

一维大气边界层二阶闭合的 有限元数值模式*

I. 对流边界层模拟

郭振海 陈 重 张宏升 陈家宜 张霭琛

(北京大学地球物理系, 北京 100871)

摘 要 利用有限元法用于二阶湍流闭合大气对流边界层模式, 并模拟了 Wangara 试验 33 天的对流边界层的发展过程, 计算结果表明, 该模式能真实的模拟出对流边界层的发展过程, 并且准确地反映对流边界层中湍流扩散和输送过程。

关键词 二阶湍流闭合 有限元 大气边界层

1 引言

随着对气候变化预测的关注, 以及气象业务预报的要求, 短时间和小空间尺度的物理过程在中尺度预报模式和大气环流模式中的准确表达越来越引起重视^[1]。短时间尺度的地表温度、湿度的预报以及短时间尺度、小空间尺度的边界层湍流扩散过程的精确描述, 就被摆在非常显著而又重要的位置上, 因此研究行星边界层的湍流过程以及有效的数值算法具有重要的现实意义。

描述行星边界层运动的控制方程组是不闭合的, 即未知量数大于预报方程数。有两种途径可以使方程闭合, 其一是利用已知量来参数化这些未知量, 即: 按照某种规则或自然约束, 把这些未知量用已知量以及这些已知量的梯度的某种组合来显式表达; 另一种方法是增加这些未知量的预报方程, 但这样做的结果是引入了更多高阶矩未知量, 为了使方程组闭合, 又不得不采用第一种方法参数化更高阶矩未知量。二阶湍流闭合模式是在预报平均量的基础上, 增加所有相关的二阶相关项的预报方程, 而预报方程中出现的更高阶项则利用相应的二阶相关项来显式表达。计算能力的限制一直是这一模式应用的障碍。直到本世纪 50 年代左右, 中国的周培源和 Rotta 相对独立的提出了闭合模式中的一些未知量的参数化, 70 年代初的计算能力的提高, 使得二阶闭合模式得到了较好发展和应用^[2~11]。

一个湍流闭合模式的应用, 在很大程度上依赖于有效的数值算法, 目前采用较多的仍然是有限差分法。有限元法是一种有效的数值分析方法, 它在工程上以及很多学科有着广泛的应用, 在大气科学数值模拟方面的应用也很多^[12~14], 但大多局限于定常

1997-05-19 收到, 1998-05-11 收到修改稿

* 国家自然科学基金资助项目 49790020 和 49794030

问题, 用有限元法来做预报的工作很少^[15]。到目前为止, 有限元法应用在边界层湍流扩散过程的应用非常少见。本文建立了一个二阶湍流闭合大气边界层有限元模式, 以研究有限元法在二阶湍流闭合边界层数值模式中应用。

2 模式控制方程组

2.1 一维大气边界层平均量控制方程

一维大气边界层的控制方程为

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} + f(V - V_g), \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial \overline{vw}}{\partial z} - f(U - U_g), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = -\frac{\partial \overline{w\theta}}{\partial z} + \frac{1}{\rho c_p} \frac{\partial F_N}{\partial z}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{\partial \overline{wq}}{\partial z}, \quad (4)$$

其中, U 和 V 分别是东西和南北的平均风分量, U_g 和 V_g 是相应的地转风分量, Θ 是平均位温, Q 是平均比湿, 相应的小写字母表示相应的扰动量, P 是空气密度, c_p 是干空气的定压比热, F_N 是净的大气长波辐射。

2.2 雷诺应力方程

所谓湍流闭合模式就是以雷诺平均方程与脉动运动方程为基础, 依靠理论与经验的结合, 引进一系列模型假设, 建立一组描写湍流平均量的闭合方程的理论计算方法。参考文献[10]和在满足 Bossinesque 近似的不可压缩大气中, 雷诺应力方程为

$$\begin{aligned} \frac{Du_i u_j}{Dt} = & - \left(\frac{\overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \right) - \left(\frac{g_i}{\theta} \overline{\theta, u_j} + \frac{g_j}{\theta} \overline{\theta, u_i} \right) \\ & \frac{P_{ij}}{B_{ij}} \\ & - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{u_i u_j u_k} + \frac{1}{\rho_0} \overline{p(\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j)} \right] - 2\gamma \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \\ & \frac{D_{ij}}{\varepsilon} \\ & + \frac{1}{\rho_0} \overline{p \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}, \quad (5) \\ & \frac{\Pi_{ij}}{\end{aligned}$$

其中, 小写字母代表相关气象要素的扰动量, P_{ij} 是切变产生项, B_{ij} 是浮力产生项, D_{ij} 是湍流扩散项, ε 是湍流耗散项和 Π_{ij} 是压力-变形项。其中的湍流扩散项、耗散项与压力-变形项都是新未知项, 需建立相应的湍流参数化模型, 使方程 (5) 闭合。

2.2.1 湍流扩散项的参数化

在中性和稳定条件下, 湍流扩散项并不是十分重要^[16], 但是在对流条件下或对流驱动的混合条件下, 该项变得相当重要, 其中的压力项也变得相当重要。根据相应的参

数化原则, 雷诺应力的湍流扩散速度和雷诺应力的梯度成正比, 具体的参数化为

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \tau_D b^2 \left(\frac{\partial \overline{u_i u_k}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j u_k}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) \right\}, \quad (6)$$

其中, τ_D 是湍流扩散的时间尺度, b^2 是两倍的湍流动能。 τ_D 象出现在闭合方案中的其他时间长度一样, 参数化为正比于湍流的主时间尺度与湍流特征速度的比值, 湍流的特征速度为 b 。文献[4,17]曾经指出这样简单参数化仍然真实地反映了湍流的扩散行为。

2.2.2 耗散项的参数化

$$2\gamma \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon, \quad (7)$$

上式中的湍流耗散率 ε 是雷诺应力预报方程中引入的一个新的未知量, 有两种方法可以求该未知量。一种方法是建立 ε 的预报方程, 这样做的结果是又引入了几个新的未知量, 又需要参数化, 该方法虽然能预报 ε , 但是, 由于过多的参数化的引入, 使得 ε 的计算精度很难保证。另一种方法是引入湍流耗散时间尺度, 将湍流耗散率参数化为

$$\varepsilon = \frac{b^2}{\tau_\varepsilon}, \quad (8)$$

其中, τ_ε 是耗散的时间尺度, 参数化 τ_ε 变得相当简单, 其具体参数化将在下面给出。

2.2.3 压力一变形项的参数化

压力一变形项的参数化是任何湍流闭合模式的基础, 该项实际上决定了湍流的内部结构。参数化该项最为困难, 主要是其中包含了脉动压力项, 因为没有一种仪器能测量压力与变形速度的关联, 没有实验数据比较。Launder 等^[18]利用各向同性张力模式, 将该项参数化为三项: 非线性湍流相互作用项 Π_{ij}^{TT} 、平均切变—湍流的相互作用项 Π_{ij}^S 和浮力—湍流相互作用项 Π_{ij}^B , 本文采用 Gibson 和 Launder^[19]建议的参数化公式:

$$\Pi_{ij}^{TT} = -C_1 \frac{2\varepsilon}{b^2} \left(\overline{u_i u_k} - \frac{\delta_{ij}}{3} b^2 \right), \quad (9)$$

$$\Pi_{ij}^S = -C_2 \left(P_{ij} - \frac{2\delta_{ij}}{3} P \right), \quad (10)$$

$$\Pi_{ij}^B = -C_3 \left(B_{ij} - \frac{2\delta_{ij}}{3} B \right), \quad (11)$$

其中

$$P = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k}, \quad B = -\overline{u_i \theta} \frac{g_i}{\theta}. \quad (12)$$

2.3 标量输送二阶矩方程

2.3.1 $u_i \theta$ 方程

$$\frac{D \overline{u_i \theta}}{Dt} = -\frac{\overline{u_i u_k}}{P_i} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_k} - \frac{\overline{\theta u_k}}{\theta u_k} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} - \frac{g_i}{\theta} \frac{\overline{\theta \theta_v}}{B_i} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u_i u_k \theta} - \delta_{ik} \frac{p \overline{\theta}}{\rho_0} \right) \quad D_i$$

$$-\frac{1}{\rho_0} \overline{p \frac{\partial \theta}{\partial x_i}} \cdot \Pi_i \quad (13)$$

2.3.2 $\overline{u_i q}$ 方程

$$\begin{aligned} \frac{D \overline{u_i q}}{Dt} = & - \overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{q}}{\partial x_k} - \overline{q u_k} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} - \frac{g_i}{\theta} \overline{q \theta_v} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u_i u_k q} - \delta_{ik} \frac{\overline{p q}}{\rho_0} \right) \\ & P_i \quad B_i \quad D_i \\ & - \frac{1}{\rho_0} \overline{p \frac{\partial q}{\partial x_i}} \cdot \Pi_i \end{aligned} \quad (14)$$

上述两方程包含了四项, 即: 切变产生项、浮力产生项、湍流输送项和压力一标量项。在二阶闭合的范畴内, 湍流输送项和压力一标量项是未知项。像建立雷诺应力方程时所讨论的那样, 以下是这两项的参数化方案:

2.3.3 湍流输送项

$$D_i = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\tau_D b^2 \frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial x_k} \right]. \quad (15)$$

2.3.4 压力一标量项

$$\Pi_i^{TT} = -C_{1\theta} \frac{2\varepsilon}{b^2} \overline{u_i \theta}, \quad (16)$$

$$\Pi_i^S = -C_{2\theta} P_i, \quad (17)$$

$$\Pi_i^B = -C_{3\theta} B_i. \quad (18)$$

2.4 标量相互作用方程

$$\frac{D \overline{ac}}{Dt} = - \overline{u_k a} \frac{\partial \overline{c}}{\partial x_k} - \overline{u_k c} \frac{\partial \overline{a}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u_k ac}}{\partial x_k} - 2\varepsilon_{ab}, \quad (19)$$

其中 a 、 c 分别是位温或比湿其中之一, 上式中的湍流的扩散项参数化为

$$\overline{u_k ac} = \tau_D b^2 \frac{\partial \overline{ac}}{\partial x_k} \quad (20)$$

和 ε_{ab} 的参数化为

$$\varepsilon_{ac} = \frac{b^2}{\tau_{\theta\theta}} \overline{ac}. \quad (21)$$

2.5 地面对二阶矩影响的参数化

在近地层, 由于地表的影响, 湍流将能量由水平向垂直方向的输送和湍流的强迫, 使得在近地层湍流趋向于强烈的非各向同性, 利用 Shir^[19]的方法, Gibson 和 Launder^[20]给出了以下的参数化方案。

2.5.1 方程中的地面影响

$$\Pi_{ij}^{TTW} = -D_1 \frac{2\varepsilon}{b^2} \left(\overline{u_k u_m n_k n_m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i n_k n_j} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_j n_k n_i} \right) \varphi \left(\frac{\lambda}{n_i r_i} \right), \quad (22)$$

$$\Pi_{ij}^{SW} = -D_2 \left(\Pi_{km}^S n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Pi_{kj}^S n_k n_j - \frac{3}{2} \Pi_{ki}^S n_k n_i \right) \varphi \left(\frac{\lambda}{n_i r_i} \right), \quad (23)$$

$$\Pi_{ij}^{BW} = -D_3 \left(\Pi_{km}^B n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Pi_{kj}^B n_k n_j - \frac{3}{2} \Pi_{ki}^B n_k n_i \right) \varphi \left(\frac{\lambda}{n_i r_i} \right), \quad (24)$$

2.5.2 $u_i \theta$ 方程中的地面影响

$$\begin{aligned} \Pi_{ij}^W = & -D_{1\theta} \frac{2\varepsilon}{b^2} \overline{u_k \theta n_i n_k} \varphi \left(\frac{\lambda}{n_i r_i} \right) - D_{2\theta} \Pi_K^S n_i n_k \varphi \left(\frac{\lambda}{n_i r_i} \right) \\ & - D_{3\theta} \Pi_K^B n_i n_k \varphi \left(\frac{\lambda}{n_i r_i} \right), \end{aligned} \quad (25)$$

其中的地表影响的权重函数为^[10]

$$\varphi \left(\frac{\lambda}{n_i r_i} \right) = \frac{\lambda}{kz}. \quad (26)$$

综上所述, 可以得到六个雷诺切应力预报方程、三个位温—风速相关预报方程、三个比湿—风速相关预报方程、一个位温方差预报方程、一个比湿方差预报方程和一个位温—比湿相关项的预报方程, 共 15 个预报方程。

Andren^[10]给出了适用于大气边界层的该闭合模式的所有闭合常数, 作了真实性检验, 并且给出了该闭合模式的 2 层模式和 2.5 层模式. 具体的常数值如下: $C_1 = 1.8$, $C_2 = 0.6$, $D_1 = 0.5$, $D_2 = 0.3$, $C_{1\theta} = 3.0$, $D_{2\theta} = 0.806$, $C_{2\theta} = 0.346$, $C_2 = 0.5$, $C_{3\theta} = 1/3$, $D_3 = 0$, $D_{3\theta} = 0$, $C_\theta = 1.3$, $C_\varepsilon = 21.3$, $d = 1/3$; 模式中的湍流耗散时间尺度、标量方差耗散时间尺度和扩散的时间尺度为

$$\tau_\varepsilon = \frac{C_\varepsilon \lambda_\varepsilon}{b}, \quad \tau_\theta = \frac{C_\theta C_\varepsilon \lambda_\varepsilon}{b}, \quad \tau_D = \frac{d \lambda_\varepsilon}{b}.$$

3 二阶湍流闭合模式的有限元模型

平均量预报方程 (1) ~ (4) 与 15 个湍流二阶相关项预报方程相加共 19 个, 可以写为矩阵形式:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = A\varphi - B \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) + C, \quad (27)$$

其中, 向量 $\varphi \equiv \{U, V, \Theta, Q, \dots\}$, A 、 B 是边界层方程组的系数矩阵, C 是载荷向量. 将方程 (27) 化成以下形式:

$$L_\varphi = C, \quad (28)$$

其中,

$$L = \frac{\partial}{\partial t} - A + B \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial}{\partial z}$$

对有限元法而言, 一般情况下, 方程 (5) 的解析解很难得到, 并且很难找出一个泛函, 使它的 Euler 方程恰好对应于已知的微分方程及边界条件, 而不得不采用加权残数法。加权残数方法的基本思想是, 先假设一个近似解, 比如 φ^* , 将其代入微分方程 (28), 因为不是方程的精确解, 代入方程后产生了一个残数误差项

$$L\varphi^* - C = R, \quad (29)$$

将求解区域 Ω 分割为不同的单元, 利用加权残数方法, 使方程 (28) 的残差在求解区域 Ω 上为零, 得

$$\int_{\Omega} RW d\Omega = 0. \quad (30)$$

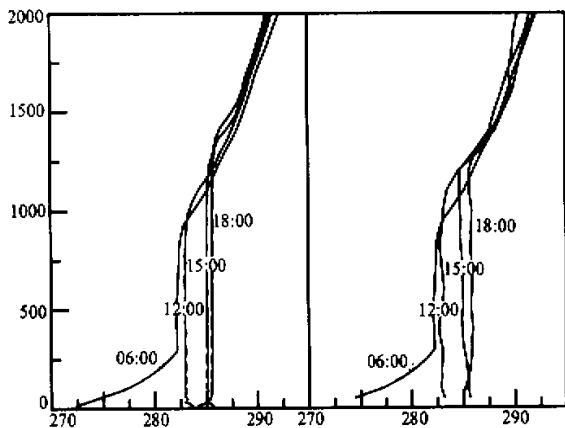


图1 Wangara 33 白天天位温模拟垂直廓线与实测垂直廓线
(纵坐标单位: m)

用插值函数代换近似解和加权函数 W , 就可以得到一组代数方程组, 代数方程组的解就是问题的解。可供选取的加权残数法很多, 本文采用满足 Galerkin 判据的加权函数:

$$W = \varphi^*.$$

Galerkin 法的优越之处在于使用部分积分通常会降低对近似函数的连续性要求, 关于加权残数法的详细讨论可参阅相关的有限元法论著。为了提高积分精度, 本文选用三结点二次单元,

其拉格朗日型插值函数为

$$L_k^n(r) = \frac{\prod_{i=1, i \neq k}^n (r - r_i)}{\prod_{i=1, i \neq k}^n (r_k - r_i)},$$

其中, r 是插值点坐标, r_i 是结点坐标, 对于具有三结点二次单元, $i = 1, 2, 3$, $k = 1, 2, 3$, 利用上式, 可以得到每个单元内任意点的气象要素值及其导数:

$$\varphi^e(r) = L^e(r)\Phi^e$$

和

$$\frac{\partial \varphi^e(r)}{\partial r} = \frac{\partial L^e(r)}{\partial r} \Phi^e,$$

其中 r 是空间坐标, Φ^e 表示单元 e 的列向量, $\Phi^e = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$, 其中 φ_i 表示第 i 个结点气象要素的值。积分 (30) 式可以得到一个典型单元的贡献:

$$S^e \dot{\varphi}^e = -B^e \varphi^e + C^e, \quad (31)$$

上式中

$$S^e = \int_e H^T H dz, \quad (32)$$

$$B^e = A \int_e H^T H dz + B \int_e \frac{\partial H_T}{\partial z} H dz + K \int_e \frac{\partial H^T}{\partial z} \frac{\partial H}{\partial z} dz, \quad (33)$$

$$C^e = \int_e H^T (C) dz. \quad (34)$$

将方程 (31) 和边界上的节点按照一定的薄记原则相加在一起, 可以得到系统方程组:

$$S \dot{\varphi} = -B \varphi + C. \quad (35)$$

利用 Crank-Nicolson 方法得到:

$$(S + \beta_0 B \delta t) \varphi^{n+1} = (S - \beta_1 B \delta t) \varphi^n + C, \quad (36)$$

即

$$S \varphi^{n+1} = C, \quad (37)$$

其中 $\beta_0 + \beta_1 = 1$, 取 $\beta_0 = 0.78$, $\beta_1 = 0.25$ 。上述方程中的系数矩阵对于复杂问题相当庞大, 如果采用完全组装, 其一是占用了较大的物理内存, 另外增加了消去过程的计算费用, 为了减少存储量和计算费用, 本文将采用波前技术求解方程 (37), 波前解法的主要特点是在组装系统方程 (37) 的过程中, 将已经组装完毕的节点自由度消去, 从而释放内存空间, 波前解法的费用主要依赖于波前的宽度, 比完全组装解法的效率高数十倍 (限于本文的问题), 详细的描述见文献[21]。

本文将模式的模拟区域 2000 m 按对数加线性规律分为 10 个单元 21 个节点, 土壤

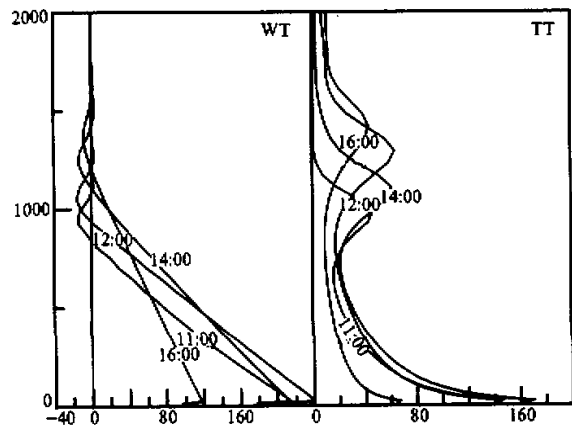


图2 Wangara 33 天白天 w 和 w^2 廓线 ($\times 10^{-3}$)
(纵坐标单位: m)

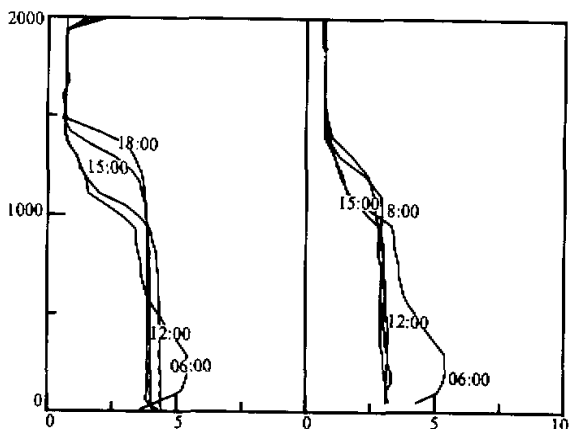


图3 Wangara 33 天白天比湿模拟垂直廓线与实测垂直廓线
(纵坐标单位: m)

矩通量假设为零, 而上边界的通量均设为零。

模式的初始条件取 Wangara 33 天早晨 6:00 的平均风、温和湿^[22], 连续积分 24 h 到 Wangara 34 天早晨 6:00, 本文仅给出了对流边界层的模拟结果。

4 Wangara 33 天白天混合层发展过程的数值模拟结果

4.1 平均量和湍流通量

充分发展的混合层有三个重要的特征: (a) 近地层极超绝热的温度层结, (b) 混合层中近似于零的位温梯度, (c) 边界层顶的卷夹过程。图 1 是计算和观测的位温廓线, 从图中可以看出, 本文的二阶闭合有限元模式模拟出了混合层发展过程中边界层的这三个特征。同 Yamada 和 Mellor、Deardorff 和 Wyngaard 和 Cote 的二阶闭合的结果比较, 可以发现有限元模式对混合层的卷夹过程处理优于有限差分模式, 结果近似于 Andre 的三阶闭合模式的结果。从图 2 (左) 中可以看到, $\overline{w\theta}$ 在混合层内随高度线性递减。

中的水热传导采用有限元法求解^[21], 土壤模式深度为 1 m, 按对数规律分为 6 层; 时间步长 $\delta t = 10$ s。

方程 (34) 是偏微分方程的积分形式, 施加在求解区域边界上的是相应的流入或流出边界的通量, 具体的做法是在系统载荷矩阵中的边界点上加上相应的通量, 即

$$C_{\zeta} = C_{\zeta} + \overline{w\zeta}, \quad (38)$$

其中 $\zeta = u, v, \theta, q, \dots$, 利用常通量层假设, 在一维情况下, 平均量下边界取相应的通量, 加在二阶矩方程下边界的三阶

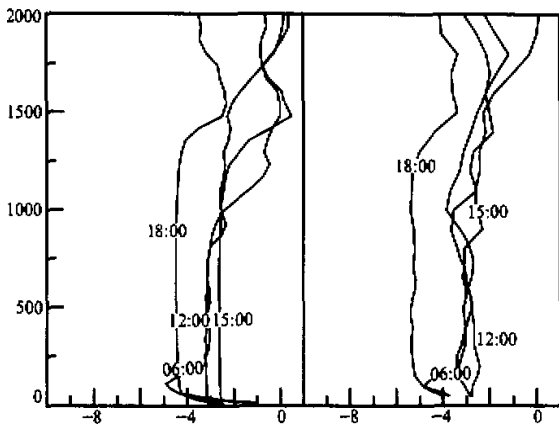


图4 Wangara 33 天白天东西向风速模拟垂直廓线与
实测垂直廓线 (纵坐标单位: m)

由于混合层顶与逆温层低卷夹区域热冷气团的强烈混合, 致使边界层顶部热通量向下输送, 本文与前人结果一致, $\overline{w\theta_h} / \overline{w\theta_s} = 0.12$, 这个比值与三阶闭合模式的结果接近。

图 3 是 Wangara 33 天白天的比湿廓线, 从图中可以看到, 模拟的比湿的值比实测比湿的值稍大。图 4 和图 5 分别是 Wangara 33 天白天东西向和南北向风速的模拟和实测结果, 从图中可以看到在混合层充分发展后, 在边界层内, 由于动量的充分混合, 使得风速

几乎不随高度变化, 而从图 6 中可以看到, 11:00 的 $\overline{uw}$ 和 $\overline{vw}$ 的极值比充分发展后的值要大得多, 而且比 Andre^[9] 三阶闭合模式 11:00 的 $\overline{uw}$ 和 $\overline{vw}$ 的值要高。

4.2 湍流动能

描述对流边界层有三个特征量: 速度尺度 W^* 、温度尺度 T^* 和边界层高度 Z_i , 用

这三个特征量归一化对流边界层内的二阶矩量, 有利于建立描述对流边界层特征的广义廓线特征。

湍流动能的水平 and 垂直分量在很大程度上依赖于湍流扩散的长度尺度和湍流耗散率的参数化, 而现在在高雷诺数的大气中, 仍然没有一个较为准确的参数化方法。湍流扩散的长度尺度仍然采用的是参数化方法, 而湍流耗散率用 Rotta 的各向同性假设, 在受地面影响和对流影响较强的大气边界层中, Rotta 的各向同性假设

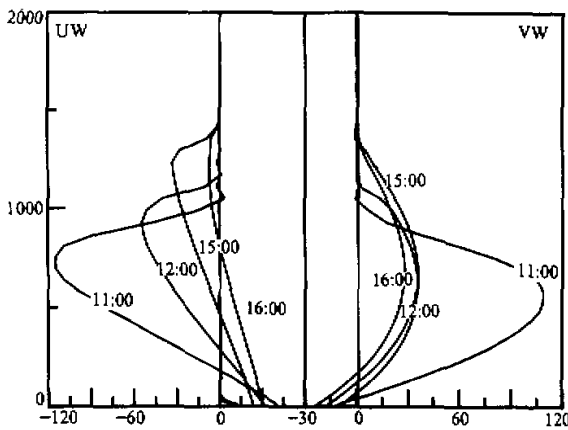


图 6 Wangara 33 天白天 $\overline{uw}$ 和 $\overline{vw}$ 廓线 ($\times 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$)
(纵坐标单位: m)

是否能较真实的反映大气边界层湍流过程, 仍待研究。

图 7 是 Wangara 33 天无量纲湍流动能的垂直分量和水平分量, 湍流动能的两个平均分量 u^2 和 v^2 满足湍流各向同性。同 Andre (图 8) 的三阶闭合模式的结果相比较, 发现在不考虑地表对湍流影响的情况下, 湍流的水平分量比垂直分量要小, 并且在充分发

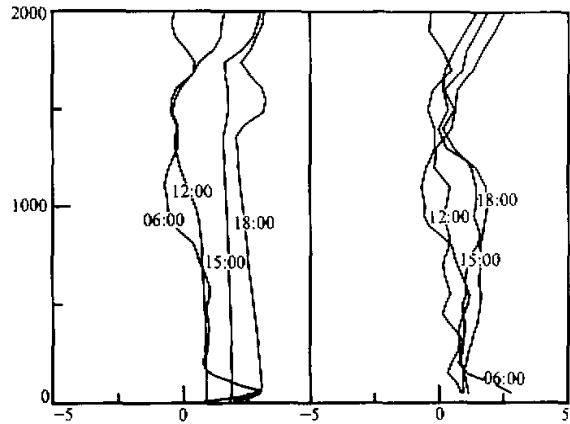


图 5 Wangara 33 天白天南北向风速模拟垂直廓线与
实测垂直廓线 (纵坐标单位: m)

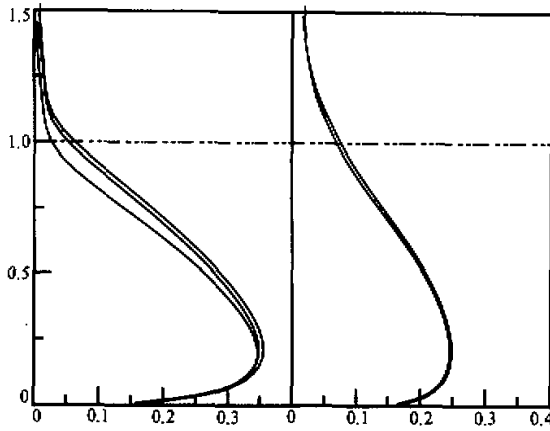


图7 Wangara 33 白天湍流动能的垂直分量和水平分量 ($\text{m}^2 \text{s}^{-2}$) (纵坐标单位: m)

直分量同 Andre^[9]的结果比较相似, 从地面的 $\overline{w^2} / w^2$ 增加到 $z / z_i = 0.35$ 处最大值 0.35, 这个值同 Andre^[9]的结果非常接近。

展的混合层内出现充分混合, 在混合层内趋近于常数, 除在 $z / z_i = 0.05$ 处有一小值外, 在考虑地表对湍流的非各向同性影响的情况下, 湍流的水平分量在 $z / z_i \approx 0.25$ 处出现极大值, 另外归一化后的湍流动能水平分量在充分发展的混合层内混合得相当充分; 另外 Andre^[10]用 Minnesota / Ashchurch 的资料, 证实了在不包括地表的影响将过低的计算湍流动能在混合层下部的切变产生。和湍流动能的水平分量形成对照的是, 湍流动能垂

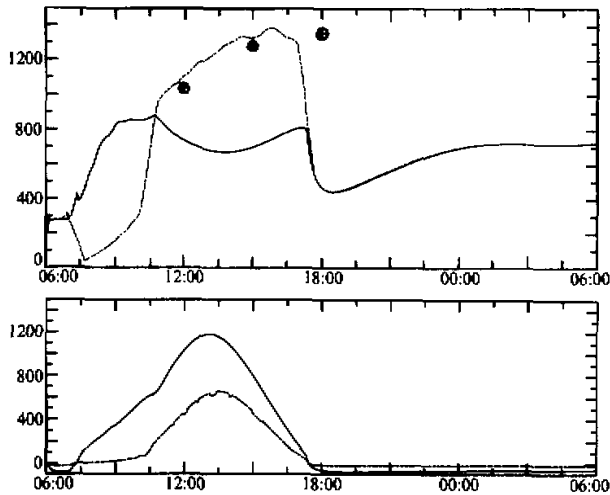


图8 混合层的高度和稳定度参数

上: 实线为混合层高度 z_i , $0.3u_s / |f|$; 下: 实线为 $-u_s / |f|L$, 虚线为 $-z_i / L$ (虚线)

图9是 $\overline{wq}$ 的垂直廓线, 从图中可以看到, 在混合层发展过程中 (12:00 以前), 混合层中下部的 $\overline{wq}$ 随高度并不是呈线性变化。相反, 在混合层充分发展后 (12:00 以后), $\overline{wq}$ 随高度呈线性变化, 这一点也说明了热量与水汽在边界层中的输送规律是有差异的, 这样的结果同文献 [9] 的结果一致。在边界层顶 $\overline{wq}$ 有一个较小的负值, Deardroff^[2]、Wyngaard 等^[4]和 Andre^[9]认为是卷夹层内湍流耗散率的参数化所致。

4.3 混合层高度

混合层高度 z_i 是描述混合层的一个重要参数, 有两个重要的因素影响 z_i 的变化, 这两个因素是逆温层底的卷夹过程和卷夹层中的湍流动能传输, 在卷夹层内湍流动能切变产生很小, 一个精确的对流模式必须对卷夹过程作出较精确的描述^[9]; 然而, 二阶闭合的有限差分模式的垂直扩散项的梯度表达不仅不能准确的描述卷夹层中的湍流扩散过程, 而且还过低的计算了混合层的加深过程, 混合层的高度是指负的最大的热通量的高度, 图 8 是本文模式预报的混合层高度, 图中的 $\oplus$ 是实测的结果, 可以发现模拟的结果和实测的结果符合得非常好, 同以往的有限差分模式比较, 有限元模式能够“分辨”出场函数在求解区域中轻重缓急, 这样, 可以将模式中的不准确参数化的影响降低到最低程度。

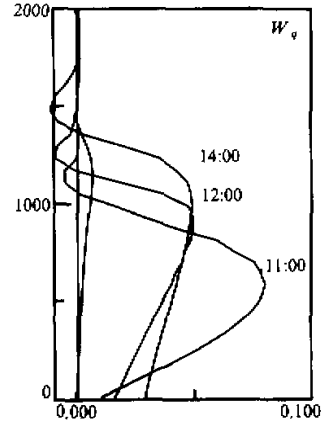


图 9 Wangara 33 白天 $w\bar{q}$ 的模拟结果 ($\text{m s}^{-1} \text{g kg}^{-1}$)
(纵坐标单位: m)

5 讨论与结论

本文对 Wangara 33 天白天混合层发展过程的成功模拟, 证明了有限元方法能有效地用于湍流闭合和大气边界层模式。有限元模式象有限差分模式一样, 仍然对湍流扩散和湍流耗散率的参数化相当敏感 (尤其是混合层顶的卷夹过程), 虽然可以象文献^[11]那样, 增加湍流耗散率和标量方差的预报方程, 但这样做的结果是又引入了更多的示知量, 需要更多的参数化, 这样很难保证湍流耗散率和标量方差的预报精度。由于有限元方法利用积分方法, 在积分的过程中, 利用插值的方法分辨模式区域中的每一个点, 进而能将模式中不真实的参数化的影响降低到最低程度, 使得二阶闭合有限元模式能得到近似于三阶闭合有限差分模式的结果。

参 考 文 献

- 1 Garratt, J. R., 1993, Sensitivity of climate simulations to land-surface and atmospheric boundary-layer treatments — A review, *J. Climate*, 6, 419~449.
- 2 Deardorff, J. W., 1974, Three-dimensional numerical study of turbulence in an entraining mixed layer, *Boundary Layer Meteor.*, 7, 199~206.
- 3 Mollor, G. L. and T. Yamda, 1974, A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, 31, 1791~1806.
- 4 Wyngaard, J. C. and O. R. Cote, 1974, the evolution of a convection planetary boundary layer — A higher-order-closure model study, *Boundary Layer Meteor.*, 7, 289~308.
- 5 Zemanm, S. O., 1981, Progress in the modeling of planetary boundary layers, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 253~273.
- 6 Wichmann, M. and E. Schaller, 1986, On the determination of the closure parameters in higher-order closure models, *Boundary Layer Meteor.*, 37, 323~341.
- 7 Tjernstrom, M., 1987, A study of flow over complex terrain using a three dimensional model, a preliminary model evaluation focusing on stratus and fog, *Annales Geophysicae*, 5B, 469~486.

- 8 Enger, L., 1983, Numerical boundary layer modelling with application to diffusion, Part I, A two-dimensional higher order closure model, Report No. 70, Department of Meteorology, Uppsala University, Uppsala, Sweden.
- 9 Andre, J. C., G. De Moor, P. Lacarrere and R. Du Vachat, 1978, Modeling the 24 hour evolution of the mean and turbulent structures of the planetary boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, **35**, 1861~1883.
- 10 Andren, A., 1990, Evaluation of a turbulence closure scheme suitable for air pollution application, *J. Appl. Meteor.*, **29**, 224~239.
- 11 Zeman, O. and J. L. Lumly, 1976, Modeling buoyance driven mixed layers, *J. Atmos. Sci.*, **33**, 1974~1988.
- 12 Long, P. E. Jr. and Pepper, D. W., 1981, An examination of some simple numerical schemes for calculation scalar advection, *J. Appl. Meteorol.*, **20**, 146~156.
- 13 Long, P. E. Jr. and Hicks, F. J., 1975, Simple Properties of Chapeau Functions and Their Application to the Solution of the Advection Equation, NOAA NWSTDL Office Note 75-8, Techniques Development Lab., Gramex Bldg., Silver Spring, Maryland.
- 14 胡非, 1990, 地形对边界层影响的有限元模式, *气象学报*, **48**(2), 129~138.
- 15 Mailhot, J. and R. Benoit, 1982, A finite-element model of the atmospheric boundary layer suitable for use with numerical weather prediction, *J. Atmos. Sci.*, **39**, 2249~2266.
- 16 Zeman, O., 1981, Progress in the modelling of planetary boundary layers, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **13**, 253~272.
- 17 Yamada, T. and G. L., Mellor, 1975, Modeling buoyance driven mixed layers, *J. Atmos. Sci.*, **33**, 1974~1988.
- 18 Launder, B. E., G. J. Reece and W. Rodi, 1975, Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure, *J. Fluid. Mech.*, **68**, 537~566.
- 19 Shir, C. C., 1973, A preliminary numerical study of atmospheric turbulent flows in the idealized planetary boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, **30**, 1327~1339.
- 20 Gibson, M. M. and B. E. Launder, 1978, Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer, *J. Fluid Mech.*, **86**, 491~591.
- 21 郭振海, 1997, 大气边界层高阶闭合的有限元模式, 北京大学博士学位论文.
- 22 Clarke, A. J., J. C. Wyngaard, Y. Izumi and E. F. Bradley, 1971, The Wangara Experiment, Boundary Layer Data, Tech. Paper 19, Div. Meteor. Phys. CSIRO, Australia.

A One-Dimensional Finite Element Model with Two-Order Closure Scheme Simulating the Atmospheric Boundary Layer Part I: Convective Boundary Layer

Guo Zhenhai, Chen Chong, Zhang Hongsheng, Chen Jiayi and Zhang Aichen

(Department of Geophysics, Peking University, Beijing 100871)

Abstract A finite element model with two-order closure simulating the atmospheric boundary layer has been developed and has simulated the convective boundary layer evolution process of Wangara Day 33. The result shows that the model can really simulate not only the evolution process of convective boundary layer but also the process of turbulent diffusing and transferring.

Key words two-order closure finite element atmospheric boundary layer