

等熵面和湿等熵面倾斜发展的诊断分析

冉令坤¹ 楚艳丽²

¹ 中国科学院大气物理研究所, 北京 100029

² 中国气象局北京市城市气象研究所, 北京 100089

摘 要 利用等压坐标系中的热力学方程和水汽方程推导出可以诊断分析等熵面(等位温面)和湿等熵面(等相当位温面)倾斜变化的倾角方程。等熵面倾角的局地变化由倾角平流输送项、风速切变项和非绝热加热项共同决定,而影响湿等熵面倾角局地变化的强迫项除倾角平流输送项、风速切变项和非绝热加热项之外,还包括垂直热量通量切变项。NCEP/NCAR 实时分析资料的分析结果表明,大气斜压性、相对垂直涡度与等熵面和湿等熵面的倾角密切相关,它们的正高值区互相重叠;垂直风速切变项,特别是垂直速度的经向切变项是影响等熵面倾斜发展的主要强迫项,而纬向和经向风速的垂直切变项对湿等熵面倾角演变的贡献最大。

关键词 等熵面 湿等熵面 倾角 斜压矢量 相对垂直涡度

文章编号 1006-9895 (2007) 04-0655-11

中图分类号 P433

文献标识码 A

Diagnosis of the Slantwise Development of Isentropic and Moist Isentropic Surfaces

RAN Ling-Kun¹ and CHU Yan-Li²

¹ *Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029*

² *Institute of Urban Meteorology, China Meteorological Administration, Beijing 100089*

Abstract The inclination equations for isentropic and moist isentropic surfaces, which can be used to diagnose the slantwise evolution of isentropic and moist isentropic surfaces, are derived from the thermodynamic and water vapor equations in isobaric coordinates. It is shown that the local change of inclination of isentropic surface is dominated by the terms associated with advection, velocity shear and diabatic heating. Besides the three terms mentioned above, the forcing terms in the inclination equation of moist isentropic surface includes the term of vertical and meridional shears of vertical heating flux. The analysis of NCEP/NCAR data reveals that the positive high-valued areas of atmospheric baroclinicity, relative vertical vorticity are mainly located in the positive high-valued areas of inclinations of isentropic and moist isentropic surfaces. This indicates that the atmospheric baroclinicity, relative vertical vorticity are closely related to the inclinations of isentropic and moist isentropic surfaces. The term of vertical velocity shear, especially the term associated with meridional shear of vertical velocity is the chief factor affecting the slantwise development of isentropic surface. The contribution coming from the terms associated with vertical shear of zonal and meridional velocities to the slantwise evolution of moist isentropic surface is much more important than that of the other forcing terms in the inclination equation of moist isentropic surface.

Key words isentropic surface, moist isentropic surface, inclination, baroclinic vector, relative vertical vorticity

1 引言

位温和相当位温是大气热力学中两个重要的物理量。在干绝热过程中位温具有保守性,即守恒性;在湿绝热过程中相当位温具有守恒性。正是由于这种守恒性质,位温和相当位温广泛地应用在天气学诊断分析中。例如,位温和相当位温的垂直梯度可以分别用来分析干空气和饱和湿空气的层结稳定度。等位温线和等相当位温线的疏密程度可以表征锋区内温度对比度和湿度对比度,因此天气学上常利用它们进行气团和锋面的诊断分析,用它们的梯度及其时间变率来表征锋的强度和水平锋生^[1~9]。

在相当位温的经向垂直剖面内,降水区上空的等相当位温线常常是密集、陡峭倾斜的,并伴随有强烈的上升运动,这种等相当位温线的密集区通常代表锋区;随着锋面系统的移动和发展,等相当位温面也不断地倾斜变化。等位温线在经向垂直剖面内通常是比较平直的;在冷暖气团交界处,虽然等位温线不像等相当位温线那样陡峭,但也具有明显的倾斜特征,并且随着冷暖气团的活动,等位温线的斜率也不断地变化。

等熵面(即等位温面)的倾斜变化容易导致对称不稳定的发生^[10~14]。当浮力和地球旋转作用相结合时,处于重力稳定和惯性稳定的具有风速切变的平均气流可能出现对称不稳定,这种不稳定的判据是等熵面的斜率大于等绝对动量面的斜率^[15]。等熵面和湿等熵面(即等相当位温面)的倾斜状态与大气斜压性密切相关,其倾斜程度可以表征大气斜压性的强弱^[16]。等熵面和湿等熵面的倾斜变化还可以诱发垂直涡度的发展,吴国雄等^[17~20]研究指出,风垂直切变或水平湿斜压性的增加都会因为湿等熵面的倾斜而引起垂直涡度增长,湿等熵面越陡立,湿斜压性增强所引起的涡旋发展越激烈。

正是由于等熵面和湿等熵面的倾斜发展在大气动力学上具有重要意义,所以本文拟对暴雨过程中等熵面和湿等熵面的倾斜变化进行诊断分析,并讨论引起这种倾斜变化的可能原因。

2 等熵面和湿等熵面的倾角方程

等压坐标系中热力学方程和水汽方程可以分别写为

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + \omega \frac{\partial \theta}{\partial p} = \frac{\theta}{c_p T} Q, \quad (1)$$

或

$$c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \omega \frac{\partial T}{\partial p} \right) - \frac{1}{\rho} \omega = Q, \quad (2)$$

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} + u \frac{\partial q_v}{\partial x} + v \frac{\partial q_v}{\partial y} + \omega \frac{\partial q_v}{\partial p} = S_{q_v}, \quad (3)$$

其中, θ 为位温, u 、 v 和 ω 分别为纬向、经向和垂直速度, T 为温度, ρ 为密度, c_p 为定压比热, Q 为非绝热加热率, q_v 为水汽比湿, S_{q_v} 代表水汽源汇项。

在经向-垂直剖面(YOP)和纬向-垂直剖面(XOP)内,等熵面斜率可以分别写为

$$k = -\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial \theta}{\partial y} \bigg/ \frac{\partial \theta}{\partial p}, \quad (4)$$

$$l = -\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial x} \bigg/ \frac{\partial \theta}{\partial p}. \quad (5)$$

对应的等熵面倾角分别为

$$\alpha = \arctan k, \quad (6)$$

$$\beta = \arctan l. \quad (7)$$

由(4)式可以推导出等熵面斜率 k 的倾向方程,

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla k = \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial p}} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \mathbf{V} \cdot \nabla \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \theta}{\partial p} \right) + \mathbf{V} \cdot \nabla \left(\frac{\partial \theta}{\partial p} \right) \right] \right\}, \quad (8)$$

其中, $\mathbf{V} = ui + vj + \omega k$, $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial p} k$ 。

根据等熵面斜率的定义(4)和(5)式,并利用热力学方程(1),方程(8)可以写为

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla k = & \left(k \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) l + \left(k \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) k + \\ & \left(k \frac{\partial \omega}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial p}} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\theta}{c_p T} Q \right) - k \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\theta}{c_p T} Q \right) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

同理,可以推导出等熵面斜率 l 的倾向方程,

$$\begin{aligned} \frac{\partial l}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla l = & \left(l \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) l + \left(l \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) k + \\ & \left(l \frac{\partial \omega}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial p}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\theta}{c_p T} Q \right) - l \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\theta}{c_p T} Q \right) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

根据等熵面倾角的定义(6)和(7)式,由方程(9)和(10)可以推导出等熵面倾角方程,

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = -\mathbf{V} \cdot \nabla \alpha + \frac{1}{1+k^2} \left[\left(k \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) l + \right.$$

$$\left(k \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\partial v}{\partial y}\right)k + \left(k \frac{\partial \omega}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial y}\right) + \frac{1}{1+k^2} \cdot \left\{ \frac{1}{\partial \theta} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\theta}{c_p T} Q \right) - k \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\theta}{c_p T} Q \right) \right] \right\}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = -\mathbf{V} \cdot \nabla \beta + \frac{1}{1+l^2} \left[\left(l \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) l + \left(l \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\partial v}{\partial x} \right)k + \left(l \frac{\partial \omega}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) \right] + \frac{1}{1+l^2} \cdot \left\{ \frac{1}{\partial \theta} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\theta}{c_p T} Q \right) - l \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\theta}{c_p T} Q \right) \right] \right\}. \quad (12)$$

由方程 (11) 和 (12) 可以看出, 等熵面倾角的局地变化主要是由倾角平流输送项 (方程 (11) 和 (12) 右端第一项)、风速切变项 (方程 (11) 和 (12) 右端第二项) 和非绝热加热项 (方程 (11) 和 (12) 右端第三项) 共同决定的, 其中风速切变项取决于纬向风速、经向风速和垂直风速的经向/纬向和垂直切变与等熵面斜率的作用, 因此该项体现了大气动力学和热力学之间的相互作用。

湿等熵面也有类似的倾角方程。在这里相当位温定义为如下形式:

$$\theta_e = \theta e^{\frac{l_v q_v}{c_p T}}, \quad (13)$$

其中, θ 为位温, l_v 为水汽凝结潜热, q_v 为水汽比湿, T 为温度。YOP 和 XOP 面内湿等熵面的斜率和倾角可以分别写为

$$k_m = \frac{\partial \theta_e}{\partial y} / \frac{\partial \theta_e}{\partial p}, \quad (14)$$

$$l_m = \frac{\partial \theta_e}{\partial x} / \frac{\partial \theta_e}{\partial p}, \quad (15)$$

$$\alpha_m = \arctan k_m, \quad (16)$$

$$\beta_m = \arctan l_m. \quad (17)$$

由热力学方程 (1) 和水汽方程 (3) 可以推导出相当位温方程,

$$\frac{\partial \theta_e}{\partial t} + u \frac{\partial \theta_e}{\partial x} + v \frac{\partial \theta_e}{\partial y} + \omega \frac{\partial \theta_e}{\partial p} = \frac{\theta_e}{c_p T} (Q + l_v S_{q_v}) - \frac{\theta_e}{c_p T} \frac{l_v q_v}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \omega \frac{\partial T}{\partial p} \right). \quad (18)$$

把热力学方程 (2) 代入方程 (18), 可以得到

$$\frac{\partial \theta_e}{\partial t} + u \frac{\partial \theta_e}{\partial x} + v \frac{\partial \theta_e}{\partial y} + \omega \frac{\partial \theta_e}{\partial p} = \frac{\theta_e}{c_p T} \left[Q \left(1 - \frac{l_v}{c_p} \frac{q_v}{T} \right) + l_v S_{q_v} \right] - \frac{\theta_e}{c_p T} \frac{R}{c_p} l_v q_v \frac{\omega}{p}. \quad (19)$$

与方程 (11) 和 (12) 的推导过程类似, 由相当位温

方程 (19) 可以推导出 YOP 和 XOP 面内湿等熵面倾角方程,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_m}{\partial t} = & -\mathbf{V} \cdot \nabla \alpha_m + \frac{1}{1+k_m^2} \left[\left(k_m \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) l_m + \left(k_m \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) k_m + \left(k_m \frac{\partial \omega}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \right] + \\ & \frac{1}{(1+k_m^2)} \frac{\partial \theta_e}{\partial p} \left[k_m \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{l_v q_v}{c_p T} \frac{R}{p c_p} \theta_e \omega \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{l_v q_v}{c_p T} \frac{R}{p c_p} \theta_e \omega \right) \right] + \frac{1}{(1+k_m^2)} \frac{\partial \theta_e}{\partial p} \cdot \\ & \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\theta_e}{c_p T} \left(Q \left(1 - \frac{l_v q_v}{c_p T} \right) + l_v S_{q_v} \right) \right] - k_m \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{\theta_e}{c_p T} \left(Q \left(1 - \frac{l_v q_v}{c_p T} \right) + l_v S_{q_v} \right) \right] \right\}, \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta_m}{\partial t} = & -\mathbf{V} \cdot \nabla \beta_m + \frac{1}{1+l_m^2} \left[\left(l_m \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) l_m + \left(l_m \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) k_m + \left(l_m \frac{\partial \omega}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) \right] + \\ & \frac{1}{(1+l_m^2)} \frac{\partial \theta_e}{\partial p} \left[l_m \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{l_v q_v}{c_p T} \frac{R}{p c_p} \theta_e \omega \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{l_v q_v}{c_p T} \frac{R}{p c_p} \theta_e \omega \right) \right] + \frac{1}{(1+l_m^2)} \frac{\partial \theta_e}{\partial p} \cdot \\ & \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\theta_e}{c_p T} \left(Q \left(1 - \frac{l_v q_v}{c_p T} \right) + l_v S_{q_v} \right) \right] - l_m \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{\theta_e}{c_p T} \left(Q \left(1 - \frac{l_v q_v}{c_p T} \right) + l_v S_{q_v} \right) \right] \right\}. \quad (21) \end{aligned}$$

由方程 (20) 和 (21) 可以看出, 影响湿等熵面倾角局地变化的强迫项除倾角平流输送项 (方程 (20) 和 (21) 右端第一项)、风速切变项 (方程 (20) 和 (21) 右端第二项) 和非绝热加热项 (方程 (20) 和 (21) 右端第四项) 之外, 还包括垂直热量通量切变项 (方程 (20) 和 (21) 右端第三项)。

3 等熵面和湿等熵面斜率的意义

等熵面和湿等熵面的倾斜发展与大气斜压性的变化密切相关。在等压坐标系中, 表征大气斜压性的斜压矢量 ($\mathbf{B}$) 和湿斜压矢量 ($\mathbf{B}_m$) 可以分别写为 (详细推导过程见附录)

$$\mathbf{B} = \left[g(k\mathbf{i} - l\mathbf{j}) - \left(l \frac{\partial \phi}{\partial y} - k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \mathbf{k} \right] \frac{\partial \ln \theta}{\partial p}, \quad (22)$$

$$\mathbf{B}_m = \left[g(k_m\mathbf{i} - l_m\mathbf{j}) - \left(l_m \frac{\partial \phi}{\partial y} - k_m \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \mathbf{k} \right] \frac{\partial \ln \theta_e}{\partial p}. \quad (23)$$

由上述两式可见,等压坐标系中大气斜压性(湿斜压性)与等熵面斜率 k 和 l (湿等熵面斜率 k_m 和 l_m)密切相关,等熵面和湿等熵面的倾斜程度在一定尺度上可以反映大气斜压性的强弱,等熵面和湿等熵面斜率(或倾角)的变化可以引起大气斜压性的增强或减弱。

等熵面和湿等熵面斜率(或倾角)与相对垂直涡度的发展也有一定的联系。吴国雄^[19]给出如下形式的局地直角坐标系下全型垂直涡度方程,

$$F_{\text{CVE}}(\zeta) = (f + \zeta) \frac{\partial \omega}{\partial z} + (f + \zeta) \frac{\partial \mathbf{V}_h}{\partial z} \cdot \frac{\nabla_h \theta}{\theta_z} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \zeta_s \frac{\partial \mathbf{V}_h}{\partial s} \cdot \frac{\nabla_h \theta}{\theta_z} - \frac{\alpha^{-1} \dot{\zeta}_s \theta_s}{\theta_z}, \quad (24)$$

其中, $F_{\text{CVE}}(\zeta) = d\zeta/dt + \beta v + (f + \zeta) \mathbf{V} \cdot \mathbf{V}$, ζ 为相对垂直涡度。上述方程右端第二、第四项实质上代表了局地直角坐标系中经向-垂直剖面 and 纬向-垂直剖面内等熵面斜率对相对垂直涡度发展演变的影响,体现了等熵面倾斜的效应。当等熵面斜率变得很大时,特别是在锋面或急流附近,由等熵面倾斜所诱发的垂直涡度发展可以远远超过延伸和扭曲效应而变得非常激烈,进而导致严重天气事件的发生^[17~20]。余晖等^[20]研究指出,等压坐标系中湿空气垂直涡度的个别变化与热力学系数的个别变化成正比,即

$$\frac{d\zeta_p}{dt} \propto \frac{dC_M}{dt}, \quad (25)$$

其中, ζ_p 为相对垂直涡度,

$$C_M = -gk \times \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial p} \cdot \frac{\nabla_p \theta_e}{\theta_{ep}}$$

为热力学系数。实质上,热力学系数中的 $\nabla_p \theta_e / \theta_{ep}$ 项就是等压坐标系中经向-垂直剖面 and 纬向-垂直剖面内湿等熵面斜率,体现湿等熵面斜率对等压坐标系中相对垂直涡度发展演变的贡献。

从以上分析可见,等熵面和湿等熵面斜率(或倾角)的确是一个与大气斜压性和相对垂直涡度密切相关的重要物理量。

4 等熵面倾斜发展的诊断分析

2004 年 8 月 12 日 0000 UTC 至 13 日 0000 UTC, 华北地区发生一次强降水过程。如图 1 所示, 实际观测的 24 小时累积降水区呈明显的东北-西南走向

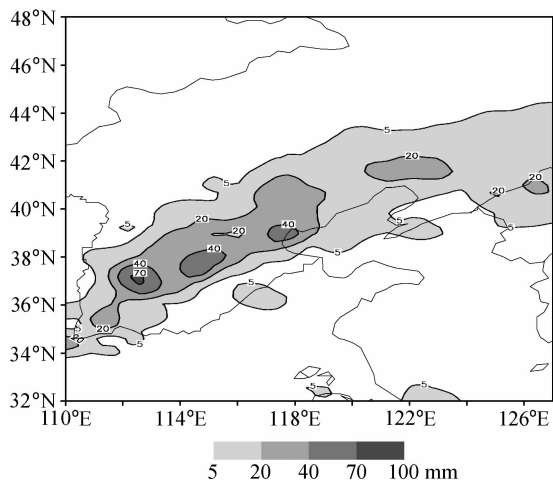


图 1 2004 年 8 月 12 日 0000 UTC~13 日 0000 UTC 实际观测的 24 小时累积降水量分布

Fig. 1 The observation of 24-h accumulated rainfall during the period of 0000 UTC 12 Aug - 0000 UTC 13 Aug 2004

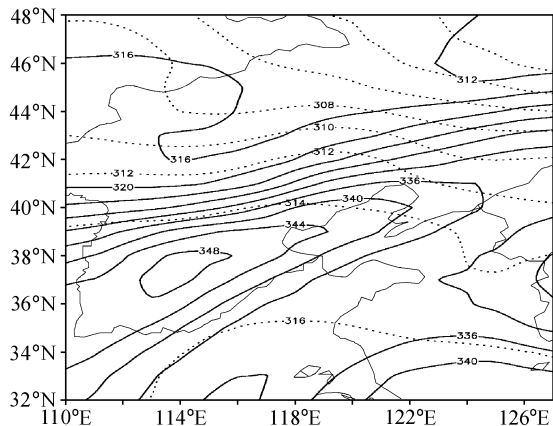


图 2 2004 年 8 月 12 日 1200 UTC 700 hPa 等压面上位温(虚线, 等值线间隔为 2 K)和相当位温(粗实线, 等值线间隔为 4 K)的分布。

Fig. 2 The potential temperature (dashed line, the contour interval is 2 K) and equivalent potential temperature (thick solid line, the contour interval is 4 K) at 700 hPa at 1200 UTC 12 Aug 2004

的带状分布,从山西省西南部延伸到黑龙江省西南部,该降水带内的三个强降水中心分别位于(37°N, 112.5°E)、(37.5°N, 114.5°E)和(39°N, 117.5°E)。12 日 1200 UTC 700 hPa 等压面上存在一条东北-西南走向的相当位温高值带(如图 2 所示),高值中心主要位于(36°N~38°N, 112.5°E~116°E)区域内;强降水中心基本上位于这条高温高湿带内,但 24 小时累积降水带在空间位置上比这条高温高

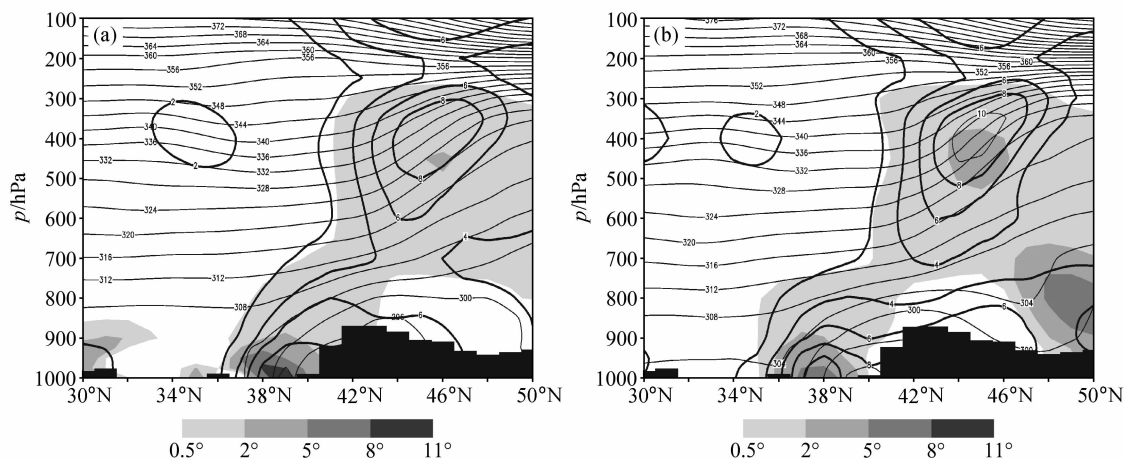


图 3 2004 年 8 月 12 日 116°E~118°E 纬向平均的位温 (细实线, 等值线间隔为 4 K) 和斜压矢量模 $|B|$ (粗实线, 等值线间隔为 $2 \times 10^{-7} \text{ s}^{-2}$) 的经向-垂直剖面: (a) 0600 UTC; (b) 1200 UTC。灰色阴影代表等熵面倾角的正值区, 黑色阴影代表地表以下

Fig. 3 The meridional-vertical cross sections of potential temperature (thin solid line, the contour interval is 4 K) and baroclinic vector mode $|B|$ (thick solid line, the contour interval is $2 \times 10^{-7} \text{ s}^{-2}$) zonally averaged over 116°E–118°E at (a) 0600 UTC and (b) 1200 UTC 12 Aug 2004. The gray shaded area indicates the positive-valued inclination of isentropic surface and the black hatching denotes the levels under the terrain

湿带稍稍偏北。

由于等位温线和等相当位温线的水平梯度更倾向于南北方向 (如图 2 所示), 因此本文将利用 NCEP/NCAR 实时分析资料 ($1^\circ \times 1^\circ$, 间隔 6 小时) 对 2004 年 8 月 10 日 0000 UTC~14 日 0000 UTC 经向-垂直剖面内等熵面和湿等熵面的倾角 (α 和 α_m), 大气斜压矢量和相对垂直涡度进行诊断分析, 并讨论方程 (11) 和 (20) 右端除非绝热加热项之外的各强迫项对等熵面和湿等熵面倾斜发展的影响。

2004 年 8 月 12 日 0600 UTC 位温从地面到对流层高层随高度逐渐增加 (如图 3 所示)。对流层低层等位温线随地形起伏, 并且地形海拔较高地区的温度比较低。37°N 以北的等位温线向冷区倾斜, 对应着等熵面倾角正值区 ($\partial\theta/\partial y < 0, \partial\theta/\partial p < 0$)。37°N~43°N 纬度带内等熵面倾角正值区从对流层低层垂直向北倾斜伸展到 300 hPa。斜压矢量模 ($|B|$) 的正高值区主要位于等位温线倾斜区和等熵面倾角正值区内, (39°N, 1000 hPa) 和 (46°N, 400 hPa) 的大气斜压中心对应着等熵面倾角正高值区。随着冷空气团缓慢地向南移动, 12 日 1200 UTC, 等熵面倾角的两个正高值中心分别位于 (38°N, 1000 hPa) 和 (45°N, 450 hPa), 并且与斜压矢量模的两个正高值中心相对应。对比可知, 35°N~50°N 纬度带内对流层低层和中高层的大气

斜压性比 0600 UTC 有所增强。大气斜压性与等熵面倾角之间的关系可以用大气斜压矢量表达式 (22) 来解释。

另外, 相对垂直涡度与等熵面倾角之间也存在一定的联系, 如图 4 所示, 12 日 0600 UTC 等位温线倾斜区的相对垂直涡度主要表现为正值, 对流层低层 37°N~43°N 纬度带内相对垂直涡度正值区倾斜向上伸展, 在 300 hPa 以下高度范围内基本上与等熵面倾角正值区重叠。随着等位温线倾斜区的移动, 倾斜的相对垂直涡度正值区也相应地变化, 12 日 1200 UTC 近地面层相对垂直涡度正值中心南移至 37°N 附近, 略偏南于等熵面倾角正值中心; 35°N~43°N 纬度带内对流层中下层的相对垂直涡度较 0600 UTC 有所减弱, 但对流层高层 400~300 hPa, 43°N~48°N 纬度带内等熵面倾角正值区的相对垂直涡度明显增强。相对垂直涡度与等熵面倾角之间的关系可以用全型垂直涡度方程 (24) 来解释, 由于相对垂直涡度的发展演变是由多个影响因子共同决定的, 而等熵面斜率或倾角只是诸多影响因子之一, 因此图 4 中相对垂直涡度与等熵面倾角的经向垂直分布不是完全对应的。

为了分析引起降水区上空等熵面倾斜变化的可能原因, 本文利用 NCEP/NCAR 实时分析资料对方程 (11) 右端的倾角平流输送项和风速切变项进

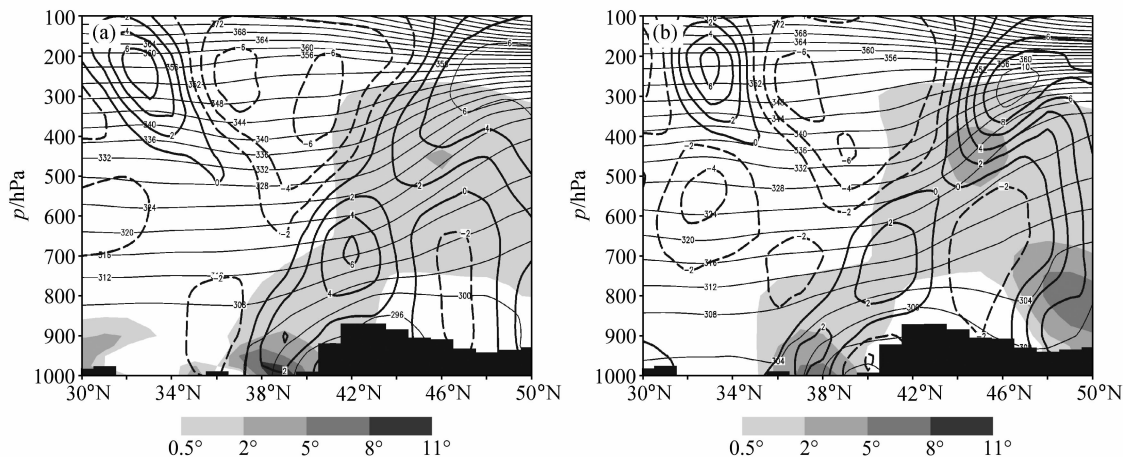


图4 2004年8月12日116°E~118°E纬向平均的位温(细实线,等值线间隔为4 K)和相对垂直涡度(粗线,等值线间隔 $2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$)的经向-垂直剖面。其余同图3。

Fig. 4 Same as Fig. 3, but for potential temperature (thin solid line, the contour interval is 4 K) and relative vertical vorticity (thick line, the contour interval is $2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$)

行了计算,并对降水区(39°N~41°N, 116°E~118°E)区域平均的计算结果进行诊断分析。如图5所示,等熵面倾角正高值区主要位于10日1200 UTC~13日0000 UTC的750 hPa以下近地面层和13日0000 UTC~14日0000 UTC的750~350 hPa高度范围内。可以看出,12日0000 UTC~13日0000 UTC时段内对流层低层等熵面倾角逐渐减小,而750~350 hPa之间的等熵面倾角逐渐增加。另外,等熵面倾角负高值中心主要出现在10日0600 UTC和13日0600 UTC的850 hPa附近。750 hPa以上的倾角平流输送项、纬向风速切变项和经向风速切变项相对于垂直风速切变项来说比较弱,但在750 hPa以下的对流层低层,倾角平流输送项和经向风速切变项对等熵面倾角变化的影响也比较重要。倾角平流项的正负高值区主要出现在对流层低层和高层,近地面层倾角纬向平流和垂直平流的作用主要是使熵面倾角增加,而经向平流的作用是减小等熵面倾角(图略)。纬向风速切变项的负高值区主要位于对流层中高层,其作用是使等熵面倾角减小,进一步分析表明该负高值区主要是由纬向风速经向切变项造成的(图略)。经向风速切变项的负高值区主要位于10日1800 UTC~11日1800 UTC的对流层低层,其正高值区主要位于11日1800 UTC~14日0000 UTC的对流层中低层,并且相对于经向风速经向切变项来说,经向风速垂直切变项比较弱(图略)。垂直风速切变项在整个

研究区域内对等熵面倾角发展演变的贡献都是主要的,并且正值区和负值区相间分布,具有明显的时间周期变化特征;在垂直风速切变项的两个组成项中,垂直风速经向切变项在整个对流层都是主要的,垂直风速垂直切变项的影响主要表现在11日0000 UTC~12日1800 UTC对流层低层(图略)。

5 湿等熵面倾斜发展的诊断分析

如图6所示,2004年8月12日0600 UTC向北倾斜的等相当位温线密集区主要位于39°N~45°N纬度带内,表明那里存在锋面,其南侧(33°N, 650 hPa)附近为闭合的低温低湿中心;二者之间为狭窄的相当位温高值区,344 K等相当位温线垂直向下伸展到750 hPa附近。对流层低层的湿等熵面倾角正高值区从(38°N~40°N, 950 hPa)向南北两侧倾斜向上伸展,北支伸展到250 hPa($\partial\theta_e/\partial y < 0$, $\partial\theta_e/\partial p < 0$),对应着向北倾斜的等相当位温线,正高值中心位于(43°N, 700 hPa);南支与闭合低温低湿中心南北两侧北倾的等相当位温线相对应。湿斜压矢量模 $|\mathbf{B}_m|$ 的高值区倾斜向上伸展,主要位于等位温线倾斜区和湿等熵面倾角正值区内,(42°N, 650 hPa)附近大气湿斜压中心位于湿等熵面倾角正高值区内,而(38°N, 600 hPa)附近较弱的大气湿斜压中心对应着湿等熵面倾角负值区。随着锋面向南移动,12日1200 UTC,湿等熵面倾角的两个正高值中心分别位于(37°N, 650 hPa)和

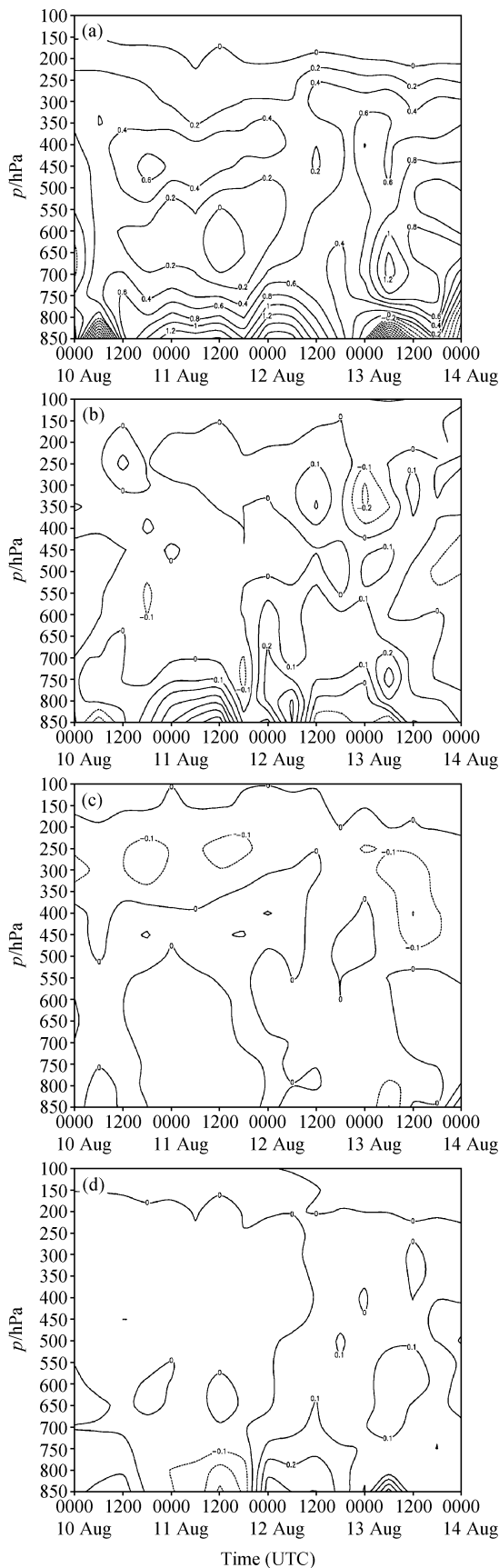


图5 2004年8月10日0000 UTC~14日0000 UTC (39°N~41°N, 116°E~118°E) 区域平均的等熵面倾角 [a, 单位: (°)] 和方程 (11) 右端的倾角平流输送项 (b)、纬向风速切变项 (c)、经向风速切变项 (d) 以及垂直风速切变项 (e) 的时间垂直剖面。分图 b~e 的单位为 $10^{-4} (^\circ) / \text{s}$

Fig. 5 The vertical - temporal cross sections of isentropic surface inclination (a, units: $(^\circ)$) and forcing terms ($10^{-4} (^\circ) / \text{s}$) on the right-hand side of Eq. (11) associated with advection (b), zonal velocity shear (c), meridional velocity shear (d) and vertical velocity shear (e) averaged over area (39°N - 41°N, 116°E - 118°E) during the period of 0000 UTC 10 Aug - 0000 UTC 14 Aug 2004

(40°N, 700 hPa), 其中北面的正高值中心与湿斜压矢量模的高值中心相对应。大气湿斜压性与湿等熵面倾角之间的关系可以用大气湿斜压矢量表达式 (23) 来解释。

相对垂直涡度与湿等熵面倾角联系紧密, 如图 7 所示, 12 日 0600 UTC 和 1200 UTC 37°N~43°N 纬度带内倾斜向上伸展的相对垂直涡度正值区在 250 hPa 以下位于湿等熵面倾角正高值区内, 并且相对垂直涡度正高值中心与湿等熵面倾角正高值中心相对应。在对流层中下层, 倾斜的相对垂直涡度正高值区随着等相当位温线密集区和湿等熵面倾角正值区一起向南移动。方程 (25) 可以解释相对垂直涡度与湿等熵面倾角之间的这种关系。

如图 8 所示, 湿等熵面倾角的发展演变主要发生在对流层中下层, 湿等熵面倾角负高值区主要位于 10 日 0000 UTC~12 日 0600 UTC 的 700~500 hPa 之间, 而正高值区主要出现在 12 日 0600 UTC~14 日 0000 UTC 对流层的中低层。12 日 0000 UTC~1200 UTC 时段内 800~600 hPa 之间和 12

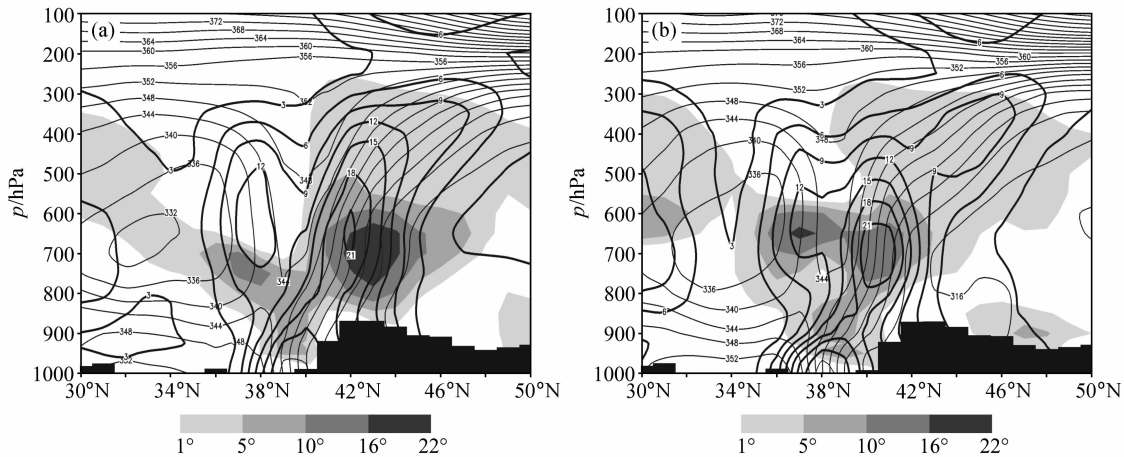


图 6 2004 年 8 月 12 日 116°E~118°E 纬向平均的相当位温 (细实线, 等值线间隔为 4 K) 和湿斜压矢量模 $|\mathbf{B}_m|$ (粗实线, 等值线间隔为 $2 \times 10^{-7} \text{ s}^{-2}$) 的经向-垂直剖面。灰色阴影代表湿等熵面倾角的正值区, 其余同图 3

Fig. 6 Same as Fig. 3, but for equivalent potential temperature (thin solid line, the contour interval is 4 K) and moist baroclinic vector mode $|\mathbf{B}_m|$ (thick solid line, the contour interval is $2 \times 10^{-7} \text{ s}^{-2}$). The gray-shaded area indicates the positive-valued inclination of moist isentropic surface

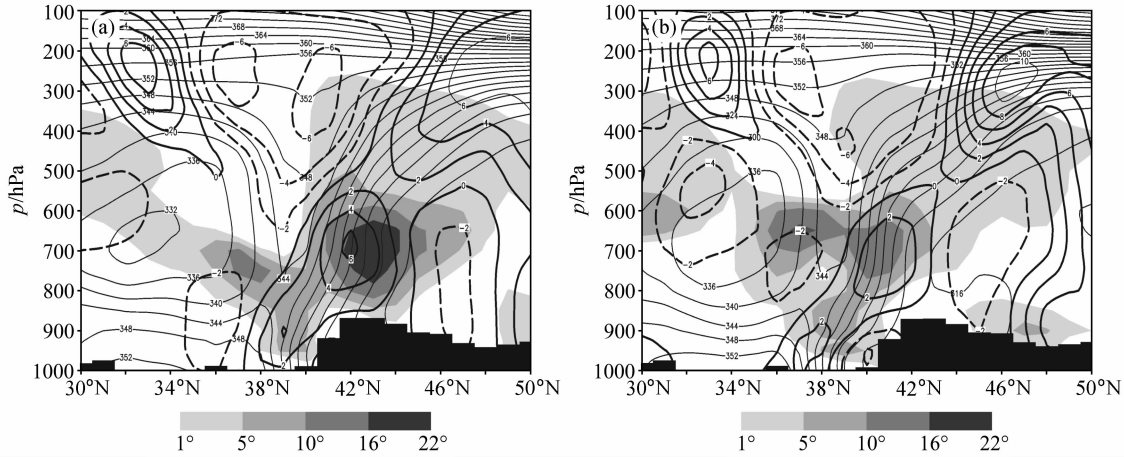


图 7 2004 年 8 月 12 日 116°E~118°E 纬向平均的相当位温 (细实线, 等值线间隔为 4 K) 和相对垂直涡度 (粗线, 等值线间隔 $2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$) 的经向-垂直剖面。其余同图 6

Fig. 7 Same as Fig. 6, but for equivalent potential temperature (thin solid line, the contour interval is 4 K) and relatively vertical vorticity (thick line, the contour interval is $2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$)

日 0000 UTC~1800 UTC 时段内 600~350 hPa 之间的湿等熵面倾角随时间逐渐增加。在湿等熵面倾角的强迫项中, 纬向风速切变项和经向风速切变项在数值上远大于湿等熵面倾角平流输送项和垂直风速切变项。倾角平流输送项的两个正高值中心分别位于 12 日 1200 UTC 的 600 hPa 和 13 日 0600 UTC 的 800 hPa 附近, 它们主要是由倾角纬向平流输送引起的 (图略)。纬向风速切变项的正负高值区主要位于 10 日 0000 UTC~12 日 0000 UTC 的 850~500 hPa 之间, 对比可知, 纬向风速切变项

的高值区主要是由纬向风速垂直切变项造成的。与之相比, 纬向风速经向切变项比较弱, 其主要作用是使湿等熵面的倾角减小 (图略)。经向风速切变项对湿等熵面倾角演变的影响主要发生在对流层中下层, 例如, 12 日 1200 UTC 600 hPa 附近的经向风速切变项有利于增大湿等熵面倾角, 而其上下两侧负值中心意味着经向风速切变项的作用是使湿等熵面倾角减小; 另外, 组成经向风速切变项的垂直切变项远大于经向切变项, 说明经向风速垂直切变项对湿等熵面的倾斜变化有重要贡献 (图略)。

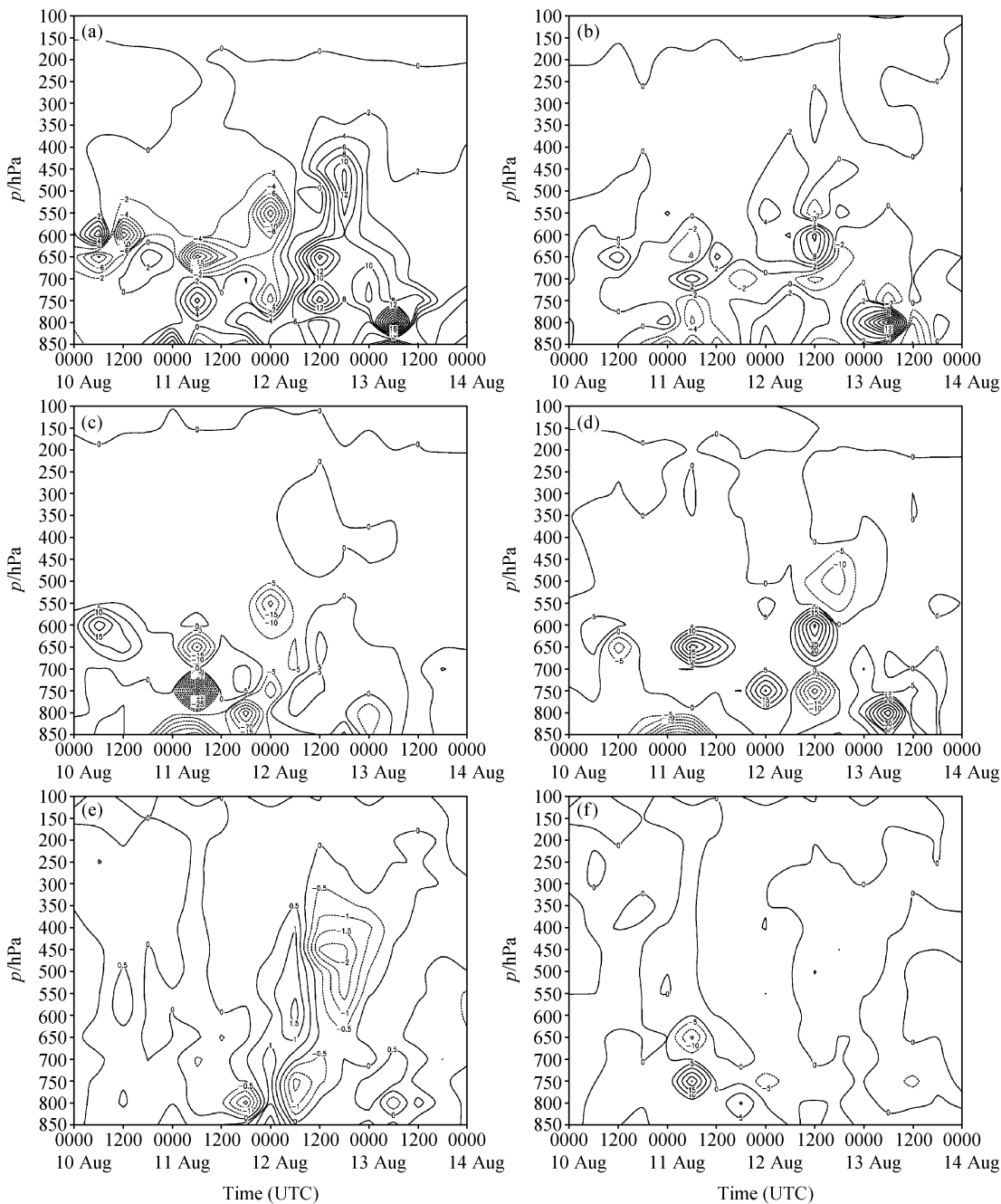


图 8 2004 年 8 月 10 日 0000 UTC~14 日 0000 UTC ($39^{\circ}\text{N}\sim 41^{\circ}\text{N}$, $116^{\circ}\text{E}\sim 118^{\circ}\text{E}$) 区域平均的湿等熵面倾角 [a, 单位: ($^{\circ}$)] 和方程 (20) 右端的倾角平流输运项 (b)、纬向风速切变项 (c)、经向风速切变项 (d)、垂直风速切变项 (e) 以及垂直热量通量切变项 (f) 在时间垂直剖面内的分布。分图 b~f 的单位为 $10^{-4} (^{\circ})/\text{s}$

Fig. 8 The vertical - temporal cross sections of moist isentropic surface inclination (a, units: ($^{\circ}$)) and forcing terms ($10^{-4} (^{\circ})/\text{s}$) on the right-hand side of Eq. (20) associated with advection (b), zonal velocity shear (c), meridional velocity shear (d), vertical velocity shear (e) and shear of vertical heat flux (f) averaged over area ($39^{\circ}\text{N}\sim 41^{\circ}\text{N}$, $116^{\circ}\text{E}\sim 118^{\circ}\text{E}$) during the period of 0000 UTC 10 Aug - 0000 UTC 14 Aug 2004

与其他强迫项相比,垂直风速切变项弱得多,垂直风速切变项的正负高值区主要出现在 11 日 1200 UTC~13 日 0000 UTC 300 hPa 以下的对流层,并且垂直风速垂直切变项与垂直风速经向切变项基本

相当(图略)。垂直热量通量切变项在 11 日 0600 UTC 对湿等熵面倾角演变的贡献较大,750 hPa 的正值中心增大湿等熵面倾角,650 hPa 的负值中心使湿等熵面倾角减小。另外,垂直热量通量垂直切

变项是垂直热量通量切变项的主要组成项(图略)。

6 结论

本文从等压坐标系热力学方程和水汽方程出发,推导出可以诊断分析等熵面(等位温面)和湿等熵面(等相当位温面)倾斜变化的倾角方程。等熵面倾角的局地变化主要由倾角平流输送项、风速切变项和非绝热加热项共同决定,而影响湿等熵面倾角局地变化的强迫项除倾角平流输送项、风速切变项和非绝热加热项之外,还包括垂直热量通量切变项。

本文利用 NCEP 实时分析资料分别对大气斜压性、相对垂直涡度、等熵面和湿等熵面的倾角以及倾角方程右端除非绝热加热项之外的强迫项进行诊断分析。分析结果表明,大气斜压性、相对垂直涡度与等熵面和湿等熵面的倾角密切相关,它们的正高值区互相重叠。在 850~100 hPa 高度范围内,影响等熵面倾斜发展的主要强迫项是垂直风速切变项,特别是垂直风速的经向切变项。而对于湿等熵面,虽然各强迫项对倾角发展演变都有贡献,但纬向风速和经向风速切变项是主要的强迫项,特别是纬向和经向风速的垂直切变项对湿等熵面倾斜变化有重要贡献。

这里需要特别强调的是,本文没有对等熵面和湿等熵面倾角方程中非绝热加热项和水汽源汇项进行诊断分析,这是本文的不足之处。实际上,非绝热加热和水汽源汇以及摩擦耗散等外部强迫对等熵面和湿等熵面的倾斜发展都有一定的影响,因此利用观测资料或模式资料对这些外强迫项进行计算,定量地分析它们的作用,是我们下一步要开展的工作。

附录 等压坐标系中斜压矢量表达式的推导

斜压性是大气的一个重要性质,也是影响绝对涡度矢量发展演变的一个重要因子。大气斜压性可以用斜压矢量来表示,在局地直角坐标系中斜压矢量 $\mathbf{B}$ 通常定义为^[16]

$$\mathbf{B} = -\nabla\alpha \times \nabla p, \quad (\text{A1})$$

其中, $\alpha = 1/\rho$ 为比容, ρ 为空气密度, p 为气压。斜压矢量模 $|\mathbf{B}|$ 的大小代表大气斜压性的强弱。利用状态方程和位温定义, (A1) 式可以变为

$$\mathbf{B} = \alpha \nabla p \times \nabla (\ln \theta). \quad (\text{A2})$$

类似地,湿空气斜压矢量可以定义^[16]为

$$\mathbf{B}_m = \alpha \nabla p \times \nabla (\ln \theta_e). \quad (\text{A3})$$

对于静力平衡大气,将 (A2) 和 (A3) 式变换到等压坐标系中,可以写为

$$\mathbf{B} = g \frac{\partial \ln \theta}{\partial y} \mathbf{i} - g \frac{\partial \ln \theta}{\partial x} \mathbf{j} - \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \ln \theta}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \ln \theta}{\partial y} \right) \mathbf{k}, \quad (\text{A4})$$

$$\mathbf{B}_m = g \frac{\partial \ln \theta_e}{\partial y} \mathbf{i} - g \frac{\partial \ln \theta_e}{\partial x} \mathbf{j} - \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \ln \theta_e}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \ln \theta_e}{\partial y} \right) \mathbf{k}, \quad (\text{A5})$$

其中, $\phi = gz$ 为等压坐标系中重力位势。由 (A4) 和 (A5) 式可见,静力平衡大气的斜压性(湿斜压性)取决于等压坐标系中等熵面(湿等熵面)的水平梯度。利用等熵面和湿等熵面斜率的定义(4)、(5)和(14)、(15)式, (A4) 和 (A5) 式又可以写为

$$\mathbf{B} = \left[g(k\mathbf{i} - l\mathbf{j}) - \left(l \frac{\partial \phi}{\partial y} - k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \mathbf{k} \right] \frac{\partial \ln \theta}{\partial p}, \quad (\text{A6})$$

$$\mathbf{B}_m = \left[g(k_m\mathbf{i} - l_m\mathbf{j}) - \left(l_m \frac{\partial \phi}{\partial y} - k_m \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \mathbf{k} \right] \frac{\partial \ln \theta_e}{\partial p}. \quad (\text{A7})$$

由上述两式可见,等压坐标系中大气斜压性(湿斜压性)与等熵面(湿等熵面)斜率密切相关。

参考文献 (References)

- [1] 余志豪, 陆汉城. 梅雨锋暴雨的中尺度雨带和雨锋团. 中国科学 (B), 1988, (9): 1002~1010
Yu Zhihao, Lu Hancheng. Meso-scale rain band and rainfall-peak groups in a Meiyu frontal heavy-rainfall event. *Science in China (B) (in Chinese)*, 1988, (9): 1002~1010
- [2] 高守亭, 陶诗言. 高空急流加速与低层锋生. 大气科学, 1991, 15 (2): 11~22
Gao Shouting, Tao Shiyen. The lower layer frontogenesis induced by the acceleration of upper jet stream. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences (Scientia Atmospherica Sinica) (in Chinese)*, 1991, 15 (2): 11~22
- [3] 丁一汇. 天气动力学中的诊断分析方法. 北京: 科学出版社, 1993. 87~90
Ding Yihui. *Diagnostic Methods Used in Synoptic Dynamics (in Chinese)*. Beijing: Science Press, 1993. 87~90
- [4] 胡伯威, 彭广. 暖切变型江淮梅雨锋结构及其形成和维持机制. 大气科学, 1996, 20 (4): 463~472
Hu Bowei, Peng Guang. The structure of the warm shear-line type Jianghuai Meiyu front and the mechanism of its formation and maintenance. *Chinese Journal of Atmospheric*

- Sciences (Scientia Atmospherica Sinica)* (in Chinese), 1996, **20** (4): 463~472
- [5] 黄永明, 倪允琪. 长江中下游一次非典型梅雨锋中尺度暴雨过程的分析研究. *气象学报*, 2005, **63** (1): 100~114
Huang Yongming, Ni Yunqi. A case study on meso-scale heavy rainfalls without Meiyu frontal in the rain season of 2005. *Acta Meteorologica Sinica* (in Chinese), 2005, **63** (1): 100~114
- [6] 高坤, 徐亚梅. 1999 年 6 月下旬长江中下游梅雨锋低涡扰动的结构研究. *大气科学*, 2001, **25** (6): 740~756
Gao Kun, Xu Yamei. A simulation study of structure of mesovortexes along Meiyu front during 22 - 30 June 1999. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences* (in Chinese), 2001, **25** (6): 740~756
- [7] 王建捷, 陶诗言. 1998 梅雨锋的结构特征及形成与维持. *应用气象学报*, 2002, **13** (5): 526~534
Wang Jianjie, Tao Shiyan. Structure and formation of Meiyu front in 1998. *Journal of Applied Meteorological Science* (in Chinese), 2002, **13** (5): 526~534
- [8] 柳俊杰, 丁一汇, 何金海. 一次典型梅雨锋锋面结构分析. *气象学报*, 2003, **61** (3): 291~301
Liu Junjie, Ding Yihui, He Jinhai. The structure analysis of a typical Meiyu front. *Acta Meteorologica Sinica* (in Chinese), 2003, **61** (3): 291~301
- [9] 倪允琪, 周秀骥. 中国长江中下游梅雨锋暴雨形成机理以及监测与预测理论和方法研究. *气象学报*, 2004, **62** (5): 647~662
Ni Yunqi, Zhou Xiujie. Study for formation mechanism of heavy rainfall within the Meiyu front along the middle and down stream of Yangtze River and theories and methods of their detection and prediction. *Acta Meteorologica Sinica* (in Chinese), 2004, **62** (5): 647~662
- [10] 高守亭, 孙淑清. 应用里查逊数判别中尺度波动的不稳定. *大气科学*, 1986, **10** (2): 171~182
Gao Shouting, Sun Shuqing. Determining the instability of mesoscale perturbations with Richardson number. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences (Scientia Atmospherica Sinica)* (in Chinese), 1986, **10** (2): 171~182
- [11] 刘栋, 高守亭. 饱和湿大气 Brunt-Vaisala 频率及修正的相当位温. *气象学报*, 2003, **61** (3): 379~383
Liu Dong, Gao Shouting. The Brunt-Vaisala frequency in a saturated atmosphere and the revised equivalent potential temperature. *Acta Meteorologica Sinica* (in Chinese), 2003, **61** (3): 379~383
- [12] 高守亭, 崔晓鹏. 适用于中尺度系统研究的位涡方程. *中国科学院研究生院学报*, 2006, **23** (3): 337~341
Gao Shouting, Cui Xiaopeng. A modified potential vorticity equation for mesoscale systems. *Journal of the Graduate School of the Chinese Academy of Sciences* (in Chinese), 2006, **23** (3): 337~341
- [13] 周玉淑, 高守亭, 邓国. 江淮流域 2003 年强梅雨期的水汽输送特征分析. *大气科学*, 2005, **29** (2): 195~204
Zhou Yushu, Gao Shouting, Deng Guo. A diagnostic study of water vapor transport and budget during heavy precipitation over the Changjiang River and the Huaihe River basins in 2003. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences* (in Chinese), 2005, **29** (2): 195~204
- [14] 高守亭, 周非凡. 基于螺旋度的中尺度平衡方程及非平衡流诊断方法. *大气科学*, 2006, **30** (5): 854~862
Gao Shouting, Zhou Feifan. Mesoscale balance equation and the diagnostic method of unbalanced flow based on helicity. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences* (in Chinese), 2006, **30** (5): 854~862
- [15] 寿绍文. 中尺度天气动力学. 北京: 气象出版社, 1993. 113~117
Shou Shaowen. *Meso-Scale Synoptic Dynamics* (in Chinese). Beijing: China Meteorological Press, 1993. 113~117
- [16] 刘式适, 刘式达. 大气动力学. 北京: 北京大学出版社, 1999. 50~53
Liu Shikuo, Liu Shida. *Atmospheric Dynamics* (in Chinese). Beijing: Peking University Press, 1999. 50~53
- [17] 吴国雄, 蔡雅萍, 唐晓箭. 湿位涡和倾斜涡度发展. *气象学报*, 1995, **53** (4): 387~405
Wu Guoxiong, Cai Yaping, Tang Xiaojing. Moist potential vorticity and slantwise vorticity development. *Acta Meteorologica Sinica* (in Chinese), 1995, **53** (4): 387~405
- [18] 吴国雄, 刘还珠. 全型垂直倾向方程和倾斜涡度发展. *气象学报*, 1999, **57** (1): 1~15
Wu Guoxiong, Liu Huanzhu. Complete form of vertical vorticity tendency equation and slantwise vorticity development. *Acta Meteorologica Sinica* (in Chinese), 1999, **57** (1): 1~15
- [19] 吴国雄. 全型涡度方程和经典涡度方程比较. *气象学报*, 2001, **59** (4): 385~392
Wu Guoxiong. Comparison between the complete-form vorticity equation and the traditional vorticity equation. *Acta Meteorologica Sinica* (in Chinese), 2001, **59** (4): 385~392
- [20] 余晖, 吴国雄. 湿斜压性与热带气旋强度突变. *气象学报*, 2001, **59** (4): 440~449
Yu Hui, Wu Guoxiong. Moist baroclinity and abrupt intensity change of tropical cyclone. *Acta Meteorologica Sinica* (in Chinese), 2001, **59** (4): 440~449