WAVE–CISK 对称不稳定谱点分布的半圆定理*

张 铭

（解放军理工大学气象学院，南京 211101）

摘 要 采用滞弹性近似研究了 WAVE–CISK 下对称性扰动的谱点分布，得到了 WAVE–CISK 下对称不稳定扰动谱点分布的半圆定理，用其可估计该对称不稳定增长率的上界。发现存在 WAVE–CISK 时加热反馈和层结参数对该不稳定的增长率均有重要影响。WAVE–CISK 加热反馈越强、基流的垂直切变越大、扰动的垂直结构越简单则该不稳定增长率的上界就越大。存在 WAVE–CISK 时滞弹性近似下的对称不稳定发生的条件也较 Boussinesq 近似下的更苛刻。

关键词：对称不稳定；谱点；半圆定理

1 引言

天气分析中可常见平行于盛行风场的飑线和云雨带，人们常用对称不稳定来解释它们的发生，在中尺度动力学中对称不稳定已引起人们的广泛重视[1~3]。理论分析表明，对称不稳定是重力惯性波的不稳定。在绝热取 Boussinesq 近似的情形下，当垂直风切变和静力稳定度参数为常数时，易求出对称不稳定的解析解及此时对称不稳定的增长率[4]。此时对称不稳定的发生与 Richardson 数 Ri 有关，且该不稳定扰动仅在原地增长而并不传播。当有 WAVE–CISK 时，该对称不稳定的模态及其增长率的解析解很难求得。我们曾将该对称不稳定问题离散化为一个矩阵特征值问题来处理以及将其看作一个初值问题来求解，从而分别得到该问题的数值解，并由此得到其增长率与加热反馈的大小有关，且此时其扰动是传播型的[5,6]。此外沈新勇还取滞弹性近似讨论了绝热和 WAVE–CISK 加热反馈很小时的对称不稳定问题[7]。

显然，若能在理论上对 WAVE–CISK 对称不稳定的谱点分布作出估计，就能得到该不稳定增长率的上界，故这是很有意义的工作，而其则可用半圆定理的形式表现出来。

2 数学模型

采用滞弹性近似下线性化的二维非静力平衡非绝热的大气运动方程组，并用 WAVE–CISK 方法对非绝热项进行参数化，即设非绝热加热与边界层顶的垂直运动成

2000–02–23 收到，2000–07–03 收到修改稿

* 国家自然科学基金资助项目 49875008

正比[5]。因有扰动质量无幅散，故可引进扰动质量流函数 Ψ。此时依文献[7]可有以下关于流函数 Ψ 的方程:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}+\frac{g}{C_s^2}\frac{\partial\Psi}{\partial z}\right)+N^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+2S^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial y\partial z}+F^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}$$
$$+\frac{g}{C_s^2}\left(S^2\frac{\partial\Psi}{\partial y}+F^2\frac{\partial\Psi}{\partial z}\right)=N^2Q_0G(z)\left.\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}\right|_{z=z_0}, \tag{1}$$

这里 $C_s=\sqrt{\frac{c_p}{c_v}R\overline{T}}$ 为绝热声速，取为常数。$N^2=\frac{g}{\theta_0}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}$、$F^2=f\left(f-\frac{\partial\overline{U}}{\partial y}\right)$、$S^2=f\overline{U}_z=-\frac{g}{\theta_0}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial y}$ 则分别为大气基本场的静力稳定度参数、惯性稳定度参数、斜压稳定度参数，均取为常数，且设 $F^2>0$，$N^2>0$（这里不考虑惯性不稳定和对流不稳定）。Q_0 为一常数，它粗略地正比于大范围积雨云不稳定层结的状况，其值反映了 WAVE–CISK 潜热反馈的大小。$G(z)$ 则为一个给定的垂直加热分布函数，可将其归一化，即设 $\frac{1}{H}\int_0^H G(z)\mathrm{d}z=1$，$z_0$ 则为边界层顶的高度。当不考虑地形时可设垂直运动在上、下边界为零，故有

$$\Psi|_{z=0}=0,\qquad \Psi|_{z=H}=0, \tag{2}$$

这里 H 可看作大气对流层顶高度或逆温层顶的高度（后者常用于绝热的情况）。当 $C_s^2\to\infty$ 时，则（1）式退化为 Boussinesq 近似的结果[7]，即有

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}\right)+N^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+2S^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial y\partial z}+F^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}=N^2Q_0G(z)\left.\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}\right|_{z=z_0}. \tag{3}$$

令 $\Psi=\tilde{\Psi}(z)e^{imy+\sigma t}$，可得一个关于 $\tilde{\Psi}(z)$ 的常微分方程:

$$(\sigma^2+F^2)\frac{\mathrm{d}^2\tilde{\Psi}}{\mathrm{d}z^2}+\left[2imS^2+\frac{g}{C_s^2}(\sigma^2+F^2)\right]\frac{\mathrm{d}\tilde{\Psi}}{\mathrm{d}z}-\left[m^2(\sigma^2+N^2)-im\frac{g}{C_s^2}S^2\right]\tilde{\Psi}$$
$$=-m^2N^2Q_0\tilde{\Psi}(z_0)G(z), \tag{4}$$

这里 $\mathrm{i}=\sqrt{-1}$，该方程的边界条件为

$$\tilde{\Psi}|_{z=0}=0,\qquad \tilde{\Psi}|_{z=H}=0. \tag{5}$$

方程（4）和边界条件（5）构成了一个常微分方程的特征值问题，σ 为其特征值。该特征值问题很复杂，但在绝热时则因（4）式等号右端为零而变得相对简单，可得解析解[7]，故以下仅讨论非绝热的情况。

3 半圆定理

在非绝热时因（4）式右端不为零而情况变得复杂。可设 $\lambda=\sigma^2+F^2$，此时 λ 为复数。现用 $\tilde{\Psi}$ 的共轭 $\tilde{\Psi}^*$ 乘（4）式并在 $[0, H]$ 上对 z 积分，并考虑到 $\tilde{\Psi}$ 的边界条件（5）

后，则有:

$$\lambda\int_0^H\left|\frac{d\tilde{\Psi}}{dz}\right|^2dz-\left[2imS^2+\frac{g}{C_s^2}\lambda\right]\int_0^H\tilde{\Psi}^*\frac{d\tilde{\Psi}}{dz}dz+\left[m^2(\lambda+N^2-F^2)\right.$$
$$\left.-im\frac{g}{C_s^2}S^2\right]\int_0^H|\tilde{\Psi}|^2dz=m^2N^2Q_0\int_0^H\tilde{\Psi}^*(z)\tilde{\Psi}(z_0)G(z)dz. \tag{6}$$

这里令

$$\int_0^H\left|\frac{d\tilde{\Psi}}{dz}\right|^2dz=\alpha,\qquad \int_0^H|\tilde{\Psi}|^2dz=\beta,$$
$$\int_0^H\tilde{\Psi}^*(z)\tilde{\Psi}(z_0)G(z)dz=\gamma,\qquad \int_0^H\tilde{\Psi}^*\frac{d\tilde{\Psi}}{dz}dz=\delta.$$

则 α、β 为大于零的实数、γ、δ 均为复数。由此可得以下复代数方程:

$$\lambda\alpha-\left[2imS^2+\frac{g}{C_s^2}\lambda\right]\delta+\left[m^2(\lambda+N^2-F^2)-im\frac{g}{C_s^2}S^2\right]\beta=m^2N^2Q_0\gamma. \tag{7}$$

下面依据该方程对 λ 的模作出估计。上式亦可写成

$$\lambda\alpha+m^2\beta\lambda=2imS^2\delta+\frac{g}{C_s^2}\lambda\delta+m^2(N^2-F^2)\beta-im\frac{g}{C_s^2}S^2\beta+m^2N^2Q_0\gamma. \tag{8}$$

对上式等号两端取模并利用有关模的不等式，可得

$$(\alpha+m^2\beta)|\lambda|\leqslant 2mS^2|\delta|+\frac{g}{C_s^2}|\delta|\cdot|\lambda|+m^2|F^2-N^2|\beta+mS^2\frac{g}{C_s^2}\beta$$
$$+m^2N^2Q_0|\gamma|. \tag{9}$$

注意到有以下的不等式:

$$|\gamma|=\left|\int_0^H\tilde{\Psi}^*(z)\tilde{\Psi}(z_0)G(z)dz\right|\leqslant\int_0^H|\tilde{\Psi}^*(z)|\cdot|\tilde{\Psi}(z_0)|G(z)dz=\hat{\gamma}, \tag{10}$$

$$|\delta|=\left|\int_0^H\tilde{\Psi}^*\frac{d\tilde{\Psi}}{dz}dz\right|\leqslant\int_0^H|\tilde{\Psi}^*|\cdot\left|\frac{d\tilde{\Psi}}{dz}\right|dz=\hat{\delta}. \tag{11}$$

这样就有

$$(\alpha+m^2\beta)|\lambda|\leqslant 2mS^2\hat{\delta}+\frac{g}{C_s^2}\hat{\delta}\cdot|\lambda|+m^2|F^2-N^2|\beta+mS^2\frac{g}{C_s^2}\beta+m^2N^2Q_0\hat{\gamma}. \tag{12}$$

由上式可得

$$|\lambda|\leqslant\frac{2\dfrac{S^2}{m}\dfrac{\hat{\delta}}{\beta}+|F^2-N^2|+\dfrac{g}{C_s^2}\dfrac{S^2}{m}+N^2Q_0\dfrac{\hat{\gamma}}{\beta}}{1+\dfrac{\alpha}{m^2\beta}-\dfrac{1}{m^2}\dfrac{g}{C_s^2}\dfrac{\hat{\delta}}{\beta}}=\lambda_0. \tag{13}$$

因$\lambda=\sigma^2+F^2$，故有$0\leqslant|\sigma^2+F^2|\leqslant\lambda_0$，又因$|\sigma^2+F^2|\geqslant|\sigma|^2-F^2$，则可得

$$0\leqslant|\sigma|\leqslant\sqrt{\lambda_0+F^2}=R_0. \tag{14}$$

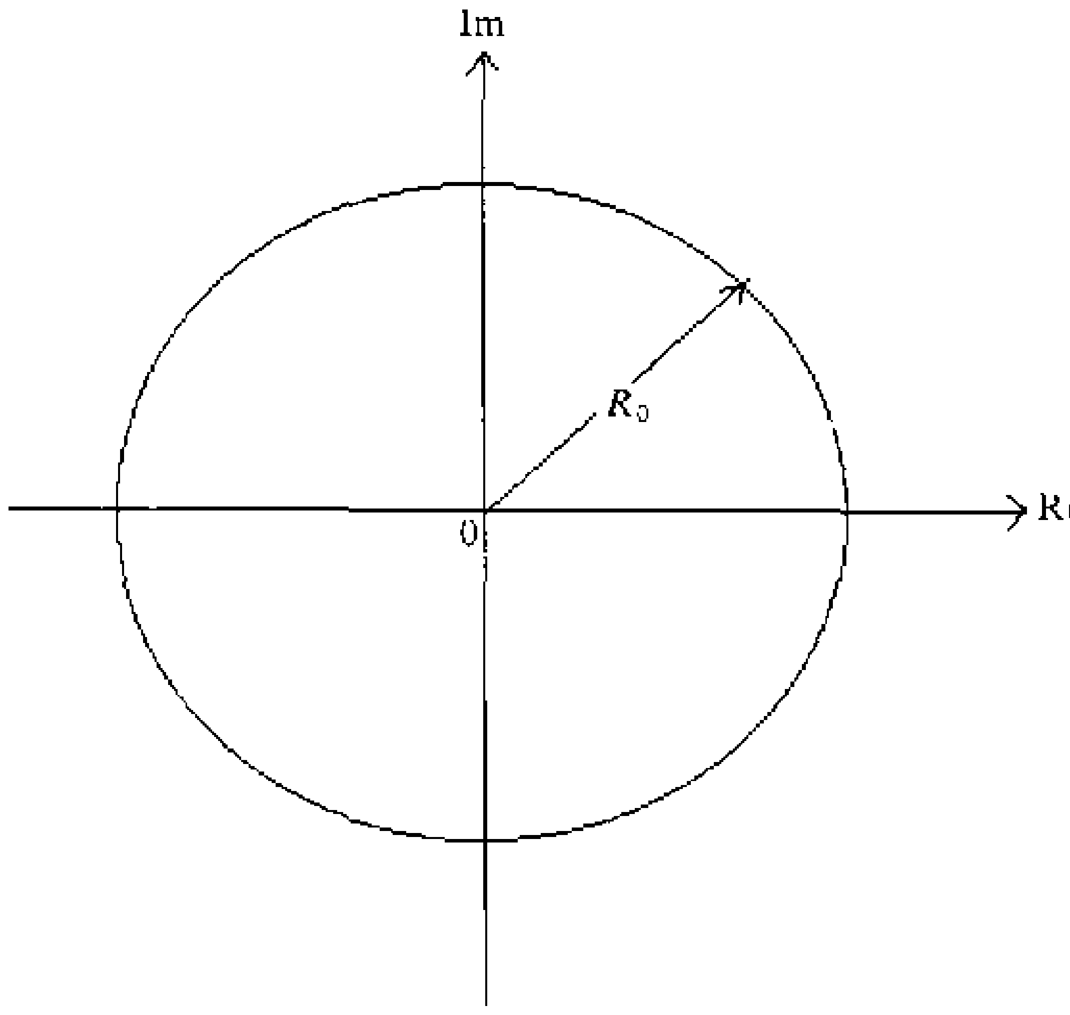

图 1　不稳定谱点的分布

由上式可知，方程（4）加边界条件（5）所构成的常微分方程的特征值问题，其谱点在复平面上分布在一个以原点为圆心以R_0为半径的圆域上（参见图 1）。

当发生对称不稳定时，σ_r必大于零，这样不稳定谱点其均应分布在上述圆域的右半部分（图 1）。故 WAVE-CISK 对称不稳定的谱点其分布在复平面右半平面一个以原点为圆心以R_0为半径的半圆域上，此即 WAVE-CISK 对称不稳定谱点分布的半圆定理。因 $0<|\sigma_r|<\sqrt{\sigma_r^2+\sigma_i^2}=|\sigma|\leqslant\sqrt{\lambda_0+F^2}=R_0$，显然该半圆定理可以估计出 WAVE-CISK 对称不稳定增长率的上界，R_0即为该上界。由（13）、（14）式可见影响R_0值大小的环境因子有S^2、m、Q_0、N^2、F^2等。下面分别对其进行讨论。

4　讨论

4.1　影响R_0的因子

在其他量不变时，首先考虑垂直风切变的作用，即考虑S^2的影响。由（13）式可见，当S^2增大后，显然R_0增大。S^2的增大表示基流的垂直风切变增大。垂直风切变在对称不稳定中是一个重要的不稳定因子。

其次考虑扰动波数 m 的影响，当$m\to 0$时（此时扰动波长趋于无穷）有$\lambda_0\to 0$，故有$0\leqslant|\sigma^2+F^2|\leqslant 0$，由此可知$\sigma^2+F^2=0$。因$F^2>0$，有$\sigma=\pm\mathrm{i}F$，其为纯虚数。这表明对称性扰动当其波长大于某个临界波长时，它是稳定的，即该对称不稳定有长波截断。当$m\to\infty$时（此时扰动波长趋于零），则有

$$\lambda_0\to|F^2-N^2|+N^2Q_0\frac{\hat{\gamma}}{\beta},\tag{15}$$

它有一个极限，该极限与垂直风切变和绝热声速无关。

再考虑加热反馈Q_0的影响，由（13）式知，Q_0越大，λ_0越大，从而R_0越大。最后分析层结参数N^2和地转参数F^2对R_0的影响，这两个因子的影响比较复杂，须分两种情形来讨论。

第一种情形为$(N^2-F^2)>0$（此时为一般的情形），此时有

$$\lambda_0=\frac{2\frac{S^2}{m}\frac{\hat{\delta}}{\beta}+\left(1+Q_0\frac{\hat{\gamma}}{\beta}\right)N^2+\frac{g}{C_s^2}\frac{S^2}{m}-F^2}{1+\frac{\alpha}{m^2\beta}-\frac{g}{C_s^2}\frac{\hat{\delta}}{m^2\beta}},\tag{16}$$

由上式可知，N^2越大，λ_0越大，故R_0越大；而F^2越大，λ_0则越小，R_0也越小。

第二种情形为$(N^2-F^2)<0$（此时层结稳定度很小，甚至接近中性，这种情形较少见），此时有

$$\lambda_0=\frac{2\frac{S^2}{m}\frac{\hat{\delta}}{\beta}+\left(Q_0\frac{\hat{\gamma}}{\beta}-1\right)N^2+\frac{g}{C_s^2}\frac{S^2}{m}+F^2}{1+\frac{\alpha}{m^2\beta}-\frac{g}{C_s^2}\frac{\hat{\delta}}{m^2\beta}}. \tag{17}$$

显然在该情形下F^2越大，λ_0越大，故R_0越大；而N^2对λ_0的影响则决定于上式N^2前的系数$Q_0\hat{\gamma}/\beta-1$。当该系数大于零时（此时加热反馈较强），则N^2越大λ_0也越大，从而R_0越大。当该系数小于零时（此时加热反馈较弱，甚至无加热反馈），则N^2越大λ_0越小，故R_0越小。从以上分析的结果看，层结参数N^2和地转参数F^2对R_0的影响的确比较复杂。

最后分析一下参数α、β的作用。注意到$\alpha/\beta=\int_0^H|\mathrm{d}\tilde{\Psi}/\mathrm{d}z|^2\mathrm{d}z\Big/\int_0^H|\tilde{\Psi}|^2\mathrm{d}z$，故可知当扰动垂直结构越复杂时，该比值越大。因该比值出现在（13）式的分母上，该值越大则λ_0越小，从而R_0也越小。由此可知垂直结构越复杂的不稳定扰动其增长率越小，垂直结构最简单的不稳定扰动（可认为是单圈环流）则其增长率最大。

4.2 值的估计

下面对R_0的值即该对称不稳定增长率的上界作一估计。对垂直结构最简单的扰动，因$|\mathrm{d}\tilde{\Psi}/\mathrm{d}z|\sim|\tilde{\Psi}|/H$，故可认为

$$\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\int_0^H\left|\frac{\mathrm{d}\tilde{\Psi}}{\mathrm{d}z}\right|^2}{\int_0^H|\tilde{\Psi}|^2\mathrm{d}z}\sim\frac{1}{H^2}. \tag{18}$$

$$\frac{\hat{\gamma}}{\beta}=\frac{\int_0^H|\tilde{\Psi}^*|\cdot|\tilde{\Psi}(z_0)|\cdot G(z)\mathrm{d}z}{\int_0^H|\tilde{\Psi}|^2\mathrm{d}z}=\frac{|\tilde{\Psi}^*(z_*)|\cdot|\tilde{\Psi}(z_0)|\cdot H\cdot\frac{1}{H}\int_0^H G(z)\mathrm{d}z}{\int_0^H|\tilde{\Psi}|^2\mathrm{d}z}\sim 1, \tag{19}$$

$$\frac{\hat{\delta}}{\beta}=\frac{\int_0^H|\tilde{\Psi}^*|\cdot\left|\frac{\mathrm{d}\tilde{\Psi}}{\mathrm{d}z}\right|\mathrm{d}z}{\int_0^H|\tilde{\Psi}|^2\mathrm{d}z}\sim\frac{1}{H}. \tag{20}$$

这里在（19）式中用了积分中值定理，$z_*\in[0,H]$，并注意到$\frac{1}{H}\int_0^H G(z)\mathrm{d}z=1$。这样就可估计出：

$$|\lambda|\sim\frac{2\frac{S^2}{m}\frac{1}{H}+|F^2-N^2|+\frac{g}{C_s^2}\frac{S^2}{m}+N^2Q_0}{1+\frac{1}{m^2}\frac{1}{H^2}-\frac{1}{m^2}\frac{g}{C_s^2}\frac{1}{H}}$$

$$= \frac{mS^2H(2+\kappa)+m^2H^2(|F^2-N^2|+N^2Q_0)}{m^2H^2+1-\kappa} = \hat{\lambda}. \tag{21}$$

在（21）式中也引进了上面的系数$\kappa = C_0^2/C_s^2$，有$\kappa<1$。由此可知（21）式中的分母必大于零。当$\kappa \ll 1$时，上式可简化为

$$|\lambda| \sim \frac{2mS^2H+m^2H^2(|F^2-N^2|+N^2Q_0)}{1+m^2H^2} = \hat{\mu}, \tag{22}$$

该式即为取 Boussinesq 近似的情况。比较（21）式和（22）式显然可知$\hat{\lambda}>\hat{\mu}$，这表明当在滞弹性近似下有对称不稳定时在 Boussinesq 近似下则必有对称不稳定，但反之不然。这表明考虑了加热反馈后滞弹性近似下对称不稳定发生的条件仍较 Boussinesq 近似下的苛刻（文献[7]中已指出绝热时滞弹性近似下对称不稳定发生的条件要较 Boussinesq 近似下苛刻）。由（14）、（21）式还可得到R_0的估计值$\hat{R}$，即有

$$R_0 \sim \sqrt{\hat{\lambda}+F^2} = \hat{R}. \tag{23}$$

在（21）式中，可令

$$\lambda_1 = \frac{mS^2H(2+\kappa)}{m^2H^2+1-\kappa} = \frac{S^2(2+\kappa)}{mH+1-\kappa}, \tag{24}$$

$$\lambda_2 = \frac{m^2H^2(|F^2-N^2|+N^2Q_0)}{m^2H^2+1-\kappa} = \begin{cases} \dfrac{N^2\left[(Q_0+1)-\dfrac{F^2}{N^2}\right]}{1+\dfrac{1-\kappa}{m^2H^2}}, & N^2 \geqslant F^2 \\[2ex] \dfrac{N^2\left[(Q_0-1)+\dfrac{F^2}{N^2}\right]}{1+\dfrac{1-\kappa}{m^2H^2}}, & N^2 < F^2 \end{cases} \tag{25}$$

此时有

$$\hat{\lambda} = \lambda_1 + \lambda_2. \tag{26}$$

λ_1和λ_2的物理意义分别是动力作用和热力作用对$\hat{\lambda}$的影响。可认为其方根$\sqrt{\lambda_1}$、$\sqrt{\lambda_2}$分别代表了动力和热力作用引发的该不稳定增长率上界的某种估计值。该估计值虽较粗略，但其合理性是不容置疑的。由(21)、(23)、(24)、(25)式则可估计出当环境参数不同时该对称不稳定增长率的上界。

4.3 扰动尺度 L 对 R_0 估计值的影响

下面讨论扰动尺度 L 对$\sqrt{\lambda_1}$、$\sqrt{\lambda_2}$和$\hat{R}$的影响。取典型的环境参数[5,7]：$H=10^4$ m，$f=0.8\times10^{-4}$ s^{-1}，$C_s=330$ m s^{-1}，$S^2=3.6\times10^{-7}$ s^{-2}，$N^2=8\times10^{-6}$ s^{-2}，$F^2=f^2=0.81\times10^{-8}$ s^{-2}和$Q_0=1.14$；扰动尺度 L 则取为 10～2 100 km。由图 2 可见：随 L 的增加，$\sqrt{\lambda_1}$先增加，在 200 km 处有一个峰值，该值为 12.84×10^{-4} s^{-1}，以后$\sqrt{\lambda_1}$随 L 的增加又减小。$\sqrt{\lambda_2}$和$\hat{R}$ 随 L 的变化情况两者很相似，它们都随 L 的增加而迅速单调减小，并在 $L=10$ km 处分别有 41.31×10^{-4} s^{-1} 和 41.52×10^{-4} s^{-1} 的最大

值。由图 2 还可见，在 β 中尺度和 α 中尺度的低端，$\sqrt{\lambda_1}$、$\sqrt{\lambda_2}$ 和$\hat{R}$的取值均较大，这表明该对称不稳定确是中尺度、特别是 β 中尺度上的不稳定。此外我们还注意到，图 2 上 $\sqrt{\lambda_1}$、$\sqrt{\lambda_2}$ 和$\hat{R}$随扰动波数 m 即波长 L 的变化是连续光滑的，并不存在间断。

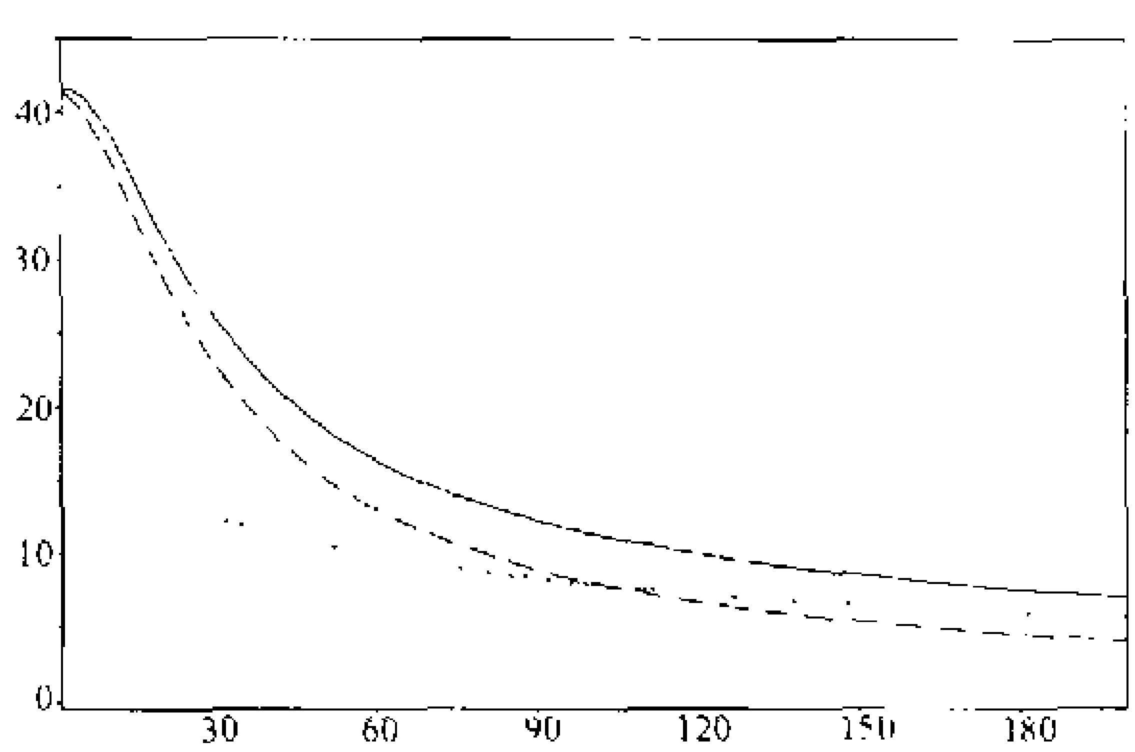

图2　$\sqrt{\lambda_1}$（虚线）、$\sqrt{\lambda_2}$（点线）和 $\hat{R}$（实线）（纵坐标单位：10^{-4} s^{-1}）随扰动波长 L（横坐标单位：10 km）的变化

5　结语

本文得到以下主要结果：

（1）滞弹性近似下的对称不稳定是中尺度、特别是 β 中尺度上的不稳定。

（2）存在 WAVE-CISK 时，滞弹性近似下的对称不稳定发生的条件也较 Boussinesq 近似下的要苛刻。

（3）存在 WAVE-CISK 时，对称不稳定的谱点其分布在复平面右半平面、以原点为圆心、以 R_0 为半径的半圆域上，此即 WAVE-CISK 对称不稳定谱点分布的半圆定理。

（4）得到了存在 WAVE-CISK 时估计对称不稳定增长率上界的公式，由此可估计出环境参数对该对称不稳定增长率的影响。

这里要说明的是，$\hat{R}$仅是不稳定增长率上限的估计，故而$\hat{R}$大不一定该增长率就必定大。由（25）式可知，当N^2大时$\hat{R}$就大；但N^2大时层结很稳定，此时对称不稳定反而不易发生。不过一旦有对称不稳定发生（因加热反馈较强或其他原因），此时其增长率的确也较大，故而易引起飑线等强烈天气爆发。事实表明，美国东海岸的层结较中国东部要强，那里飑线发生的频率较高，强度也较大。

最后还要指出，以上的工作仅对滞弹性近似下存在 WAVE-CISK 时对称不稳定增长率的上界作出了估计，且该估计忽略了加热分布函数$G(z)$的影响，比较粗略。如何由环境参数精确地得到该对称不稳定的增长率仍比较困难，这也是今后需进行的工作。

参 考 文 献

1　Hoskins, B. J., The role of potential vorticity in symmetric stability and instability, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 1974, **100**, 480～482.

2　Emanuel, K. A., Inertial instability and mesoscale convective system, Part II: Symmetric CISK in a baroclinic flow, *J. Atmos. Sci.*, 1982, **39**, 1080～1097.

3　Xu Qing（许秦）, Conditional symmetric instability and mesoscale rainbands, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 1986, **112**, 315～334.

4　张可苏，斜压气流的中尺度稳定性：对称不稳定，气象学报，1988, **46**(4), 258～268.

5　张立凤，张铭，Wave-CISK与对称不稳定，大气科学，1992, **16**, 669～676.

6　张颖，张铭，线性与非线性对称不稳定的数值试验，气象学报，1995, **53**, 225～231.

7 沈新勇. ENSO动力学及中尺度动力学的若干理论问题研究，第五章 非绝热二维滞弹性流体的动力稳定性，南京大学博士后研究工作报告，南京大学研究生院，1998, 29~39.

Semicircle Theorem on the Spectral Distribution in Symmetrical Instability with Wave–Cisk

Zhang Ming

(Meteorological College, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101)

Abstract The spectral distribution of symmetrical distribution with Wave–CISK under anelastic approximation is studied. The semicircle theorem on the spectral distribution in symmetrical instability with Wave–CISK is obtained. The theorem can estimate the supremum of the growth rate of the instability. It is found that under Wave–CISK, the heating feedback and stratification stability parameter have important influences on the growth rate. The stronger the heating feedback and vertical shear of basic flow, the larger the supremum of the growth rate. Also the simpler the structure of disturbance in vertical direction, the larger the supremum. Condition to make symmetric instability under the anelastic approximation is harsher than under Boussinesq approximation.

Key words: symmetric instability; spectrum; semicircle theorem