

# 用小波系数谱方法分析湍流湿度脉动的相干结构

全利红 胡 非 程雪玲

中国科学院大气物理研究所大气边界层物理与大气化学国家重点实验室, 北京 100029

**摘 要** 小波系数谱分析方法是结合小波分析和高分辨率谱分析的一种统计方法, 可以用来同时识别时间序列中相干结构的生命尺度和出现周期, 可以很好地描述相干结构的演变过程。基于此方法, 作者分析了 2004 年 11 月在河北省白洋淀地区的陆地和岛上两个观测点 (分别代表陆地和水面两种不同下垫面) 湍流湿度脉动的相干结构特征, 结果表明陆地和水上湿度序列的相干结构尺度分布相似, 并且尺度与周期之间的关系一致: 小于 5 s 的相干结构不连续出现, 而且通常伴有更大尺度的相干结构, 而 5~30 s 的相干结构有与其尺度差不多的周期。在寻找更大尺度的相干结构时发现存在一个尺度, 当大于某个周期时, 在各个周期上这个尺度的相干结构都显著; 与正交小波变换识别相干结构主尺度的方法识别的相干结构主尺度一致。另外, 小尺度结构不连续出现也可以解释小尺度湍流能量变化比较大。

**关键词** 大气湍流 小波分析 相干结构

**文章编号** 1006-9895 (2007) 01-0057-07

**中图分类号** P425

**文献标识码** A

## Analysing Coherent Structures of Humidity Time Series by the Spectral Analysis of the Wavelet Transform Coefficients

QUAN Li-Hong, HU Fei, and CHENG Xue-Ling

*The State Key Laboratory of Atmospheric Boundary Layer Physics and Atmospheric Chemistry, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029*

**Abstract** The spectral analysis of the wavelet transform coefficients (spavelet analysis), a statistical method combining wavelet analysis and a high-resolution spectral technique, recently developed by Petenko (2001), can identify coherent structures in time series and their durations and periods. Comparing with wavelet transformation and spectral analysis respectively, in a way, the method describes the evolution of coherent structures by durations and periods of coherent structures, but cannot describe the frequency character of various coherent structures, which shows there are coherent structures of some sizes in some time. By this method, more than two hundred data, which are collected by an infrared gas analyzer (LiCor7500) for water vapor and carbon dioxide fluctuations at two locations overlaying the different surfaces (water and land) during 16 - 22 November 2004, are analyzed. The conclusions show that the distributions of durations of coherent structures in humidity time series at land and water are similar, and the common relationship between durations and periods of coherent structures in all time series is that coherent structures whose durations are smaller than 5 s occur intermittently and are often accompanied by coherent structures of larger durations while there are periods close to durations for coherent structures of duration 5 - 30 s; there is a significant duration for every larger period than a certain period, which can result from the interaction of coherent structures of different sizes.

Comparing this method with the method determining principal time scales of coherent structures using or-

thonormal wavelets, the authors find that they agree with each other, which shows that the spectral analysis of the wavelet transform coefficients can identify the principal coherent structures accurately. In addition, the fact that coherent structures of small durations occurring intermittently may be a reason that change of turbulent energy at smaller scales is larger.

**Key words** atmospheric turbulence, wavelet translation, coherent structure

## 1 引言

相干结构是湍流流体中观测到的显著的大尺度脉动结构,在时间和空间上具有自组织特性<sup>[1, 2]</sup>,例如,近地面层的斜坡结构。这种斜坡结构是一种缓慢上升和迅速下降的现象,首先在温度记录中被发现,后来被证明在湍流运动的各个特征量中普遍存在,对动量、热量和其他物理量的输送有重要影响<sup>[3~5]</sup>。因此,对大气湍流相干结构的研究具有重要的理论意义和实际意义。

科学界已经提出了一些识别相干结构的方法,如滤波法、象限分析法、VITA法(variable interval time averaging)、多点法等,但这些方法存在单一尺度特性及人为域值设定的不确定性等缺点<sup>[5]</sup>。将小波分析方法引入湍流结构分析,小波变换和伪小波变换将湍流信号在尺度空间上展开,可以分析相干结构的时间尺度和位置。但是,要对相干结构特征进行更深入的描述,需结合各种统计方法。Petenko等<sup>[6, 7]</sup>结合小波变换和高分辨率谱分析,提出了小波系数谱分析(spavelet analysis)方法。这种方法不仅可以识别相干结构,而且还可以确定相干结构的大小和周期,是对相干结构演变规律的一种描述。本文将利用小波系数谱分析法分析湍流湿度时间序列中的相干结构。

## 2 小波系数谱分析方法

谱分析在大气研究中具有重要地位,但是通常的谱分析方法只能在频域上局域化,不能够全面描述大气中的非高斯分布、非平稳过程的性质,分辨率有限,低频部分不够精确。一些高分辨率谱分析方法可以提高频率分辨率<sup>[8]</sup>,但是同样存在着时域分辨率低的问题。而且,谱分析只能描述时间序列的总体特征,不能区分不同尺度相干结构的频域特征。而小波变换具有时频局域特性,在时域和频域上都有较好的分辨率,能识别相干结构的奇点。因此,小波变换是湍流相干结构研究的一个重要工

具,可用来识别时间序列中的一些有组织结构<sup>[5, 9, 10]</sup>。但是,小波变换只能刻画不同时刻不同尺度相干结构的分布状态。文献<sup>[6, 7]</sup>提出的小波系数谱分析方法则结合了小波变换和高分辨率谱分析的优点,用小波变换识别相干结构及其尺度,用高分辨率谱分析相干结构的周期。与小波变换不同的是,小波系数谱分析方法能得到不同尺度的相干结构的周期,结合相干结构的尺度和周期描述相干结构演变规律。

### 2.1 小波变换

小波系数谱分析方法中没有使用通常定义的小波变换,即积分号前面的系数为 $a^{-1}$ ,而不是 $a^{-1/2}$ 。因为在该方法中,小波变换是一个有效的滤波工具,为了减小对原始数据的歪曲,需要保持小波变换后各个尺度 $a$ 上振幅不变,因此用 $a^{-1}$ 作为小波系数的归一化因子。而且在研究大气边界层的相干结构时最好用 $a$ 做归一化,以便小波谱可以识别某个时间尺度上更大范围的峰值。因此,小波变换系数 $W_g(a, t)$ 为

$$W_g(a, t) = a^{-1} \int g(\xi) \psi[(\xi - t)/a] d\xi, \quad (1)$$

其中, $a$ 是尺度因子, $t$ 是时间, $g$ 是分析的信号。小波函数 $\psi$ 由下式得到:

$$\psi(\tau) = \cos(\beta\tau) \exp(-\tau^2/2), \quad (2)$$

其中, $\tau = (\xi - t)/a$ ,  $\beta = 3.5$ 。经过这样的小波变换后,与 $\psi(\tau)$ 的尺度 $a$ 一致的不规则性就被滤掉了。

### 2.2 谱分析

小波系数谱分析方法中的高分辨率谱是结合自回归最大熵谱与有限傅里叶变换特征函数展开得到的,其优点是频率分辨率高。

对于时间序列 $x(t)$ ,  $t = 0, 1, \dots, T-1$ ,谱估计定义为

$$S_{p, Q}(f; x) = \gamma(f) * S_Q(f; x) \cdot |H_p(f; x)|^{-2}, \quad (3)$$

其中, $S_{p, Q}(f; x)$ 是 $x(t)$ 在无量纲频率 $f$  ( $0 < f < 1/2$ )的谱密度, $p$ 和 $Q$ 是积分参数 ( $0 \leq p < T/2$ ,  $0 \leq Q < 5$ ),  $H_p(f; x)$ 是 $p$ 阶自回归变换的频率形

式。  $p$  阶自回归变换定义为

$$x(t) + \sum_{j=1}^p b_j x(t-j) = \varepsilon_p(t). \quad (4)$$

根据 Burg 最大熵谱确定系数  $b_j$ , 其频率形式为

$$H_p(f; x) = 1 + \sum_{j=1}^p b_j \exp(2\pi i j f). \quad (5)$$

(3) 式中的  $S_Q(f; x)$  是“剩余”序列  $\varepsilon_p$  的谱密度,  $\gamma(f)$  是谱窗,  $*$  表示卷积。

Thomson 谱估计是很好的无参数谱估计方法<sup>[11]</sup>, 可以用来估计谱密度  $S_Q(f; x)$ :

$$S_Q(f; \varepsilon_p) = \sum_{q=0}^{Q-1} \alpha_q(f; \varepsilon_p) I_q(f; \varepsilon_p), \quad (6)$$

其中,

$$I_Q(f; \varepsilon_p) = \frac{1}{T-p} \left| \sum_{t=0}^{T-1} \omega_q(t) \varepsilon_p(t) \exp(-2\pi i f t) \right|^2, \quad (7)$$

$\alpha_q(f; \varepsilon_p)$  是自适应权重因子。  $\omega_q$  是与有限傅里叶变换的特征函数相应的椭球波值<sup>[11]</sup>。

将 (3) 式中剩余序列的谱密度用它的平均值  $\langle S_Q(f; \varepsilon_p) \rangle \cong D\varepsilon_p$  代替, 得到 Burg 谱估计  $S_{ME}(f; x)$ :

$$S_{p,Q}(f; x) = D\varepsilon_p | H_p(f; x) |^{-2} = S_{ME}(f; x), \quad (8)$$

其中,  $D\varepsilon_p$  是序列  $\varepsilon_p$  的方差。

### 3 实验资料介绍

2004 年 11 月, 在国家自然科学基金重点项目“地表通量参数化与大气边界层过程的基础研究”的资助下, 中国科学院大气物理研究所大气边界层物理和大气化学国家重点实验室及北京大学大气科学系联合开展了一次非均匀大气边界层综合观测实验, 其中包括风廓线雷达、系留汽艇、近地面观测塔、以及能量平衡观测系统(辐射和鲍恩比观测)。观测场所在河北保定的白洋淀地区, 其中近地面湍流观测选在两个不同的代表点, 即雄县观测点和白洋淀观测点, 分别代表了陆地和水体下垫面特征。雄县观测点(以下称陆地观测点)在离雄县气象局不远的低矮果树地里, 由于是在冬季, 果树已经没有树叶; 白洋淀岛上的观测点(以下称岛上观测点)在水边, 观测点三面环水。在两个观测点, 测量湍流脉动用的超声风温仪和水汽二氧化碳脉动仪(LiCor7500)都架在 8 m 高的小塔上, 采样频率为 10 Hz。本文主要分析的是 2004 年 11 月 16~22 日

的水汽和二氧化碳湍流脉动数据, 共计有 150 多个小时的资料, 这段观测时期华北地区处于高压控制下, 天气形势平稳。

## 4 分析和结果

### 4.1 湿度时间序列特征

从陆地和岛上观测点的湍流湿度时间序列资料来看, 两个观测点的结果既反映了白天和夜间边界层湍流的共性, 又表现出各自的特点。在白天不稳定对流边界层条件下, 两个观测点测得的湿度脉动变化趋势和规律基本相似, 湍流脉动较强且总体较平稳, 而且大都存在很明显的斜坡结构; 但是在夜间, 两个点的观测结果表明二者有较明显的差别: 陆地上的湿度脉动强度相对较小, 存在间歇性和波动性, 存在较大尺度的相干结构(100 s 左右); 而岛上湿度脉动的强度较大, 表现出很强的间歇性、波动性和存在相干结构。这些特点是与下垫面的性质有密切关系的。由于湍流脉动的最大观测高度仅限于 8 m, 湍流测量的结果基本上反映的是局地特征, 岛上的观测结果受水体影响很大, 因而湿度脉动表现出来的性质与陆地表面也有较大的不同(参见图 1 和图 3、4)。

### 4.2 小波系数谱分析

每组数据取 16384 个点, 即近半小时的长度。由于数据长度有限, 本文的分析不可能包含所有尺度的相干结构, 而且较大的相干结构可能并不完全由湍流产生。同时, 由于部分湿度时间序列中存在比较复杂的趋势和大结构(100 s 左右), 因此, 数据首先通过平滑去掉趋势和这些大结构。由于相干结构的尺度大于 1 s<sup>[5, 9, 10, 12]</sup>, 所以小于 1 s 的尺度就被滤掉了。

两百多组数据的小波系数谱分析结果(图 2)表明, 无论是岛上还是陆地上的湿度时间序列, 10~20 s 尺度的相干结构出现最多, 其次是尺度 5~10 s 和 20~30 s 的相干结构, 小于 5 s 和大于 30 s 的相干结构出现的概率比较小。

小波系数谱分析能够得到相干结构的尺度与周期之间的关系(如图 3 所示)。小波系数谱分析图(图 3b)中横坐标表示相干结构发生的间隔时间, 即相干结构出现的周期, 纵坐标表示相干结构的持续时间, 即相干结构的时间尺度, 斜线表示尺度与周期相等。图 3b 中对应 11 s 左右的周期存在一个

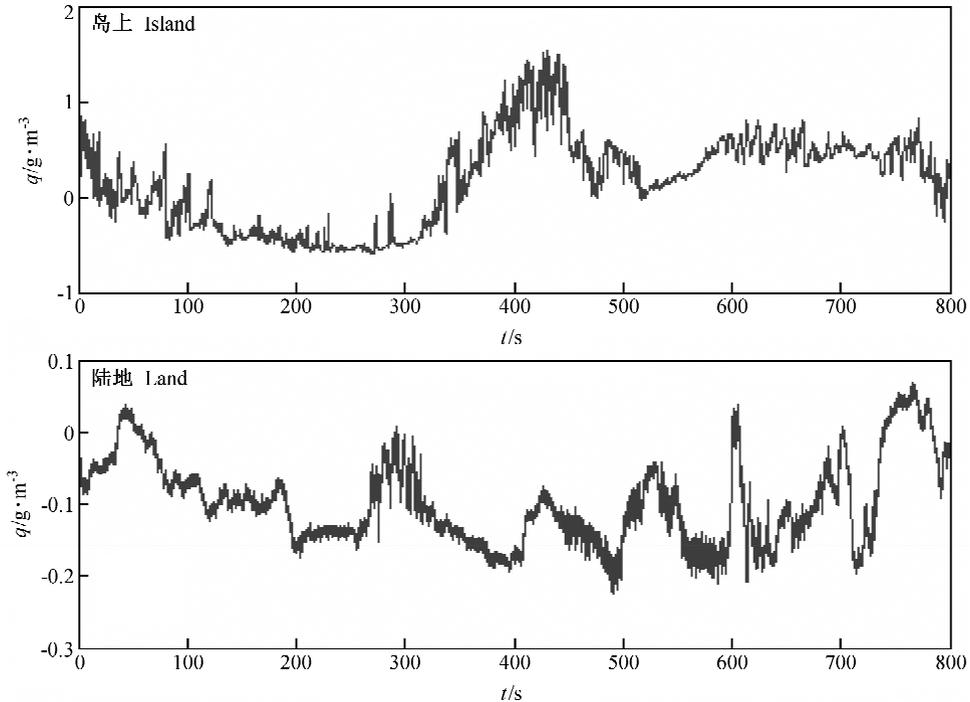


图1 2004年11月17日03~04时(北京时,下同)前800 s岛上和陆地上湿度 $q$ 时间序列  
Fig. 1 Time series of humidity  $q$  in island and land for the first 800 s during 0300-0400 LST 17 Nov 2004

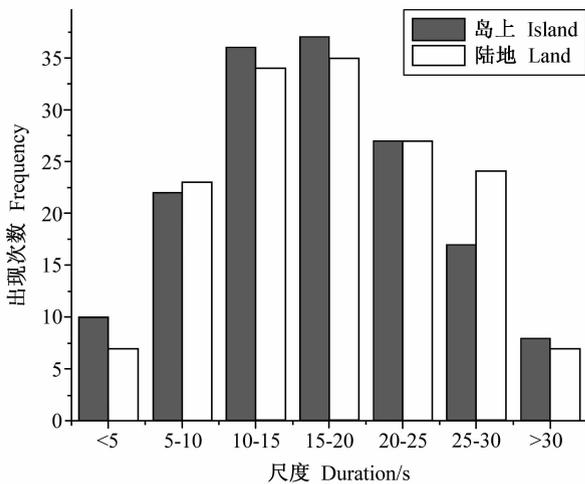


图2 陆地和岛上不同尺度相干结构出现概率  
Fig. 2 Probability of coherent structures of various durations in island and land

尺度 2 s 左右的相干结构, 15 s 左右周期对应的相干结构尺度也为 15 s 左右, 中心点落在斜线上。所有数据分析的结果与之类似, 即小于 5 s 的相干结构周期明显比尺度大, 而尺度 5~30 s 的相干结构有与其尺度差不多的周期。这意味着 5~30 s 的相干结构几乎是连续出现的, 而小于 5 s 的相干结构

的出现有间断, 而且这样的相干结构一般不会单独出现, 往往伴有更大尺度的相干结构。

增大尺度和周期范围, 并没有出现很大尺度的相干结构, 这与我们对处理数据的要求相符。但是, 出现了一种有趣的现象(见图 4): 某个尺度的结构在大于某个周期之后总是存在, 而且随着周期的增大越来越显著。当改变横坐标值范围时, 如横坐标取为 0~100 s, 还是出现类似图 4 的现象, 即当超过某个周期时, 存在一个尺度的相干结构, 它在各种周期都显著。这种现象可能与不同尺度相干结构之间的相互作用有关, 将在其他文章中进一步分析。

#### 4.3 与相干结构主尺度识别比较

小波系数谱分析方法得到的相干结构的尺度和周期的关系, 可以用正交小波变换识别相干结构主尺度的方法<sup>[9, 10]</sup>验证。这个方法是由 Szilagyi 等<sup>[9]</sup>提出的, 认为相干结构对能量贡献显著。

小波系数的平方可以表征最强相干结构的尺度和位置, 而正交小波的正交性减少了系数间的冗余信息。由小波系数的平方得到能量的归一化值  $p_i$  为

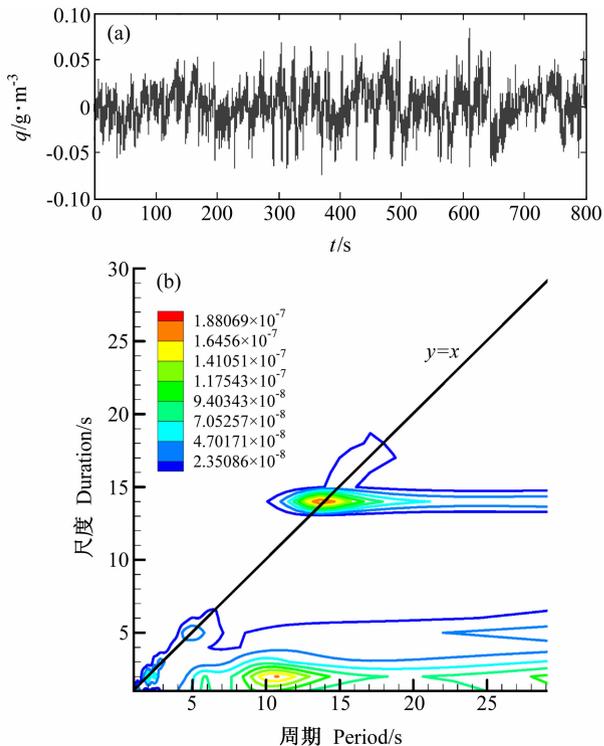


图 3 2004 年 11 月 22 日 08 时湿度时间序列 (a) 及其小波系数的谱分析 (b)

Fig. 3 (a) Time series of humidity 0800 LST 22 Nov 2004, and (b) its spavelet analysis (spectral analysis of the wavelet transform coefficients)

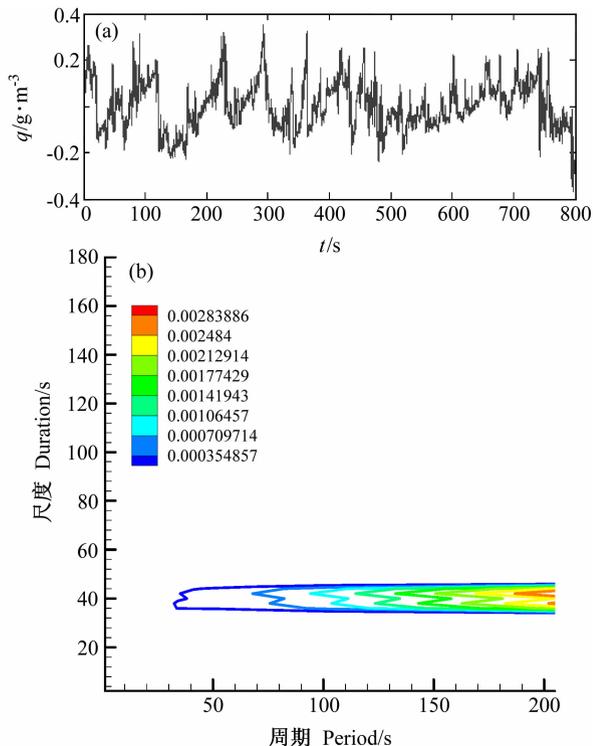


图 4 2004 年 11 月 21 日 11 时湿度时间序列 (a) 及其小波系数的谱分析 (b)

Fig. 4 (a) Time series of humidity 1100 LST 21 Nov 2004, and (b) its spavelet analysis

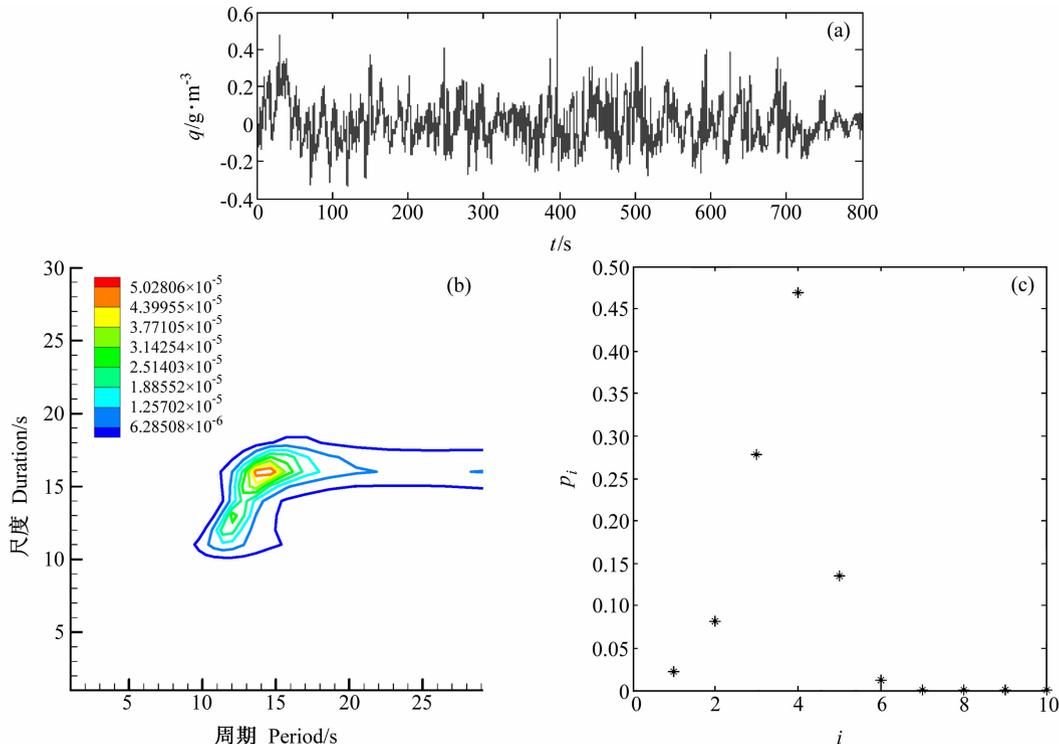


图 5 小波系数谱分析 (b) 与正交小波变换归一化能量 (c) 识别水汽时间序列 (a) 相干结构大小比较

Fig. 5 Identification of coherent structures in humidity time series (a) using spavelet analysis (b) and ortholormal wavelet (c)

$$p_i = \frac{\sum_{j=1}^{2^{M-i}} [2^{i/2} W(i, j)]^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{2^{M-i}} [2^{i/2} W(i, j)]^2},$$

$$i = 1, \dots, M, M = \log_2 N, \quad (9)$$

其中,

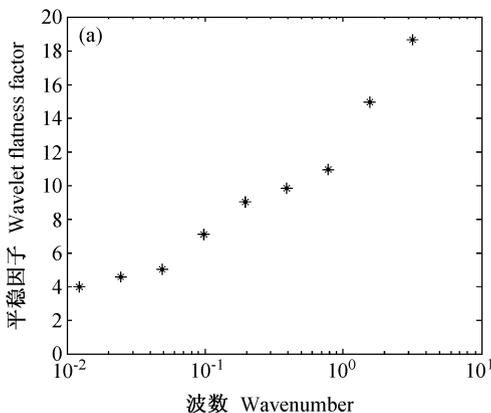
$$W(i, j) = \sum_{m=1}^N \psi(j - 2^i m) g(m) \quad (10)$$

是离散小波系数,  $m$  是尺度因子,  $j$  是时间因子,  $g$  是分析的信号。小波  $\psi$  为不对称小波 (db4、db6、db8)。

图 5b 是用小波系数谱分析方法得到的湿度时间序列 (图 5a) 小波系数谱分析, 图 5c 是同一组数据用正交小波变换得到的  $p_i$  随尺度的变化。由于相干结构尺度大于 1 s, 所以对数据做了 1 s 的平均, 最后数据长度是 1024 个点。当直接用整个数据做能量分布图时发现能量随尺度的增大而增大, 最大尺度上的能量远远大于其他尺度的能量, 去掉最大尺度后, 得到同样的结果, 类似图 4b 的结果, 超过某个周期后, 存在一个尺度的相干结构在各个周期上都显著。经过与前面相同的滑动平均去除趋势后, 得到图 5c 的结果, 在  $2^4$  s 的尺度上  $p_i$  有最大值, 表明 16 s 尺度的相干结构能量贡献最大, 与图 5b 中的尺度一致。这也说明小波系数谱分析方法很好地识别了时间序列中显著的相干结构。由于正交小波变换的离散特性, 识别的相干结构尺度只能是  $2^n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), 不能真正得到最强相干结构的尺度。而小波系数谱分析方法则没有这个限制, 能更准确地识别相干结构的尺度。

#### 4.4 用尺度与周期的关系解释湍流能量变化

小波系数谱分析方法的尺度与周期的这种关系



可以用来解释小波能量变化的标准差和平稳因子。

小波能量标准差定义<sup>[13, 14]</sup>为:

$$S_E = \frac{\bar{U}}{2\pi \ln(2) f_s} [\langle W(i, j)^4 \rangle - \langle W(i, j)^2 \rangle^2]^{0.5}, \quad (11)$$

其中,  $\bar{U}$  为平均风速,  $f_s$  为采样频率,  $W(i, j)$  为小波系数, 由 Haar 小波得到。其无量纲形式为

$$C_E = S_E(k_i) / E(k_i), \quad (12)$$

可称为无量纲能量标准差, 它描述了能量变化的相对大小。其中,

$$E(k_i) = \frac{\langle |W(i, j)|^2 \rangle d_y}{2\pi \ln(2)} \quad (13)$$

是小波谱密度。  $d_y = f_s^{-1} \bar{U}$ , 波数  $k_i = 2\pi / (2^i d_y)$ 。

平稳因子<sup>[13]</sup>定义为:

$$F(k_i) = \langle (W(i, j))^4 \rangle / \langle (W(i, j))^2 \rangle^2. \quad (14)$$

图 6 表明无量纲能量标准差  $C_E$  和平稳因子都随波数的增加而增加, 这意味着在较小的尺度上湍流能量变化比较大。因为普遍认为相干结构对能量的贡献比较大, 所以这可能是由于较小的尺度上相干结构不连续出现的缘故。

## 5 结论

本文分析的白洋淀地区两个不同观测点的湍流观测资料分别代表了陆地和水面的典型特征。在夜间, 陆地上的湿度序列往往比较平直, 脉动比较小, 而岛上的湿度序列大部分时候夜间脉动也比较大, 且存在明显的平均变化趋势。

小波系数谱分析方法结合了小波变换和高分辨率谱分析的优点, 不仅可以识别相干结构的尺度, 而且还可以分析相干结构的周期以及尺度和周期之

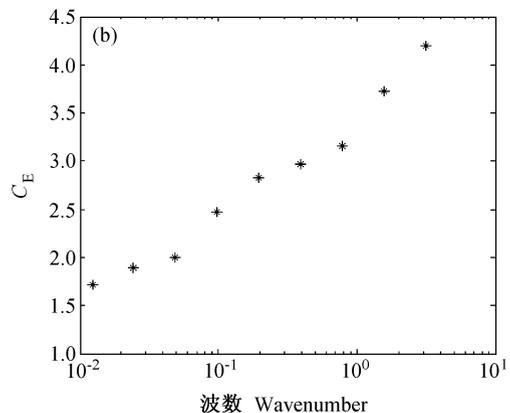


图 6 小波变换无量纲能量标准差  $C_E$  (a) 和平稳因子 (b) 随波数的变化

Fig. 6 Dimensionless wavelet standard variance  $C_E$  (a) and flatness factor (b)

间的关系,可以很好地刻画相干结构的演变规律。本文用此方法对两百多组湍流湿度脉动时间序列进行了分析,结论如下:

(1) 陆地和岛上的湿度时间序列中,10~20 s 的相干结构比较多,其次是 20~30 s 和 5~10 s 的相干结构,小于 5 s 和大于 30 s 的相干结构比较少。

(2) 小于 5 s 的相干结构其周期明显比尺度大,而且并不在时间序列中单独出现,往往同时存在更大尺度的相干结构,而 5~30 s 的相干结构的周期与尺度相当。

(3) 存在一个尺度,当大于某个周期时,这个尺度的相干结构在各个周期上都显著。这种现象可能反映了不同尺度相干结构之间的相互作用。

针对小波系数谱分析的结果,用正交小波识别相干结构主时间尺度的方法分析同样的数据,得到与小波系数谱分析方法一致的结果,表明小波系数谱分析方法能够很好地识别显著相干结构。而且,小波系数谱分析方法得到的相干结构尺度更准确。

小波统计量无量纲能量标准差和平稳因子随波数的增加而增加,表明在小尺度上湍流能量变化比较大,可能原因是小尺度相干结构不连续出现。

**致谢** 感谢北京大学张宏升教授和中国科学院大气物理研究所李爱国高级工程师提供观测资料。

### 参考文献 (References)

- [1] Wilczak J M. Large-scale eddies in the unstably stratified atmospheric surface layer. Part I: Velocity and temperature structures. *J. Atmos. Sci.*, 1984, **41**: 3537~3550
- [2] 胡非. 湍流、间歇性与大气边界层. 北京: 科学出版社, 1995. 288pp  
Hu Fei. *Turbulence, Intermittency and Atmospheric Boundary Layer* (in Chinese). Beijing: Science Press, 1995. 288pp
- [3] Gao W, Shaw R H, Paw U K T. Observation of organized structure in turbulent flow within and above a forest canopy. *Bound.-Layer Meteor.*, 1989, **47**: 349~377
- [4] 蔡旭晖, 陈家宜. 对流边界层中泡状结构的大涡模拟研究. *大气科学*, 1997, **21** (2): 223~230  
Cai Xuhui, Chen Jiayi. Large eddy simulation of bubble-like structures in the convective boundary layer. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences (Scientia Atmospherica Sinica)* (in Chinese), 1997, **21**(2): 223~230
- [5] Chen Hongyan, Chen Jiayi, Hu Fei, et al. The coherent structure of water vapour transfer in the unstable atmospheric surface layer. *Bound.-Layer Meteor.*, 2004, **111**: 543~552
- [6] Petenko I V, Bezverkhni V A. Temporal scales of convective coherent structures derived from sodar data. *Meteor. Atmos. Phys.*, 1999, **71**: 105~116
- [7] Petenko I V. Advanced combination of spectral and wavelet analysis ('spavelet' analysis). *Bound.-Layer Meteor.*, 2001, **100**: 287~299
- [8] 张宏升, 康凌, 张霁琛. 大气湍流数据处理系统及计算方法的讨论. *气象水文海洋仪器*, 2001, **1**: 1~11  
Zhang Hongsheng, Kang Ling, Zhang Aichen. Discussion on data management system and calculation method of atmospheric turbulence. *Meteorological, Hydrological and Marine Instruments* (in Chinese), 2001, **1**: 1~11
- [9] Szilagyi J, Parlange M B, Katul G G, et al. An objective method for determining principal time scales of coherent eddy structures using orthonormal wavelets. *Advances in Water Resources*, 1999, **22**(6): 561~566
- [10] Li Xin, Hu Fei, Pu Yifen, et al. Identification of coherent structures of turbulence at the atmospheric surface layer. *Advances in Atmospheric Sciences*, 2002, **19**(4): 687~698
- [11] Thomson D J. Spectrum estimation and harmonic analysis. *Proceeding of the IEEE*, 1982, **70**(9): 1055~1096
- [12] Gao W, Li B L. Wavelet analysis of coherent structures at the atmosphere-forest interface. *J. Appl. Meteor.*, 1993, **32**: 1717~1725
- [13] Katul G G, Parlange M B, Chu C R. Intermittency, local isotropy, and non-Gaussian statistics in atmospheric surface layer turbulence. *Phys. Fluids*, 1994, **6**(7): 2480~2492
- [14] Xu Min, Jiang Weimei, Hu Fei, et al. The characteristics of turbulent moisture on Huaihe river basin in China. *Meteor. Atmos. Phys.*, 2002, **81**: 53~65