

中尺度非静力模式中常用气压分离 技术的研究*

廖洞贤¹⁾ 孙 岚²⁾

1) (国家气象中心, 北京 100081)

2) (中国气象科学研究院, 北京 100081)

摘 要 分析了气压分离和不分离, 在几种不同的层结情况下, 垂直气压梯度的截断误差。结果表明: 基本场取法不当, 会引起巨大的截断误差, 甚至和不分离时相当; 反之, 则较小。根据计算, 提出了一种取基本场的方法, 在一定条件下, 可以使气压偏差的垂直梯度的截断误差比不分离时的相应误差小一个量级, 从而, 可以取较小的垂直分辨率。

关键词: 中尺度非静力模式; 气压分离; 截断误差

1 引言

早在 1963 年, 为了提高 σ 坐标静力原始方程模式中在山区计算水平气压梯度力项的精度, 曾庆存^[1]将气温分离成按标准大气分布的基态和偏差两部分, 取得了较好的效果。很多中尺度非静力模式中, 也常把气压等预报变量分离成基态和偏差两部分^[2,3], 之所以如此, 主要是为了减少截断误差, 特别是垂直方向气压梯度力的截断误差。我们知道, 由于惯性力垂直分量远比垂直气压梯度力和重力小, 前者只是后两者的小差, 对它们直接进行计算, 如分辨率选取不当, 大项的截断误差会掩盖小项, 以致计算失真, 即使分辨率选取适当, 计算量往往很大, 一般难以接受。然而, 采用分离技术, 使气压分离后可以使基态气压 $\bar{p}$ 满足静力方程, 求出解析解, 从而, 用偏差气压 p' 代替 p 作预报变量, 使 p' 的垂直气压梯度力和惯性力的量级接近, 以达到提高计算精度的目的。但是, 这种方法还没有见到严格的论证和实验比较, 确证它对预报有好处。而且, 即便有好处, 这种好处是在什么条件下发生的? 是否在一般条件下也有好处, 没有坏处? 怎样分离才可以使非静力作用得到较好的描述? 垂直分辨率应当如何选取? 这一系列的问题是设计非静力模式的基本问题, 搞清这些问题对模式设计有益。

考虑变量分离主要是针对垂直方向的气压梯度力, 下面我们将主要讨论气压分离, 对其他变量的分离不专门进行讨论。

一般说来, $\partial p'/\partial z$ 不能用解析形式表示, 而必须用差商或其他形式代替, 这样就引进了截断误差。如果差商 $\delta p'/\delta z$ 所引进的截断误差比直接求 $\delta p/\delta z$ 所引进的截断误差小, 则计算 $\delta p'/\delta z$ 所取的垂直网格距, 相对于计算 $\delta p/\delta z$ 所取的适当增大, 仍可以

使前者获得和后者相同的计算精度。因此，截断误差的大小是关键。下面我们将进行这方面的分析，以回答上面的问题。

我们将先谈气压分离的问题，再提出选取最优 $\bar{p}$ 的方法。此外，讨论如何取垂直分辨率的问题。

2 气压分离的问题

气压分离主要是针对垂直动量方程

$$\frac{dw}{dt} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \tag{1}$$

而言。现分两种情况讨论。

2.1 用“气候值”进行分离

这里所谓“气候值”是广义的，是指在气候情况下，给定的只是 z 的函数的值。用它对气压进行分离，是令

$$p = \bar{p} + p', \tag{2}$$

其中, $\bar{p} = \bar{p}(z)$, $p' = p'(x,y,z,t)$ 。 $\bar{p}$ 满足静力方程

$$\frac{\partial \ln \bar{p}}{\partial z} = - \frac{g}{RT}, \tag{3}$$

其中, $\bar{T} = \bar{T}(z)$ 是根据气候资料确定的。这样，在理论上可以求出方程（3）的准确解。

利用（2）、（3）式，方程（1）成为：

$$\frac{dw}{dt} = - \frac{\rho'}{\rho} g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial z}, \tag{4}$$

其中, $\rho' = \rho - \bar{\rho}$, $\bar{\rho} = \bar{p}/(R\bar{T})$ 。利用（2）式，上方程右端第 2 项可以分成和 $\partial p/\partial z$ 、 $\partial \bar{p}/\partial z$ 有关的两项，其中只有前一项需要离散。这样，当用差商代替 $\partial p/\partial z$ 时，其截断误差和气压不分离时相同。因而，应用（2）式似没有好处。

不过，方程（4）中对应于 $\partial p'/\partial z$ 的差商，也可以用（2）式求出 p' 后，再用其离散值求出的 $\delta p'/\delta z$ 。但这样作则相当于

$$\frac{\delta p'}{\delta z} = \frac{\delta p}{\delta z} - \frac{\delta \bar{p}}{\delta z}.$$

从而， $\delta \bar{p}/\delta z$ 引进了截断误差。设 $\delta p'/\delta z$ 、 $\delta p/\delta z$ 和 $\delta \bar{p}/\delta z$ 的截断误差各是 $E(\delta p'/\delta z)$ 、 $E(\delta p/\delta z)$ 和 $E(\delta \bar{p}/\delta z)$ ，则只有当 $|E(\delta p'/\delta z)| \ll E(\delta p/\delta z)$ 时，采用气压分离技术才有好处。

2.2 用实时值进行分离

设这时 p 分离成

$$p = p_h + p_d, \tag{5}$$

其中, p_h 是实际大气的静压力, p_d 是扰动气压。它们都是 x 、 y 、 z 、 t 的函数, p_h 满足静力方程

$$\frac{\partial \ln p_h}{\partial z} = - \frac{g}{RT}, \tag{6}$$

其中, T 是实时温度。

把 (6) 式代入方程 (1), 并进行离散化, 则有

$$\frac{\delta w}{\delta t} + \text{其他项} + \text{截断误差} = -\frac{\rho_d}{\rho}g - \frac{1}{\rho}\frac{\delta p_d}{\delta z} + \frac{1}{\rho}E_h + \frac{1}{\rho}E_d, \quad (7)$$

其中, $\rho_d = \rho - \rho_h$, $\rho_h = p_h/(RT)$; E_h 和 E_d 是 $\delta p_h/\delta z$ 和 $\delta p_d/\delta z$ 的截断误差。显然, 方程 (7) 右端总的截断误差仍然等于 $E(\delta p/\delta z)/\rho$ 。而且, 如以 p_d 代替 p 作为预报量, 在预报 p_d 的方程中应包含有 $\partial p_h/\partial t$ 和 $-\hat{v} \cdot \nabla p_h$ 、 $-w \partial p_h/\partial z$ 等, 工作量要增加很多。看来, 这种分离对改善垂直动量方程的计算精度似乎没有好处。下面我们将详细讨论用“气候值”进行分离。

3 用“气候值”分离气压引起的垂直梯度的截断误差

根据 (5) 式, $p' = p_h - \bar{p} + p_d$, 如果 $\delta p/\delta z$ 和 $\delta p_h/\delta z$ 均用中央差商表示, 则

$$\frac{\delta p'}{\delta z} = \frac{\delta}{\delta z}(p - \bar{p}) = \frac{\delta}{\delta z}(p_h - \bar{p}) + \frac{\delta p_d}{\delta z}, \quad (8)$$

于是

$$E\left(\frac{\delta p}{\delta z}\right) \approx \frac{1}{6}\left(\frac{\partial^3 p_h}{\partial z^3} + \frac{\partial^3 p_d}{\partial z^3}\right)\Delta z^2, \quad (9)$$

$$E\left(\frac{\delta p'}{\delta z}\right) = E\left[\frac{\delta}{\delta z}(p_h + p_d - \bar{p})\right] \approx \frac{1}{6}\left[\frac{\partial^3}{\partial z^3}(p_h - \bar{p}) + \frac{\partial^3 p_d}{\partial z^3}\right]\Delta z^2, \quad (10)$$

我们先比较 $\partial^3 p_h/\partial z^3$ 和 $\partial^3 p_d/\partial z^3$ 的数量级。对深对流的情况, 可以设大气运动的垂直特征尺度 H 为 10^4 m, p_h 的垂直特征变化量 $\Delta_z p_h$ 为 10^3 hPa。至于 p_d , 由于资料很少, 我们只有就已有的资料加以推测。根据文献 [4], 在一次强风暴中, 在 5.5 km 高度曾观测到 3 hPa 的扰动气压, 在云底附近, 则观测到 -1 hPa 的气压亏空。看来, p_d 的垂直特征变化量 $\Delta_z p_d$ 可设为 10 hPa。于是, $\partial^3 p_h/\partial z^3$ 和 $\partial^3 p_d/\partial z^3$ 的数量级各为 $\Delta_z p_h/H^3$ 和 $\Delta_z p_d/H^3$, 即 10^{-9} hPa m $^{-3}$ 和 10^{-11} hPa m $^{-3}$ 。令

$$r = \frac{E\left(\frac{\delta p'}{\delta z}\right)}{E\left(\frac{\delta p}{\delta z}\right)} = \frac{\frac{\partial^3 (p_h - \bar{p})}{\partial z^3} + \frac{\partial^3 p_d}{\partial z^3}}{\frac{\partial^3 p_h}{\partial z^3} + \frac{\partial^3 p_d}{\partial z^3}} \approx 1 - \hat{r} + \frac{\frac{\partial^3 p_d}{\partial z^3}}{\frac{\partial^3 p_h}{\partial z^3}}, \quad (11)$$

其中, $\hat{r} = (\partial^3 \bar{p}/\partial z^3)/(\partial^3 p_h/\partial z^3)$ 。在 (11) 式右端, 如 $|1 - \hat{r}|$ 近于或大于 10%, 则

$$r \approx 1 - \hat{r}, \quad (12)$$

至于 $|1 - \hat{r}| \ll 10\%$, 甚至近于 $|(\partial^3 p_d/\partial z^3)/(\partial^3 p_h/\partial z^3)|$ 的情形, 则 $|r|$ 至多和 10^{-2} 同量级, 这时可以认为 $|E(\delta p'/\delta z)|$ 很小, 可以略去。

现在, 我们来推导 $\hat{r}$ 的表达式。

先看一般情形。从 (6) 式可以得到

$$p_h = p_s \exp\left\{-\int_0^z \frac{g}{RT} dz'\right\} \quad (13)$$

其中 p_s 是地面气压, 设为 1 013. 25 hPa。于是, 在 $g =$ 常数时,

$$\frac{\partial^3 p_h}{\partial z^3} = \left(\frac{g}{RT}\right)^3 \left[1 + \frac{3}{\frac{g}{RT}} \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{2}{\left(\frac{g}{RT}\right)^2} \left(\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{\left(\frac{g}{RT}\right)^2} \frac{1}{T} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \cdot p_s \exp\left\{-\int_0^z \frac{g}{RT} dz'\right\}.$$

(14)

令

$$T = T_s - \Gamma z,$$

(15)

其中 T_s 是地面温度, Γ 是温度递减率, 设为常数。则有

$$p_h = p_s \exp\left\{\frac{g}{R\Gamma} \ln(1 - bz)\right\},$$

(16)

$$\frac{\partial^3 p_h}{\partial z^3} = \left(\frac{g}{RT}\right)^3 \mu p_h,$$

(17)

其中 $b = \Gamma/T_s, \mu = 1 - 3\frac{R\Gamma}{g} + 2\left(\frac{R\Gamma}{g}\right)^2$ 。

4 两种情况

下面分两种情况进行讨论。

4.1 等温大气

设这时 $\bar{T} = T_0 =$ 常数, 则

$$\bar{p} = p_s \exp\left\{-\frac{g}{RT_0} z\right\}.$$

(18)

如果在实际大气中, T 和 p 可以表示为 (15) 式和 (5) 式的形式, 而 p_h 为 (16) 式的形式, $T_s = 288. 15\text{ K}, \Gamma = 6. 5 \times 10^{-3}\text{ K m}^{-1}$, 则 p_h 可以算出。令 $T_0 = 252. 4\text{ K}$ (从地面到 $z = 10^4\text{ m}$ 各高度温度的平均)、 270 K 、 300 K , $z = k\Delta z, \Delta z = 10^3\text{ m}, k = 1, 2, \cdots, 10$ 。我们可以求得各高度上的 $(p_h)_k$ 和 $\bar{p}_k$, 并从而求得 $T'_k (= T_k - T_0)$ 和 $(p_h - \bar{p})_k$ 。其沿 z 的分布

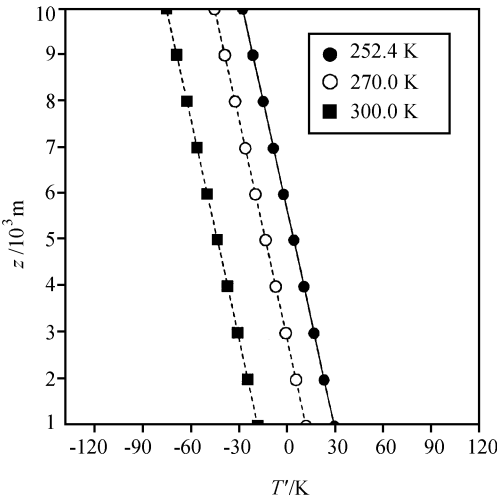


图 1 T' 随高度的分布

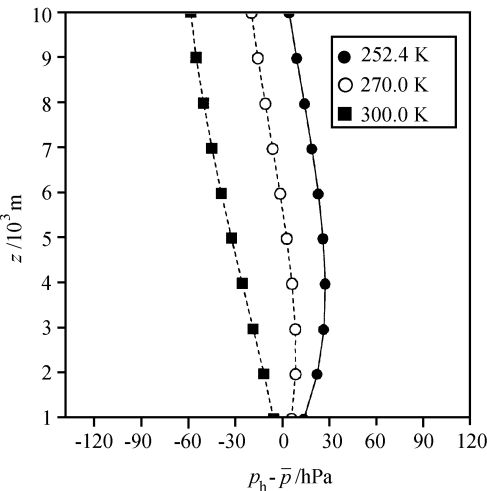


图 2 $p_h - \bar{p}$ 随高度的分布

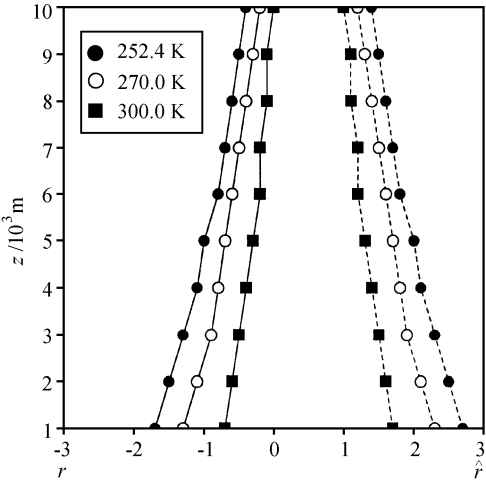


图3 在等温大气中 $\hat{r}$ 和 r 随高度的分布
($\hat{r}$ 表示正值, r 表示负值)

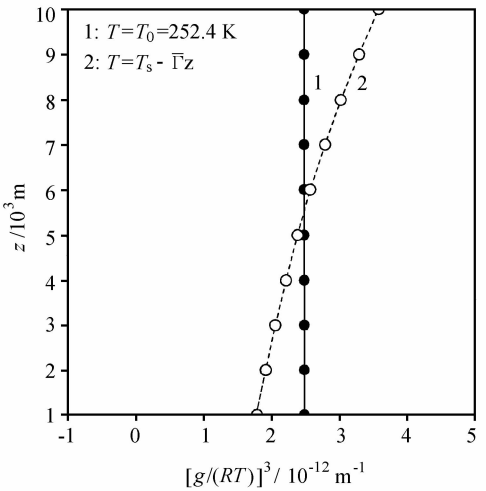


图4 $[g/(RT)]^3$ 随高度的分布

如图 1 和图 2 所示,从图中可以看出,当 $T_0 = 300\text{ K}$ 时, $(p_h - \bar{p})_k$ 和 T' 均较大,各可以达到 -60 hPa 和 -80 K ; 在其他情况则较小。

根据 (6)、(16)、(17) 和 (18) 式,还可以求得 $\hat{r}$ 的表达式,即

$$\hat{r} = \frac{\left(\frac{g}{RT_0}\right)^3 \bar{p}}{\left(\frac{g}{RT}\right)^3 \mu p_h} \tag{19}$$

这样,我们可以绘出 $\hat{r}$ 和 r 在等温大气中的垂直分布廓线,如图 3 所示。从图 3 中可以看出,误差是不小的,在 $5\,000\text{ m}$ 以下,对于 $T_0 = 252.4\text{ K}$ 和 $T_0 = 270.0\text{ K}$ 的情形, $E(\delta p_h/\delta z)$ 和 $E[\delta(p_h - \bar{p})/\delta z]$ 具有相同的量级。其之所以如此,是与 $[g/(RT)_0]^3$ 、 $[g/(RT)]^3$ 和 (19) 式右端分母中的 μ 值有关。图 4 是 $[g/(RT)_0]^3$ 、 $[g/(RT)]^3$ 随高度的分布。可以看出,在 $5\,000\text{ m}$ 以下, $[g/(RT)_0]^3$ 大于 $[g/(RT)]^3$, 且 $\mu \approx 0.5014$, $\bar{p} \approx p_h$, 故总的说来, $\hat{r}$ 显著大于 1, 使 $|r|$ 也大于 1。对于 $T_0 = 300\text{ K}$ 的情形, $E[\delta(p_h - \bar{p})/\delta z]$ 虽然小些,但在 $3\,000\text{ m}$ 以下, $|r|$ 也在 0.5 左右。而且,如前所述, T' 和 $p_h - \bar{p}$ 的绝对值均较大。看来,取等温大气不太合适,用它所求得的 $\bar{p}$ 来分离 p , 似无多大好处。

4.2 层结大气

用 $\bar{T}$ 、 $\bar{\Gamma}$ 代替 T 、 Γ 表示的 (15) 式作“气候值”,即

$$\bar{T} = \bar{T}_s - \bar{\Gamma} z, \tag{20}$$

则 $\bar{p}$ 可以表示为

$$\bar{p} = \bar{p}_s \exp\left\{\frac{g}{R\bar{\Gamma}} \ln(1 - \bar{b} z)\right\}, \tag{21}$$

其中 $\bar{p}_s = 1\,013.25\text{ hPa}$, $\bar{\Gamma} = 6.5 \times 10^{-3}\text{ K m}^{-1}$, $\bar{T}_s = 288.15\text{ K}$, $\bar{b} = \bar{\Gamma}/\bar{T}_s$ 。

p_h 的计算是用与 $\bar{T}_s$ 、 $\bar{\Gamma}$ 不相同的几种 T_s 、 Γ 按 (15) 式进行的。取 $T_s = 268.15$,

278.15, 288.15, 298.15, 308.15 K; $\Gamma = 3.0 \times 10^{-3}, 4.5 \times 10^{-3}, 6.5 \times 10^{-3}, 8.5 \times 10^{-3} \text{ K m}^{-1}$ 。这样, 我们可以得到 19 个不同的组 (见表 1), 其中, $\bar{T}_s$ 的单位为 K, Γ 的单位为 10^{-3} K m^{-1} 。利用这些数据, 从 (16)、(17)、(21) 和 (12) 式, 可以求得 19 个 $\hat{r}$ 随高度分布的廓线, 如图 5 所示。从图 5 中可以看出, $|r|$ 最小的是 2、3 和 15 组, 其次是 14 组。前者绝对值基本小于 10%, 后者在 20% 左右。如果以 $\bar{T}_s$ 和 $\bar{\Gamma}$ 作标准, 则它们或者与 T_s 相差不大于 10 K, 或者与 Γ 相差不大于 $2.0 \times 10^{-3} \text{ K m}^{-3}$ 。而且, T_s 和 Γ 的差所起的作用是相反的。如 15 组中, 虽然 T_s 比 $\bar{T}_s$ 大 20 K, 但 Γ 比 $\bar{\Gamma}$ 小 $2.0 \times 10^{-3} \text{ K m}^{-3}$, 算得的 r 在 8 000 m 以下仍小于 10%, 在其上稍大于 10%。其所以如此, 是由于在 $\hat{r}$ 的表达式中, $g/(RT)$ 有使截断误差随 T 的增大而减小, 而 Γ 有使截断误差随 Γ 减小而增大的作用有关。至于其他数据, 则 $\hat{r}$ 均较大。如 8、9、18、19 组, $\hat{r}$ 在 50% 左右, 它们的 T_s 、 Γ 均较 $\bar{T}_s$ 、 $\bar{\Gamma}$ 相差较大, 且两者差值的符号相同。

因为 $|r|$ 的大小表明 $E[\delta(p_h - \bar{p})/\delta z]$ 对 $E(\delta p_h/\delta z)$ 的相对大小, 所以, 要改进计算精度, 须改进 $\bar{p}$ 的选取, 使其所根据的 $\bar{T}_s$ 和 $\bar{\Gamma}$ 尽量和实际大气中的 T_s 和 Γ 接近, 相差越小越好。

表 1 $\bar{T}_s$ 和 Γ 的 19 种组合

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{T}_s$	268.15	278.15	298.15	308.15	288.15	288.15	288.15	268.15	278.15	298.15
Γ	6.5	6.5	6.5	6.5	3.0	4.5	8.5	3.0	3.0	3.0
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
$\bar{T}_s$	308.15	268.15	278.15	298.15	308.15	268.15	278.15	298.15	308.15	
Γ	3.0	4.5	4.5	4.5	4.5	8.5	8.5	8.5	8.5	

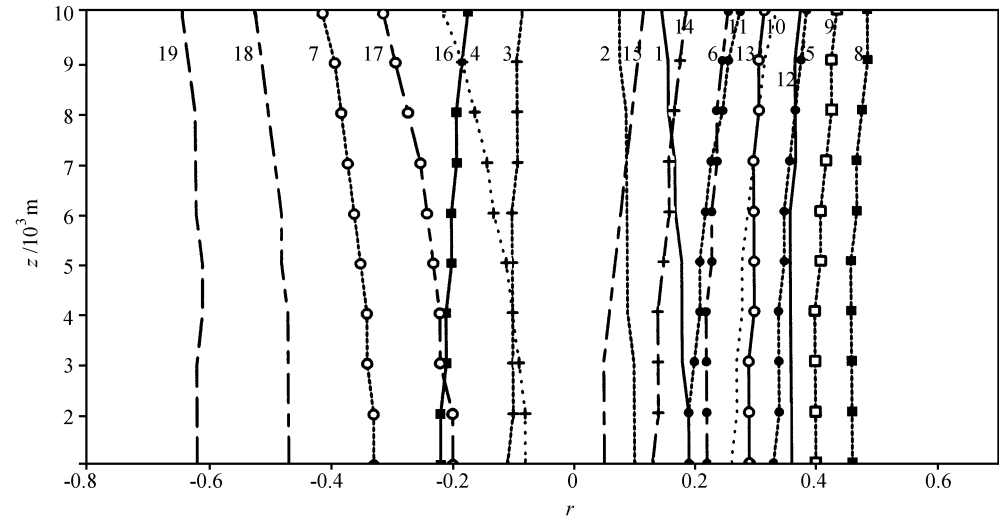


图 5 层结大气中 r 随高度分布的廓线

5 $\bar{p}$ 的最优选择

若用模式作预报, 可用距初始时刻最近的资料, 甚至是初始时刻的资料, 以最小二乘法, 在条件 $z = z_t$ 处, $T_t = \bar{T}_s - \bar{T}_1 z_t$ 下, 求式

$$T = \begin{cases} \bar{T}_s - \bar{T}_1 z, & 0 \leq z \leq z_t \\ \bar{T}_t - \bar{T}_2 \hat{z}, & z_t \leq z \leq \infty \end{cases} \quad (22)$$

中最优的 $\bar{T}_s$ 、 $\bar{T}_1$ 和 $\bar{T}_2$ 。这里下标 t 表示对流层顶处的值; z_t 取计算域内的平均, $\hat{z} = z - z_t$ 。这种计算相当于使

$$F = \sum_{ijk} [T_{0,ijk} - (\bar{T}_s - \bar{T}_1 z_{ijk})]^2 + \sum_{ijk} \{T_{0,ijk} - [\bar{T}_t - \bar{T}_2 (z - z_t)_{ijk}]\}^2 = \min, \quad (23)$$

这里 T_0 是观测值, $\sum_1$ 表示在对流层内求和, $\sum_2$ 表示在对流层顶以上求和。于是,

$$\bar{T}_s = \bar{T}_1 \bar{z} + \bar{T}, \quad (24)$$

$$\bar{T}_1 = - \frac{\sum_{ijk} (T_{ijk} - \bar{T})(z_{ijk} - \bar{z})}{\sum_{ijk} (z_{ijk} - \bar{z})^2}, \quad (25)$$

$$\bar{T}_2 = - \sum_{ijk} \frac{(T_{ijk} - \bar{T})(\hat{z}_{ijk} - \bar{\hat{z}})}{\sum_{ijk} (\hat{z}_{ijk} - \bar{\hat{z}})}, \quad (26)$$

其中 $\bar{(\quad)}$ 是算术平均。从而, 可以从静力方程求得 $\bar{p}$ 。

不过, $\bar{T}_s$ 、 $\bar{T}_1$ 和 $\bar{T}_2$ 的选取还和计算范围有关。显然, 范围愈大, T_s 和 $\bar{T}_s$ 、 T_1 和 $\bar{T}_1$ 、 T_2 和 $\bar{T}_2$ 的差也可能愈大。因此, 还应事先根据多次不同计算域计算的结果, 加以分析比较选取计算范围。

6 垂直分辨率的确定

根据多次试验可以求得 r 的绝对值的平均 $|\bar{r}|$ 。如 $|\bar{r}| \ll 1$, 则因

$$|\bar{r}| |\overline{E(\delta p / \delta z)}| \Delta z^2 \approx |\overline{E(\delta p' / \delta z)}| \Delta z^2,$$

令 $\Delta z' = \Delta z / \sqrt{|\bar{r}|}$, 则

$$|\overline{E(\delta p / \delta z)}| \Delta z^2 \approx |\overline{E(\delta p' / \delta z)}| (\Delta z')^2.$$

这时, 可以取较大的 $\Delta z'$ 使 $E(\delta p' / \delta z)$ 不大于 $E(\delta p / \delta z)$ 。如 $|\bar{r}| \leq 10\%$, 则可取 $\Delta z' \approx 3\Delta z$; 如 $|\bar{r}| \leq 20\%$, 则可取 $\Delta z' \approx 2\Delta z$ 。

7 问题讨论

7.1 $p_h - \bar{p}$ 和其微商的相对变化

在第4节, 我们曾给出 $p_h - \bar{p}$ 随高度的分布。这时, 在 $T_0 = 252.4 \text{ K}$, 而 $T_s = 288.15 \text{ K}$, $\Gamma = 6.5 \times 10^{-3} \text{ K m}^{-1}$ 的情形, $|p_h - \bar{p}|_{\max}$ 不超过 25.21 hPa , 只占 p_h 的

4.7%。但到计算 r 时, $|\partial^3(p_h - \bar{p})/\partial z^3|_{\max}$ 竟达到 $-1.39 \times 10^{-9} \text{ hPa m}^{-3}$, 占 $\partial^3 p_h/\partial z^3$ 的 -172.89% 。这样大的百分比似难理解, 有必要作进一步的分析。

为了分析上面的问题, 我们定义 r_i ($i = 0, 1, 2, 3$) 如下:

$$r_0 = \frac{p_h - \bar{p}}{p_h} = 1 - \frac{\bar{p}}{\mu_0 p_h},$$
$$r_1 = \frac{\partial(p_h - \bar{p})/\partial z}{\partial p_h/\partial z} = 1 - \frac{1}{\mu_1} \left(\frac{T}{T_0} \right) \frac{\bar{p}}{p_h},$$
$$r_2 = \frac{\partial^2(p_h - \bar{p})/\partial z^2}{\partial^2 p_h/\partial z^2} = 1 - \frac{1}{\mu_2} \left(\frac{T}{T_0} \right)^2 \frac{\bar{p}}{p_h},$$
$$r_3 = \frac{\partial^3(p_h - \bar{p})/\partial z^3}{\partial^3 p_h/\partial z^3} = 1 - \frac{1}{\mu_3} \left(\frac{T}{T_0} \right)^3 \frac{\bar{p}}{p_h},$$

其中, $\mu_0 = \mu_1 = 1, \mu_2 = 1 - R\Gamma/g \approx 0.903\,6, \mu_3 = 1 - 3R\Gamma/g + 2(R\Gamma/g)^2 \approx 0.501\,4$ 。根据计算, r_i 的值如表 2 所示。从表 2 中可以看出: r_i 是随着 i 的增加而增加的。在 $i = 0, 1$ 时, (r_i) 平均不足 10%。而在 $i = 3$ 时, 则陡增到近 100%。这说明: 尽管 $p_h - \bar{p}$ 、 $\partial(p_h - \bar{p})/\partial z$ 相对于 p_h 、 $\partial p_h/\partial z$ 所占的百分比不大, 但随着微商阶数的增加, 在对流层下部因 $(T/T_0)^i$ 和 $1/\mu_i$ 均随 i 增加, 它们的相对变化也增加。到 $i = 3$ 时, $(T/T_0)^3/\mu_3$ 已达约 2.8, 加之 $\bar{p} \approx p_h$, 致使 1 000 m 高处 $|r_i|$ 超过 100%。因此, 一般认为某量被一与之同量级的大量扣除后, 在用差商代替微商计算扣除后的梯度时, 其截断误差比不扣除的梯度的截断误差小的看法并不总是成立的。这从第 4 节中的其他计算结果也可看到这一点。

表 2 r_i (% , $i = 0, 1, 2, 3$) 随高度的分布

$z/10^3 \text{ m}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	II	$(\bar{})$
r_0	1.53	2.76	3.71	4.34	4.67	4.66	4.32	3.62	2.46	0.99	3.31	3.31
r_1	-9.88	-6.00	-2.49	0.65	3.44	5.89	8.01	9.82	11.25	12.46	6.99	3.32
r_2	-51.38	-42.66	-34.68	-27.40	-20.75	14.69	-9.18	-4.16	0.34	4.45	20.97	-20.01
r_3	-172.89	-151.23	-131.61	-113.76	-97.57	-82.89	-69.57	57.46	46.54	36.47	96.00	-96.00

注: II 表示绝对值平均

7.2 逆温的情形

一般说来, $\bar{p}(z)$ 在最好的情形只能表示计算域中的平均气压垂直廓线。如果在域中气温大多数呈 (15) 式的分布, 且 $\bar{T} > 0$, 而部分地区部分高度有逆温出现, $\Gamma < 0$, 这样, 在出现逆温的地区很可能 $\Gamma - \bar{T}$ 较大, 从而使 $|r|$ 较大。以致采用层结大气的气候值, 气压分离仍不能带来好处, 这是一个问题。在这种情况下, 如果条件允许可以直接对 $\partial p/\partial z$ 进行离散。

所以, 气压分离技术并不总是可以提高计算精度, 这是应当注意的。

8 结论

根据前面的分析计算, 可得出如下初步结论:

(1) 气压分离并不是在任何情况下都会使 p' 的垂直气压梯度的截断误差显著减小; 在等温大气的情形, 在对流层下部, 其截断误差和气压不分离的情形相当, 甚至更大; 只有在层结大气的情形, 在 T_s 、 Γ 与 $\bar{T}_s$ 、 $\bar{\Gamma}$ 之差较小时, $E(\delta p'/\delta z)$ 才显著比 $E(\delta p/\delta z)$ 小。

(2) 当 $|\bar{r}| \leq 10\%$ 时, 可以取计算 $\delta p'/\delta z$ 的垂直网格距为直接计算 $\delta p/\delta z$ 时应取的网格距的 3 倍。

参 考 文 献

- 1 曾庆存, 大气运动的特征参数和动力学方程, 气象学报, 1963, **33**(4), 472 ~ 483.
- 2 Carpenter, K. M., An experiment using a non-hydrostatic mesoscale model, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 1979, **105**, 629 ~ 655.
- 3 Dudhia, J., A non-hydrostatic version of the Penn State-NCAR mesoscale model: validation tests and simulation of the Atlantic cyclone and cold front, *Mon. Wea. Rev.*, 1993, **121**, 1493 ~ 1513.
- 4 叶家东、李如祥, 积云动力学, 北京: 气象出版社, 1988, 217 ~ 218.

A Study Concerning the Pressure Separation Technique Used for Current Nonhydrostatic Mesoscale Models

Liao Dongxian¹⁾, and Sun Lan²⁾

1) (*National Meteorological Center, Beijing 100081*)

2) (*Chinese Academy of Meteorological Sciences, Beijing 100081*)

Abstract The analysis of the truncation error in the vertical pressure gradient has been made with and without the pressure separation technique for different atmospheric stratifications. Computations demonstrate that the error introduced by the technique might be quite large, even equivalent to the case without separation, if the basic field is not properly chosen. Based upon the results a method for choosing the field is suggested. The truncation error in the vertical pressure departure gradient might be one order of magnitude less than that without the pressure separation under certain conditions. Therefore, it is permissible to choose lower vertical resolution in the separation case as compared to the case without separation.

Key words: nonhydrostatic mesoscale model; pressure separation; truncation error