

多步预测的小波神经网络预报模型^{*}

金 龙

秦伟良

(江苏省气象科学研究所, 南京 210008)

(南京气象学院, 南京 210044)

姚华栋

(国家气候中心, 北京 100081)

摘 要 采用小波分析与人工神经网络相结合的方法, 进行了一种新的非线性长期预报模型研究。结果表明, 所构造的小波神经网络多步预测模型对历史样本具有很好的拟合效果, 独立样本的预报效果也令人满意。并且, 该预报模型具有误差收敛快, 预报时效长以及建模所需阶数低等显著优点, 具有很好的研究前景。

关键词: 小波神经网络; 平均气温; 多步预测

1 引言

由于短期气候(月、季、年时间尺度)变化对人类生产活动和防灾减灾具有重要影响而倍受关注。但是由于影响短期气候变化的机制和因素十分复杂, 目前的长期数值预报模式研究还难以直接有效地进行长时间(特别是季、年)尺度的气候预测。因此当前国内外对于月、季时间尺度的短期气候预测业务工作更多的是依靠统计预报方法。但是以往很多业务应用的统计预报方法, 其本质上大多属于线性的顺序处理技术。而近年来, 具有非线性、高维性以及大规模并行处理特征的人工神经网络和小波分析理论成为国际上多种学科新的增长点和竞争热点。并且, 由于小波分析在时域和频域上同时具有良好的局部化特征^[1], 因此在大气科学中, 被较为成功地应用于气候资料的多时间尺度或多空间尺度分析^[2]。而人工神经网络方法由于其良好的自适应学习和非线性映射能力, 也越来越受到大气科学和其他学科预测研究领域的重视^[3,4]。然而, 以小波分析和人工神经网络为基础的小波神经网络^[5]方法, 在长期预报研究领域尚不多见。在国内, 文献[6]采用 Morlet 母小波和共轭梯度法, 将小波神经网络方法应用于红外光谱的数据压缩。本文则尝试用高斯导函数作为母小波和梯度下降法, 进行一种预报时效较长的非线性长期预报方法研究, 以期对短期气候预测业务应用和气候预评价研究工作开拓新的思路和方法。

2 小波神经网络方法

小波神经网络的基础是小波分析, 将小波分析与神经网络相结合构造小波神经网络

时, 是通过对小波分解进行平移和扩张(缩小)变换, 得到一族小波函数系, 它可以被用来表示或逼近某一函数。并且, 由于小波神经网络引入了平移和伸缩因子, 因此, 小波神经网络具有更好的函数逼近能力, 这种性能为我们尝试进行月平均气温变化的时间序列预报问题提供了基础。

设基本小波函数为 $\Psi(X)$, 则通过平移和伸缩而生成的一维小波函数系

$$\Phi = \left\{ \left| \frac{1}{a_i} \right|^{1/2} \Psi\left(\frac{X - b_i}{a_i}\right), a_i \in R_+, b_i \in R, i \in Z \right\}, \quad (1)$$

其中 $|1/a_i|^{1/2}$ 为归一化系数, a_i 、 b_i 分别为伸缩和平移因子。

对于 n 维的情形, 可以建立相应的母波基

$$\Psi(X) = \Psi(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n \Psi(x_i). \quad (2)$$

则相应的 n 维情形下, 小波函数系为

$$\Phi_n = \{ \det(A_i)^{1/2} \Psi[A_i(X - t_i)], t_i \in R^n, a_i \in R_+, i \in Z \} \quad (3)$$

其中 A_i 为对角阵, $A_i \Delta \text{diag}(1/a_i)$, 对满足一定条件的 $\Psi(X)$, 函数系在 $L^2(R^n)$ 中是稠密的, 因而(3)式中元素的线性组合在 $L^2(R^n)$ 中也是稠密的。因此, 我们可以用 n 维小波函数的线性组合去逼近某函数, 即 $\forall f \in L^2(R^n)$, 可以用如下形式的函数逼近它:

$$g(X) = \sum_{i=1}^N w_i \Psi_i(X), \quad \Psi_i \in \Phi_n, \quad (4)$$

记 $\Psi_i(X) = \Psi[A_i(X - t_i)]$, 则(4)式可以写成

$$g(X) = \sum_{i=1}^N w_i \Psi[A_i(X - t_i)]. \quad (5)$$

该数学表达式可用如图1的网络结构表示, 该网络具有一个输入层, 一个隐含层和一个输出层。其中输入层共有 n 个单元, 相应于 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; 隐含层有 N 个单元, 相应于 N 个小波 $\Psi_1(X)$, $\Psi_2(X)$, $\dots$, $\Psi_N(X)$; $w_1, w_2, \dots, w_N$ 为权系数。

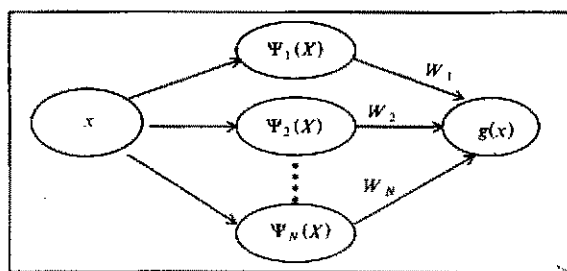


图1 小波神经网络的结构

为了使该小波网络更易于调节和提高其适应能力, 即使得(5)式中的伸缩矩阵增加方向的选择, 我们将 A_i 扩展为 $D_i R_i$, 则(5)式可写成

$$g(X) = \sum_{i=1}^N w_i \Psi[D_i R_i (X - t_i)], \quad (5)'$$

其中 w_i 为网络权系数, $D_i = \text{diag}(1/S_1^1, 1/S_1^2, \dots, 1/S_1^n)$ 是扩张矩阵 (对角矩阵), R_i 为旋转矩阵, t_i 是平移因子构成的向量。同时, 由于小波函数具有零均值, 而实际用于预报建模的样本多为非零均值, 因而再将 (5)' 式中增加一个参数 $\bar{g}$, 使之能逼近非零均值函数。这样, 可用于预报建模的小波神经网络数学表达式为

$$g(X) = \sum_{i=1}^N w_i \Psi[D_i R_i (X - t_i)] + \bar{g}, \quad (6)$$

若以 θ 表示 (6) 式中所有参数的全体, K 为训练样本总数, 网络的输入为 X_k , 输出为 y_k , 误差函数为

$$C(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K [g_\theta(X_k) - y_k]^2. \quad (7)$$

一般可以通过误差函数的最小化来得出网络各参数, 本文是采用梯度下降法来计算误差函数的最小值, 为了方便可以令

$$\Psi'(X) = \frac{\partial \Psi(X)}{\partial x} = \left[\frac{\partial \Psi(X)}{\partial x_1}, \frac{\partial \Psi(X)}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial \Psi(X)}{\partial x_n} \right]^T, \quad e_K = g_\theta(X_K) - y_K,$$

$Z_{iK} = D_i R_i (X_K - t_i)$ 。则 $C(\theta)$ 相对于 $\bar{g}$, w_i , t_i , s_i 和 R_i 的偏导数分别为

$$\frac{\partial C}{\partial \bar{g}} = \sum_{k=1}^K e_k, \quad (8)$$

$$\frac{\partial C}{\partial w_i} = \sum_{k=1}^K e_k \Psi(Z_{ik}), \quad (9)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t_i} = \sum_{k=1}^K e_k w_i R_i^T D_i \Psi'(Z_{ik}), \quad (10)$$

$$\frac{\partial C}{\partial s_i} = \sum_{k=1}^K e_k w_i D_i^2 \text{diag}[R_i (X_k - t_i)] \Psi'(Z_{ik}), \quad (11)$$

$$\frac{\partial C}{\partial R_i} = \sum_{k=1}^K e_k w_i D_i \Psi'(Z_{ik}) (X_k - t_i)^T, \quad (12)$$

其中 (10)、(11) 式所得为向量, (12) 式所得为矩阵。

设学习率为 γ , 学习算法可归结为: ① 初始化 θ_0 ; ② 输入训练样本 $\{x_k, y_k\}$; ③ 计算 $C(\theta_m)$ 的梯度; ④ 计算 $\theta_{m+1} = \theta_m - \gamma \text{grad} C(\theta_m)$; ⑤ 若满足精度要求则结束, 否则转到③。

3 月平均气温的递推预报

本文在采用小波网络进行月平均温度的预报建模时, 首先所采用的资料是南京 1905 年 1 月至 1996 年 12 月的逐月平均气温资料。其中对 1938 年到 1940 年及 1944 年到 1945 年南京站的缺测资料是利用上海观测站的 1905 年至 1980 年的同期气温资料,

采用回归方法进行插补订证得到的。

利用插补订证后得到的 1905 年 1 月至 1996 年 12 月完整的月平均温度资料进行预报建模时, 考虑到原序列有季节变化, 因此, 首先对这 1104 个样本进行标准化处理, 将数据标准化在 $[-1, 1]$ 之间。并且, 取 1905 年至 1995 年 1096 个逐月平均气温资料进行预报建模, 而将 1996 年 12 个月的月平均气温资料作为独立样本, 用来考察小波神经网络对月平均气温的实际预报能力。另外, 在实际长期天气预报中, 一般的月平均气温自回归预报模型往往都是预报未来一个月情况。而当获得当前月的实测值再预报下一个月, 其预报时效在实际生产服务中的效用是比较有限的。为此, 我们进一步采用如下的递推预报公式来进行预报。

$$\begin{cases} \hat{x}_t = F(x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-n}), \\ \hat{x}_{t+1} = F(\hat{x}_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-n+1}), \\ \hat{x}_{t+2} = F(\hat{x}_{t+1}, \hat{x}_t, \dots, x_{t-n+2}), \\ \dots\dots \end{cases} \quad (13)$$

其中 P 为递推预报的最大项数, 在本文中取 12, 这样可以一次作出未来 1 到 12 个月的逐月平均温度预报。

根据上述方法, 小波基函数取高斯导函数 $\Psi(x) = -xe^{-x^2/2}$, 小波数 N 取 4, 预报序列的阶数 n 取 4, 则

$$D_i = \begin{bmatrix} 1/S_i^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/S_i^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/S_i^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/S_i^4 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$t_i = (t_{i1} \quad t_{i2} \quad t_{i3} \quad t_{i4})^T, \quad (15)$$

$$R_i = (R_{ijp}) = \begin{bmatrix} R_{i11} & R_{i12} & R_{i13} & R_{i14} \\ R_{i21} & R_{i22} & R_{i23} & R_{i24} \\ R_{i31} & R_{i32} & R_{i33} & R_{i34} \\ R_{i41} & R_{i42} & R_{i43} & R_{i44} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

其中 $i=1, 2, 3, 4$; $j, p=1, 2, 3, 4$ 。

对这些参数的初始化可采用如下的方法: $\bar{g}$ 和 w_i 都设置为零, 旋转矩阵 R_i 都设置成单位矩阵,

$$\left| \begin{array}{ll} t_1 = (0,0,0,0)^T & s_1 = (1,1,1,1)^T \\ t_2 = (-0.5, -0.5, -0.5, -0.5)^T & s_2 = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5)^T \\ t_3 = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5)^T & s_3 = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5)^T \\ t_4 = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25)^T & s_4 = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25)^T \end{array} \right|, \quad (17)$$

$$\Psi(x) = -x_1 x_2 x_3 x_4 e^{-\frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2)} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \Psi(X)}{\partial X} = \begin{bmatrix} \partial \Psi(X) / \partial X_1 \\ \partial \Psi(X) / \partial X_2 \\ \partial \Psi(X) / \partial X_3 \\ \partial \Psi(X) / \partial X_4 \end{bmatrix} = e^{-\frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2)} \begin{bmatrix} (x_1^2 - 1)x_2 x_3 x_4 \\ (x_2^2 - 1)x_1 x_3 x_4 \\ (x_3^2 - 1)x_1 x_2 x_4 \\ (x_4^2 - 1)x_1 x_2 x_3 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$(X_k, y_k) = (x_{k+3}, x_{k+2}, x_{k+1}, x_k, x_{k+4}), \quad (20)$$

$$Z_{ik} = D_i R_i (X_k - t_i), \quad (21)$$

$$g_\theta(X_k) = \sum_{i=1}^4 w_i \Psi(Z_{ik}) + \bar{g}, \quad (22)$$

$$e_k = g_\theta(X_k) - y_k, \quad (23)$$

将以上公式代入(8)~(12)式, 即可以计算得到参数 $\bar{g}$ 、 w_i 、 t_i 和 s_i 和 R_i 的梯度。在给定误差收敛标准后, 用梯度法对它们进行训练, 便可得到用于建立预报模型的各项参数。

本文在利用南京 1905 年至 1995 年 1096 个月平均气温资料建立小波网络的预报模型时, 设定收敛误差为 0.000 01, 当网络训练 13 次就达到了期望误差要求, 网络训练结束(网络参数表略)。

由这些确定的网络参数便可得到预报模型对历史样本拟合数据的计算结果。图 2a 和 2b 分别给出了 1986 年至 1990 年及 1991 年至 1995 年, 10 年共 120 个月的月平均气温实测值和拟合距平值(由于篇幅所限未给出其余年份的数据)。由图 2a 和 2b 可以看到, 小波网络对历史样本的拟合效果令人满意, 并且仅进行了 13 步训练就达到了 0.000 01 的设定误差要求, 其误差收敛速度是比较快的。

利用该预报模型和递推预报公式(13), 对 1996 年 12 个月的逐月平均气温进行了预报, 其预报结果见表 1。在表 1 中也同时给出了 1996 年 12 个月月平均气温观测值以及

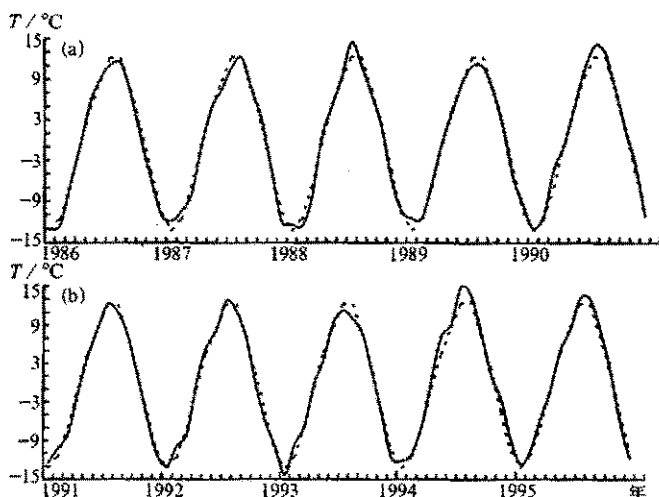


图 2 南京月平均气温观测值距平(实线)与小波网络拟合值距平(虚线)

(a) 1986 年~1990 年各月; (b) 1991 年~1995 年各月

表 1 1996 年南京各月平均气温小波网络预报结果

℃

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	绝对值平均
实况	2.50	3.40	7.80	14.60	20.30	24.80	26.80	27.90	24.00	17.90	10.50	4.80	
预报	2.41	3.95	8.59	14.74	20.17	24.32	27.83	27.63	22.94	17.17	10.86	4.74	
误差	0.09	-0.55	-0.79	-0.14	0.13	0.48	-1.03	0.27	1.06	0.73	-0.36	0.06	0.47

预报值与观测值的差值。由表 1 可以看出，小波网络预报模型对 12 个月的预报误差平均为 0.47℃。同时，由于本文所设计的这种小波神经网络递推预报模型，可以一次作出未来 12 个月的逐月平均气温预报，这对于实际长期预报业务工作是十分有意义的。

4 小波神经网络与自回归模型的对比分析

由于采用小波神经网络方法进行月平均气温的长期预报研究是一种新的尝试，该方法与传统的时间序列预报方法有何差别，则需要作进一步讨论研究。为此，再采用同样的南京月平均气温序列和目前国内最为常用的 5 种自回归模型定阶准则^[7]。

$$F(K)=\frac{n+k+1}{n-k-1}\sigma^2(K), \tag{24}$$

$$A(K)=\ln\sigma^2(K)+2K/n, \tag{25}$$

$$B(K)=n\ln\left[\frac{n}{n-k-1}\sigma^2(K)\right]+(K+1)\ln n, \tag{26}$$

$$L_1(K)=\frac{n(n-1)}{(n-k-1)^2(n-k-2)}\sigma^2(K), \tag{27}$$

$$L_2(K)=\frac{n^2(n-1)}{(n-k-1)^2(n-k-2)}\sigma^2(K), \tag{28}$$

进行自回归模型的预报建模。在 (24) ~ (28) 公式中，

$$\sigma^2(K)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n[x_i-\hat{x}_i(K)]^2, \quad (K=1,2,\cdots,m),$$

其中 n 为序列总长度， m 为最大后延相关长度， $\sigma^2(K)$ 为 K 阶自回归模型的剩余方差， $\hat{x}_i(K)$ 为 K 阶自回归对 x_i 的估计值。

为了客观的对比分析，同样利用南京 1905 年 1 月至 1995 年 12 月 1096 个逐月平均气温资料和以上 5 种定阶准则计算公式，进行定阶试验计算。最大后延相关长度取 80，计算结果得到 5 种定阶准则所确定的最优阶数均为 24。据此，再利用递推公式(13)进行了 1996 年 1~12 月的自回归模型逐月平均气温递推预报计算。全部 12 个月的预报值、实际观测值和预报误差均列于表 2。由表 1 和表 2 的对比分析不难看到，自回归模

表 2 1996 年南京月平均气温最优阶数自回归模型预报结果

℃

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	绝对值平均
实况	2.50	3.40	7.80	14.60	20.30	24.80	26.80	27.90	24.00	17.90	10.50	4.80	
预报	2.54	3.95	8.68	14.76	20.57	25.30	28.49	27.63	23.23	17.31	11.20	4.95	
误差	-0.04	-0.55	-0.88	-0.16	-0.27	-0.50	-1.69	0.27	0.77	0.59	-0.70	-0.15	0.55

型的阶数为 24 阶, 小波神经网络的阶数仅为 4 阶。而预报结果表明, 小波神经网络的预报精度是优于自回归模型的。

为了进一步对比, 再将自回归模型与小波神经网络取一样的 4 阶, 并且同样对 1996 年 12 个月作递推预报。其预报结果和预报误差也同时列于表 3。将表 1 和表 3 的结果作对比分析不难看出, 如果自回归模型与小波神经网络取同样的阶数, 则自回归模型的预报误差更明显地大于小波神经网络预报模型。

然而, 以上的预报计算个例中, 利用南京站的月平均气温序列, 采用 5 种常用的自回归定阶准则计算公式得到的最优阶数均为 24。为了作进一步的分析研究, 再利用上海 1873 年至 1992 年 1440 个月的逐月平均气温序列, 采用与以上相同的方法, 分别建立小波神经网络的预报模型和自回归预报模型作进一步的比较。在建立小波神经网络预报模型时, 也同样以 1873 年至 1991 年共 1428 个样本作为建模样本, 而 1992 年 12 个月的月平均气温作为预报检验的独立样本。经过试验计算, 同样小波数取 4, 建模序列的阶数为 4。设定预报模型的收敛误差为 0.00001, 网络模型通过 20 步学习训练, 达到设定的误差要求, 网络训练结束。根据这些确定的网络参数 (各参数表略), 再利用递推预报公式(13), 便可以作出 1992 年 12 个月的逐月平均气温预报。将上海 1992 年 12 个月的月平均气温实测值和预报值同时列于表 4。同样再以 1873 年至 1991 年 1428 个月的上海逐月平均温度序列作为自回归模型的建模样本, 采用(24)~(28)式 5 种自回归模型定阶准则计算公式, 作最优阶数的定阶计算。当最大后延相关长度取 80 时, 由 5 种定阶准则计算公式得到的自回归模型最优阶数分别是: $F=48$, $A=48$, $B=24$, $L_1=48$, $L_2=36$ 。根据以上 5 种定阶准则计算公式确定的 3 种最优阶数 48、36、24, 分别建立 3 种自回归预报模型, 并利用递推预报公式(13), 对 1992 年 12 个月的月平均气温进行预报。将这 3 种自回归预报模型的递推预报结果同时列于表 4。由表 4 可以

表 3 1996 年南京月平均气温 4 阶自回归模型预报结果

℃

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	绝对值平均
实况	2.50	3.40	7.80	14.60	20.30	24.80	26.80	27.90	24.00	17.90	10.50	4.80	
预报	1.28	3.18	8.05	14.57	20.98	25.45	27.08	25.46	23.53	18.16	11.94	5.13	
误差	1.22	0.22	-0.25	0.03	-0.68	-0.65	-0.28	2.44	0.47	-0.26	-1.44	-0.33	0.69

表 4 1992 年上海月平均气温小波网络与自回归模型预报结果

℃

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	绝对值平均
实况	4.40	6.50	8.10	15.20	20.60	22.50	28.00	27.10	24.10	17.70	11.60	8.10	
小波神经网络模型													
预报	3.73	4.66	8.59	14.17	19.20	23.48	27.67	27.62	23.48	18.06	12.07	6.22	
误差	0.67	1.84	-0.49	1.03	1.40	-0.98	0.33	-0.52	0.62	-0.36	-0.47	1.88	0.88
24 阶自回归模型													
预报	4.41	5.44	9.16	13.48	19.81	24.93	27.51	27.28	23.39	18.69	12.47	6.95	
误差	-0.01	1.06	-1.06	1.72	0.79	-2.43	0.49	-0.18	0.71	-0.99	-0.87	1.15	0.96
36 阶自回归模型													
预报	4.62	5.64	9.40	13.86	19.61	24.62	27.30	27.22	23.39	18.39	12.21	6.83	
误差	-0.22	0.86	-1.30	1.34	0.99	-2.12	0.70	-0.12	0.71	-0.69	-0.61	1.27	0.91
48 阶自回归模型													
预报	4.87	5.27	9.24	14.13	19.48	24.78	27.57	26.97	23.35	18.30	11.91	6.93	
误差	-0.47	1.23	-1.14	1.07	1.12	-2.28	0.43	0.13	0.75	-0.60	-0.31	1.17	0.89

看到, 上海月平均气温的小波神经网络预报模型对独立样本的预报精度要好于 3 种最优阶数的自回归模型。因此, 从以上各种预报个例的计算分析不难看出, 小波神经网络方法对于处理时间序列的预报问题是十分有效的。

5 结语

将小波分析良好的局域化性质与神经网络的自适应学习和非线性映射能力相结合, 充分显示了小波神经网络极佳的函数逼近能力, 这为非线性长期天气预报方法提供了新的思路和方法。同时, 由以上的建模和实验预报过程看到, 当预报模型建立以后, 所有模型参数保持不变, 一次进行未来 12 个月的逐月温度预报。这与实际预报过程是类似的, 并且本文设计的递推预报, 使预报时效达 12 个月, 这对于当前国内外广泛研究的短期气候预测业务应用以及开展气候预评价业务研究工作是十分有意义的。但是, 在小波神经网络的预报建模研究时发现, 随着小波数及预报序列的阶数增加, 会使网络参数的学习训练计算量迅速增大, 并且有时会影响到误差收敛问题。因此适宜小波神经网络预报模型的小波数和阶数的取值还有待于进一步研究。同时, 采用其他形式的小波函数, 会对预报建模有何影响也是值得深入研究的问题。

参 考 文 献

- 1 焦李成、保铮, 子波理论与应用: 进展与展望, 电子学报, 1993, 21(7), 92~96.
- 2 林振山、丛峰、邓自旺, El Niño 区域 SST 的空间结构, 大气科学, 1997, 21(3), 324~330.
- 3 Jin Long (金龙), Luo Ying (罗莹), Lin Zhenshan (林振山), Study on mixed model of neural network for farmland flood/drought prediction, *Acta Meteorologica Sinica*, 1997, 11(3), 364~373.
- 4 宋新华、陈苗、俞汝勤, 人工神经网络用于对位取代苯酚定量关系的研究, 中国科学 (B 辑), 1993, 23(3), 245~251.
- 5 Zhang, Q. and A. Benvenise, Wavelet Network, *IEEE Transactions on Neural Network*, 1992, 3(6), 889~898.
- 6 刘伟、李金屏、熊建辉等, 小波神经网络在红外光谱数据压缩中的应用, 科学通报, 1997, 42(8), 824~826.
- 7 金龙、袁成松、秦伟良等, 基于预报误差最小的自回归定阶方法研究, 气象科学, 1997, 17(1), 36~41.

A Multi-Step Prediction Model of Wavelet Neural Network

Jin Long

(Jiangsu Meteorological Institute, Nanjing 210008)

Qin Weiliang

(Nanjing Institute of Meteorology, Nanjing 210044)

Yao Huadong

(National Climate Center, Beijing 100081)

Abstract A new nonlinear long-range prediction model is proposed based on the wavelet transform and wavelet neural network in the paper. Results indicate that multi-step prediction model of wavelet neural network is well available for both the fitting and the forecast. At the same time, the new prediction model shows great promise in the research of long-range prediction due to its fast convergence of the errors, long period of validity and low order to build prediction model.

Key words: wavelet neural network; mean temperature; multi-step prediction