

# 缓慢移动性 Rossby 波与大尺度地形的 近共振相互作用

罗德海

(青岛海洋大学大气海洋科学系, 青岛, 266003)

李崇银

(中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟实验室, 北京 100029)

**摘 要** 通过考虑西风角动量(基本气流的二阶修正)对缓慢移动性 Rossby 波的反馈作用, 建立起缓慢移动性 Rossby 波与大尺度地形近共振相互作用的理论模型, 使用 4 阶 Runge-Kutta 方法对该模型进行数值计算可以发现, 缓慢移动性 Rossby 波与大尺度地形近共振相互作用, 可以使缓慢移动性 Rossby 波和西风角动量产生 30~60 d 的低频振荡。在高纬度地区(60°N), 30~60 d 低频振荡主要以缓慢西移的 1 波为主; 而在中纬度地区 30~60 d 低频振荡主要表现为 1~3 波, 其中 1 波可以是缓慢东移的, 也可以是缓慢西移的, 而 2 波主要表现为缓慢向西移动, 3 波为缓慢向东移动。

**关键词:** Rossby 波; 大尺度地形; 近共振相互作用; 低频振荡

## 1 引言

在过去近 20 年中, 人们已对大尺度地形对大气环流的影响作了大量的理论研究, 取得了重要进展<sup>[1~5]</sup>。Charney 和 Devore<sup>[2]</sup>首先发现通过大尺度地形的强迫正压 Rossby 波可以产生不稳定, 这种不稳定就是所谓的拖曳(form-drag)不稳定。后来, Revell 和 Hoskins<sup>[6]</sup>在一个球面五层原始方程模式中也发现类似的地形强迫不稳定。Legras 和 Ghil<sup>[7]</sup>发现经向方向为一个模态的 Rossby 波也会与地形强迫波发生共振, 而它所要求的共振西风远小于 CDV 型共振所要求的西风<sup>[2]</sup>, 并认为他们发现的 LG 型共振是阻塞产生的原因之一。Ghil 和 Childress<sup>[8]</sup>则将中高纬度地区 30~60 d 低频振荡与地形强迫的非带状西风的非线性不稳定联系起来。罗德海和李崇银<sup>[9]</sup>进一步研究了叠加在地形诱生的波状流上 Rossby 扰动的不稳定, 并指出这种不稳定波的结构与中高纬度地区所观测到的 30~60 d 的低频振荡非常一致。然而这种不稳定理论不能解释西风角动量的 30~60 d 的低频变化。关于中高纬度地区 30~60 d 低频振荡的各种物理机制, 见文献[10]。

Marcus 等人<sup>[11]</sup>的数值试验表明在中高纬度地区如果不考虑大尺度地形的强迫作用, 30~60 d 的低频振荡几乎不能被观测到。然而在他们所使用的 UCLA 数值模式, 当考虑大尺度地形的强迫作用时, 1~3 波和西风角动量都可以产生明显的 30~60 d 的

低频振荡。这表明大尺度地形是中高纬度地区 30~60 d 低频振荡产生的源。为了解释西风角动量的 30~60 d 的低频变化,对于地形强迫的共振西风 Jin 和 Ghil<sup>[2]</sup>研究了波与波和波与流之间的非线性相互作用,并获得了·一个描述地形共振 Rossby 波的 Landau-Ginzburg 方程。然而我们注意到他们的结果不能解释 Ghil 和 Mo<sup>[13]</sup>所观测到的 30~60 d 低频振荡的移动分量,并且当共振西风的水平切变不存在时,他们所获得的结论也不成立。罗德海<sup>[14]</sup>研究了地形共振 Rossby 波与两个移动 Rossby 波之间的准共振相互作用,指出通过这些波之间的准共振相互作用在中高纬度地区产生明显的 30~60 d 的低频振荡。但这种理论仍不能解释西风角动量 30~60 d 的低频变化。最近罗德海<sup>[15]</sup>进一步研究了在均匀基流分别满足 CDV 型和 LG 型近共振条件下,缓慢移动的 Rossby 波与相同波数的地形强迫波之间的近共振相互作用,指出在近共振的均匀西风 中波与地形的相互作用是中高纬度地区 30~60 d 低频振荡产生的源,所得到的结果与 Ghil 和 Mo<sup>[13]</sup>所得到的观测结果非常一致,遗憾的是在这篇论文中并未考虑高阶非线性的作用。罗德海<sup>[16]</sup>在地形  $h = \epsilon h'$  假设下研究了近共振均匀基流中 3 个波的准共振和非共振相互作用,发现大尺度地形将使准共振的 3 个 Rossby 波产生 30~60 d 低频包络振幅振荡。而对于非共振相互作用,地形是 3 个 Rossby 波的振幅产生振荡的源。

为了进一步解释中高纬度地区西风角动量和移动性 1~3 波所具有的 30~60 d 低频振荡,本文考虑了高阶非线性的作用,研究了在 CDV 型近共振条件下,缓慢移动的 Rossby 波与大尺度地形之间的非线性相互作用,获得了新的描述缓慢移动的 Rossby 波和西风角动量变化的非线性方程。通过使用 4 阶 Runge-Kutta 方法对这些非线性方程进行数值计算,结果表明在近共振的均匀西风中缓慢移动的 1~3 波通过与大尺度地形之间的非线性相互作用可以产生 30~60 d 的低频振荡,并诱生西风角动量产生 30~60 d 的低频变化。另外,移动性 30~60 d 低频振荡的传播方向还取决于近共振的均匀西风的强度。这些结果与中高纬度地区 30~60 d 低频振荡的观测事实非常一致。

## 2 地形强迫的正压模式和移动性 Rossby 波与地形相互作用的非线性方程

在不考虑耗散作用下正压无辐散的无量纲涡度方程为

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + J(\psi, \nabla^2 \psi + h) + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

其中,  $\psi$  为无量纲的流函数,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  为二维的 Laplace 算子,  $J(a, b) =$

$\frac{\partial a}{\partial x} \frac{\partial b}{\partial y} - \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial b}{\partial x}$  为 Jacobi 行列式,  $h$  为无量纲的地形分布;  $\beta = \frac{\beta_0 L^2}{U}$ ,  $\beta_0 =$

$\frac{2\omega_0 \cos(\varphi_0)}{a_0}$ ,  $a_0$  是地球的半径,  $\omega_0$  是地球的自转角速度,  $\varphi_0$  是纬度,  $L = 10^3$  km 和

$U = 10$  m/s 分别为大尺度运动的水平特征尺度和特征速度。

对于北半球中高纬度地区的大尺度地形,其分布可表示为很多个谐波叠加而成。

按照 Peixoto 等人<sup>[17]</sup>的谐波计算, 可以发现如果大尺度地形能表示成  $h = h_0 \exp(ikx) \sin(\pi y / L_y) + cc = 2h_0 \cos(kx) \sin(\pi y / L_y)$ , 那么对于纬向 1~4 波的地形它的高度  $h_0$  分别对应 0.468、0.519、0.343 和 0.327。因此在这种情况下我们可以引入小参数  $\varepsilon$ <sup>[15,16,18]</sup>, 使得

$$h = \varepsilon h', \quad (2)$$

其中  $\varepsilon \ll 1.0$ ,

其边界条件为<sup>[12,15]</sup>

$$\text{在 } y = 0 \text{ 和 } L_y \text{ 处, } \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial^2 \bar{\psi}(t, y)}{\partial t \partial y} = 0, \quad (3)$$

其中  $\bar{\psi}(y, t) = \frac{1}{L_x} \int_0^{L_x} \psi(x, y, t) dx$  为纬向上的平均流函数,  $L_x$  是 Rossby 波的纬向波长,  $L_y$  为  $\beta$  通道的宽度。

引入下列缓慢时间

$$T = \varepsilon^2 t, \quad (4)$$

将 (1) 式的解按下列级数表示

$$\psi = -\bar{u}y + \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \psi_n(x, y, t, T), \quad (5)$$

其中  $\bar{u}$  为均匀西风气流。

把 (4) 和 (5) 式代入 (1) 式, 有

$$O(\varepsilon): L(\psi_1) = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2(\psi_1) + \beta \frac{\partial(\psi_1)}{\partial x} = -\bar{u} \frac{\partial h'}{\partial x}, \quad (6)$$

$$O(\varepsilon^2): L(\psi_2) = -J(\psi_1, \nabla^2 \psi_1 + h'), \quad (7)$$

$$O(\varepsilon^3): L(\psi_3) = -\frac{\partial}{\partial T} \nabla^2 \psi_1 - J(\psi_1, \nabla^2 \psi_2) - J(\psi_2, \nabla^2 \psi_1 + h'), \quad (8)$$

$$O(\varepsilon^4): L(\psi_4) = -\frac{\partial}{\partial T} \nabla^2 \psi_2 - J(\psi_2, \nabla^2 \psi_2) - J(\psi_3, \nabla^2 \psi_1 + h') - J(\psi_1, \nabla^2 \psi_3), \quad (9)$$

其边界条件为

$$\text{在 } y = 0 \text{ 和 } L_y \text{ 处, } \frac{\partial \psi_n}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial^2 \bar{\psi}_n(t, y)}{\partial t \partial y} = 0, \quad \frac{\partial^2 \bar{\psi}_n(t, y)}{\partial T \partial y} = 0, \quad (10)$$

假设地形分布可以表示为<sup>[15]</sup>

$$h' = h'_0 \exp(ikx) \sin(my) + cc, \quad (11)$$

其中  $h'_0$  为地形模的振幅,  $m = -\pi / L_y$ ,  $cc$  表示它前项的共轭。

显然, (6) 式的解可以表示为

$$\psi_1 = A(T) \exp[i(kx - \omega t)] \sin(my) + h_A h'_0 \exp(ikx) \sin(my) + cc, \quad (12)$$

其中  $A$  为自由 Rossby 波的振幅, 而  $h_A h'_0$  为地形强迫波的振幅,  $k = n / [6.371 \cos(\varphi_0)]$

( $n = 1, 2, 3 \dots$ ) 为它的纬向波数,  $\omega$  为它的圆频率。由于 (6) 式是线性方程, 因此将 (12) 式代入 (6) 式可以得到  $h_A$  的表达式。

将 (11) 和 (12) 式代入 (6) 式我们可以获得

$$\omega = \bar{u}k - \frac{\beta k}{k^2 + m^2}, \quad (13)$$

$$h_A = -\frac{1}{\frac{\beta}{\bar{u}} - (k^2 + m^2)}. \quad (14)$$

在 (12) 式中, 当我们取  $A=0$  时, (12) 式变为 Tung 和 Lindzen<sup>[3]</sup> 所获得的地形共振 Rossby 波的表达式。若  $\bar{u} \rightarrow \bar{u}_c = \beta / (k^2 + m^2)$  (或  $\omega \rightarrow 0$ ) 时,  $h_A \rightarrow \infty$ , 这时地形强迫的定常 Rossby 波发生共振放大, 这种情况 Tung 和 Lindzen<sup>[3]</sup> 已详细地讨论过。只有当  $\omega \neq 0$  且很小时, (12) 式才具有物理意义, 因此只有移动性 Rossby 波与具有相同波数的地形发生相互作用, 本文仅讨论  $\omega \neq 0$  且很小的情况。Pedlosky<sup>[5]</sup>、Jin 和 Ghil<sup>[12]</sup> 在  $h = \varepsilon^3 h'$  假设下研究了定常 Rossby 波与地形的共振相互作用, 指出这种共振相互作用可以激发低频振荡。他们的假设低估了大尺度地形的作用, 特别是在 Jin 和 Ghil<sup>[12]</sup> 的工作中, 基本流还必须要求具有水平切变, 实际上这种假设没有必要, 因为他们得到的结果似乎是不正确的。另外他们的结果不能解释 30~60 d 低频振荡的移动分量。罗德海<sup>[15]</sup> 已指出这些问题, 并发现缓慢移动性 Rossby 波与地形的近共振相互作用, 将会使缓慢移动性 Rossby 波和西风角动量产生 30~60 d 低频振荡。然而他并没有建立起缓慢移动性 Rossby 波和西风角动量相互反馈的非线性方程。

把 (11) 和 (12) 式代入 (7) 式, 有

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 \psi^2}{\partial y^2} \right) = -ikmh'_0 [A \exp(-i\omega t) - A^* \exp(i\omega t)] \sin(2my), \quad (15)$$

其中  $\psi_2 = \bar{\psi}_2(y, t, T)$ ,  $A^*$  为  $A$  的复共轭。

(15) 式的边界条件为

$$\text{在 } y=0 \text{ 和 } L_y \text{ 处, } \frac{\partial^2 \bar{\psi}_2(t, T, y)}{\partial t \partial y} = 0, \quad \frac{\partial^2 \bar{\psi}_2(t, T, y)}{\partial T \partial y} = 0, \quad (16)$$

很明显, 当  $\omega \neq 0$  时 (15) 式的解很容易得到, 它满足边界条件 (16) 式的特解为

$$\psi_2 = \frac{kh'_0}{4m\omega} [A \exp(-i\omega t) + A^* \exp(i\omega t)] \left[ 2m \left( y - \frac{L_y}{2} \right) - \sin(2my) \right] + \bar{\psi}_2(T, y). \quad (17)$$

我们注意到满足边界条件 (17) 式的解  $\bar{\psi}_2(T, y)$  不能从 (8) 式直接获得, 但从 (9) 式获得。为了获得  $\bar{\psi}_2(T, y)$  的方程, 我们假设满足边界条件 (16) 式的解  $\bar{\psi}_2(T, y)$  为

$$\bar{\psi}_2 = \Theta(T) \left[ \sin(2my) - 2m \left( y - \frac{L_y}{2} \right) \right]. \quad (18)$$

由于有  $\psi = -\bar{u}y + \alpha\psi_1(x, y, t, T) + \varepsilon^2\psi_2(x, y, t, T) + \dots$ , 因此  $\bar{\psi}_2(T, y)$  实际上表示基本流的 2 阶修正。在这种情况下, 如果  $\bar{\psi}_2(T, y)$  有 30~60 d 的低频振荡, 那么它表示

西风角动量有 30~60 d 的低频振荡。

在 (12) 式中, 当  $\omega=0$  时, 移动性 Rossby 波变为定常波, 并与地形波发生共振。这时的西风  $\bar{u} = \bar{u}_c = \beta / (k^2 + m^2)$  为地形的共振西风, 而 (12) 和 (17) 式则不成立。对于这种情况我们的方法不能处理, 但若对于浅地形 ( $h = \varepsilon^3 h'$ ), 我们可以使用 Pedlosky<sup>[5]</sup> 和 Jin 和 Ghil<sup>[12]</sup> 提出的方法来研究定常 Rossby 波与地形共振的相互作用。然而对于研究移动性 Rossby 波与地形的近共振相互作用, 他们的方法是失效的, 而罗德海<sup>[15]</sup>的方法却是非常有效的。本文所考虑的风场为准共振西风, 即假定  $\bar{u} - \bar{u}_c$  很小以致于  $\omega$  很小。在这种情况下我们可以写成  $\omega = \varepsilon^2 \Omega$ , 其中  $\Omega = O(1)$ , 于是有  $\omega t = T\Omega$ 。

将 (11)、(12) 和 (17) 式代入 (8) 式, 有

$$\begin{aligned} L(\psi_3) = & \left\{ (k^2 + m^2) \frac{dA}{dT} + i \frac{(m^2 - 3k^2)k^2 h'_0}{4\omega} A [A \exp(-i\Omega T) + A^* \exp(i\Omega T)] \right. \\ & + i \frac{k^2[(m^2 - 3k^2)h_A + 3]h'^2_0}{4\omega} [A + A^* \exp(2i\Omega T)] + ikm(3k^2 - m^2)A\Theta \\ & + ikm[(3k^2 - m^2)h_A - 3]h'_0 \Theta \exp(i\Omega T) \left. \right\} \exp[i(kx - \omega t)] \sin(my) \\ & + \left\{ -i \frac{k^2(3m^2 - k^2)h'_0}{4\omega} A [A \exp(-i\omega t) + A^* \exp(i\omega t)] \right. \\ & + ikm(3m^2 - k^2)A\Theta - i \frac{k^2[(3m^2 - k^2)h_A + 1]h'^2_0}{4\omega} [A + A^* \exp(2i\omega t)] \\ & + ikm[(3m^2 - k^2)h_A + 1]h'_0 \Theta \exp(i\omega t) \left. \right\} \exp[i(kx - \omega t)] \sin(3my) + cc. \quad (19) \end{aligned}$$

消除长期项 (即利用 (19) 式解  $\exp[i(kx - \omega t)] \sin my$  消失的条件) 可得

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dT} - ia_1 A\Theta + ia_2 A [A \exp(-i\Omega T) + A^* \exp(i\Omega T)h'_0 \\ + ia_3 [A + A^* \exp(2i\Omega T)]h'^2_0 - ia_4 h'_0 \Theta \exp(i\Omega T) = 0, \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } a_1 = -\frac{km(3k^2 - m^2)}{k^2 + m^2}, \quad a_2 = \frac{k^2(m^2 - 3k^2)}{4\omega(k^2 + m^2)}, \quad a_3 = \frac{k^2[(m^2 - 3k^2)h_A + 3]}{4\omega(k^2 + m^2)}, \quad a_4 = \\ -\frac{km[(3k^2 - m^2)h_A - 3]}{k^2 + m^2}. \end{aligned}$$

在这种情况下, 我们可以得到 (19) 式的解

$$\begin{aligned} \psi_3 = & \left\{ -\frac{k^2(3m^2 - k^2)h'_0}{4\omega Q_2} A^2 \exp[i(kx - \omega t)] - \frac{k^2(3m^2 - k^2)h'_0}{4\omega Q_0} |A|^2 \exp(ikx) \right. \\ & + \frac{km(3m^2 - k^2)}{Q_1} A\Theta \exp[i(kx - \omega t)] - \frac{k^2[(3m^2 - k^2)h_A + 1]h'^2_0}{4\omega Q_1} A \exp[i(kx \\ & \left. - \omega t)] - \frac{k^2[(3m^2 - k^2)h_A + 1]h'^2_0}{4\omega Q_{-1}} A^* \exp[i(kx + \omega t)] \right\} \end{aligned}$$

$$+ \frac{km[(3m^2 - k^2)h_A + 1]h'_0}{Q_0} \Theta \exp(ikx) \Big\} \sin(3my), \quad (21)$$

其中  $Q_p = \beta k - (\bar{u}k - p\omega)(k^2 + 9m^2)$ ,  $p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ .

将 (11)、(12)、(17)、(18) 和 (21) 式代入 (9) 式, 消除长期项我们可以得到描述  $\Theta$  变化的非线性方程

$$\begin{aligned} \frac{d\Theta}{dT} - 2b_1 h'_0 |A|^2 \text{Im}[A \exp(-i\Omega T)] - 2b_2 h'^2_0 \text{Im}[A^2 \exp(-2i\Omega T)] \\ - 2b_3 h'_0 \Theta \text{Im}[A \exp(-i\Omega T)] - 2b_4 h'^3_0 \text{Im}[A^3 \exp(-3i\Omega T)] = 0, \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} b_1 &= -\frac{k^3 m(3m^2 - k^2)}{2\omega} \left( \frac{1}{Q_2} - \frac{1}{Q_0} \right), \\ b_2 &= \frac{ka_2}{4m\omega} + \frac{k_3}{16m\omega} \left\{ \frac{8m^2[(3m^2 - k^2)h_A + 1]}{Q_{-1}} - \frac{(3m^2 - k^2)(8m^2 h_A + 1)}{Q_2} \right\}, \\ b_3 &= -\frac{ka_2}{4m\omega} + \frac{k^2}{4} \left\{ \frac{8m^2[(3m^2 - k^2)h_A + 1]}{Q_0} - \frac{(3m^2 - k^2)(8m^2 h_A + 1)}{Q_1} \right\}, \\ b_4 &= \frac{k^3}{16m\omega} [(3m^2 - k^2)h_A + 1](8m^2 h_A + 1) \left( -\frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_{-1}} \right). \end{aligned}$$

从 (20) 和 (22) 式可以看出在大尺度地形强迫作用下, 缓慢移动的 Rossby 波通过与地形发生近共振相互作用, 而与西风角动量 (基流的第二阶修正) 发生耦合。也就是说西风角动量的变化是由缓慢移动的 Rossby 波与地形近共振相互作用引起的。如果地形不存在, 西风角动量和缓慢移动的 Rossby 波都不会产生振荡, 因此地形是西风角动量和缓慢移动的 Rossby 波产生 30~60 d 低频振荡的原因。很明显, (20) 和 (22) 式与罗德海<sup>[5]</sup>所得到的非线性方程不同, 在罗德海的工作中<sup>[5]</sup>, 作者并未考虑波对西风角动量的反馈作用, 而本文通过考虑缓慢移动性 Rossby 波与西风角动量的相互反馈作用, 建立起一个新的耦合的非线性方程组。下面我们将使用 4 阶 Runge-Kutta 方法对这个非线性方程组进行数值计算, 并讨论大尺度地形在产生 30~60 d 低频振荡中的作用。

### 3 缓慢移动性 Rossby 波与地形的近共振相互作用以及西风角动量的低频变化

如果我们定义  $B(t) = \varepsilon A(e^2 t)$  和  $M(t) = \varepsilon^2 \Theta(e^2 t)$ , 并且  $B(t)$  被分成实部  $x_1 = \text{Re} B$  和虚部  $x_2 = \text{Im} B$ , 那么从 (20) 和 (22) 式可得

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -a_1 M x_2 + 2a_2 x_2 (x_1 \cos \omega t + x_2 \sin \omega t) h_0 + a_3 [x_2 (1 - \cos 2\omega t) \\ &\quad + x_1 \sin 2\omega t] h_0^2 - a_4 h_0 M \sin \omega t, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = a_1 M x_1 - 2a_2 x_1 (x_1 \cos \omega t + x_2 \sin \omega t) h_0 - a_3 [x_1 (1 + \cos 2\omega t) + x_2 \sin 2\omega t] h_0^2 + a_4 h_0 M \cos \omega t, \quad (24)$$

$$\frac{dM}{dt} = 2b_1 h_0 (x_1^2 + x_2^2) (x_2 \cos \omega t - x_1 \sin \omega t) + 2b_2 h_0^2 [2x_1 x_2 \cos 2\omega t - (x_1^2 - x_2^2) \sin 2\omega t] + 2b_3 h_0 M (x_2 \cos \omega t - x_1 \sin \omega t) + 2b_4 h_0^3 (x_2 \cos \omega t - x_1 \sin \omega t), \quad (25)$$

其中  $h_0 = \varepsilon h'_0$  是地形波的振幅。

Jin 和 Ghil<sup>[12]</sup>研究了弱切变基流中定常 Rossby 波  $\psi_1 = A(T)\exp(ikx)\sin(my) + cc$  与弱地形 ( $h = \varepsilon^3 h'_0, \varepsilon \ll 1.0$ ) 的相互作用, 发现在合适的参数条件下  $\text{Re}[A(T)]$  出现 30~60 d 振荡。实际上, 他们的解仅是  $\psi_1 = A(T)\exp[i(kx - \omega t)\sin(my) + cc$  的一种特殊情况, 亦即他们仅考虑了  $\omega = 0$  的情况。对于线性 Rossby 波, 它的振幅是常数, 而它的周期是  $\tau = 2\pi/|\omega|$ 。例如, 对于 Jin 和 Ghil<sup>[12]</sup>所考虑的定常情况 ( $\omega = 0$ ), 有  $\tau = \infty$ 。然而非线性框架内, 通过与地形的相互作用它振幅的实部  $\text{Re}[A(T)]$  却出现了 30~60 d 振荡, 他们认为  $\text{Re}[A(T)]$  出现 30~60 d 振荡表示定常 Rossby 波通过与地形的相互作用而产生了 30~60 d 的低频振荡。实际上他们的这种做法是错误的, 因为定常 Rossby 波的振幅是  $|A| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$  而不是  $\text{Re}[A(T)]$ , 当  $\text{Re}[A(t)]$  具有 30~60 d 振荡时, 定常 Rossby 波的振幅  $|A|$  并不具有 30~60 d 振荡。从我们的计算可以发现当  $\text{Re}[A(T)]$  具有 30~60 d 振荡时, 波振幅  $|A|$  只有远小于 30 d 的振荡 (图略), 因此我们这里所研究的低频振荡是指  $|A|$  所具有的 30~60 d 的低频振荡。

这里我们定义  $a(t) = |B| = [x_1(t)^2 + x_2(t)^2]^{1/2}$  来表示 Rossby 波的振幅。不失一般性我们选取初值  $x_1(0) = 0.05$ ,  $x_2(0) = 0.0$  及  $M(0) = 0.0$ ,  $L_y = 3$  作为 Rossby 波的经向波长。对于给定的西风 and 地形振幅, 可以使用 4 阶 Runge-Kutta 方法对方程 (23)~(25) 进行数值求解。我们分下面几种情况来讨论这个问题。

### 3.1 1 波的情况

对于 1 波, 当它与 1 波地形 ( $h_0 = 0.468$ ) 发生共振时所要求的基本西风在  $45^\circ\text{N}$ 、 $30^\circ\text{N}$  和  $60^\circ\text{N}$  分别是 1.41、1.75 和 0.96 (有量纲的基本西风分别为 14.1 m/s、17.5 m/s 和 9.6 m/s)。对于给定的近共振西风, 我们可获得 1 波的振幅和西风角动量的变化曲线。

从图 1 可以看出, 当  $\bar{u} = 1.15 \sim 1.21$  时, 对于线性波我们有  $\omega = -0.058 \sim -0.045$ , 这时 Rossby 1 波在  $45^\circ\text{N}$  处是缓慢西移的, 它的振幅是常数, 而它的周期为  $\tau = 124 \sim 161$  d。然而当它与波数为 1 的地形发生近共振相互作用时 Rossby 1 波的振幅  $W(t)$  (这里, 由于  $a(t)$  和  $M(t)$  变化很小, 因此定义  $W(t) = 100[a(t) - a(0)]$  和  $N(t) = 10M(t)$  分别为 Rossby 1 波和西风角动量的振幅) 出现周期振荡现象。当  $\bar{u} = 1.15 \sim 1.21$  时,  $W(t)$  的周期为 33~64 d, 属于 30~60 d 低频振荡范围。然而当  $\bar{u} = 1.7 \sim 1.8$ , 对于线性波我们有  $\omega = 0.064 \sim 0.086$ , 这时 Rossby 1 波在  $45^\circ$  处是缓慢东移的, 它的周期为  $\tau = 113 \sim 84$  d。当它与波数为 1 的地形发生近共振相互作用时, 振幅  $W(t)$  的周期为 28~56 d, 因此在  $45^\circ\text{N}$  处缓慢东移或西移的 Rossby 1 波通过与波数为 1 的地形发生近共振相互作用可以产生 30~60 d 的低频振荡。很明显这里 1 波所产生 30~60 d 低频振荡的范围, 比在罗

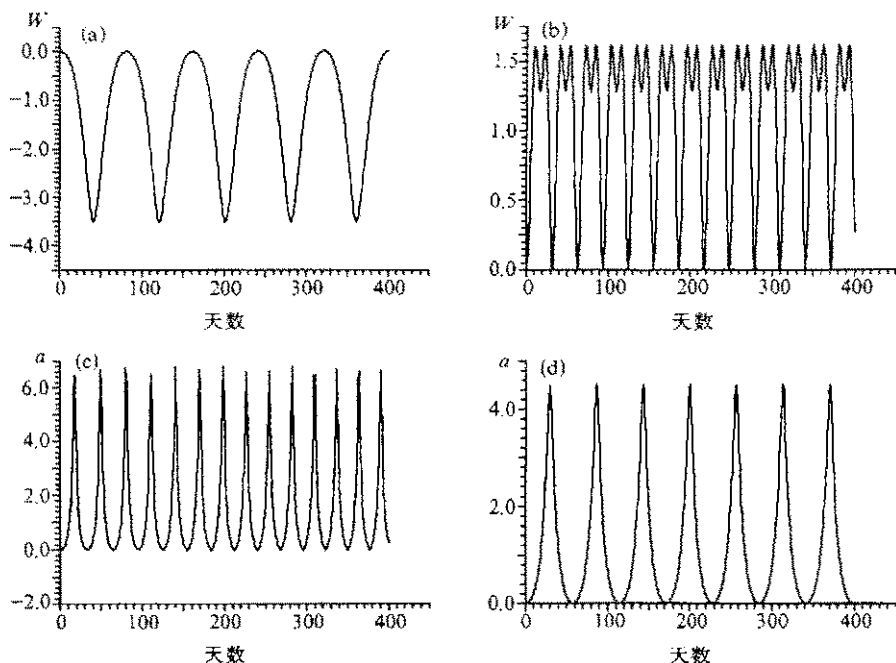


图 1 近共振的移动性 Rossby 1 波的振幅在  $45^\circ\text{N}$  处随时间的变化曲线

(a)  $\bar{u}=1.12$ ; (b)  $\bar{u}=1.21$ ; (c)  $\bar{u}=1.7$ ; (d)  $\bar{u}=1.8$

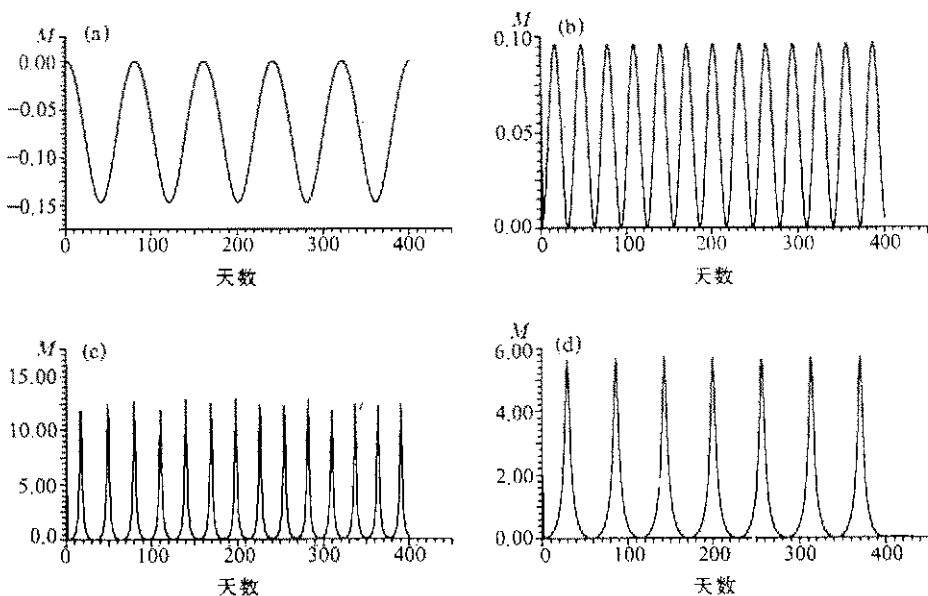


图 2 在近共振条件下西风角动量在  $45^\circ\text{N}$  处随时间的变化曲线

(a)  $\bar{u}=1.12$ ; (b)  $\bar{u}=1.21$ ; (c)  $\bar{u}=1.7$ ; (d)  $\bar{u}=1.8$

德海<sup>[15]</sup>没考虑高阶非线性作用时所得到的西风范围要窄一些。从图 2 可以看出, 在相同的近共振条件下西风角动量的周期与缓慢移动的 Rossby 1 波的周期是相同的。从图 3 可以看出, 在  $45^\circ\text{N}$  处移动性 Rossby 1 波的相轨线( $\text{Re}B$ ,  $\text{Im}B$ )的形状强烈地依赖于近

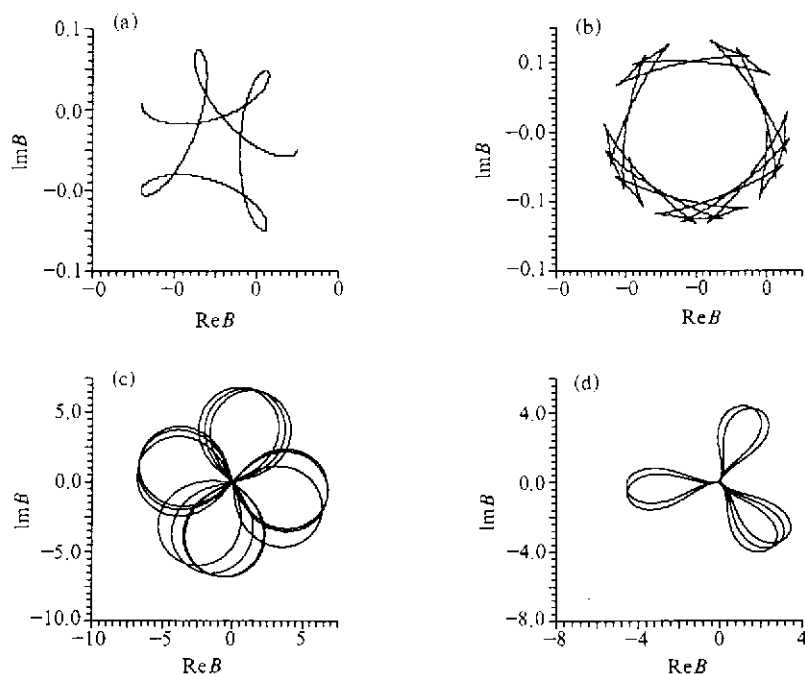


图3 在近共振条件下在  $45^{\circ}\text{N}$  处移动性 Rossby 1 波的相轨线( $\text{Re}B$ ,  $\text{Im}B$ )

(a)  $\bar{u}=1.12$ ; (b)  $\bar{u}=1.21$ ; (c)  $\bar{u}=1.7$ ; (d)  $\bar{u}=1.8$

共振西风的强弱。在  $60^{\circ}\text{N}$  地区, 当  $\bar{u}=0.7\sim 0.81$  时, 我们有  $\omega=-0.081\sim -0.046$ , 这时线性 Rossby 1 波是缓慢西移的, 并且它的周期为  $\tau=89\sim 156\text{ d}$ 。然而当它与波数为 1 的地形发生近共振相互作用时, 这个西移的 Rossby 波的振幅和西风角动量都会产生  $50\sim 30\text{ d}$  的低频振荡, 缓慢东移的 Rossby 1 波在与地形发生近共振时不会产生  $30\sim 60\text{ d}$  的低频振荡 (图略)。在  $30^{\circ}\text{N}$  地区, 当  $\bar{u}=1.47\sim 1.53$  时, 有  $\omega=-0.052\sim -0.041$ , 这时线性 Rossby 1 波是缓慢西移的, 并且它的周期为  $\tau=140\sim 177\text{ d}$ 。当它与相同波数的地形发生近共振相互作用时, 这时西风角动量和缓慢西移的 Rossby 1 波振幅的周期为  $59\sim 33\text{ d}$  (图略)。然而当  $\bar{u}=2.03\sim 2.12$  时, 我们可得  $\omega=0.05\sim 0.066$ , 这时常振幅的线性 Rossby 1 波在  $30^{\circ}\text{N}$  地区是缓慢东移的, 它的周期为  $\tau=145\sim 109\text{ d}$ 。当它与地形发生近共振相互作用时, 它的振幅要产生周期振荡。近共振西风在  $\bar{u}=2.03\sim 2.12$  范围内变化时, 西风角动量和 Rossby 1 波振荡的周期为  $33\sim 57\text{ d}$  (图略)。因此, 在合适的西风范围内缓慢移动的线性 Rossby 1 波通过与地形发生近共振相互作用, 和西风角动量产生  $30\sim 60\text{ d}$  的低频振荡。在中纬度地区 ( $30\sim 45^{\circ}\text{N}$ ), 产生  $30\sim 60\text{ d}$  低频振荡的 Rossby 1 波可以是缓慢东移的, 也可以是缓慢西移的, 这取决于近共振西风的大小。在高纬度地区 ( $60^{\circ}\text{N}$ ), 仅有缓慢西移的 Rossby 1 波才能产生  $30\sim 60\text{ d}$  的低频振荡。

### 3.2 2 波的情况

对于 2 波, 当它与 2 波地形 ( $h_0=0.519$ ) 发生共振时所要求的基本西风在  $45^{\circ}\text{N}$ 、 $30^{\circ}\text{N}$  和  $60^{\circ}\text{N}$  分别是 1.25、1.61 和 0.77 (有量纲的基本西风分别为  $12.5\text{ m/s}$ 、 $16.1\text{ m/s}$  和  $7.7\text{ m/s}$ )。对于给定的近共振西风, 我们可获得 2 波的振幅和西风角动量随时

间变化的曲线。由于西风角动量的周期与近共振移动性 Rossby 波的周期相同, 因此西风角动量随时间变化的曲线在这里被省略, 而只给出 2 波的振幅随时间变化的曲线和相轨线。

当  $\bar{u}=1.05 \sim 1.11$  时, 在  $45^{\circ}\text{N}$  地区有  $\omega=-0.089 \sim -0.063$ , 这时常振幅的 Rossby 2 波是缓慢西移的, 它的周期为  $\tau=81 \sim 116 \text{ d}$ 。然而当它与波数 2 的地形发生近共振相互作用时, 它的振幅不再是常数, 在  $\bar{u}=1.05 \sim 1.11$  范围内, 缓慢西移的 Rossby 2 波的振幅会出现  $33 \sim 47 \text{ d}$  的周期 (见图 4)。同样, 在  $30^{\circ}\text{N}$  地区, 当  $\bar{u}=1.35 \sim 1.40$  时, 有  $\omega=-0.096 \sim -0.078$ , 这时线性的常振幅的 Rossby 2 波是缓慢西移的, 并且它的周期为  $\tau=76 \sim 93 \text{ d}$ 。然而一旦它与波数 2 的地形发生近共振相互作用时, 它的振幅会产生  $57 \sim 29 \text{ d}$  的低频振荡 (图略)。在相同的参数条件下, 西风角动量也会出现相同的低频振荡。另外可以发现近共振缓慢东移的 Rossby 2 波不能产生  $30 \sim 60 \text{ d}$  的低频振荡 (图略)。在  $60^{\circ}\text{N}$  地区, 移动性 Rossby 2 波则很难产生  $30 \sim 60 \text{ d}$  的低频振荡 (图略)。Ghil 和 Mo<sup>[13]</sup> 发现在北半球中纬度地区, 低频振荡的周期主要为  $48 \text{ d}$ , 而且以波数 2 为主。Marcus 和 Ghil 等人<sup>[11]</sup> 还发现  $48 \text{ d}$  的低频振荡有移动性分量和定常分量, 移动性分量主要以西移为主, 而定常分量主要反映了西风角动量的低频变化。很明显, 我们这里的模式能够很好地描述这些观测结果, 而 Jin 和 Ghil<sup>[12]</sup> 的模式对这些结果的描述则是不合适的。

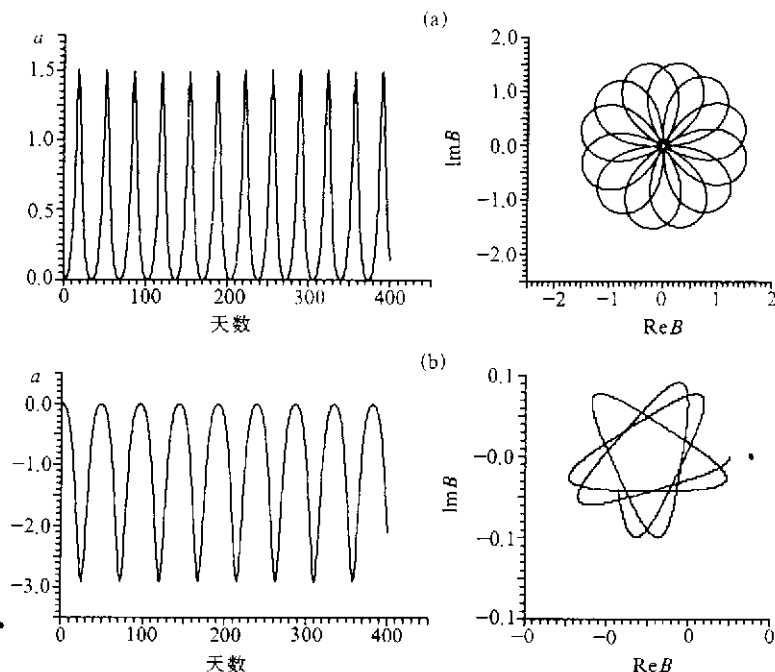


图 4 近共振的移动性 Rossby 2 波的振幅在  $45^{\circ}\text{N}$  处随时间的变化和相轨线( $\text{Re}B, \text{Im}B$ )

(a)  $\bar{u}=1.05$ ; (b)  $\bar{u}=1.11$

### 3.3 3 波的情况

对于 3 波, 当它与 3 波地形( $h_0=0.343$ ) 发生近共振相互作用时, 只有在  $45 \sim$

50°N 地区才能产生 30~60 d 的低频振荡 (图略)。在 45°N 地区, 当  $\bar{u}=1.11\sim1.12$  时, 线性的常振幅的 Rossby 3 波是缓慢东移的, 它的周期为  $\tau=183\sim157$  d。然而当它与波数 3 的地形发生近共振相互作用时, 它的振幅会产生 28~44 d 的低频振荡。在 55°N 地区,  $\bar{u}=1.0\sim1.02$  时, 线性常振幅的 Rossby 3 波仍是缓慢东移的, 并且它的周期为  $\tau=99\sim83$  d。一旦它与地形发生近共振相互作用, 它的振幅和西风角动量会产生 37~50 d 的低频振荡 (图略)。近共振缓慢西移的 Rossby 3 波不能产生 30~60 d 的低频振荡 (图略)。在罗德海<sup>[15]</sup>的文章中, 对于 Rossby 3 波由于没有考虑高阶非线性项的作用, 因此 30~60 d 低频振荡主要产生在中纬度地区 (45~30°N), 而当考虑高阶非线性作用后, 30~60 d 低频振荡也可以产生在高纬度地区 (45~50°N)。

从上面的讨论可以发现缓慢移动的 Rossby 1~3 波通过与 1~3 波地形的近共振相互作用可以使它们自己和西风角动量产生 30~60 d 的低频振荡。在高纬度地区 (60°N), 只有近共振缓慢西移的 Rossby 1 波才能产生 30~60 d 的低频振荡。而在中纬度地区 (30~45°N), 缓慢东移或西移的近共振地形强迫的 Rossby 1 波也能够产生 30~60 d 的低频振荡。然而, 对于缓慢移动的 Rossby 2 波, 只有在中纬度地区 (30~45°N) 才能产生 30~60 d 的低频振荡, 而且这种低频振荡主要表现为西移。这种波在高纬度地区主要产生 20 d 以下的振荡, 可能是因为这种波高纬度地区容易产生阻塞所致。对于缓慢移动的 Rossby 3 波, 只有在中纬度地区 (45~50°N) 才能产生 30~60 d 的低频振荡, 而且这种低频振荡主要表现为缓慢东移。这些结果与罗德海<sup>[15]</sup>所得到的结果不同, 他发现只有西移的 1 波才能在高纬度地区 (60°N) 产生 30~60 d 低频振荡, 而在中纬度地区 (45~50°) 1~3 波均能产生 30~60 d 低频振荡。东移的低频振荡主要以 1 波和 3 波为主。另一方面, 从 Ghil 和 Mo<sup>[13]</sup>的观测研究可以发现在高纬度地区 30~60 d 的低频振荡主要表现为 1 波, 而且以缓慢西移为主。在中纬度地区 30~60 d 的低频振荡主要表现为 1~3 波, 其中 2 波最显著, 而且主要表现为缓慢西移。很明显, 我们这里获得的结果非常类似于 Ghil 和 Mo<sup>[13]</sup>的观测事实, 而 Jin 和 Ghil<sup>[12]</sup>的理论模式却无法得到这样的结果, 这是因为该模式存在严重的缺陷。在罗德海<sup>[15]</sup>的理论模式中, 由于未考虑西风角动量对缓慢移动的 Rossby 波振幅的反馈作用, 因此该模式不能完全解释 Ghil 和 Mo<sup>[13]</sup>的观测事实。然而本文通过考虑缓慢移动的 Rossby 波与西风角动量的相互反馈而建立的理论模型可以较好地解释 Ghil 和 Mo<sup>[13]</sup>所得到的观测事实。

## 4 结果

本文建立了一个缓慢移动的 Rossby 波与大尺度地形近共振相互作用的理论模型, 在这个模型中缓慢移动的 Rossby 波与大尺度地形近共振相互作用将产生出基流的二阶修正 (西风角动量), 而这个基流的二阶修正反过来又影响缓慢移动的 Rossby 波的振幅, 在这个反馈过程中, 西风角动量和缓慢移动的 Rossby 1~3 波在合适的参数条件下可以产生 30~60 d 的低频振荡。主要结论如下:

对于 Rossby 1 波, 在高纬度地区 (60°N), 只有近共振缓慢西移才能产生 30~60 d 的低频振荡, 而在中纬度地区 (30~45°N), 30~60 d 的低频振荡可以是缓慢东移,

也可以是缓慢西移的; 对于缓慢移动的 Rossby 2 波, 只有在中纬度地区 ( $30\sim 45^{\circ}\text{N}$ ) 才能产生  $30\sim 60\text{ d}$  的低频振荡, 而且这种低频振荡主要表现为西移。对于缓慢移动的 Rossby 3 波, 只有在中纬度地区 ( $45\sim 50^{\circ}\text{N}$ ) 才能产生  $30\sim 60\text{ d}$  的低频振荡, 而且这种低频振荡主要表现为缓慢东移。这些结果与 Ghil 和 Mo<sup>[13]</sup> 所得到的观测事实非常一致。

## 参 考 文 献

- 1 Egger, J., Dynamics of blocking high, *J. Atmos. Sci.*, 1978, **35**, 1788~1801.
- 2 Charney, J. G. and Devore, J. G., Multiple equilibria in the atmosphere and blocking, *J. Atmos. Sci.*, 1979, **36**, 1205~1216.
- 3 Tung, K. K. and Lindzen, R. S., A theory of stationary long waves. Part I: A simple theory of blocking, *Mon. Wea. Rev.*, 1979, **107**, 714~734.
- 4 Hart, J. E., Barotropic quasi-geostrophic flow over anisotropic mountains, *J. Atmos. Sci.*, 1979, **36**, 1736~1746.
- 5 Pedlosky, J., Resonant topographic waves in barotropic and baroclinic flows, *J. Atmos. Sci.*, 1981, **51**, 582~588.
- 6 Revell, M. J. and Hoskins, B. J., Orographically induced Rossby wave instabilities, *J. Atmos. Sci.*, 1984, **41**, 51~67.
- 7 Legras, B. and Ghil, M., Persistent anomalies, blocking and variations in the atmospheric predictability, *J. Atmos. Sci.*, 1985, **42**, 433~471.
- 8 Ghil, M. and Childress, S., *Topics in Geophysical Fluid Dynamics: Atmospheric Dynamics, Dynamo Theory and Climate Dynamics*, Springer-Verlag, 1987, 485pp.
- 9 罗德海、李崇银, 地形强迫 Rossby 波的不稳定和中高纬度地区  $30\sim 60$  天低频振荡, 气候变化若干问题研究, 北京: 科学出版社, 1992, 82~86.
- 10 李崇银, 大气中的低频振荡, 北京: 气象出版社, 1991, 212pp.
- 11 Marcus, S. L., Ghil, M. and Dickey, J. O., The extratropical 40-day oscillation in the UCLA general circulation models. Part I: Atmospheric angular momentum, *J. Atmos. Sci.*, 1994, **51**, 1431~1446.
- 12 Jin, F. F. and Ghil, M., Intraseasonal oscillations in the extratropics: Hopf bifurcation and topographic instabilities, *J. Atmos. Sci.*, 1990, **47**, 3007~3022.
- 13 Ghil, M. and Mo, K., Intraseasonal oscillations in the global atmosphere. Part I: Northern Hemisphere and tropics, *J. Atmos. Sci.*, 1990, **48**, 752~790.
- 14 Luo, Dehai, Quasi-resonant interactions among barotropic Rossby waves with two-wave topography and low frequency dynamics, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 1994, **76**, 145~163.
- 15 Luo, Dehai, Low-frequency finite-amplitude oscillation in a near-resonant topographically forced barotropic flow, *Dyn. Atmos. Oceans*, 1997, **26**, 53~72.
- 16 Luo Dehai, Topographically forced three-wave quasi-resonant and non-resonant interactions among barotropic Rossby waves on an infinite beta-plane, *Advances in Atmospheric Sciences*, 1998, **15**(1), 83~97.
- 17 Peixoto, J. P., Saltzman, B. and Teweles, S., Harmonic analysis of the topography along parallels of the Earth, *J. Geophys. Res.*, 1964, **69**, 1501~1505.
- 18 Nathan, T. R., Finite amplitude interactions between unstable baroclinic waves and resonant topographic waves, *J. Atmos. Sci.*, 1988, **47**, 1052~1071.

## Near-Resonant Interactions between Slowly Moving Rossby Waves and Large-Scale Topography

Luo Dehai

*(Department of Atmospheric and Oceanic Sciences, Ocean University of Qingdao, Qingdao 266003)*

Li Chongyin

*(State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics,  
Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)*

**Abstract** A theoretical model about the near-resonant interactions between slowly moving Rossby waves and large-scale topography is proposed by considering the feedback of the second-order modified basic flow (or the variation of westerly angular momentum) on the slowly moving Rossby waves. The model equations are solved with the help of the fourth order Runge-Kutta method. It is found that the near-resonant interactions between slowly moving Rossby waves and large-scale topography can cause both slowly moving Rossby wave and westerly angular momentum to produce 30~60 day low-frequency oscillations (LFO). In the high latitude regions ( $60^{\circ}\text{N}$ ), 30~60 day LFO is dominated by slowly westward moving zonal wave 1. However, in mid latitude regions, 30~60 day LFO is dominated by zonal waves 1~3, in which zonal wave 1 may be either slowly eastward moving or westward moving, the slowly westward moving of zonal wave 2 is dominant and zonal wave 3 is slowly eastward-traveling.

**Key words:** Rossby wave; large-scale topography; near-resonant interaction; low frequency oscillation