出，即使在演变过程中尚可分成较快的发展阶段和准定常的缓变阶段。这样，对大气中的大尺度运动，至少存在三个可以区别的

时态。这自然是对大气运动认识的深化。

叶笃正和李麦村的研究还表明[9]，即使对于中、小尺度运动也存在风场和气压场之间的适应以及适应后的准平衡演变。最近，巢纪平、林永辉的研究表明[10]，即使在热带，虽然 Coriolis 力很小，但气压场相对来讲也比较均匀，即气压梯度较弱，因此也可以存在纬圈方向、或经圈方向的半地转适应过程，以及适应后的演变过程。这表明，大气运动的多时态特征，不仅对不同尺度的运动存在，在不同的纬度上也同样存在。可以认为这是大气运动一种普遍性的规律。

本文将对中国气象学家在这方面的研究成果作一概要性的总结。

2 运动的多时态特征

大尺度的大气运动具有静力平衡的特征，在可压缩大气中，静力平衡可以通过声波的频散而达到[9,15]，声波的频散是极其迅速的，其过程对大尺度运动无大的影响；因此我们将不讨论这一过程，并认为大气运动已处在静力平衡状态下。

关于旋转大气中运动的多时态特征，今以正压运动方程来分析。事实上，对于斜压大气（和斜压海洋）如果方程是线性的，则在垂直方向可以用本征模展开，对于任一个本征模（本征值在物理上即为等值厚度）其水平结构方程和正压运动方程并无差别（参见文献[11]）。

正压运动的控制方程为

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}-fv=-\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+fu=-\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \tag{9}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t}+u\frac{\partial \varphi}{\partial x}+v\frac{\partial \varphi}{\partial y}+C^2\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)=0, \tag{10}$$

式中 φ 为自由面高度上的重力位势。

引进特征量

$$(u,v)=V(u',v'),\quad \varphi=f_0LV\varphi',\quad f=f_0f'(x,y)=L(x',y'),\quad t=Tt', \tag{11}$$

于是得到无量纲方程（略去撇号）

$$\varepsilon\frac{\partial u}{\partial t}+Ro\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)-fv=-\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \tag{12}$$

$$\varepsilon\frac{\partial v}{\partial t}+Ro\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)+fu=-\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \tag{13}$$

$$\left(\frac{L}{L_0}\right)^2\left[\varepsilon\frac{\partial \varphi}{\partial t}+Ro\left(u\frac{\partial \varphi}{\partial x}+v\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)\right]+\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)=0, \tag{14}$$

式中

$$\varepsilon=\frac{1}{f_0T},\qquad Ro=\frac{V}{f_0L}, \tag{15}$$

Ro称 Rossby 数，L 是运动在准地转平衡附近的特征尺度。这里应注意到对于运动的时间尺度并没有确定。事实上，运动的特征时间并不是唯一的，可以根据运动本身的特征，区分出多种特征时间，对波动运动来说即多种特征周期。

由参数f_0、L、C、V以及地球球面性的$\beta[=(1/a)(\mathrm{d}f/\mathrm{d}\varphi)]$效应，可以组成四个不同的特征时间或周期，它们分别为

$$T_1=\frac{L}{C},\qquad T_2=\frac{1}{f_0},\qquad T_3=\frac{1}{\beta L},\qquad T_4=\frac{L}{V},\tag{16}$$

其物理意义为：T_1为重力波传播的特征时间，T_2为惯性振荡的特征时间，T_3为 Rossby 波的频散时间，T_4为平流特征时间。在这四个特征周期中，有

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{L}{L_0}.\tag{17}$$

注意到，如果运动的水平特征尺度接近 Rossby 变形半径L_0，则$T_1\approx T_2$，即这两个时间是不可区别的，事实上这时它们表征了重力惯性波的特征周期。

在另一方面，T_3和T_4给出

$$\frac{T_3}{T_4}=\frac{V}{\beta L^2}=\left(\frac{L_C}{L}\right)^2,\tag{18}$$

式中

$$L_C=\sqrt{\frac{V}{\beta}}.\tag{19}$$

在一个基本流为 V 的背景中，当 Rossby 波被激发出来后，L_C 即为 Rossby 波的特征波长。注意到如取 $V\approx 10$ m/s，则 $L_C\approx 10^3$ km，而 $L_0=3\times 10^3$ km，所以 $L_0>L_C$。因此如取 $L\approx L_0$，则$T_3<T_4$，即 Rossby 波的频散时间要短于流体质点的平流时间。

此外，尚有

$$\frac{T_1}{T_4}=\frac{V}{C}\ll 1,\tag{20}$$

而

$$\frac{T_1}{T_3}=\frac{V}{C}\left(\frac{L}{L_C}\right)^2.\tag{21}$$

如取$L\approx L_0$，则$(L/L_C)^2\approx 10$，而$V/C\approx 3\times 10^{-2}$，因此有$T_1<T_3$。

于是当取$L\approx L_0$时，有

$$T_1\approx T_2<T_3<T_4.\tag{22}$$

这表明，大尺度大气运动的动力学特征至少存在三个特征时间[8,12]，即地转适应时间、Rossby 波的频散时间和平流特征时间。如果存在缓变的强迫源，并当强迫源的特征时间$T_5>T_4$时，则大气运动在完成上述诸过程后，将在强迫作用下运动。于是对于一个

非定常的初值问题，大气运动将经历以下特征时间为表征的诸物理过程，即

$$T_1(\approx T_2) < T_3 < T_4 < T_5, \tag{23}$$

这就是大气运动的多时态特征。很清楚，这种多时态特征对应于不同的物理过程。

在无外强迫的大气系统中最慢的特征时间为T_4，下面来分析在T_4前（包括T_4）所发生的动力学过程。注意到当T趋近于T_4时，有

$$\varepsilon = Ro \tag{24}$$

以及

$$\frac{T_1}{T_4} = \frac{V}{C} = Fr^{1/2}, \tag{25}$$

Fr为 Froude 数，其大小为 $O(10^{-3})$，所以有

$$Ro = Fr^{1/2}(L_0 / L). \tag{26}$$

这时方程（12）～（14）为

$$Fr^{1/2}\left(\frac{L_0}{L}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) - fv = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \tag{27}$$

$$Fr^{1/2}\left(\frac{L_0}{L}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) + fu = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \tag{28}$$

$$Fr^{1/2}\left(\frac{L}{L_0}\right)\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u\frac{\partial \varphi}{\partial x} + v\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0. \tag{29}$$

3　地转适应过程

现在来分析地转适应过程。在初始时刻附近，当$L = L_0$时，引进

$$\tau = \frac{t}{\delta}, \tag{30}$$

其中δ为时间边界层的厚度，时间边界层可看成是在初值附近物理场变化剧烈的一个时间区间，这样（27）～（29）可写成

$$\frac{Fr^{1/2}}{\delta}\frac{\partial u}{\partial \tau} - fv + \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -Fr^{1/2}\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right), \tag{31}$$

$$\frac{Fr^{1/2}}{\delta}\frac{\partial v}{\partial \tau} - fu + \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -Fr^{1/2}\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right), \tag{32}$$

$$\frac{Fr^{1/2}}{\delta}\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -Fr^{1/2}\left(u\frac{\partial \varphi}{\partial x} + v\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right), \tag{32}$$

如取边界层的厚度为$\delta = Fr^{1/2}$（这样的取法在物理上是容易理解的，即在这一层中主要反映以传播速度为C的重力惯性波，而准地转平衡是通过重力惯性波的频散而建立的），则有

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} - fv + \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -Fr^{1/2}\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right), \tag{34}$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} - fu + \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -Fr^{1/2}\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right), \tag{35}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -Fr^{1/2}\left(u\frac{\partial \varphi}{\partial x} + v\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right). \tag{36}$$

由于$Fr^{1/2} \ll 1$，上式可略去右端非线性项，而得到

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} - fv + \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \tag{37}$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} - fu + \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0, \tag{38}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \tag{39}$$

由于这组方程只适用于时间边界层内，因此它所描写的是地转适应过程。

引进势量 φ 和管量 ψ（流函数），令

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial y}, \qquad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial x}, \tag{40}$$

有涡度 ζ 和辐散 D 为

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \nabla^2 \psi, \qquad D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \nabla^2 \varphi. \tag{41}$$

当 f 取常数时，由（37）～（39）给出

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} + f\varphi = 0, \tag{42}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} - f\psi + \varphi = 0 \tag{43}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \nabla^2 \varphi = 0. \tag{44}$$

由此得到两个重要的方程，一为

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \nabla^2 \varphi + f^2 \varphi = 0, \tag{45}$$

这表明表征辐散的势量将以重力惯性波的形式频散。由它的初值问题的解表明，当时间充分大时，$\partial\varphi / \partial\tau \to 0$于是由（43）式给出：

$$f\psi = \varphi, \tag{46}$$

即运动是地转平衡的。

另一个重要方程为

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\nabla^2 \psi - f\varphi) = 0, \tag{47}$$

积分后有

$$\nabla^2\psi - f\varphi = \nabla^2 \psi|_{\tau=0} - f\varphi|_{\tau=0}. \tag{48}$$

这表明在适应过程中，位势涡度是时间不变式。当时间充分大，地转平衡达到后．考虑到（46）式，上式变为

$$\nabla^2\psi - f^2\psi = \nabla^2 \psi|_{\tau=0} - f\varphi|_{\tau=0}. \tag{49}$$

因此，适应后的场并不需要解（45）而得到，可以直接解（49）而得适应后的流函数（即风场），再由（46）求适应后的压力场。

Oboukhov[3]分析过一个地转适应的例子，设 $t=0$ 时，$\varphi_0=0$，而速度场由流函数表示成ψ_0，

$$\psi_0(x,y) = A\left[2+\left(\frac{R}{L_0}\right)^2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]e^{-(r^2/2R^2)}, \tag{50}$$

式中$r^2=x^2+y^2$，R 为扰动的特征尺度。由方程（49）的解，算出适应后的流函数为

$$\psi(x,y) = A\left[2-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]e^{-(r^2/2R^2)}. \tag{51}$$

而适应后的气压场，由（46）式给出为

$$\varphi = Af\left[\tau-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]e^{-(r^2/2R^2)}. \tag{52}$$

Oboukhov 取$R=500$ km，在这种情况下，$(R/L_0)^2 \ll 1$，因此适应后的流场相对于初始流场变化很小，而适应后的气压场与初始流场相比，变化很大（因初始压力场为零），由此 Oboukhov 得到结论，在流场与气压场的地转平衡关系中，是气压场向流场适应。这一结果支持了 Rossby 的观点。

然而，这样的结论是有条件的，事实上注意到初始函数与适应后的流函数之比为

$$\frac{\psi_0}{\psi} = \left[1+\frac{\left(\frac{R}{L_0}\right)^2}{2-\left(\frac{r}{R}\right)^2}\right]. \tag{53}$$

可以看到这个比值依赖于初始扰动的尺度，当 R 取 500 km 时，$(R/L_0)^2 \ll 1$，因此$\Psi_0/\Psi \approx 1$，即适应后的流场变化不大，但如取$(R/L_0)^2 \gg 1$，则适应后的流场可以与初始流场相差很远。注意到这种情况，叶笃正[4]在作了数值计算后指出，对于小尺度扰动，气压场将向风场适应，而对于大尺度扰动则反过来，风场向气压场适应。这样就用一个尺度把上面提到的两种相反的观点辨证地统一起来了，也把地转平衡中气压场和风场之间的因果关系说清楚了。

但是，叶笃正的上述理论，关于扰动尺度的概念是定性的，大小是一个相对的概念，在这方面，曾庆存[5]进一步在理论上证明尺度的大小是相对于 Rossby 变形半径L_0而言的，当扰动尺度$L>L_0$时称大尺度扰动，这时风场向气压场适应，当扰动尺度$L<L_0$时称小尺度扰动，这时主要是气压场向风场适应。地转适应中的尺度关系，事

实上可以不通过对位势涡度方程的求解而可用更简捷的方法得到。注意到，由方程（27）～（29）可直接引进风场和气压场的时间边界层厚度，它们分别为[12]

$$\delta_V = Fr^{1/2}\frac{L_0}{L}, \qquad \delta_\varphi = Fr^{1/2}\frac{L}{L_0}. \tag{54}$$

可见，当$L > L_0$时，$\delta_\varphi > \delta_V$，这意味着当风场已经结束其快变过程而进入缓变过程的区域时，气压场尚未完成其快变过程而仍停留在时间边界层内，因此如取同一时段来比较，风场的变化远比气压场的变化迅速和剧烈，从这个意义上说，是风场向气压场适应的。反之，当$L < L_0$时，$\delta_\varphi < \delta_V$，亦即气压场变化迅速而剧烈，风场变化缓慢和缓和，这表明气压场是向风场适应的。

为什么小尺度的风场可以维持，并且气压场向风场适应，而大尺度的气压场可以维持，风场向气压场适应。对此，叶笃正、朱抱真[13]曾给出一个物理解释。设有一支经圈尺度不大的西风单独存在，由于Coriolis力将产生北风，这样质量将由北向南跨过西风输运而建立南高北低的气压梯度，这样将很快达到地转平衡而使西风得到维持。对另一种情况，如果西风的经圈尺度很大，这时在北风向南调动质量的过程中，由于尺度大时间长，无气压平衡的北风将产生东风以削弱西风，从而将进一步削弱北风，减慢向南调动质量的速度，于是在尚未建立足以平衡西风的南北气压梯度时，西风已被大大削弱而难以维持了。如果单独存在的是经向尺度很小的南高北低的气压场，这样质量很快向北输送，在没有建立起平衡这一气压场的西风前，气压场就南北均一化了。相反，如果南高北低的气压场的经向尺度很大，由质量从南向北输送要使气压场均一化的时间很长，这时由南风将引导出西风，并由西风来支持南高北低的气压场，使气压场得以维持并达到风压场之间的地转平衡。

4 发展过程

当$L = L_0$时，对方程（27）～（29）取下面的展开，即

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ \varphi \end{bmatrix} = \sum_{n=0}(Fr^{1/2})^n \begin{bmatrix} u^{(n)} \\ v^{(n)} \\ \varphi^{(n)} \end{bmatrix}, \tag{55}$$

$$f = 1 + Fr^{1/2}\beta y, \tag{56}$$

其中$\beta = \beta(L^2/\bar{u})$，$\beta = df/dy$。由此，零级和一级近似方程分别为

$$(Fr^{1/2})^0: \quad \begin{cases} v^{(0)} = \dfrac{\partial \varphi^{(0)}}{\partial x}, \\ u^{(0)} = -\dfrac{\partial \varphi^{(0)}}{\partial y}, \\ \dfrac{\partial u^{(0)}}{\partial x} + \dfrac{\partial v^{(0)}}{\partial y} = 0. \end{cases} \tag{57}$$

$$
(Fr^{1/2})^1:\quad \begin{cases} \dfrac{\partial u^{(0)}}{\partial t}+u^{(0)}\dfrac{\partial u^{(0)}}{\partial x}+v^{(0)}\dfrac{\partial u^{(0)}}{\partial y}-\beta' y v^{(0)}-v^{(1)}=-\dfrac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x}, \\ \dfrac{\partial v^{(0)}}{\partial t}+u^{(0)}\dfrac{\partial v^{(0)}}{\partial x}+v^{(0)}\dfrac{\partial v^{(0)}}{\partial y}+\beta' y u^{(0)}+u^{(1)}=-\dfrac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y}, \\ \dfrac{\partial \varphi^{(0)}}{\partial t}+u^{(0)}\dfrac{\partial \varphi^{(0)}}{\partial x}+v^{(0)}\dfrac{\partial \varphi^{(0)}}{\partial y}+\dfrac{\partial u^{(1)}}{\partial x}+\dfrac{\partial v^{(1)}}{\partial y}=0. \end{cases} \tag{58}
$$

注意到方程（57）的前两式即为地转风关系，而第三式表明地转风是无辐散的。方程（58）即为曾庆存指出的大气运动可分为适应过程和演变过程中的演变过程[7]。在这里演变过程是准地转的，这一组方程在数值天气预报中有过广泛的应用。

然而，叶笃正和李麦村[8]进一步指出，即使在演变过程中仍然可以区分出相对快变的发展阶段和非常缓慢的准定常演变阶段，事实上后者即为平流过程，这容易由下面的方法将这两种过程区分出来。

注意到由方程（57）和（58）可以给出

$$
\frac{\partial \Omega_p}{\partial t}+V^{(0)}\cdot\nabla\Omega_p+\beta v^{(0)}=0, \tag{59}
$$

式中

$$
\Omega_p=\nabla^2\varphi^{(0)}-\varphi^{(0)}. \tag{60}
$$

回到有量纲方程，并引进地转流函数$\psi=\varphi^{(0)}/f$，得到

$$
\left(\frac{\partial}{\partial t}+V\cdot\nabla\right)\Omega_p+\beta v=0, \tag{61}
$$

式中

$$
\Omega_p=\nabla^2\psi-\frac{1}{L_0^2}\psi, \tag{62}
$$

$$
u=-\frac{\partial\psi}{\partial y},\qquad v=\frac{\partial\psi}{\partial x}. \tag{63}
$$

方程（61）即为数值天气预报中常用的正压位势涡度方程。

引进

$$
(x,y)=L(x',y'),\qquad t=\frac{L}{V}y',\qquad \psi=\Psi\psi',\qquad (u,v)=V(u',v')=\frac{\Psi}{L}(u',v'), \tag{64}
$$

代入（61）式，得到无量纲方程（略去撇号）

$$
\left(\frac{L_C}{L}\right)^2\frac{\partial\Omega_p}{\partial t}+v=-\left(\frac{L_C}{L}\right)^2(V\cdot\Omega_p). \tag{65}
$$

引进第二时间边界层δ_2，并令

$$
\tau_2=\frac{t}{\delta_2}, \tag{66}
$$

于是（65）给出

$$\left(\frac{L_c}{L}\right)^2\frac{1}{\delta_2}\frac{\partial\Omega}{\partial\tau}+\nu=-\left(\frac{L_c}{L}\right)^2(V\cdot\nabla\Omega_p). \tag{67}$$

可以取第二时间边界层的厚度$\delta_2=(L_c/L)^2$，注意到这一时间边界层中包含了L_c，因此在这一边界层中主要反映了 Rossby 波的频散。而在这时间边界层内的运动方程为

$$\frac{\partial\Omega_p}{\partial\tau_2}+\nu=-\left(\frac{L_c}{L}\right)^2(V\cdot\nabla\Omega_p). \tag{68}$$

令

$$\psi=\sum_{n=0}\left(\frac{L_c}{L}\right)^{2n}\psi^{(n)}, \tag{69}$$

得到展开式的零级和一级方程分别为

$$\left(\frac{L_c}{L}\right)^0:\qquad \frac{\partial\Omega_p^{(0)}}{\partial\tau_2}+\nu^{(0)}=0, \tag{70}$$

$$\left(\frac{L_c}{L}\right)^0:\qquad \frac{\partial\Omega_p^{(1)}}{\partial\tau_2}+\nu^{(1)}=-V^{(0)}\cdot\nabla\Omega_p^{(0)}. \tag{71}$$

此时各级近似的自由项均描写了 Rossby 波动过程，这是边界层内的主要特征，也即叶笃正、李麦村所称为的发展过程。

在发展过程中所描写的是 Rossby 波的能量频散，对此叶笃正[14]曾作过详细的研究，并提出了上游效应，即如果在上游有一气压槽（脊）发展时，由于 Rossby 波的能量频散作用，在一个 Rossby 波波长的距离下将会有一个气压脊（槽）新生。这一理论无论在理论上或者天气学上都有重要的实用意义。

5 准定常的演变过程

在第二时间边界层外，即进入内部区后，将（65）式按（69）式展开，得到

$$\nu^{(0)}=0, \tag{72}$$

$$\nu^{(1)}=\frac{\partial\Omega_p^{(0)}}{\partial t}+V^{(0)}\nabla\Omega_p^{(0)}. \tag{73}$$

如果$\nu^{(1)}$很小，则有

$$\frac{\partial\Omega_p^{(0)}}{\partial t}+u^{(0)}\frac{\partial}{\partial x}\Omega_p^{(0)}=0. \tag{74}$$

这是一类沿 x 方向的平流过程，过程的特征时间由$T_4=L/V$决定，这是在诸特征时间中最慢的一种过程，可以称为准定常的演变过程。或者，在时间边界层外的内部区域中，直接应用（59）式或（61）式的位势涡度平流方程来研究准定常的演变过程。

6 运动多时态特征的普遍性

由以上的分析可以看到，在一个动力系统中运动呈现出不同的、可以区分的多时态特征，事实上这反映在动力系统中包括诸多的物理过程。由于这些物理过程的特征时间不同，因此将由快到慢逐次的表现出来而形成运动的不同时态。下面再举四例来说明。

6.1 小尺度运动

小尺度运动中的积云发展是具有多时态特征的，在一定有利的天气条件下，当在某一局部地区大气受到扰动后，先是由于大气的可压缩性而激发出声波[15]，由于声波的传播速度约为 300 m／s，所以声波的频散过程是极其迅速的。进而，如果大气大尺度背景是稳定层结，则可激发出重力内波，重力内波的振荡频率为$[(g/\theta_0)(\mathrm{d}\theta_0/\mathrm{d}z)]^{1/2}$（式中$\theta_0$为静止状态下的位温），其特征周期约为 10 min。再次，当由于上升运动使水汽相变而释放出潜热后，运动由于强烈的发展使得非线性过程变得重要，于是积云将在一个时段（例如为 1 h 左右）作准定常的演变[16]。

6.2 中尺度运动

如将运动方程（8）～（9）改写成

$$\frac{\partial u}{\partial t}-(f+\zeta)v=-\frac{\partial P}{\partial x}, \tag{75}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}-(f+\zeta)u=-\frac{\partial P}{\partial y}, \tag{76}$$

式中

$$P=\varphi+\left(\frac{u^2+v^2}{2}\right) \tag{77}$$

为空气单位质量的能量。与大尺度运动不同，对中尺度运动相对涡度ζ可以与f同量级，因此代替地转平衡的平衡状态为[9]

$$(f+\zeta)v=\frac{\partial P}{\partial x}, \tag{78}$$

$$(f+\zeta)u=-\frac{\partial P}{\partial y}, \tag{79}$$

这表明在中尺度运动中风基本上沿着等能量线吹。

将方程(75)、(76)和(10)改写成

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial P}{\partial x}=N_u, \tag{80}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial P}{\partial y}=N_v, \tag{81}$$

$$\frac{\partial P}{\partial t}+C^2\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)=N_P, \tag{82}$$

式中

$$
\begin{cases}
N_u = (f+\zeta)v, \\
N_v = -(f+\zeta)u, \\
N_P = -\left[u\dfrac{\partial(P+\varphi)}{\partial x} + v\dfrac{\partial(P+\varphi)}{\partial y}\right] - \varphi\left(\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y}\right),
\end{cases}
\tag{83}
$$

其中$\varphi = \overline{\varphi} + \varphi'$，$\overline{\varphi} = C^2 =$常数。由方程（80)～（82）立即得到

$$
\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + C^2\left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2}\right) = \text{非线性项}. \tag{84}
$$

可以看到，这个式子左端描写的是重力波的频散，与大尺度的适应过程类似，当重力波频散后，运动将达到由（78）和（79）式所表示的平衡状态即适应后的状态。但由于在现在的情况下，方程是非线性的，要求出解析解是困难的。

当适应过程完成后，运动也可以用位势涡度守衡来表示，在斜压情况下，叶笃正、李麦村给出为[8]

$$
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\ln\Omega + \frac{L^2}{L_0^2}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi^2\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}\right)\right] = 0 \tag{85}
$$

（无量纲形式），式中$\Omega = f + \zeta$，$L'_0 = C/\overline{\Omega}$。类似于前面的方法，也可以分出第二时间边界，在这一时间中表现为位势涡度的急剧变化，因此可以认为这是运动的发展阶段。当运动渡过时间边界层而进入内部区域后，非线性过程变得重要，运动将呈现为准定常的演变。

6.3 热带运动

以上对中、高纬度的大尺度运动的多时态特征作了讨论，在热带地区，由于 Coriolis 力很小，一般来说，运动的地转性难以成立，但对于行星尺度的运动，如大气中的 Walker 环流，海洋中的南北赤道洋流，其纬圈速度很大，而沿经圈方向的压力梯度不如中纬度那么强，因此在纬圈方向的地转平衡是可以成立的，即[10]

$$
\frac{1}{2}yu = -\frac{\partial\varphi}{\partial y} \tag{86}
$$

（在这里已无量纲化），另一种情况是在海洋边界附近，经圈流速很大，因此也可以在经圈方向成立地转平衡，即

$$
\frac{1}{2}yv = \frac{\partial\varphi}{\partial x}. \tag{87}
$$

这表明，在热带地区的大气和海洋运动中，虽然同时在两个方向成立地转平衡是困难的，但可以在一个方向运动呈地转平衡状态。因此可以称为半地转平衡状态。

巢纪平和林永辉[10]研究了半地转适应过程。在这一适应过程中，经圈流将以重力惯性波的形式频散，同时运动还存在纬圈的或经圈的半位势涡度不变式。对于前者，当重力惯性波频散后，有半地转位势涡度的时间不变式

$$
\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{4}y^2\right)v = \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) - \frac{1}{2}y\varphi\right]_{t=0}. \tag{88}
$$

对于后者则为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{1}{4}y^2\right)u=\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{2}y\varphi-\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right]_{t=0}. \tag{89}$$

他们的研究表明，在纬圈半地转适应中，当$(L_0/L_2)^2\ll 1$时（L_0为赤道 Rossby 变形半径，L_2为初始扰动的经圈特征尺度），纬圈流向压力场适应，反之，当$(L_0/L_2)^2\gg 1$时，压力场向纬圈流适应。经圈半地转适应基本上也遵循这样的尺度准则。

热带运动也存在发展过程，但与中、高纬度的运动不同，在发展过程中除了有 Rossby 波的频散外，尚有 Kelvin 波的作用。如果过程是非线性的，自然也存在以平流为主导的准定常演变过程。

6.4 有强迫源的运动

巢纪平和许有丰[17]在有时间缓变的热源作用下，研究了斜压涡度方程的初值问题，在初值附近，大气响应场并未立即随着热源的形式运动，而是呈振动的形式，约10天左右场的变化才逐渐平缓下来并向热源的变化适应。显然，在初值附近场的急剧变化，是 Rossby 波首先被激发出来后的表现。由于上述二作者所用的大气模式是线性的，因此当发展过程结束后，大气逐渐向外源调整，并随着外源的变化而变化，如果考虑非线性项，则可以预见会出现以非线性为特征的平流过程。

这是一个有启发性的例子，如果热源不是给定的，而是受着运动的反馈，例如大气的加热来自海洋，这就形成一个海洋和大气的耦合系统。如果在这一耦合系统中重力惯性波已被过滤，则大气和海洋的 Rossby 波的特征时间分别为$T_s=(2\beta C_s)^{-1/2}$，$T_a=(2\beta C_a)^{-1/2}$，C_a和C_s分别为大气和海洋的重力波波速。由于C_s和C_a的量级分别为 1 m／s 和 100 m／s，于是有

$$\frac{T_a}{T_s}=\left(\frac{C_s}{C_a}\right)^{1/2}\ll 1, \tag{90}$$

亦即大气运动的特征时间要比海洋快得多。因此大气中的 Rossby 波很快就频散掉，耦合系统中的运动以海洋的缓变运动为主导。这表明在这一海气耦合系统中，运动也具有多时态特征。当年，巢纪平等[8]的长期数值天气预报模式，正是按着这种思想设计的，即是一个海（包括地面）气耦合系统，其中包括有大气中的 Rossby 波，但相对海洋过程来讲，它是快变过程，因此可以把大气中以 Rossby 波为特征的快过程过滤掉，使耦合系统中只包括以海洋（及陆地）过程为主的慢过程，并认为月、季尺度的短期气候变化主要受慢过程制约，并由此而作了月、季数值预报。

事实上，多时态特征也会在更复杂的气候系统中存在。只不过表现为快慢过程的气候系统并不会象上面所讨论的那些物理过程那么简单。

参 考 文 献

1　Rossby, C. G., 1937, On the mutual adjustment of pressure and velocity distribution in certain simple current systems, I, *J. Marine Res.*, 1, 15～28.

2 Rossby, C. G., 1938, On the mutual adjustment of pressure and velocity distribution in certain simple current systems, II, *J. Marine Res.*, **2**, 239~263.

3 Oboukhov, A. M., 1949, The problem of geostrophic adaptation, *Izuestiya of Academy of Science USSR*, Ser. Geography and Geophysics, **13**, 281~289.

4 Yeh, T. C.(叶笃正), 1957, On the formation of quasi-geostrophic motion in the atmosphere, *J. Met. Soc. Japan*, The 75th Anniversary Volume, 130~137.

5 曾庆存，1963，初始扰动结构对适应过程的影响及观测风场的应用，气象学报，**33**，37~50.

6 陈秋士，1963，在简单斜压大气中热成风的形成和破坏，气象学报，**33**，153~161.

7 曾庆存，1963，大气中的适应过程和发展过程，(一)、(二)，气象学报，**35**, 163~174, 281~189.

8 Yeh, T. C.(叶笃正) and Li Mai-tsun(李麦村), 1982, On the characteristics of scales of the atmospheric motions, *J. Met. Soc. Japan*, Ser. II, **60**, 16~23.

9 叶笃正、李麦村，1965，大气运动中的适应问题，北京：科学出版社.

10 Chao Jiping(巢纪平) and Lin Yonghui(林永辉), 1996, The foundation and movement of tropical semi-geostrophic adaptation, *Acta Meteorologica Sinica*, **10**, 129~141.

11 Moore, D. W. and Philander, S. G. H., 1977, Modelling of the tropical ocean circulation, in: *The Sea* (Goldberg, E.D. et al. eds.), Vol. 6, Wiley (Interscience), New York, 319~362.

12 伍荣生、巢纪平，1978，旋转大气中运动的多时态特征和时间边界层，大气科学，**2**, 267~275.

13 叶笃正、朱抱真，1957，大气环流若干基本问题，北京：科学出版社.

14 Yeh, T. C., 1949, On energy dispersion in the atmosphere, *J. Met.*, **6**, 1~16.

15 巢纪平，1962，论小尺度过程动力学的一些基本问题，气象学报，**32**，104~118.

16 巢纪平，1961，层结大气中热对流发展的一个非线性分析，气象学报，**31**，191~204.

17 巢纪平、许有丰，1961，二层线性模式长期过程的一些计算，动力气象论文集，北京：科学出版社，90~95.

18 长期数值预报小组（巢纪平等），1977，一种长期数值预报方法的物理基础，中国科学，第2期，162~172.

On the Characteristic of Multi-time Stage of Atmospheric Motion

Ye Duzheng

(Institute of Atmosheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Chao Jiping

(National Marine Environmental Forecastion Center, Beijing 100081)

Abstract A brief review on the characteristic of multi-time stage of atmospheric motion is given. These ideas are developed mainly by Chinese meteorologists. The development of the atmospheric large-scale, meso-scale and small-scale motion and tropical motion consists essentially the three stages, namely the adjustment stage (called geostropic adjustment for large-scale motion), the developing stage and the quasi-steady stage. It is pointed out that the multi-time scale of motion corresponds with the different physical processes in the different dynamical systems including in the air-sea interaction system and in the more complex climate system.

Key words atmospheric dynamics geostrophic adjustment atmospheric motion