徐国强,陈德辉,张红亮,等. 2010. GRAPES 模式中物理过程时间计算精度对降水预报的影响 [J]. 大气科学,34 (5):875-881. Xu Guoqiang, Chen Dehui, Zhang Hongliang, et al. 2010. The impacts of time-level computation precision of physics in the GRAPES model on precipitation prediction [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 34 (5): 875-881.

GRAPES 模式中物理过程时间计算精度 对降水预报的影响

徐国强^{1,2} 陈德辉^{1,2} 张红亮^{1,2} 沈学顺^{1,2} 李莉² 金之雁^{1,2}

1 中国气象科学研究院灾害天气国家重点实验室,北京 100081
 2 国家气象中心数值预报中心,北京 100081

摘 要 对数值模式物理过程与动力框架耦合方案进行了分析,在 GRAPES 模式中引进了 ECMWF 模式中的 Wedi (1999) 耦合方案,此方案考虑了两个时间层物理过程的影响,即将上游点和到达点物理过程的影响同时反 馈到动力框架中,它是二阶时间精度的耦合方案,比原一阶精度耦合方案更加合理和准确。利用 GRAPES 模式,设计了 Wedi 耦合方案与原耦合方案的连续数值试验。试验结果表明,在逐日降水预报中,Wedi 耦合方案与原耦 合方案降水预报的 T 评分 (Threat score) 互有高低,但差别不大;预报的降水量可能有较小的变化,但不能使预 报降水的等级出现本质的改变。但对其平均后的分析可知,新引进的 Wedi 耦合方案对预报降水评分具有正的贡献。即新耦合方案完善和改进了 GRAPES 模式,对提高模式的降水预报准确率具有正效果。

关键词 GRAPES Wedi 耦合方案 降水

文章编号 1006 - 9895 (2010) 05 - 0875 - 07 中图分类号 P435 文献标识码 A

The Impacts of Time-Level Computation Precision of Physics in the GRAPES Model on Precipitation Prediction

XU Guoqiang^{1, 2}, CHEN Dehui^{1, 2}, ZHANG Hongliang^{1, 2}, SHEN Xueshun^{1, 2}, Li Li², and JIN Zhiyan^{1, 2}

State Key Laboratory of Severe Weather, Chinese Academy of Meteorological Sciences, Beijing 100081
 Numerical Prediction Centre, National Meteorological Center, Beijing 100081

Abstract The paper investigates current coupling scheme of physics and dynamics of the numerical prediction model. The Wedi (1999) coupling scheme of physics and dynamics is introduced into the Global/Regional Assimilation and Prediction System (GRAPES). The impact of two-time-level physics is implemented in the Wedi scheme, i. e. the physics contribution at the departure point together with the arrival point give feedback to the dynamic core of the model. So the Wedi scheme is the second-order accurate coupling scheme and is more reasonable and precise than the old one-time-level scheme in the GRAPES in theory. The consecutive numerical experiments are performed by using of the Wedi and old coupling scheme in the GRAPES model. Results show that the Threat scores of precipitation forecasting with the Wedi and old coupling scheme is tinily different, the forecasted precipitation may have a lit-

收稿日期 2009-02-03, 2010-05-21 收修定稿

作者简介 徐国强, 男, 1964年出生, 研究员, 主要从事数值预报模式研究。E-mail: xugq@cma.gov. cn

资助项目 国家自然科学基金资助项目 40775063, 公益性行业(气象)科研专项 GYHY200706045、GYHY200706005, 国家科技支撑计 划项目 2006BAC02B03

tle variation but it cannot change the magnitude. Based on the analysis of the averages, it is found that the Wedi scheme has a positive impact on precipitation forecasting skill score, that is to say, the Wedi coupling scheme improves the GRAPES model and has a positive effect on enhancing the precision of precipitation forecasting.

Key words GRAPES, Wedi coupling scheme, precipitation

1 引言

数值预报是大气科学领域非常重要的研究方 向,涉及数值预报模式的科学问题非常多,模式动 力框架与物理过程的协调性问题就是非常重要的研 究内容之一。数值模式是由动力框架与物理过程耦 合而成的,但由于模式物理过程的复杂性和多样 性,许多物理过程往往是针对某一过程本身设计 的,并未考虑或很少考虑与动力框架的联系;因 此,物理过程与动力框架协调性的研究是一个非常 重要的科学问题。欧拉法和拉格朗日法是流体力学 中描写流体运动的两种方法,是数值预报模式中两 种最常用的积分格式。欧拉法是观察者站在空间某 一点研究考察流体质点的运动变化, 拉格朗日法则 是观察者沿着流体质点运动轨迹研究考察流体质点 的运动变化。长时间以来,人们在中尺度模式中应 用欧拉法的较多,用拉格朗日法较少。现有中尺度 模式大多数为"欧拉"模式(如美国的 MM5、 WRF, 法国的 Meso-NH, 日本的 NHM MRI), 很 多模式(如美国的 MM5、WRF, 中国的 AREM 模 式等) 应用了时间分裂算法技术, 对大气运动的快 慢过程使用了不同的时间步长。近年来,拉格朗日 模式得到了较大的发展(Robert, 1982; McDonald, 1986; Ritchie, 1991), 半拉格朗日平流方案 (Staniforth and Côté, 1991) 已经广泛地应用于业 务数值预报模式的动力框架中。过去提出了许多种 一级近似的动力框架与物理过程的耦合方案(Mc-Donald and Haugen, 1992; Moorthi et al., 1995). 随着模式分辨率的增加和具有二阶精度的平流方案 的使用,对相应物理过程时空计算精度提出了更高 的要求。Wedi (1999) 对 Staniforth and Côté, (1991)的方案进行了修改,提出了二阶精度的动 力框架与物理过程的耦合方案,并应用于 ECMWF 的 IFS 模式中。Beljaars et al. (2004) 在研究 ECMWF 的全球半拉格朗日静力平衡模式的两时 间层参数化物理过程算法问题时指出,参数化物理 过程的算法必须与模式动力框架协调 (compatible),尤其是对于那些基于高度模块化现代软件设计要求的新一代数值预报模式,这类问题显得更为 突出。

在国内,曾庆存和袁重光(1980)曾对求解天 气预报方程的分解算法进行研究。张铭等(1986) 对谱模式的时间差分方案进行了理论分析和数值实 验。廖洞贤和柳崇健(1995)曾按拉格朗日思想设 计过差分格式。王斌等(1995)针对大气与海洋动 力学的数值模拟问题,对分裂算法的理论进行了探 讨,从数学角度研究了大气和海洋运动中快慢过程 的相对可分性和相互依赖性。左瑞亭等(2004)在 IAP AGCM-III 模式中,采用了改进的非线性迭代 时间积分方案,使模式保持较高精度的总有效能量 守恒。陈嘉滨等(2006)对 JFNK 方法进行了较为 全面的概述,这种方法是在计算数学领域发展出的 专门针对非线性方程隐式求解方法。在模式时间积 分方案对降水的影响方面,郑红莲和张铭(2005) 将非线性迭代时间积分方案应用于大气环流模式, 发现模式对降水尤其是东亚地区降水的模拟能力较 原模式有所提高。

本文从拉格朗日运动学的角度,利用 GRAPES 模式(陈德辉等,2008;徐国强等,2008),研究分 析了动力框架与物理过程的耦合和连接问题,通过 对不同时间积分格式耦合方案的数值试验,研究了 物理过程时间计算精度对降水预报的影响,试图对 该问题有进一步的了解和认识。

2 GRAPES 动力框架与物理过程耦 合方案

"欧拉式"模式和"拉格朗日式"模式是从两 个不同的运动学角度观测研究大气的演变过程的。 从理论上说,在欧拉模式中,依据"同一时间层的" 动力框架与物理过程的协调性考虑物理过程参数化 影响;在拉格朗日模式中,动力框架与物理过程的 协调性需要追溯到过去时刻上游点的气团属性问 题,需要依据两个或两个以上时间层的动力框架与 物理过程的协调性考虑物理过程参数化影响。大部 分传统参数化物理过程算法只达一阶精度,而达不 到动力框架中央差分算法的二阶精度。

下面就数值模式中物理过程时间计算精度对动力框架的影响进行一些讨论。

在半拉格朗日模式中,某一变量 F 的运动方程 可以如下表示:

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}t} = L + N,\tag{1}$$

其中, L 为方程的线性项; N 为方程的非线形强迫 项, 即为物理过程的强迫项;

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla F,$$

其中V为速度。

2.1 GRAPES 原耦合方案简介

在原耦合方案中,公式(1)离散化方程为如下 形式:

$$\frac{F^+ - F^0}{\Delta t} = 0.5(L^+ + L^0) + N^+, \qquad (2)$$

其中, 上标+、0分别表示流体质点运动轨迹的到 达点、起始点。

由公式(2)可以知道,在 GRAPES 动力框架 与物理过程原来的耦合方案中,只考虑了一个时间 层的物理倾向,即只将到达点的物理倾向反馈到模 式动力框架中,是一阶精度的耦合方案。GRAPES 模式采用的是半隐式一半拉格朗日时间差分方案, 考虑了上游点的气团属性影响,因此,需要引进同 时考虑上游点和到达点物理过程影响的耦合方案。

2.2 Wedi 耦合方案简介

本文参考 Wedi (1999) 在 ECMWF 模式中所 采用的方案,对 GRAPES 动力框架与物理过程的耦 合方案进行了改进。Wedi 耦合方案 (Wedi, 1999) 的主要内容如下:

在 Wedi 耦合方案中, 相应的 F 的运动方程 (1)的两个时间层的离散化方程可近似地写为如下 形式:

$$\frac{F^{+}-F^{0}}{\Delta t}=0.5(L^{+}+L^{0})+N^{m}, \qquad (3)$$

其中, 上标+、0、m 分别表示流体质点运动轨迹的 到达点、起始点、中间点。

由公式(3)可知,在 Wedi 方案中,耦合物理 过程与动力框架时,模式每一步积分必须用流体质 点轨迹的中间点物理倾向反馈到动力框架中;所以, 在实际计算时,要用流体质点轨迹的上游点和到达 点物理倾向计算中间点的物理倾向量,然后将中间 点的物理倾向反馈到模式动力框架中。这个方案是 二阶精度的差分方案,其详细证明见 Wedi(1999)。

877

则 N^m 在模式中实际计算时,用以下公式:

 $N^{m} = \alpha \cdot N^{+} + (1 - \alpha) \cdot N^{0}$, (4) 其中, α 为到达点和上游点比例的系数, $\alpha \leq 1$ 。为 找到比较好适合的 α 值,本文分别取 $\alpha = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$,对 2006 年 6 月 1~10 日的天 气过程进行了数值模拟,分析这 6 组试验取不同 α 值时的 24 小时降水预报的 T 评分 (Threat score) (图略),可以得到,这 6 组试验 T 评分相差不多, 当 $\alpha = 0.6$ 时,T 评分略微高一些,因此,用 $\alpha = 0.6$ 进行实际计算,即到达点的影响为 60%,上游点的 影响为 40%。

从以上讨论可以看出,不同于欧拉格式的数值 预报模式,在半隐式一半拉格朗日(SI-SL)的 GRAPES模式中,用二阶精度的Wedi耦合方案替 代了原来的一阶精度耦合方案,即物理过程与动力 框架耦合方案中考虑了两个时间层的物理过程的影 响,将上游点和到达点物理过程的影响反馈到动力 框架中。通常半隐式一半拉格朗日模式中物理过程 对动力框架的反馈是取上游点和到达点物理过程变 化的加权平均来实现的。本文经过数值试验,在 GRAPES模式中取到达点物理过程的影响略高于 上游点物理过程的影响。

3 数值试验方案设计与结果分析

3.1 数值试验方案设计

为检验对比二阶精度物理过程与动力框架耦合 方案与一阶精度方案对预报结果的影响,利用区域 中尺度 GRAPES 模式分别对这两种方案进行了数 值试验。GRAPES 模式分别对这两种方案进行了数 值试验。GRAPES 模式水平格距取 0.3°(约30 km), 垂直方向为不等间距的 31 层,模式积分时间步长 取为 180 s;物理过程参数化方案采用如下选择: NCEP CLOUD3 微物理降水方案、RRTM 长波和 Duhia 短波辐射方案、M-O 近似的近地面层方案、 热辐散(thermal diffusion)陆面过程方案、MRF 边界层方案以及 Kain-Fritsch 对流参数化方案。为 避免模式数值试验结果的偶然性,本文进行了批量 数值试验对两种耦合方案进行检验,使用 T213 资 料作为模式的初始场,模式积分初始时间是 2004 年 6 月 11 日 00 时(协调世界时)至7 月 17 日共 37



图 1 GRAPES模式对小雨 (a)、中雨 (b)、大雨 (c)、暴雨 (d) 24 小时预报的逐日 T 评分 Fig. 1 Threat score of 24-h precipitation forecasting for (a) light rain, (b) moderate rain, (c) heavy rain, and (d) torrential rain by GRAPES model



图 2 同图 1,但为逐日偏差 Fig. 2 Same as Fig. 1, but for daily precipitation deviation

天,每天的预报时效为24小时。

试验方案设计如下:数值试验 1:用原来的物 理过程与动力框架的耦合方案,即用一阶精度的方 案进行数值试验,简写为 EXP1;数值试验 2:用 Wedi 的物理过程与动力框架的耦合方案,即用二 阶精度的方案进行数值试验,简写为 EXP2。

3.2 试验结果分析

对数值模式的检验有很多种方法,如天气学检

验、统计检验等,但总起来看,数值模式对降水的 预报效果是评价一个模式优劣的最重要标准。因 此,本文重点考虑两种耦合方案对降水预报的影 响。在两个数值试验中,7月5日由于资料问题, 没有预报结果,所以这天的评分结果空缺。

首先,分析两种方案对各级别降水预报的影 响。按照中国气象局对降雨等级的划分标准,24 小时降雨量为 0.1~9.9 mm、10.0~24.9 mm、25 ~49.9 mm、50.0~99.9 mm 和大于 100 mm 分别 定义为小雨、中雨、大雨、暴雨和大暴雨。图1是 GRAPES 模式两种耦合方案对小雨、中雨、大雨和 暴雨 24 小时预报的逐日 T 评分。由于大暴雨出现 的次数极少,所以对大暴雨的逐日评分(图略)不 细致讨论。由图 1a 可知,两个试验对小雨的 T 评 分相差不大,大部分都在 0.6 左右;最低 T 评分出 现在 6 月 12 日的 EXP1 试验, 其值为 0.43; 最高 T 评分出现在7月10日的EXP1和EXP2试验,其 值为 0.72。对比两个试验, 它们的 T 评分互有高 低,其中6月11日至6月18日和6月28日至7月 17 日这两个时段内, 大部分日期是 EXP2 的 T 评 分略高于 EXP1 的 T 评分或者相当; 而在 6 月 20 日至6月27日这时段内,大部分日期是EXP1的 T评分高于 EXP2 的 T 评分或者相当。两个试验 对中雨的 T 评分大部分都在 0.25 左右振荡(图 1b), 最低评分为 0, 出现在 6 月 12 日的 EXP1 和 EXP2; 最高为 0.42, 出现在 7 月 11 日的 EXP1 和 EXP2。总起来看,两个试验的T评分互有高低。 从图1c、d可知,两个试验对大雨和暴雨的T评分 两者也相差不大,但每个试验本身的T数值出现了 较大的振荡,最低都为0,大雨和暴雨T评分的最 高值分别为0.46(6月24日,EXP1)和0.5(6月 15日,EXP1)。

879

图 2 是 GRAPES 模式两种方案对小雨、中雨、 大雨和暴雨 24 小时预报的逐日预报偏差图,由图 可见,预报偏差随着降水量级的提高而呈现出峰值 不断加大的趋势,小雨的偏差值在 1 附近左右振荡 (图 2a),最高为 1. 22 (EXP2,7月8日),最低为 0.73 (EXP1,6月12日);中雨的偏差峰值出现在 6月 29 日 EXP1中,峰值为 1.73 (图 2b);大雨的 偏差峰值出现在 6月 28 日 EXP2中,峰值为 3.5 (图 2c);暴雨的偏差峰值出现在 6月 20 日 EXP1 中(图 2d),峰值为 3.5。对比两个试验,它们的预 报偏差分布变化是一致的,只是在数值上有较小差 别。这说明在对各个级别的降水预报中,二阶精度 耦合方案和一阶精度耦合方案预报的降水量大小可 能有较小的变化,但不能使预报降水的等级出现本 质的改变。

为了更清楚地分析和比较 EXP1 和 EXP2 对降 水预报效果的影响,分别制作了 EXP1 和 EXP2 各 级别的降水预报评分的时间平均图(图 3),用于比 较两种方案对降水预报的综合影响。由图 3a 可见, 在 T 评分中, EXP2 试验在中雨和大雨量级的预报



图 3 EXP1和EXP2的24小时降水预报的时间平均评分: (a) T评分; (b) 漏报率; (c) 空报率; (d) 技巧评分 Fig. 3 Time-averaged (a) T score, (b) miss alarm rate, (c) false alarm rate, and (d) skill score for 24-h precipitation forecasting by GRAPES model

T 评分均略高于 EXP1 试验,小雨和暴雨量级的 T 评分两个试验基本相当。由降水预报的漏报率图 (图 3b) 可见, 在中雨及以上量级, EXP2 的漏报率 均略低于 EXP1 的结果, 而在小雨量级, 两者基本 相当。再看一下空报率(图 3c),在中雨和大雨量 级, EXP2 的空报率均略低于 EXP1 的结果; 在小 雨和暴雨量级,两者基本相当。从以上分析可看 出,在中雨和大雨量级,EXP2的空报率和漏报率 均略低于 EXP1 的结果,从而验证了在这两个降水 量级中, EXP2 试验的降水预报 T 评分均略高于 EXP1 的 T 评分的结果。最后分析降水预报技巧评 分的结果,本文使用的技巧评分是以气候概率为标 准的,由图 3d 可见,两种试验在所有量级的降水 预报都是正技巧,其中在中雨和大雨量级,EXP2 的技巧评分略高于 EXP1, 而在小雨和暴雨量级两 个试验的技巧评分基本相当。

在前面对逐日的降水评分分析中得到了两个试验方案的 T 评分互有高低的结论,对预报效果的影响不能直接得出。通过分析降水预报评分的时间平均图,可以得到在中雨和大雨预报中,EXP2 试验的降水预报评分均略优于 EXP1 试验结果,而在小雨和暴雨两者基本相当。即总起来看,EXP2 的试验结果优于 EXP1 的预报结果。

综上所述,在 GRAPES 模式中引进二阶精度 Wedi 耦合方案,使 GRAPES 模式物理过程与动力 框架的耦合方案更加合理。数值试验结果表明,二 阶精度 Wedi 耦合方案比原一阶精度耦合方案的预 报降水评分有所提高,即使用二阶精度耦合方案对 提高降水预报准确率具有正效果。

4 结论与讨论

通过对数值模式物理过程与动力框架耦合方案的分析,在GRAPES模式中引进了二阶时间精度的Wedi耦合方案。通过连续数值试验对比分析了Wedi耦合方案和原一阶精度方案对降水预报的影响,主要结论如下:

(1) 在半隐式一半拉格朗日 (SI-SL) 数值预报 的模式中,物理过程与动力框架耦合方案中需要考 虑两个时间层物理过程的影响,即需要将上游点和 到达点物理过程的影响同时反馈到动力框架中;二 阶精度物理过程与动力框架耦合方案比一阶精度耦 合方案更加合理和准确。 (2)数值试验结果表明,两种耦合方案对小雨、中雨、大雨和暴雨 24 小时预报的逐日 T 评分确实产生了影响,它们的 T 评分互有高低,但差别不大。

(3)在对各个级别的降水预报中,两个耦合方案试验的预报偏差分布变化是一致的,只是在数值上有较小差别。这揭示出,二阶精度耦合方案和一阶精度耦合方案预报的降水量大小可能有较小的变化,但不能使预报降水的等级出现本质的改变。

(4)两个耦合方案试验的降水预报平均评分表 明,二阶精度耦合方案对预报降水评分具有正的贡 献,即使用 Wedi 耦合方案可以完善和改进 GRAPES模式,对提高降水的预报准确率具有正 的效果。

本文调整了物理过程的时间积分方案后,虽说 对降水预报具有正效果,但并没有得到明显改善, 与理论上"二阶精度"的期望效果是有点差距的, 这是值得深思的。究其原因,可能是由于这里只进 行了24小时积分,物理过程的计算效果及影响还 来不及全部反映到预报效果中,降水的预报仍然主 要取决于降水物理过程的参数化方案和初值,如果 将这种耦合方案应用到气候模式,有希望得到较好 效果。这将在未来的研究中,给予更深入的分析。

参考文献 (References)

- Beljaars A, Bechtold P, Köhler M, et al. 2004. The numerics of physical parameterization [C]. ECMWF-Proceeding of Recent Developments in Numerical Methods for Atmospheric and Oceanographic modeling. Sept. 6 – 10, 2004, Reading, 113 – 134.
- 陈德辉,薛纪善,杨学胜,等. 2008. GRAPES新一代全球/区域多 尺度统一数值预报模式总体设计研究 [J]. 科学通报,53 (20): 2396-2407. Chen Dehui, Xue Jishan, Yang Xuesheng, et al. 2008. New generation of multi-scale NWP system (GRAPES): General scientific design [J]. Chinese Science Bulletin (in Chinese), 53 (20): 2396-2407.
- 陈嘉滨,纪立人,陈长胜,等. 2006. JFNK方法概述及其在大气全 隐式非静力模式中的应用方案 [J]. 大气科学,30(5):821-833. Chen Jiabin, Ji Liren, Chen Changsheng, et al. 2006. A review of JFNK methods and its applications in atmospheric nonhydrostatical model [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 30(5):821-833.
- 廖洞贤,柳崇健. 1995. 数值天气预报中的若干新技术[M]. 北京: 气象出版社, 47 - 94. Liao Dongxian, Liu Chongjian. 1995. Some New Techniques in Numerical Weather Prediction [M] (in Chinese). Beijing: China Meteorological Press, 47-94.

- McDonald A. 1986. A semi-Lagrangian and semi-implicit two timelevel integration scheme [J]. Mon. Wea. Rev., 114: 824-830.
- McDonald A, Haugen J E. 1992. A two time-level, three-dimensional, semi-Lagrangian, semi-implicit, limited-area gridpoint model of the primitive equations [J]. Mon. Wea. Rev., 120: 2603-2621.
- Moorthi S, Higgins R W, Bates J R. 1995. A global multilevel atmospheric model using a vector semi-Lagrangian finite-difference scheme. Part II: Version with physics [J]. Mon. Wea. Rev., 123: 1523-1541.
- Ritchie H. 1991. Application of the semi-Lagrangian method to a multilevel spectral primitive equation model [J]. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 117: 91-106.
- Robert A J. 1982. A semi-Lagrangian and semi-implicit numerical integration scheme for the primitive meteorological equtions [J].J. Meteor. Soc. Japan, 60: 319-325.
- Staniforth A, Côté J. 1991. Semi-Lagrangian integration schemes for atmospheric models — A review [J]. Mon. Wea. Rev., 119: 2206-2223.
- 王斌,季仲贞,曾庆存. 1995. 分裂算法理论的初步探讨 [J]. 计算数学,17 (2):115-126. Wang Bin, Ji Zhongzhen, Zeng Qingcun. 1995. A preliminary study on the theory of splitting algorithm [J]. Mathematica Numerica Sinica (in Chinese), 17 (2): 115-126.
- Wedi N P. 1999. The numerical coupling of the physical parameterization to the "dynamical" equations in the forecast model[R]. ECMWF Technical Memorandum 274.

徐国强,陈德辉,薛纪善,等. 2008. GRAPES 物理过程的优化试 验及程序结构设计 [J]. 科学通报,53 (20): 2328-2434. Xu Guoqiang, Chen Dehui, Xue Jishan, et al. 2008. The program structure designing and optimizing tests of GRAPES physics [J]. Chinese Science Bulletin (in Chinese), 53 (20): 2328-2434.

881

- 曾庆存,袁重光. 1980. 求解天气预报方程的分解算法 [J]. 科学通报, 25 (18): 842 845. Zeng Qingcui, Yuan Chongguang.
 1980. A split method to solve equation of weather prediction [J]. Chinese Science Bulletin (in Chinese), 25 (18): 842 845.
- 张铭,冯青,郭晓纲. 1986. 谱模式中一种时间差分方案的理论分析和数值实验 [J]. 空军气象学院学报,7(2):10-18. Zhang Ming, Feng Qing, Guo Xiaogang. 1986. The theoretic analysis and the numerical experiment on a time difference scheme in spectral method [J]. Journal of the Air Force Institute of Meteorology (in Chinese),7(2):10-18.
- 郑红莲,张铭. 2005. 非线性迭代时间积分方案在 IAP AGCM-II 中 的实施及其模拟结果 [J]. 高原气象,24 (1):23-27. Zheng Honglian, Zhang Ming. 2005. Implement of non-linear iteration time integral scheme in IAP AGCM-II model and its simulation [J]. Plateau Meteorology (in Chinese), 24 (1):23-27.
- 左瑞亭,张铭,张东凌,等. 2004. 21 层大气环流模式 IAP AGCM-III 的设计及气候数值模拟 I. 动力框架 [J]. 大气科学,28 (5): 659-674. Zuo Ruiting, Zhang Ming, Zhang Dongling, et al. 2004. Designing and climatic numerical modeling of 21-level AGCM (IAP AGCM-III). Part I. Dynamical framework [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 28 (5): 659-674.