

β 中尺度扰动的不稳定结构

张立凤 施连俊

(解放军理工大学气象学院, 南京 211101)

摘 要 计算分析了不同的环境场下, 三种类型 β 中尺度扰动的不稳定结构, 结果表明 β 中尺度对称不稳定的结构与 α 中尺度扰动不同, 随水平尺度的减小, 不稳定重力惯性波的垂直波数增大; 斜交型扰动与横波型扰动不稳定的结构相似的, 在 Ri 较小时, 其流函数的垂直结构表现为“猫眼”流型, 在 Ri 较大时, 其流函数的垂直结构表现为不规则的波动流型, 这说明在 β 中尺度范围内, 这两种不稳定也是同源的。

关键词: β 中尺度; 扰动; 不稳定结构

文章编号 1006-9895 (2004) 06-0931-10 **中图分类号** P445 **文献标识码** A

1 引言

我国地处东亚季风区, 是暴雨等灾害性天气多发的国家。而暴雨等中尺度灾害性天气现象会给国民经济和人民生命财产造成重大的损失。因此, 对暴雨等中尺度灾害性天气产生机制的研究一直是一个热点课题, 中尺度扰动的稳定性研究就是要寻找这个机制, 中尺度扰动的动力稳定性问题一直被认为是中尺度动力学中的核心问题, 在大气科学中占有十分重要的地位, 引起人们的广泛兴趣。Charney^[1]提出的第二类条件性不稳定理论 (CISK), 对台风的组织和生成给出了动力学上的解释, 20 世纪 70 年代以来, 许多气象工作者^[2~5]广泛研究了对称不稳定理论, 发现对称不稳定扰动可能在组织、启动带状对流中有重要作用, 可以解释锋面和气旋内部出现的多条雨带。张可苏^[6,7]也讨论了对称不稳定出现的判据和横波不稳定的结构, 张立凤和张铭^[8]研究了非均匀层结下的对称不稳定, 还研究^[9]了线性情况下的 Wave-CISK 与对称不稳定的关系。张颖和张铭^[10]用数值模式研究了线性和非线性横波型不稳定, 张立凤等^[11,12]研究了扰动传播方向与垂直切变基流有一夹角时的不稳定问题, 从形态上看它不同于扰动传播方向与垂直切变基流垂直或平行的对称型扰动和横波型扰动的不稳定, 故称作斜交型不稳定, 并指出当 Richardson 数不大时, 在 α 中尺度波段其增长率最大, 此时该斜交型不稳定的性质既不同于重力惯性波的对称不稳定, 也与经典的斜压不稳定有差异, 而是非地转涡旋波的不稳定。综合前人的工作可见, 中尺度不稳定的研究主要表现为对三种类型扰动稳定性的研究, 即对称型扰动、横波型扰动及斜交型扰动。但在研究中涉及到 β 中尺度扰动的不多, 施连俊和张立凤^[13]在 β 中尺度的范围内, 在不同的 Ri 下, 计算了上述三种不同类型扰动的不稳定增长率的分布。本文主要研究了 β 中

尺度不稳定的结构,考虑到对称不稳定已有许多前人的工作,所以本文的重点是讨论横波型扰动和斜交型扰动不稳定的结构。

2 计算方案和不稳定增长率的分布

在基流为高度的线性函数的条件下,可得到无粘、绝热、线性化的 Boussinesq 方程组,假定扰动沿 x 方向传播,并在 y 方向均匀,基流为非纬向风,是与扰动传播方向(x 方向)有一夹角 δ ,采用文献 [11] 和 [13] 介绍的求解方法,在上下边界取刚壁边界条件时,可将求解不稳定的问题转化为求解矩阵特征值和特征函数的问题。特征值即为扰动的不稳定增长率和频率,特征函数即为不稳定扰动的结构。具体求解方法见文献 [11] 和 [13]。

在不同 Ri 时,不稳定增长率随水平波长和角度 δ 的分布在文献 [13] 中已作过讨论,在 Ri 较小时,不论是对称型扰动 ($\delta=90^\circ$)、横波型扰动 ($\delta=0^\circ$),还是斜交型扰动 ($\delta\neq 0^\circ, \delta\neq 90^\circ$),在 β 中尺度范围内都可出现不稳定,但不稳定增长率的极大值却对波长和角度有选择性,其结果要比 α 中尺度不稳定的情况复杂得多。在 $Ri<0.95$ 时,对于对称型扰动,无粘的情况下,不稳定的增长率随波长的减小而增大,这与文献 [5] 的结果一致。除对称不稳定外,在 $40\text{ km}<L<60\text{ km}$ 处,还存在横波型扰动 ($\delta=0^\circ$) 增长率的大值区,这一结论也与文献 [7] 相同。在 $L<40\text{ km}$ 处和 $L>120\text{ km}$ 处,存在斜交型扰动 ($\delta=150^\circ$) 的增长率大值区,但这两类扰动不稳定的增长率都小于对称不稳定。这说明在 β 中尺度范围内,在满足对称不稳定出现的条件下,对称型扰动最容易发展,但对称不稳定出现的条件却比较苛刻。

$Ri>1$ 时,对称不稳定虽然不存在,但其余两类扰动的不稳定仍存在,在 Ri 较大时,不稳定的大值中心出现在 β 中尺度波段高端,以横波型扰动 ($\delta=0^\circ$) 占优势,随着 Ri 的减小,从这个不稳定中心呈带状向 β 中尺度低端伸展出一条大值带(参见文献 [13]),在该带上 $\delta\neq 0^\circ$,即斜交型扰动占优势。值得注意的是,这一 β 中尺度低端伸展出的不稳定增长率大值带关于 $\delta=0^\circ$ 不对称,这一点与 α 中尺度的情况不同。在以往中尺度稳定性的研究工作中,人们讨论了很多关于对称不稳定和横波不稳定,但在通常较大的 Ri 下,几十公里的 β 中尺度扰动更容易出现的是斜交不稳定,故这一类不稳定更应引起人们的重视。关于不稳定增长率的分布详细讨论参见文献 [13]。

3 $Ri<0.95$ 时 β 中尺度不稳定的结构

3.1 对称扰动不稳定的结构

β 中尺度对称型扰动的结构,在 $L=200\text{ km}$ 时,其流函数呈倾斜单圈环流的形态,这与文献 [6] 的结果类似,但随着扰动尺度的减小,流函数的环流圈的倾斜程度增大,这时在垂直方向上已不再是单圈环流了,而是出现了波动,且随着扰动尺度的减小,垂直方向上的波数增加。图 1 给出了 $L=200\text{ km}$ 、 $L=100\text{ km}$ 、 $L=60\text{ km}$ 时的对称不稳定的流函数垂直结构图,对称不稳定是重力惯性波的不稳定,但通过分析 β 中尺度对称型不稳定扰动的结构可发现,水平尺度越小,重力惯性波的垂直波数越大,

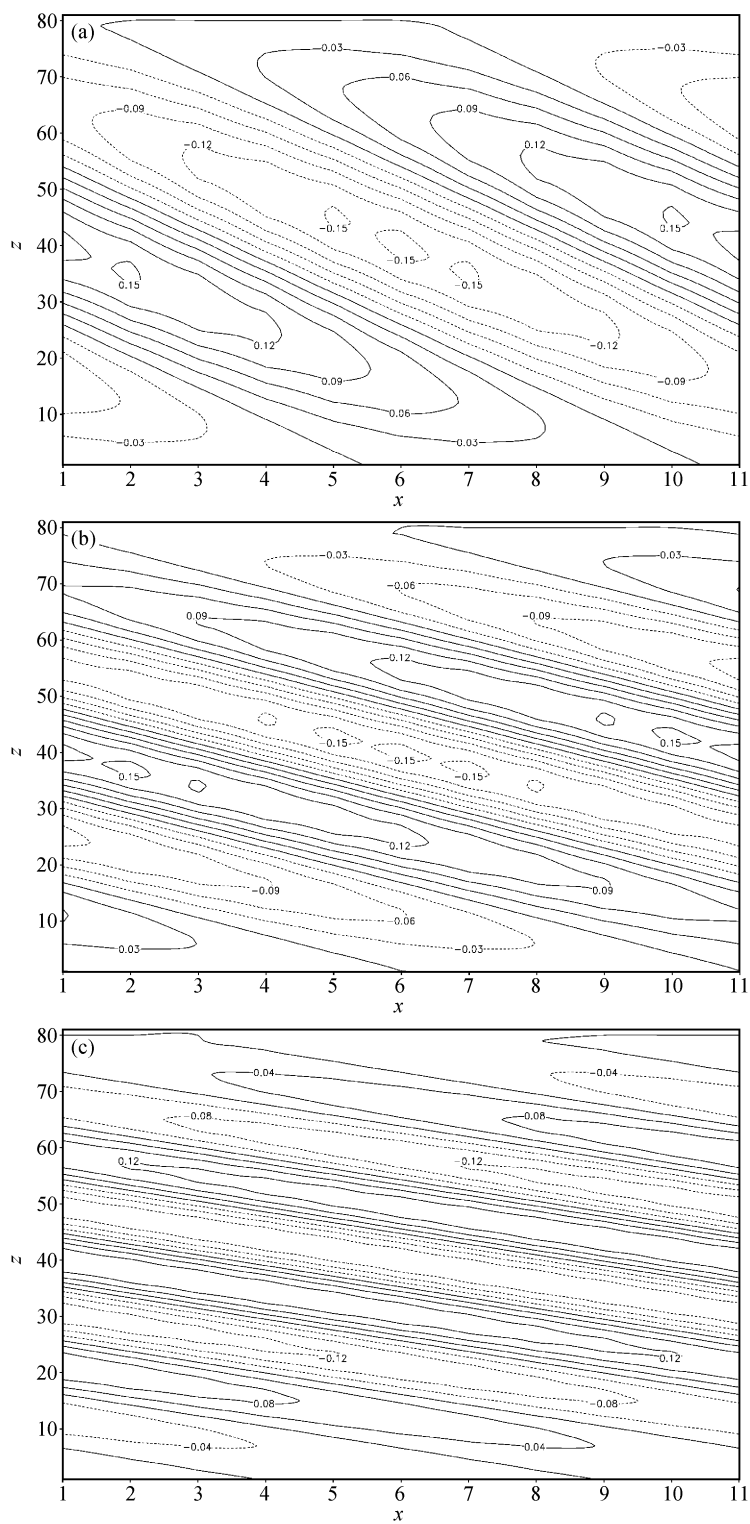


图 1 对称不稳定扰动的流函数：(a) $L=200\text{ km}$ ；(b) $L=100\text{ km}$ ；(c) $L=60\text{ km}$
纵坐标为垂直分层，80 对应于 10 km ，横坐标为水平波长，11 对应一个波长的长度，单位： km
 $\overline{U}_z=4\times 10^{-3}\text{ s}^{-1}$ ， $N^2=1\times 10^{-5}\text{ s}^{-2}$ ， $Ri=0.625$

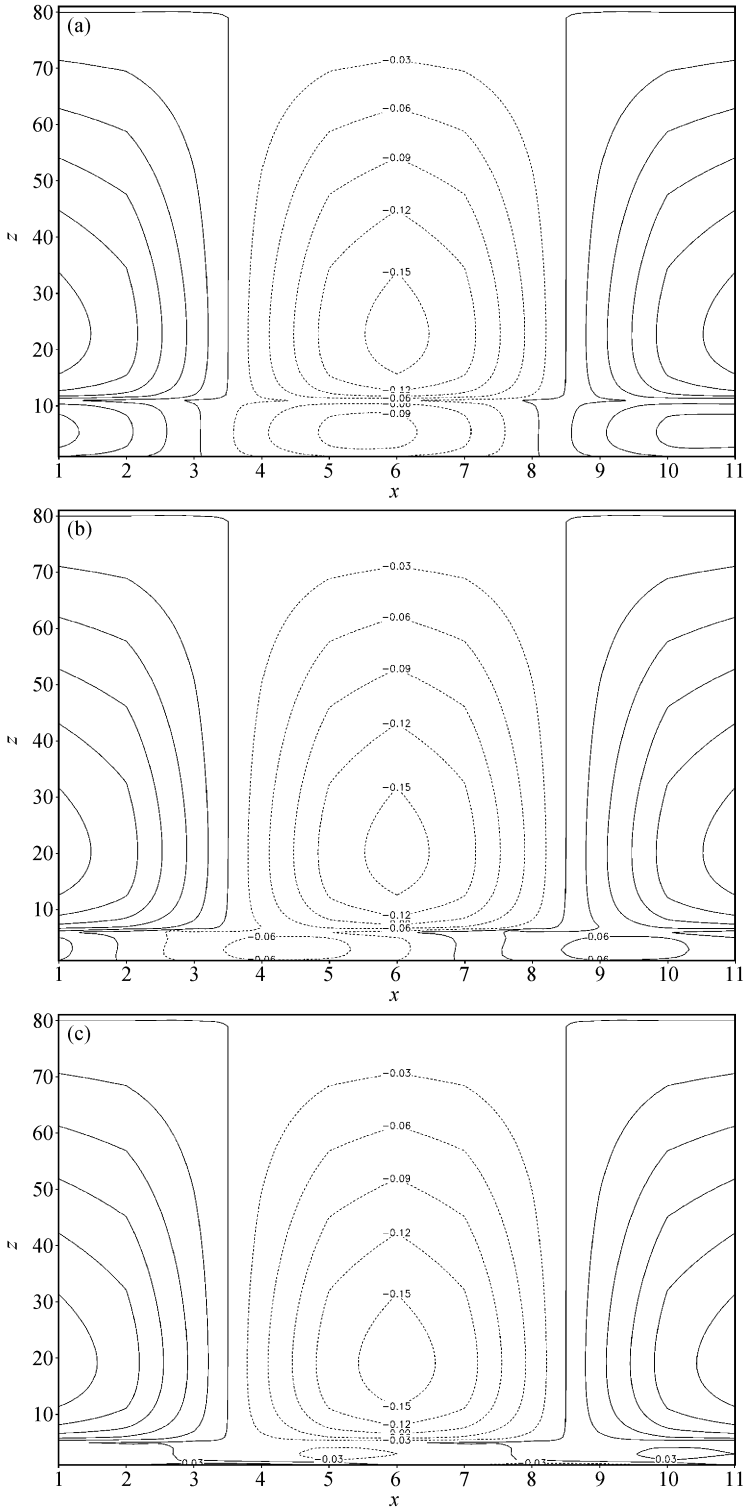


图 2 横波型不稳定扰动的流函数 (参数及坐标说明同图 1)
(a) $L=180$ km; (b) $L=100$ km; (c) $L=60$ km

这一点与 $L>200\text{ km}$ 的 α 中尺度不稳定扰动的结构是不同的。同样的变化在 v 场和 θ 场上也存在 (图略)。

3.2 横波型扰动不稳定的结构

图 2 分别给出了 $L=180\text{ km}$ 、 $L=100\text{ km}$ 、 $L=60\text{ km}$ 时的横波型扰动不稳定流函数的垂直结构, 从 $L=180\text{ km}$ 的横波型扰动不稳定的流函数结构图 (图 2a) 上可以明显看出其结构呈上下两个环流中心, 张可苏 [7] 称其为“猫眼”流型。进一步比较图 2a、b、c 可见, 随着尺度的减小, 上下两个环流中心的分界层高度移向低层 (图 2b、c), 即下面环流圈的高度减小。由文献 [14] 可知, 当基流存在切变时, 无论是重力惯性波还是涡旋波都存在临界层, 既波动的频率谱是连续谱, 当基流切变较大时, 连续谱还可出现重叠, 此时若出现不稳定, 其频率都落在重叠谱区。实质上两个环流中心的分界层对应的是横波型扰动连续谱的临界层, 虽然不稳定扰动对应是离散谱, 不应该存在临界层, 但分析其增长率和频率可发现, 增长率远小于其频率, 以 $L=100\text{ km}$ 为例, 其增长率为 $-6.028\times10^{-6}\text{ s}^{-1}$, 而其传播频率却为 $2.419\times10^{-3}\text{ s}^{-1}$, 其相差 3 个量级以上, 即增长率远小于传播频率, 由文献 [14] 可知涡旋波和重力惯性波对应的临界层方程分别为

$$\sigma + \bar{u}(z)k = 0, \tag{1}$$

$$f^2 - [\sigma + \bar{u}(z)k]^2 = 0. \tag{2}$$

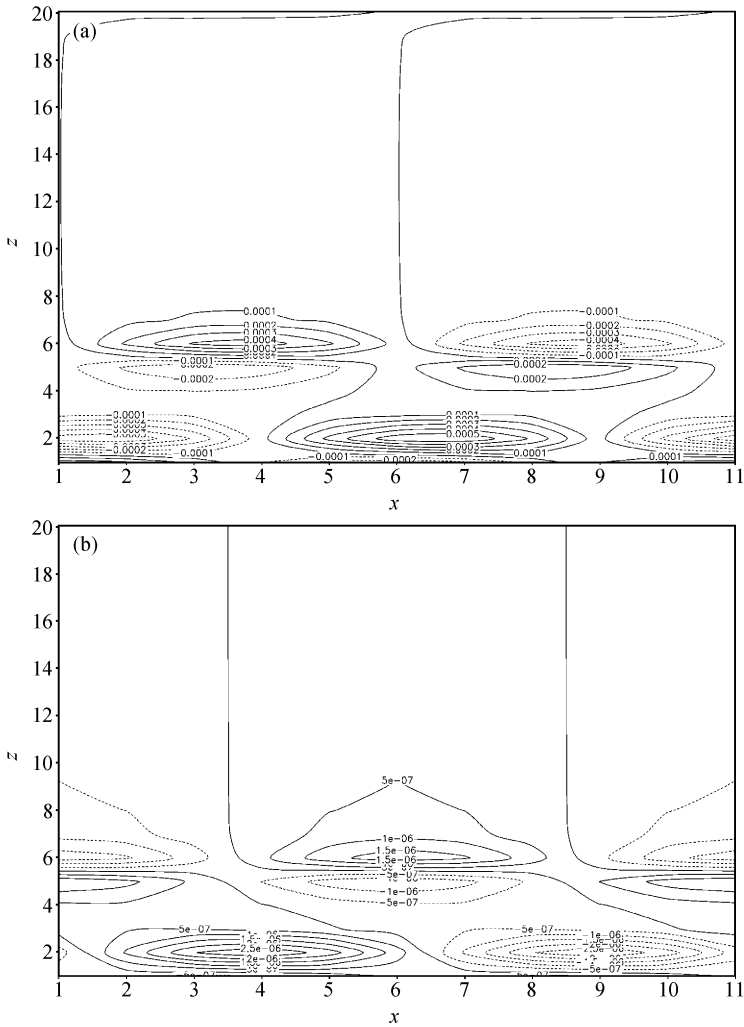
虽然不稳定扰动对应的 σ 是复数, 在 σ 的虚部不为零时, 上述两方程不可能成立, 但从量级分析看, σ 的虚部比实部小几个量级, 故临界层方程可近似成立, 即可存在“准临界层”, 这在扰动结构上就表现为不稳定扰动的两个环流中心的分界层。同样, v 场和 θ 场的结构及其随水平波长的变化与流函数类似, 但应该注意的是, 计算出的不稳定谱点的 v 场和 θ 场的结构都集中在低层或者高层, 考虑到实际天气中 β 中尺度不稳定发生时一般是低层结构较为复杂, 这里我们都给出了复杂结构在低层的不稳定扰动。图 3 给出了 $L=60\text{ km}$ 时的横波不稳定扰动的 v 场和 θ 场垂直结构。 v 场和 θ 场的结构都集中在 1.5 km 以下, 相当于 12 层以下, 且上下两个环流中心随高度有了位相差。

3.3 斜交型扰动的不稳定结构

图 4 给出了 $\delta=135^\circ$, $L=40\text{ km}$ 斜交型扰动不稳定的垂直结构。图 4a 是流函数, 和对称不稳定的流函数结构明显不同, 但和横波不稳定的流函数结构 (图 2) 非常相似, 都存在两个环流圈, 上面的环流圈是直的, 与横波不稳定类似, 只是底层的结构略有不同, 此时低层的环流发生了倾斜。同样的斜交不稳定的 v 场和 θ 场 (图 4b 和图 4c) 与横波不稳定的 v 场和 θ 场的结构 (图 3a 和图 3b) 也很相似, 扰动主要集中在低层 1.5 km 以下, 这说明斜交型扰动不稳定和横波型扰动不稳定有着相似的性质。但此时的斜交不稳定的结构与 α 中尺度的斜交不稳定结构却有着很大的差异, α 中尺度的斜交不稳定的结构与大尺度的涡旋波类似。

4 $Ri>0.95$ 时 β 中尺度不稳定的结构

$Ri>0.95$ 时, 对称型扰动都是稳定的, 但横波型扰动和斜交型扰动仍然有不稳定存在。且 β 中尺度高端是以横波型扰动的不稳定占优, 低端存在着斜交型扰动的不稳



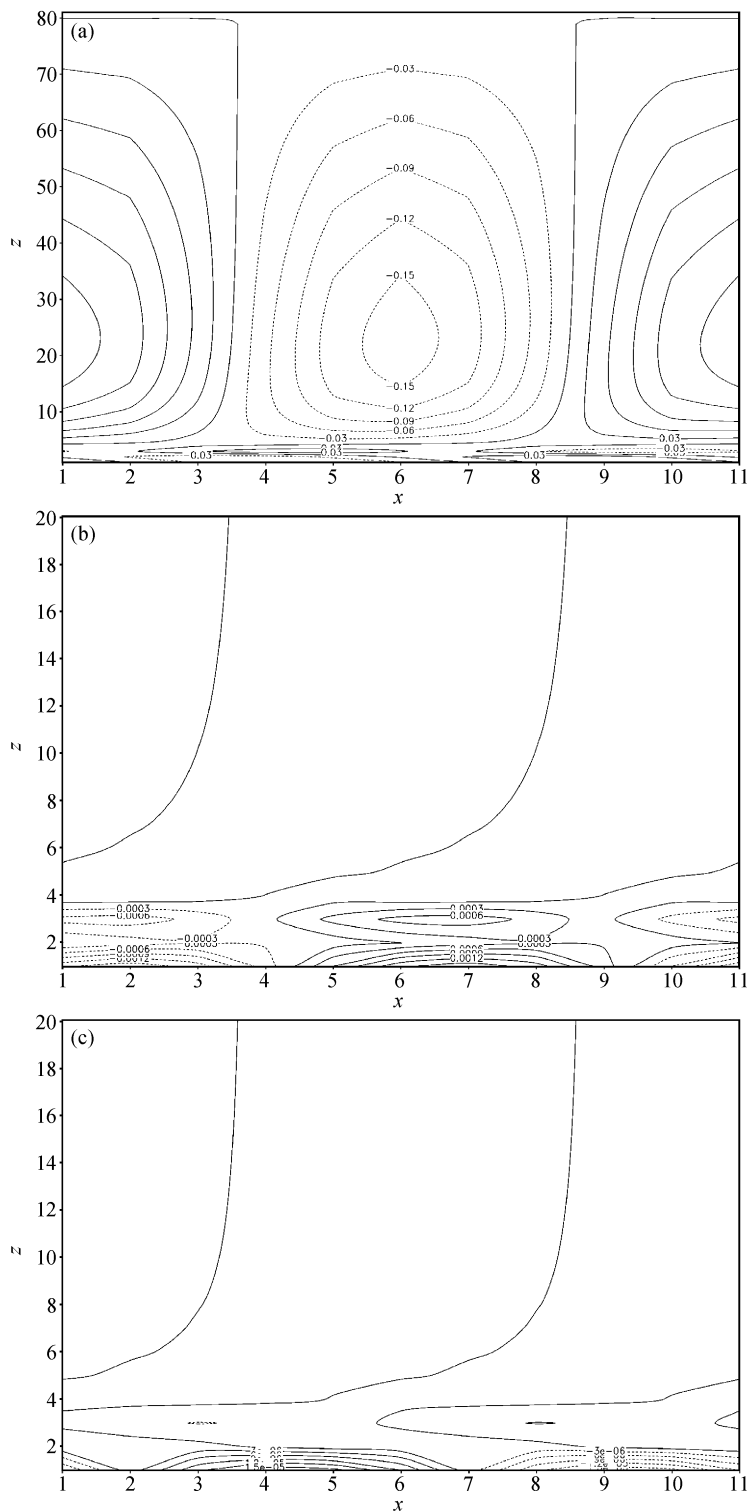


图 4 $\delta=135^\circ$, $L=40$ km 斜交型扰动不稳定的二维结构
参数同图 1, 坐标说明: a 同图 1, b、c 同图 3
(a) 流函数; (b) v 场; (c) θ 场

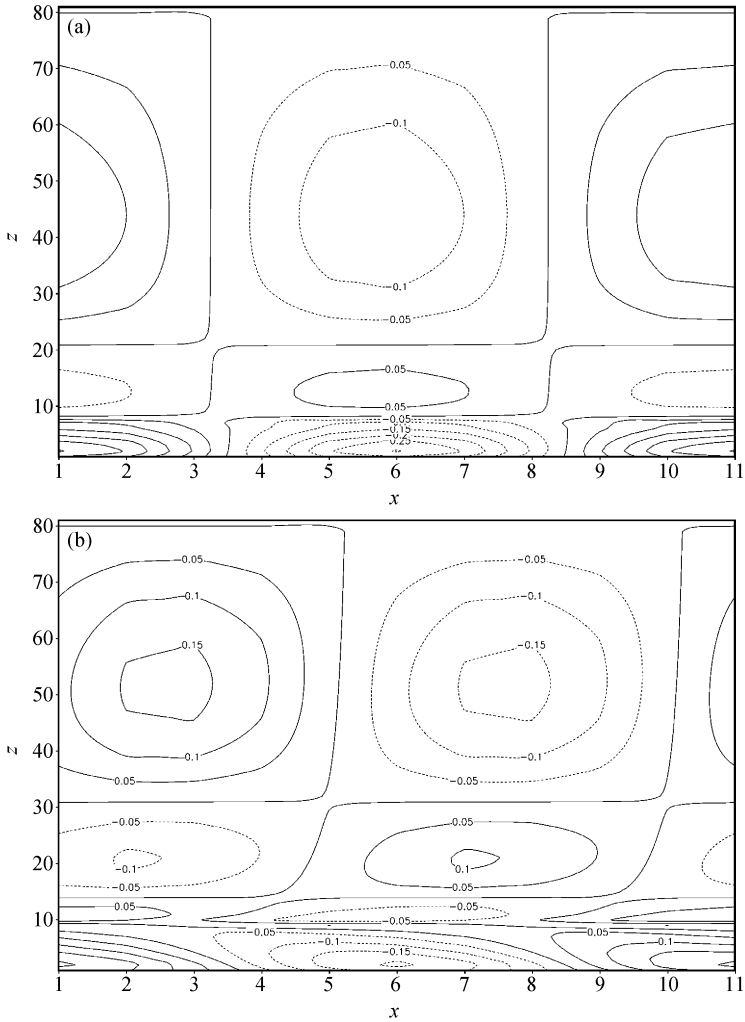


图 5 $L=160\text{ km}$ 横波型扰动和 $\delta=135^\circ$ 斜交型扰动不稳定的流函数 (坐标说明同图 1)
(a) 横波型扰动; (b) 斜交型扰动。 $\bar{U}_z=4\times10^{-3}\text{ s}^{-1}$, $N^2=8\times10^{-5}\text{ s}^{-2}$, $Ri=5$

时，其垂直结构应为标准正弦波或余弦波。而在考虑了垂直风切变后，其垂直方向应为不规则的波动，波长在高层大、低层小。随着水平波长的减小，其增长率和传播频率的大小越接近，垂直方向的波动结构越明显。当 $L=40\text{ km}$ 时斜交型不稳定的增长率为 $-1.013\times10^{-5}\text{ s}^{-1}$ ，而其传播频率为 $4.537\times10^{-5}\text{ s}^{-1}$ ，其结构与图 5 类似，不存在“猫眼结构”；其垂直方向结构也表现为不规则的波动结构（图 6）。

综上所述可见，无论 Ri 大小如何，横波型扰动和斜交型扰动的不稳定结构都是类似的，它们不同于大尺度的 Roosby 波的不稳定结构，也不同于 α 中尺度不稳定扰动的结构，更不同于对称型不稳定扰动的重力惯性波结构。随着 Ri 的增大，两类扰动的不稳定结构发生着同样的变化，其垂直结构都由“猫眼流型”变为波动结构，且水平波长越短，垂直结构的波数越大，所以可以肯定这两种扰动的不稳定是同源的，但究竟是什么波动的不稳定，由于其谱点的重叠，还不得知。是不是在中纬度由于风切变的

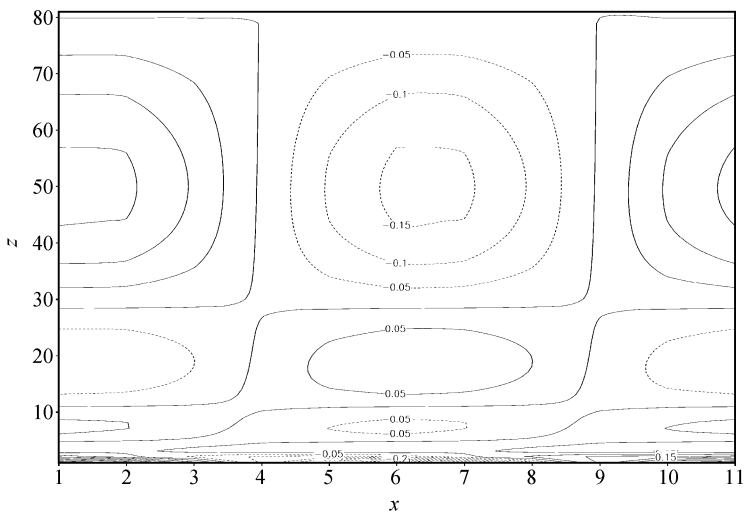


图 6 $\delta=135^\circ$, $L=40\text{ km}$ 斜交型扰动不稳定的流函数 (参数及坐标说明同图 5)

作用，也类似于热带地区存在混合波？而这两种不稳定正是混合波的不稳定？还有待于进一步研究。

5 结论

本文计算分析了不同环境场下， β 中尺度对称型、横波型和斜交型扰动的不稳定结构。主要结论如下：

- (1) $Ri < 0.95$ 时出现对称型扰动的不稳定， β 中尺度的对称不稳定的性质与 α 中尺度扰动相同，本质上仍然是重力惯性波的不稳定，但其结构与 α 中尺度扰动不同，随水平尺度的减小，在垂直方向已不是单圈倾斜环流，这说明随着水平尺度的减小，不稳定重力惯性波的垂直波数增大。
- (2) 对 β 中尺度扰动，斜交型扰动不稳定与横波型扰动不稳定的结构是相似的，在 Ri 较小时或尺度比较小时，其流函数的垂直结构表现为“猫眼”流型，在 Ri 较大时，其流函数的垂直结构表现为不规则的波动流型。这说明这两种不稳定是同源的，但由于尺度的减小，非地转性的加强，其结构已经与 α 中尺度扰动不稳定的结构完全不同了。其不稳定的性质还有待于进一步探讨。
- (3) 在同样 Ri 较大的情况下，扰动的水平波长越小，其斜交型扰动不稳定与横波型扰动不稳定流函数垂直方向的波数越大。

参 考 文 献

1 Charney, J. G. , The dynamics of long waves in a baroclinic, westerly current, *J. Meteor.* , 1947, **4**, 135~162.
2 Bennetts, D. A. , and B. J. Hoskins, Conditional symmetric instability—a possible explanation for front rainbands, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* , 1979, **105**, 945~962.
3 Hoskins, B. J. , The role of potential vorticity in symmetric stability and instability, *Quart. J. Roy. Meteor.*

Soc. , 1974, **100**, 480~482.

4 Emanuel, K. A. , Inertial instability and mesoscale convective system Part II : Symmetric CISK in a baroclinic flow, *J. Atmos. Sci.* , 1982, **39**, 1080~1097.

5 Xu, Qing , Conditional symmetric instability and mesoscale rainbands, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* , 1986, **112**, 315~334.

6 张可苏, 斜压气流的中尺度稳定性, 对称不稳定, 气象学报, 1988, **46** (3), 258~268.

7 张可苏, 斜压气流的中尺度稳定性, 横波型不稳定, 气象学报, 1988, **46** (4), 258~268.

8 张立凤、张铭, 非均匀层结下的对称不稳定, 大气科学, 1997, **21** (5), 627~632.

9 张立凤、张铭, WAVE—CISK 与对称不稳定, 大气科学, 1992, **16** (6): 669~676.

10 张颖、张铭, 线性和非线性横波型不稳定的数值研究, 气象学报, 1998, **56** (4), 447~457.

11 张立凤、王丽琼、张铭, 垂直切变基流中非地转涡旋波的不稳定, 大气科学, 2001, **25** (3), 391~400.

12 张立凤、王丽琼、张铭, 里查森数对 α 中尺度涡旋波不稳定的影响, 大气科学, 2002, **26** (5), 677~684.

13 施连俊、张立凤, β 中尺度扰动的不稳定增长率分布, 气象科学, 2002, **22** (3), 273~278.

14 张立凤、施连俊, 切变基流中 β 中尺度扰动的特征波动, 大气科学, 2004, **28** (4), 589~600.

Instability Structure of Meso- β Scale Disturbance

Zhang Lifeng, and Shi Lianjun

(*Meteorological College, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101*)

Abstract The structures of three kinds of instability disturbance are calculated and analyzed in different basic field. The results are as follows. The structure of symmetry instability of meso- β scale is different from that of meso- α scale. The vertical wave number of instability inertia-gravitational wave is increase with horizontal scale decreased. The structure of heterotropic disturbance is similar to that of transverse wave disturbance. When Ri is small, the stream function shows the shape of “cat eye”. When Ri is great, the stream function shows the shape of anomaly wave in vertical structure. This result shows that two kinds of instability of meso- β scale disturbance are same source.

Key words: meso- β scale; disturbance, instability structure