

周玉淑, 邓涤菲, Chen Qiu-shi. 2012. 等 σ 面相当重力位势分析方法及其对高原低涡个例的检验应用[J]. 大气科学, 36(1): 47–62. Zhou Yushu, Deng Difei, Chen Qiu-shi. 2012. Analysis method of equivalent isobaric geopotential on σ coordinate and its application to a vortex in the Tibetan Plateau [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 36(1): 47–62.

等 σ 面相当重力位势分析方法及其 对高原低涡个例的检验应用

周玉淑¹ 邓涤菲^{1,2} Chen Qiu-shi³

1 中国科学院大气物理研究所, 北京 100029

2 中国科学院研究生院, 北京 100049

3 Byrd Polar Research Center, The Ohio State University, Columbus, Ohio, USA

摘要 在青藏高原大地形及其邻近区域, 低层等压面的资料是从对流层中上层通过外插法插值得到的, 不能代表高原地区近地面的实际天气系统。因此, 在常用的等压面分析方法中, 如何较准确地分析高原近地面的天气系统是个难题。本文引入有限区域矢量场分解的平均调和一余弦算法, 基于 σ 面坐标及资料, 引入一个满足准地转近似的新变量, 其作用相当于等压坐标中的重力位势, 称为等 σ 面上的相当重力位势, 在等 σ 面上给出相当重力位势分布图后, 可直接在等 σ 面上就能分析出天气系统。在方法介绍基础上, 本文以2008年7月20日08时到21日14时(北京时间)青藏高原上一次高原低涡东移的个例为例, 对等 σ 面上的相当重力位势对天气系统和天气形势的描述能力进行考察。结果表明: 在美国国家环境预测中心/美国国家大气研究中心(NCEP/NCAR)海平面气压分析场上, 高原附近有一些长期存在的气压异常偏低系统, 高原上也存在很多面积较小气压却异常高(或低)的天气系统, 这些系统都是由于外插时受高原地形影响而计算出来的误差, 不是高原地区近地面天气系统的正确反映, 因而无法正确描述近地面高原低涡移出高原并与四川盆地附近西南涡耦合后加强的过程。而运用相当重力位势变量来表示高原近地面的天气形势后, 能够清晰反映高原近地面上此次高原低涡东移南压引起低层西南涡加强的过程, 可把高原大地形上的天气分析与下游地区天气形势分析更好地衔接起来, 在天气分析方面具有明显的好处。

关键词 平均的调和一余弦算法 等 σ 面相当重力位势 高原低涡

文章编号 1006-9895(2012)01-0047-16

中图分类号 P443

文献标识码 A

Analysis Method of Equivalent Isobaric Geopotential on σ Coordinate and Its Application to a Vortex in the Tibetan Plateau

Zhou Yushu¹, Deng Difei^{1,2}, and Chen Qiu-shi³

1 Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029

2 Graduate university of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049

3 Byrd Polar Research Center, The Ohio State University, Columbus, Ohio, USA

Abstract Due to the topographic effect of the Tibetan Plateau and its vicinity, some small but strong high and low

收稿日期 2010-12-30, 2011-08-17 收修定稿

资助项目 国家自然科学基金资助项目 41075044、40975034, 科技部公益性行业(气象)科研专项 GYHY200906004, 国家自然科学基金资助项目 40930950

作者简介 周玉淑, 女, 1971年出生, 博士, 研究方向: 中尺度动力诊断分析及数值模拟。E-mail: zys@mail.iap.ac.cn

pressure systems often occur on the isobaric levels of the lower atmosphere by extrapolation, and the real systems cannot be reflected clearly. Therefore, it is still a difficult problem to analyze and diagnose the vortexes near the surface of the Tibetan Plateau with current isobaric analysis methods. In recent years, there has been significant progress in the numerical models, but the problem of weather analyses near the surface of Tibetan Plateau is not yet solved well. One of the reasons is that the pattern of geopotential height contour on the terrain following σ coordinate commonly used in models is similar to the topography and cannot represent the synoptic systems.

In the article, a new variable, which is referred to equivalent isobaric geopotential (ϕ_e) and satisfies quasi-geostrophic relation, is introduced based on the averaged harmonic-cosine vector decomposition in a limited region. It can be used in the same way as the geopotential used on p coordinate. As an example, a eastward moving Tibetan Plateau vortex is analyzed. The results show some small but low and high systems always exist over the Tibetan Plateau due to extrapolation in the sea level pressure field, but at $\sigma=0.995$ level, the process of the eastward moving Tibetan Plateau vortex coupling with the southeast vortex at lower levels can be depicted well by the distribution of ϕ_e , and these artificial systems in the Tibetan Plateau disappear. Therefore, the weather system near the surface of Tibetan Plateau can be analyzed well with the analysis method of equivalent isobaric geopotential height. On the other side, the distribution of ϕ_e can link the synoptic pattern over the Tibetan Plateau with that in its lower reaches, which is favorable to reveal how the systems over the plateau impact the weather in the lower reaches.

Key words averaged harmonic-cosine series expansion, equivalent isobaric geopotential on σ coordinate, vortex in the Tibetan Plateau

1 引言

青藏高原地处我国的西部,是我国许多灾害性天气系统的发源地,如高原低涡、切变线、背风槽等。这些系统在高原上形成后,一旦向东移出高原,往往就会给我国中东部地区带来灾害性天气。基于青藏高原对我国天气气候的巨大影响,对青藏高原的研究一直是一个重点和热点,我国气象学家先后于 1979 和 1998 年进行了第一次青藏高原大气科学实验(QXPME-1979)和第二次青藏高原大气科学实验(TIPEX-1998),得到了相对较多的观测资料。随着科学实验的进行及数值模式的发展,我国在高原的天气学、气候学、高原与大气环流等方面的研究都取得了很多成果,尤其是对高原的动、热力作用对大气环流的影响做了充分的论证(Yeh and Chang 1974; 叶笃正和高由禧, 1979; 章基嘉等, 1988; 陈联寿等, 1999; 李国平和蒋静, 2000; Liu et al., 2001; 徐祥德等, 2002a, 2002b, 2002c; 吴国雄等, 2002; Duan and Wu, 2005; 李国平和刘红武, 2006; 刘晓冉和李国平, 2006; 徐祥德和陈联寿, 2006; 李国平, 2007)。但是,即使目前有了一定的观测资料,以及数值模式的大力发展和应用,在青藏高原这种复杂大地形区域附近如何进行天气分析仍然还是一个难题。

由于资料缺乏,青藏高原地区早期的天气分析是空白的。随着观测资料的逐步增加,变温和变压分析应用到了高原地区的地面天气分析中,尤其是 24 小时变压分析方法,可指示冷空气的活动,又能部分反映对流层中低层的天气系统,至今还在高原及其临近地区应用(杨鉴初等, 1960; 钱正安和焦彦军, 1996; 寿绍文等, 2002)。但这种方法对较小尺度或稳定少动的系统都反映不出来,而且变压分析结果与地转风场没有显示的直接对应关系,与大范围地面天气图无法衔接在一起(汤懋苍等, 1982),所以无法追踪分析高原系统的移动和演变。在青藏高原这种大地形区域,因为某些层次的等压面(如 850 hPa, 700 hPa)是处在地形以下,这些等压面上的天气系统都是从对流层中上层通过外插法插值得到的,不能真实反映出高原地区近地层的大气环流系统。而且,由于地形效应,在对这些层次资料的插值过程中还会在高原地区出现虚假的天气系统,所以,常规的等压面图分析方法在高原地区近地面层的天气分析中并不好应用。由于 850 hPa、700 hPa 等低层的等压面图在高原区域分析出的系统有一些是虚假的,这对高原近地面的天气系统(尤其是高原低涡)的认识会产生很大的影响,无法很好地用于高原及其下游地区的天气分析和预报。

除常规天气分析以外，中尺度数值模式已普遍应用于天气系统的诊断分析研究工作以及业务预报。对有限区域而言，目前国内应用最普遍的包括 WRF、MM5、ARPS 等，这些模式已在华南、江淮、华北等地区天气的分析和业务预报中起到了作用。模式中对地形效应的处理，一般都是在垂直方向上用地形追随坐标来实现，其中主要是 $z-\sigma$ 和 $p-\sigma$ 的混合坐标，模式输出的所有变量都是在等 σ 面上。由于等 σ 面上的位势高度只能体现地形效应，所以它表示不出高原近地面的真正的天气系统。如图 1a 是东亚地区地形高度，可以看到青藏高原地区海拔一般都超过 4000 m，较周围的平原、盆地高出 3000 m 以上，而图 1b 是 2008 年 7 月 20 日 08 时（北京时，下同） $\sigma=0.995$ 面上的重力位势 ϕ [数据来源于美国国家环境预报中心（NCEP） $1^\circ\times 1^\circ$ —天 4 次的分析资料]。比较图 1a 和 1b 发现，地形数据与 $\sigma=0.995$ 面上的重力位势 ϕ 非常相似，从重力位势 ϕ 上看不到任何天气系统，反映出的仍然只是地形。另外，为了适应常用的等压面天气分析，对模式结果的解释应用都是把模式的模拟和预报结果再通过后处理，用不同的数学插值方法重新插回到等压面或等高面上。对于青藏高原地区，这些低层等压面大多在地形以下，插值所得到的系统都是不真实的。可见，数值模式的大力发展并没有解决这一天气分析的难题。但数值模式预报是当今气象研究和发展的主流，解决以上难题的办法之一就是可以在模式 σ 面上直接进行天气分析，才能研究地形对天气系统的影响，但目前模式 σ 层上的位势高度仅能表示地形效应。能不能发展一种

方法，可基于模式 σ 层资料直接进行天气分析？这样既能分析得到高原近地面真实的天气系统，又可对这种真实的天气系统进行移动过程中的结构特征的分析。这对于研究和预报高原上低值系统（如高原低涡）的东移发展具有重要的科学意义，也可高原下游地区灾害性天气预报提供必要的参考。

Chen and Kuo (1992) 提出的有限区域的调和—余弦展开法，对于有限区域里的风场进行分解时，在数值模式和实际诊断中都取得了很好的效果（Chen and Kuo, 1992; Zhou et al., 2009; 周玉淑和曹洁, 2010）。为此，本文首先引入调和—余弦算法用于任意矢量场的分解，针对原来方法的限制条件进行了改进，并将改进后的算法称之为平均的调和—余弦算法，使得对于任意小的区域对水平风场都可以进行调和—余弦展开。在此改进的分解技术基础上，利用平均的调和—余弦算法思路，对 σ 坐标系引入的一个新变量——相当重力位势 ϕ_e 进行有旋和无旋的分解。在等压坐标系统，水平气压梯度力可以用位势高度的梯度来表示，其实质是水平气压梯度的非旋转部分；而在 σ 坐标系中，水平气压梯度力也可以分为旋转部分和无旋部分，其无旋部分也可以直接用相当重力位势 ϕ_e 的梯度来表示。因此，等 σ 坐标中的相当重力位势 ϕ_e 可以类似于等压坐标中的位势高度 ϕ 。通过给出 σ 面上 ϕ_e 的分布，就可以直接在模式的 σ 层面上分析出相应的天气系统。通过一个高原低涡东移的个例，可以看到等 σ 坐标系中引入的新变量——相当重力位势 ϕ_e 能很好地在 σ 面上分析出高原低涡的东移。以下先给出平均的调和—余弦算法的计算方法，然后再给

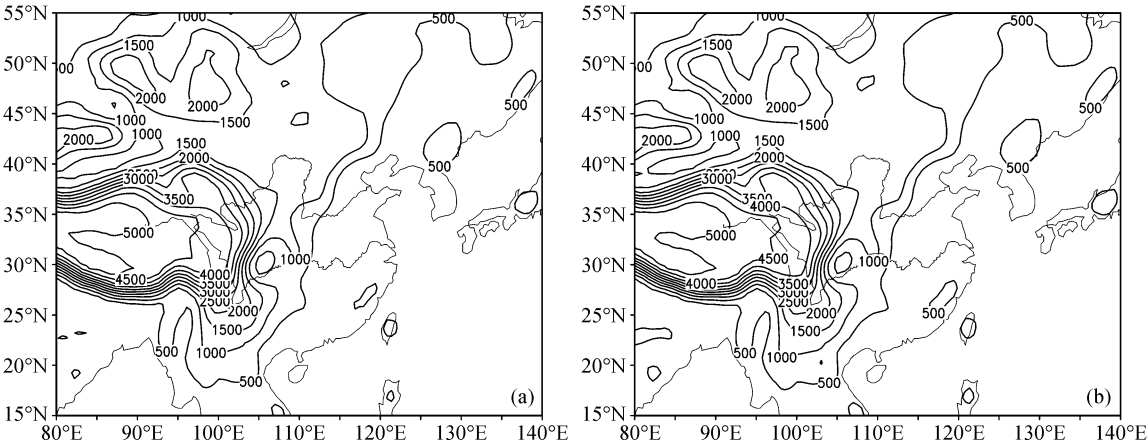


图 1 (a) 东亚的地形高度 (单位: m); (b) 2008 年 7 月 20 日 08 时 $\sigma=0.995$ 面上的位势高度场 ϕ (单位: gpm)
Fig. 1 (a) The topography of East Asia (units: m); (b) the geopotential height ϕ (gpm) on $\sigma=0.995$ at 0800 LST 20 Jul 2008

出相当重力位势 ϕ_e 的计算, 最后用 2008 年 7 月 20 日 08 时到 21 日 14 时的一次高原低涡东移引起西南低涡低层加强并引发强降水的过程进行应用检验。

2 平均的调和一余弦算法基本思想

按照 Chen et al. (1992) 的调和一余弦展开方法 (简称为 H-C 法), 定义在矩形区域 $R: [0 \leq x \leq L_x; 0 \leq y \leq L_y]$ 上的函数 $f(x, y)$ 可以分成调和部分 f_{hc} 和内部部分 f_{ic} , 即

$$f(x, y) = f_{ic}(x, y) + f_{hc}(x, y). \quad (1)$$

这里, 调和部分满足如下方程和边界条件:

$$\nabla^2 f_{hc} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial f_{hc}}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = f'(\Sigma), \quad (3)$$

其中, n 是法向偏导数, $f'(\Sigma)$ 是调和部分 f_{hc} 的 Neumann 边界条件。内部函数 $f_{ic}(x, y)$ 满足:

$$f_{ic}(x, y) = f(x, y) - f_{hc}(x, y), \text{ 或} \quad (4)$$

$$\nabla^2 f_{ic}(x, y) = \nabla^2 f(x, y),$$

$$\frac{\partial f_{ic}}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = 0. \quad (5)$$

内部部分用双傅里叶余弦级数展开求解。但是, 只有满足一定条件的函数才能做以上调和一余弦分解。依据 Green 定律:

$$\iint_R \nabla^2 f dx dy = \oint_{\Sigma} \frac{\partial f}{\partial n} ds, \quad (6)$$

把 (1) 式代入 (2) 式, 得到

$$\iint_R \nabla^2 (f_{ic} + f_{hc}) dx dy = \oint_{\Sigma} \frac{\partial (f_{ic} + f_{hc})}{\partial n} ds. \quad (7)$$

根据 (2) 式, 调和部分满足

$$\iint_R \nabla^2 f_{hc} dx dy = \oint_{\Sigma} \frac{\partial f_{hc}}{\partial n} ds = 0. \quad (8)$$

同样, 因为 (5) 式, 内部部分也满足

$$\iint_R \nabla^2 f_{ic} dx dy = \oint_{\Sigma} \frac{\partial f_{ic}}{\partial n} ds = 0. \quad (9)$$

做运算 (8) 式 + (9) 式, 得到

$$\iint_R \nabla^2 f dx dy = \oint_{\Sigma} \frac{\partial f}{\partial n} ds = 0. \quad (10)$$

可见, 如果一个函数 $f(x, y)$ 能展开为 (1) ~ (5) 式所示的调和一余弦函数系列, 那么其法向量沿闭合边界 Σ 的线积分必须等于零, 并且它的 Laplace 算子在该闭合区域 R 内的面积分也为零。

这便是函数做调和一余弦分解的必要条件。在较大空间范围的流场中, 这一条件基本认为可以满足; 区域范围越小, 这一条件越难满足, 当有限区域内的 (10) 式不成立时, 调和一余弦函数的应用就受到了限制。因此, 我们在对函数 f 的分解过程中, 引入一个新的部分 f_m , 把 (10) 式不等于零的部分放到 f_m 中。根据格林定律, 有限区域内就有:

$$\iint_R \nabla^2 f dx dy = \oint_{\Sigma} \frac{\partial f}{\partial n} ds = \overline{\nabla^2 f} (L_x L_y) = \overline{\frac{\partial f}{\partial n}} (2(L_x + L_y)), \quad (11)$$

其中, $\overline{\nabla^2 f}$ 是在闭合区域 R 内 $\nabla^2 f$ 的平均值, $\overline{\partial f / \partial n}$ 是沿边界 Σ 上 $\partial f / \partial n$ 的法向平均值。

新引入的函数 f_m 满足:

$$\nabla^2 f_m = \overline{\nabla^2 f}, \quad (12)$$

$$f_m \Big|_{\Sigma} = 0,$$

(12) 的解可以利用双傅里叶正弦级数展开得到。同时函数 f_m 也满足 (11) 式, 即

$$\iint_R \nabla^2 f_m dx dy = \oint_{\Sigma} \frac{\partial f_m}{\partial n} ds. \quad (13)$$

利用 (11) 式减去 (13) 式, 得到

$$\iint_R \nabla^2 (f - f_m) dx dy = \oint_{\Sigma} \frac{\partial (f - f_m)}{\partial n} ds = 0. \quad (14)$$

引入函数 f_m 部分后, 原函数 f 与 f_m 的差, 既 $f - f_m$ 部分就自动满足在有限区域内进行 H-C 展开的必要条件 (10) 式, 因此, 在给定的任意有限区域内, 任意一个函数都可以分解为 $f = f_m + f_{ic} + f_{hc}$, f_m 为平均部分, f_{ic} 为内部部分, f_{hc} 为调和部分。

关于在有限区域对风场进行改进的 H-C 方法的计算在附录中给出。

3 等 σ 坐标中的相当重力位势

在 σ 坐标中, 动量方程表示为:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} + \dot{\sigma} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \sigma} + f \mathbf{k} \times \mathbf{v} = -\nabla \phi - RT \nabla \ln p_* + \mathbf{F} - \nabla \phi - RT \nabla \ln p_* = -f \mathbf{k} \times \mathbf{v}_h, \quad (15)$$

其中, $\sigma = p / p_*$ 。

而地转风近似关系则表示为:

$$f \mathbf{k} \times \mathbf{v} \cong -\nabla \phi - RT \nabla \ln p_*, \quad (16)$$

这里, $\phi = \phi(x, y, \sigma, t)$ 为 σ 坐标中的重力位势, R 为气体常数, $T = T(x, y, \sigma, t)$ 是温度, $p_* = p_*(x, y,$

t) 是地表气压, F 是摩擦项。 $-\nabla\phi - RT\nabla\ln p_*$ 就是 σ 坐标中的水平气压梯度力。

在等 p 坐标中, 气压梯度力是由位势高度 $\phi = \phi(x, y, p, t)$ 的梯度 $G_{fp} = -\nabla\phi(x, y, p, t)$ 来表示的, 是一个无旋的水平矢量。而在 σ 坐标中, 由于水平气压梯度力变成了

$$G_{f\sigma} = -\nabla\phi(x, y, \sigma, t) - RT(x, y, \sigma, t) \nabla\ln p_*(x, y, t),$$

$\nabla\phi(x, y, \sigma, t)$ 是无旋的, 但由于比等压坐标多了一项 $-RT\nabla\ln p_*$ 项 (这是由 σ 坐标中的边界条件造成的, 可称为 σ 坐标中的地形气压梯度力), 这一项即包括无旋部分也包括有旋部分, 使得 σ 坐标中的气压梯度不再是一个无旋矢量, 而是包含了无旋和有旋的矢量。

而且, 在 σ 坐标中, 位势 $\phi = \phi(x, y, \sigma, t)$ 表示出的是地形效应 (图 1b), 无法像等 p 坐标中的重力位势那样直接表示出天气系统。那么, 有没有一种方法可以像在 p 坐标中的位势高度那样直接表示出 σ 坐标中的天气系统? 基于有限区域水平风场分解技术出发, 由赫姆霍兹定理可知, 对于水平矢量, 引入速度势 χ 和流函数 ψ 概念后, 可分解为有旋和无旋两部分: $v = v_\chi + v_\psi = \nabla\chi + k \times \nabla\psi$, 这里, $\nabla\chi$ 是水平风场的无旋部分, $\nabla\psi$ 是有旋部分。相应地, 对于 σ 坐标中的气压梯度力项:

$$G_{f\sigma} = -\nabla\phi(x, y, \sigma, t) - RT(x, y, \sigma, t) \nabla\ln p_*(x, y, t).$$

由于它也是一个水平矢量, 引入与速度势和流函数类似的量后 (分别用 ϕ_e 和 η 表示), 也可分解为无旋和有旋两部分, 表示成:

$$-\nabla\phi(x, y, \sigma, t) - RT(x, y, \sigma, t) \nabla\ln p_*(x, y, t) = -\nabla\phi_e - k \times \nabla\eta, \quad (17)$$

其中, $-\nabla\phi_e$ 是无旋部分, $-k \times \nabla\eta$ 是有旋部分。其中, ϕ_e 类似于水平风场分解中的速度势 χ , η 则类似于水平风场分解中的流函数 ψ 。再利用第二部分的平均的 H-C 方法, 将 ϕ_e 和 η 分成平均、调和和内部三个部分后, ϕ_e 和 η 的平均部分 ϕ_{em} 和 η_m , 内部部分 ϕ_{ei} 和 η_i , 以及调和部分 ϕ_{eh} 和 η_h 都可以准确求解。

对 σ 坐标中的气压梯度力 $G_{f\sigma}$, 引入一个新的变量 $\phi_e(x, y, \sigma, t)$ 后, 气压梯度力分解就可表示为: $G_{f\sigma} = -\nabla\phi_e - k \times \nabla\eta$ 。这样分解后, 等 σ 面上的水平梯度 $\nabla\phi_e(x, y, \sigma, t)$ 和等压面上的水平梯度 $\nabla\phi(x,$

$y, p, t)$ 同样都是水平气压梯度力的无旋部分, 物理意义明确。在等压面上, 大尺度运动近似存在的地转风关系, 位势场和流场存有近似关系为: $\phi \sim f\psi$, 其中 f 为科氏参数, ψ 为水平风的流函数。在等 σ 面上, 这个关系也同样近似存在 $\phi_e \sim f\psi$ (因为 $k \times \nabla\eta \ll -\nabla\phi_e$) (Chen and Bromwich, 1999)。所不同的, 只是在等 σ 面上, ϕ 由 ϕ_e 所替代。

与 p 面上的位势高度场类似, $\phi_e(x, y, \sigma, t)$ 在等 σ 面上可以表示出高原近地面的天气形势, 因此, 本文中把 ϕ_e 称为等 σ 面上的相当重力位势 (引入的另一个变量 η 称为准地转流函数), 而利用 ϕ_e 或 ϕ_{ei} 在等 σ 面上进行天气形势分析的方法就称为相当重力位势分析方法, 按照 Chen et al (1997) 的分析方法, 本文后续分析中也只用到内部的相当重力位势 ϕ_{ei} 。

引入相当重力位势这一变量后, 在模式 σ 面上直接对相当重力位势分布进行分析, 或者内部相当重力位势图可以直接表示出高原地区近地面的天气形势, 又消除了以往分析方法中由于地形效应而出现在高原地区的虚假的天气系统, 具有明显的优越性, 以下就以 2008 年 7 月一个具体高原低涡东移的个例对相当重力位势分析方法的应用及好处进行详细介绍。

4 等 σ 面相当重力位势分析方法对高原低涡系统个例的检验应用

高原低涡不但给高原地区带来暴雨等灾害性天气, 而且在适当的环流条件配合下可以向东移出高原, 并在适当条件下发展起来, 往往会造成周边及下游地区 (如江淮流域等) 出现暴雨等灾害性天气。尤其青藏高原东侧的斜坡地形, 是低涡移出高原的必经之地, 但在等压坐标中, 斜坡地形上低涡东移的过程不能表示出来。对高原低涡进行的已有的天气学统计, 都是在 500 hPa 及 200 hPa 等压面上进行的 (郁淑华和高文良, 2006, 2008; 高文良和郁淑华, 2007), 无法像常规天气形势分析那样表示出高原上天气系统在近地面的存在, 更不用说分析它们的结构、演变以及追踪其移动路径等, 这也给下游地区暴雨等灾害性天气的预报增加了难度。基于高原地区天气分析现状以及研究高原低涡的需要, 本文将等 σ 面上的相当重力位势分析方法直接用于 2008 年 7 月 20 日 08 时到 21 日 14 时的

一次青藏高原低涡东移的个例分析中。

计算分析所用资料为 NCEP/NCAR 的 $1^\circ \times 1^\circ$ 的 6 小时一次的数据, 将其垂直插值到 25 层 σ 面上, 分别为 0.99825、0.99500、0.99000、0.98500、0.98000、0.97500、0.96625、0.94500、0.91000、0.87000、0.82500、0.77500、0.72500、0.67500、0.62500、0.57500、0.52500、0.47500、0.42500、0.37500、0.32500、0.27500、0.22500、0.17500、0.12500, 其中, 取 0.995 作为近地面层, 对高原低涡东移过程近地面特征进行分析。

4.1 500 hPa 天气形势

何光碧等 (2009) 已经用同样的资料对比分析过这次高原低涡东移过程的 500 hPa 形势场和常规气象观测资料 500 hPa 形势场, 所以本文运用 500 hPa 分析资料对此次天气过程进行回顾。在 500 hPa 天气图上, 2008 年 7 月 20 日 08 时 (图 2a, 北京时, 下同), 中高纬度 40°N 以北影响中国的主要是两槽一脊的结构, 即贝加尔湖以南的高压脊 (简称东部脊) 西侧的一深厚低压槽 (简称西部槽) 和高压脊东南部河套平原附近切断出的一闭合低压。 40°N 以南, 此时高原东部 (35°N , 97°E) 上空存在一个明显的闭合低压中心 (高原涡)。6 小时后 (20 日 14 时, 图 2b), 随着中高纬地区槽脊系统东移, 东部脊进一步加强, 河套附近低压中心东移加强。此时青藏高原东部高原涡东移至 (35°N , 98°E) 附近。20 日 20 时 (图 2c), 河套附近低压中心进一步东移加强, 而高原低涡东移至高原东边缘附近, 强度变化不大。至 21 日 02 时 (图 2d), 河套低压东移至朝鲜半岛, 强度进一步加强, 此时高原涡不再存在闭合等高线, 被合并入东移的河套低压控制区, 以小槽形式存在, 同时高原东边缘的低槽较前—时刻突然向南发展, 5850 gpm 等值线最南端已达到 23°N 。21 日 08 时 (图 2e), 原河套低压继续增强东移, 高原东侧低槽也进一步加深东移, 且槽线由横槽逐渐转为竖槽, 位置在 105°E 附近。到 21 日 14 时 (图 2f), 高原东侧低槽已移出高原, 强度也不断加强, 并向东北方向移动。

中国气象局中央气象台雷达拼图 (图 3) 显示 ([http://www.atmos.pku.edu.cn/index.php?loc=data\[2010-07-22\]](http://www.atmos.pku.edu.cn/index.php?loc=data[2010-07-22])), 20 日 08 时 (图 3a), 我国的西部地区还没有明显的雷达回波强值区。6 小时后 (20 日 14 时) (图 3b), 在青海西宁地区, 雷达反射

率达到了 15~30 dBZ, 与高原低涡位置一致。20 日 20 时 (图 3c), 沿青藏高原东部边缘从青海西宁至四川成都地区存在一弧形雷达回波高值区, 中心最大值超过 45 dBZ, 这与此时东移至高原东侧的高原涡是相对应的。21 日 02 时 (图 3d), 弧形雷达回波高值区东移至甘肃东南部—四川南部一线, 最强中心出现在四川德阳地区 (45~50 dBZ), 这与此时高原东边缘低槽突然向南加深有关。而到 21 日 08 时 (图 3e) 和 14 时 (图 3f), 随着高原东侧小低槽的东移, 雷达回波高值区持续向东北移动。

结合 500 hPa 天气图 (图 2) 和相应的雷达拼图 (图 3) 可知, 高原涡东移过程中带来了大面积降水, 特别是 21 日 02 时, 之前不断减弱的高原涡移出高原后形成的小槽在青藏高原东部边缘突然向南加深, 组合雷达反射率最强中心也突然加强达到 45~50 dBZ。那么, 与这一天气过程相对应的近地面天气系统是如何变化的? 下面, 我们对高原低涡减弱东移突然向南加深过程 (20 日 14 时到 21 日 08 时) 的近地面特征进行详细分析。

4.2 MICAPS 海平面气压观测值与 NCEP/NCAR 海平面气压分析值对比

参考中国气象局气象信息综合分析处理系统 (Meteorological Information Comprehensive Analysis and Processing System, MICAPS) 海平面气压观测值可知 (图 4), 7 月 20 日 14 时 (图 4a), 贝加尔湖至蒙古地区为一狭长的低压带, 低压中心 (996 hPa) 位于蒙古地区, 低压带西侧尾随着一高压带, 高压中心 (1005 hPa) 位于 (49°N , 85°E) 附近。青藏高原上为低压环流, 四川地区受低压槽控制。高原南侧有一弱高压脊。黄海地区也存在一个低压中心, 最内圈等值线为 1002 hPa。20 日 20 时 (图 4b), 原蒙古低压中心减弱, 不再存在闭合等压线, 而其西部随着高压脊向西南延伸发展, 同时高原南侧高压脊向北发展, 使得原青藏高原上巨大的低压分裂为东西两个低压环流, 其中东部的低压环流中心位于青海东北部, 同时原四川南部低压槽区出现了闭合低压中心 (西南涡, 对应 850 hPa 上具有闭合等高线, 700 hPa 为槽区, 图略), 最内圈等值线为 996 hPa。21 日 02 时 (图 4c), 随着青藏高原中南部高压脊的进一步发展, 高原东部和西部两低压环流距离更远, 青海东北部低压环流减弱, 996 hPa 等值线范围较前—时刻减小很多, 而西南

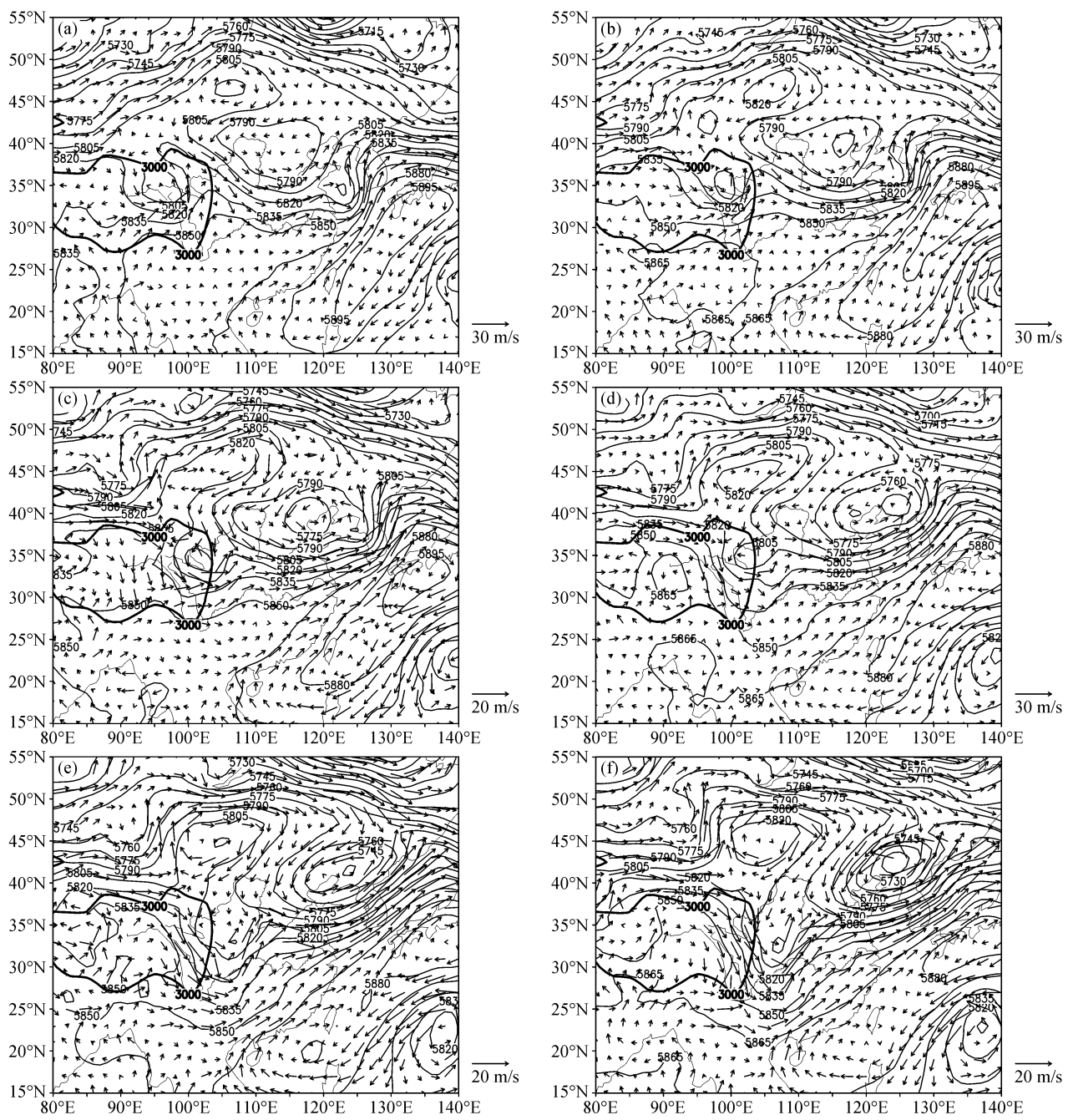


图2 2008年7月500 hPa风场(单位: m/s)和位势高度场(单位: gpm): (a) 20日08时; (b) 20日14时; (c) 20日20时; (d) 21日02时; (e) 21日08时; (f) 21日14时。粗实线: 海拔3000 m地形等高线(下同)

Fig. 2 The 500-hPa wind (arrows) and geopotential height (gpm) at (a) 0800 LST, (b) 1400 LST, (c) 2000 LST on 20 Jul 2008, (d) 0200 LST, (e) 0800 LST, (f) 1400 LST on 21 Jul 2008. The thick solid line shows the sketch of the Tibetan Plateau (the same below)

涡范围扩大,几乎控制了整个四川盆地。21日08时(图4d),高原中南部高压脊继续北伸发展,而高原东北部低压环流进一步减弱,已无闭合等压线,西南低涡则进一步加强,略有东移。

将NCEP/NCAR海平面气压(图5)与MI-

CAPS海平面气压观测值(图4)进行对比可知,对于青藏高原以外地区,各天气系统比较一致,如蒙古低压、其西侧的尾随高压脊,在黄海附近的低压系统等,不同的是NCEP/NCAR海平面气压再分析场上存在较多的小闭合系统,整体性比较差,因

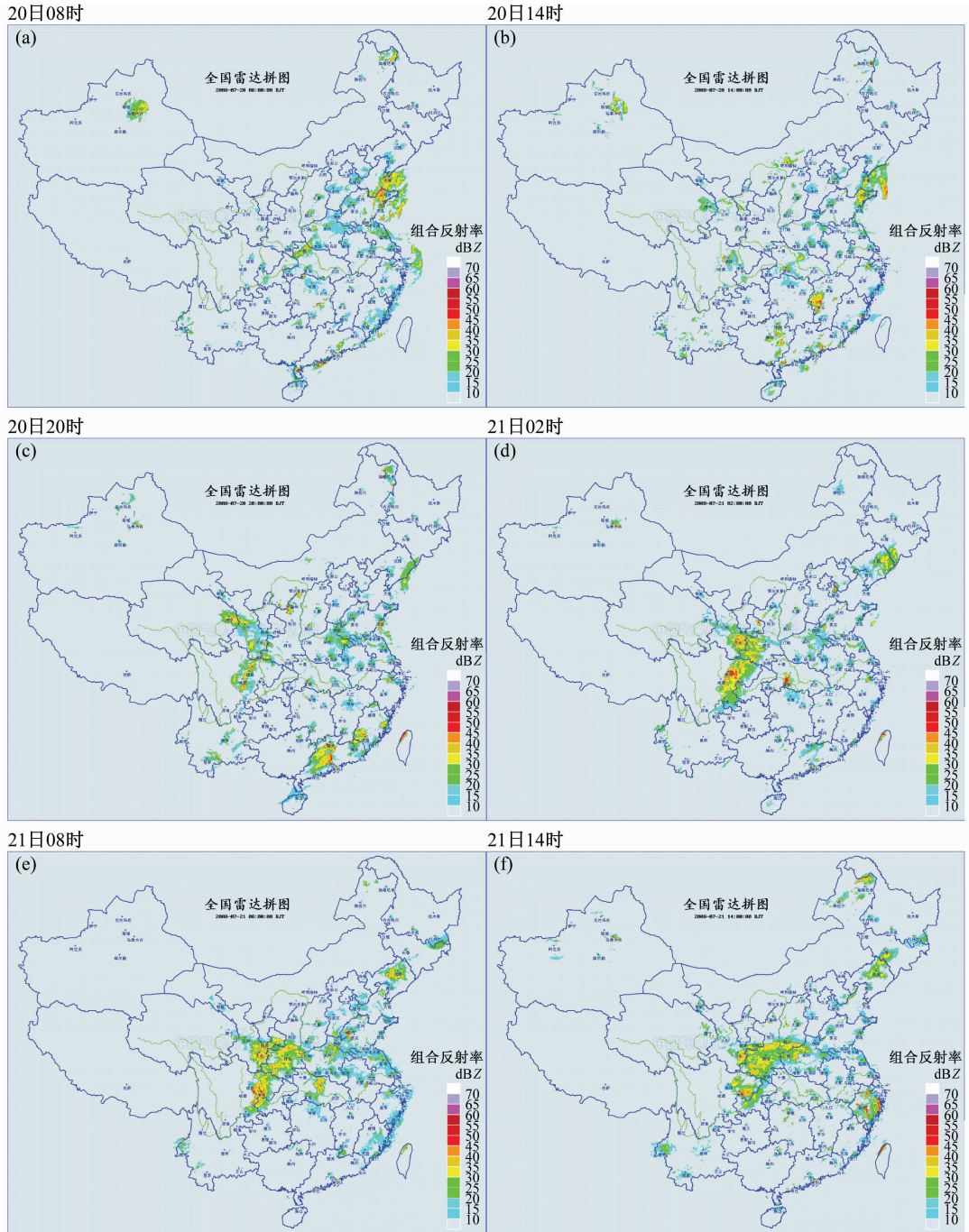


图 3 雷达拼图 (单位: dBZ)。其余同图 2

Fig. 3 Same as Fig. 2, except for the mosaic radar picture (dBZ)

而也较难看出各系统的演变发展。而在青藏高原及其附近地区, NCEP/NCAR 海平面气压再分析资料场和 MICAPS 海平面气压观测场存在较大区别, NCEP/NCAR 海平面气压显示的系统类似于地形。比如在高原周围, 沿 3000 m 海拔等高线, NCEP/NCAR 海平面气压再分析资料场上是一串低压带,

如高原北部 36°N 至 40°N 之间 (即在塔里木盆地附近) 存在一个明显的低压带, 这个低压带在本文所研究的时间段内一直存在, 这在海平面气压观测值上是不存在的, 这显然是由于塔里木盆地和青藏高原主体存在明显的地形差, 从而使得在将高层气象资料反插到海平面时而产生的气压偏低造成的。同

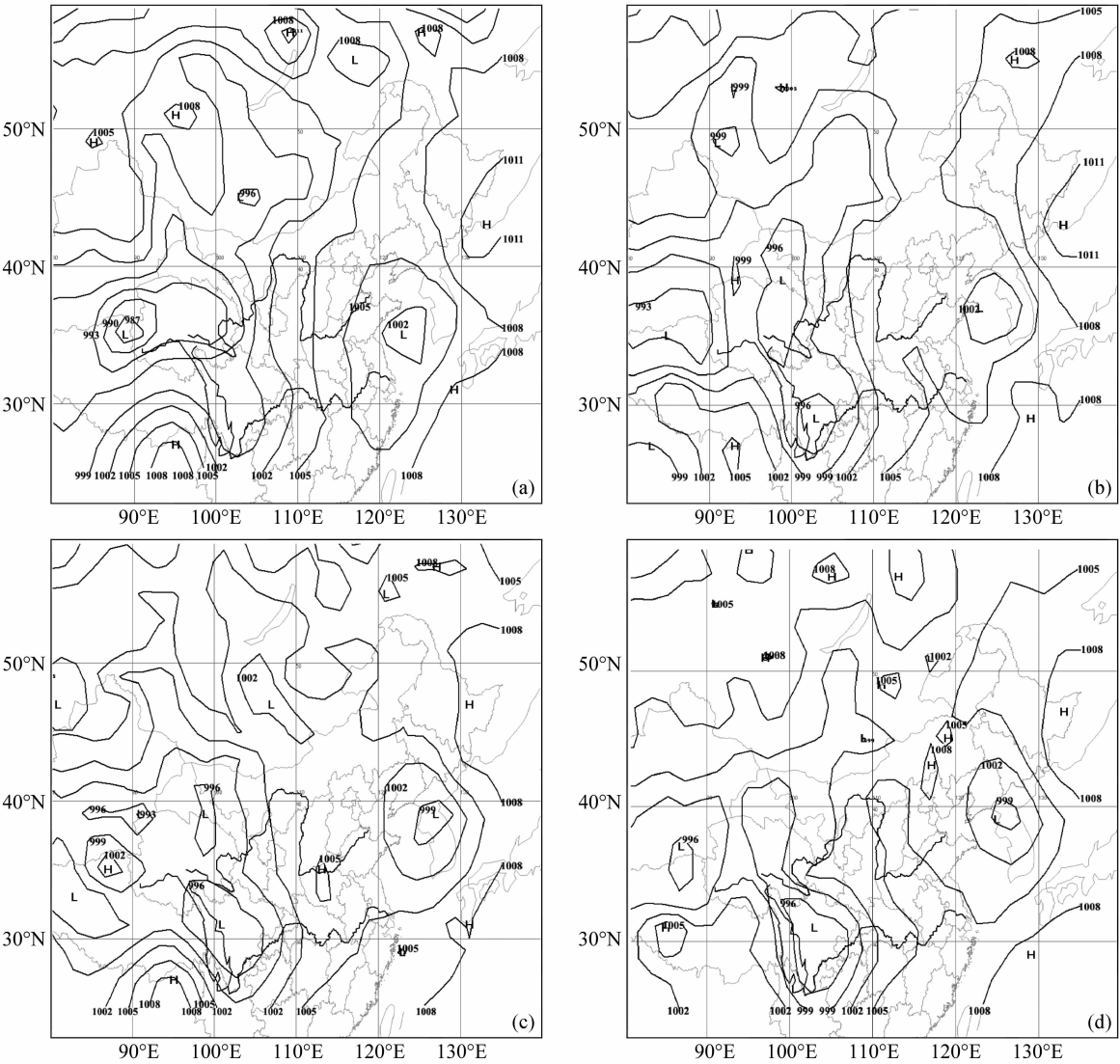


图 4 2008 年 7 月 MICAPS 海平面气压观测值 (单位: hPa): (a) 20 日 14 时; (b) 20 日 20 时; (c) 21 日 02 时; (d) 21 日 08 时
Fig. 4 The observational sea level pressure (hPa) from MICAPS at (a) 1400 LST 20 Jul, (b) 2000 LST 20 Jul, (c) 0200 LST 21 Jul, and (d) 0800 LST 21 Jul

样,在青藏高原西南侧与印度交界处,NCEP/NCAR 海平面气压场上也稳定存在着一低压系统,该低压系统在 MICAPS 海平面气压上也是看不到的。而在四川地区,NCEP/NCAR 海平面气压场上各时刻都能分析出一个闭合的低压系统,但从 MICAPS 海平面气压上可以看到,在研究时段内四川地区的确都处于低压槽区控制,但该低压槽在 7 月 20 日 20 时才形成闭合等压线(996 hPa),并不是各个时刻都存在闭合等压线,各时刻西南涡的强度偏强,这也是由于青藏高原和四川盆地的巨大地形差异造成的插值误差。另外,在青藏高原地区,NCEP/NCAR 海平面气压场上存在许多异常高或

低的小闭合气压系统,这在 MICAPS 海平面气压观测值上也是不存在的。

上面分析表明,受地形影响,NCEP/NCAR 再分析资料插值出的海平面气压场在青藏高原附近出现了一些不真实的天气系统,这使得我们在分析青藏高原天气时存在很大不便。另外,在 MICAPS 海平面气压观测值上反映出的高原南北两侧的高压脊向高原中部伸展挤压,使得原高原上巨大的低压分裂为东西两个部分,其中东部低压环流不断减弱南压与四川地区的西南低涡合并,使得西南涡加强,但这一重要天气演变过程在 NCEP/NCAR 海平面气压场上也得不到反映。

NCEP/NCAR 海平面气压再分析资料无法反映高原涡东移加强西南涡这一过程, 那么, 地表气压能否反映这一事实? 图 6 显示的是 2008 年 7 月

21 日 02 时 (图 6a) 和 08 时 (图 6b) 的 NCEP/NCAR 地表气压分析资料, 由图可知, 由于地形影响, 使得各地区地表气压存在很大差异, 气压等值

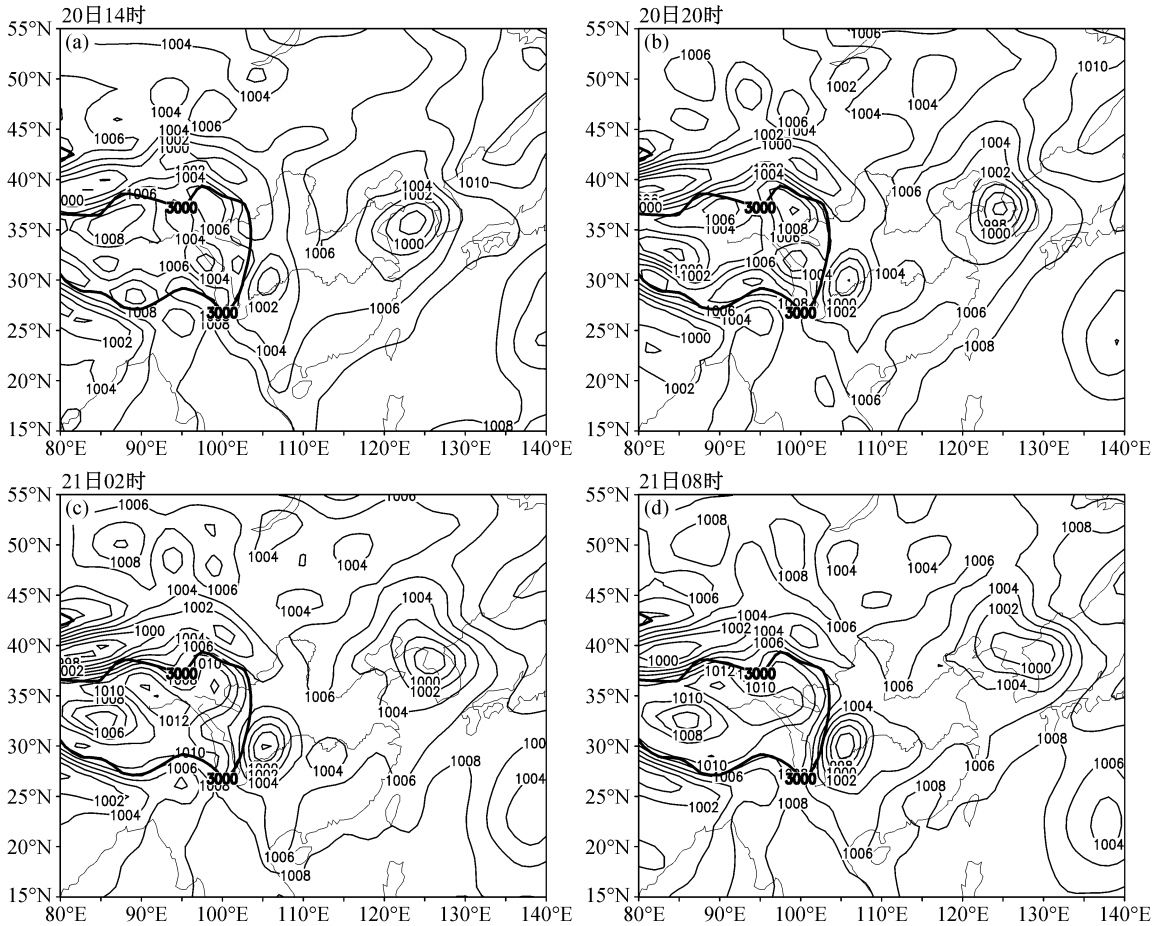


图 5 NCEP 海平面气压场 (单位: hPa)。其余同图 4

Fig. 5 Same as Fig. 4, except for the sea level pressure (hPa) from NCEP

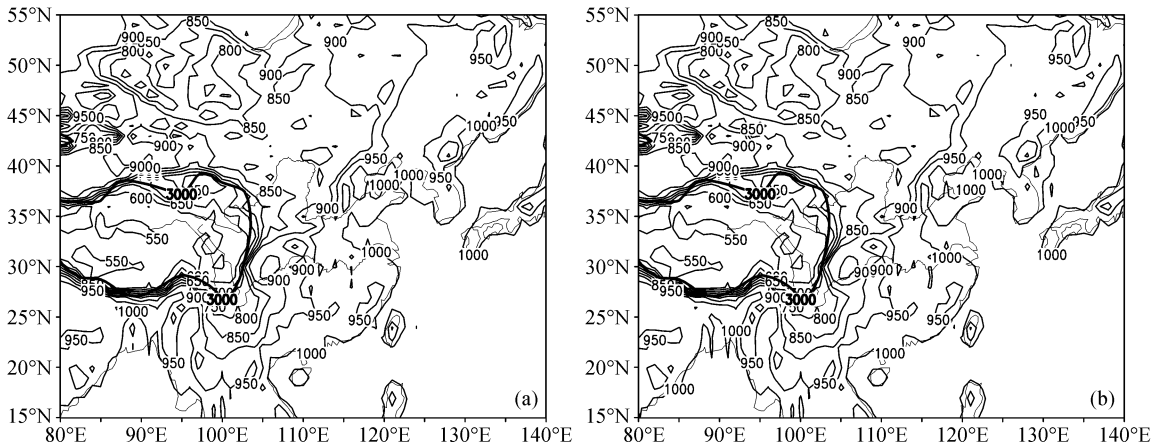


图 6 2008 年 7 月 21 日 NCEP 地表气压场 (单位: hPa): (a) 02 时; (b) 08 时

Fig. 6 Surface pressure (hPa) from NCEP at (a) 0200 LST and (b) 0800 LST on 21 Jul

线非常不光滑, 青藏高原地区只能看到沿高原地形的气压等值线, 这使得我们从地表气压上看不到明显的天气系统, 更看不出本文研究的高原低涡东移发展过程。

由上可见, 虽然目前各种数值模式得到了很大的发展, 各种再分析资料层出不穷, 但是在地形差异比较大的地区, 如青藏高原地区, 除了现有不多的观测外, 近地面附近还是没有很好的资料可直接用于天气分析, 如上面分析的 NCEP/NCAR 海平面气压和地表气压的再分析值在高原及其附近地区都存在很大的误差, 给研究高原及其附近的近地面天气系统的发展演变带来困难。要解决这个问题, 除加强青藏高原附近的常规观察外, 是否可以已有的各种数值模式资料或再分析资料中消除高原地形的影响, 从而得到可直接用于青藏高原等复杂地形区域近地面天气系统分析的资料? 如果可以的话, 那么这将极大丰富我们对高原地区近地面天气

系统发展演变的认识。

4.3 内部相当重力位势 ϕ_{ci} 在东移高原低涡近地面分析中的应用

由于本文主要关注的是青藏高原及附近地区近地面天气系统的特征, 按照本文第 3 部分的计算步骤, 我们选取了 $\sigma=0.995$ 面上的内部相当重力位势 ϕ_{ci} 来分析此次高原低涡发展演变过程。

图 7 是 2008 年 7 月 20 日 14 时到 21 日 08 时 $\sigma=0.995$ 面上的内部相当重力位势, 将它与 MICAPS 海平面气压观测值 (图 4) 进行对比可知, 无论是在青藏高原内还是高原外, 内部相当重力位势和常规观测的海平面气压场的分布及其演变形式都很相似。7 月 20 日 14 时 (图 7a), 贝加尔湖南部至蒙古地区的低压带及其西侧的尾随高压脊都表现得很清楚, 低压中心 ϕ_{ci} 最小值超过 $-480 \text{ m}^2/\text{s}^2$, 但该低压中心位置较 MICAPS 海平面气压观测 (图 4a) 的蒙古低压中心位置偏西北, 该低压带西侧的尾随

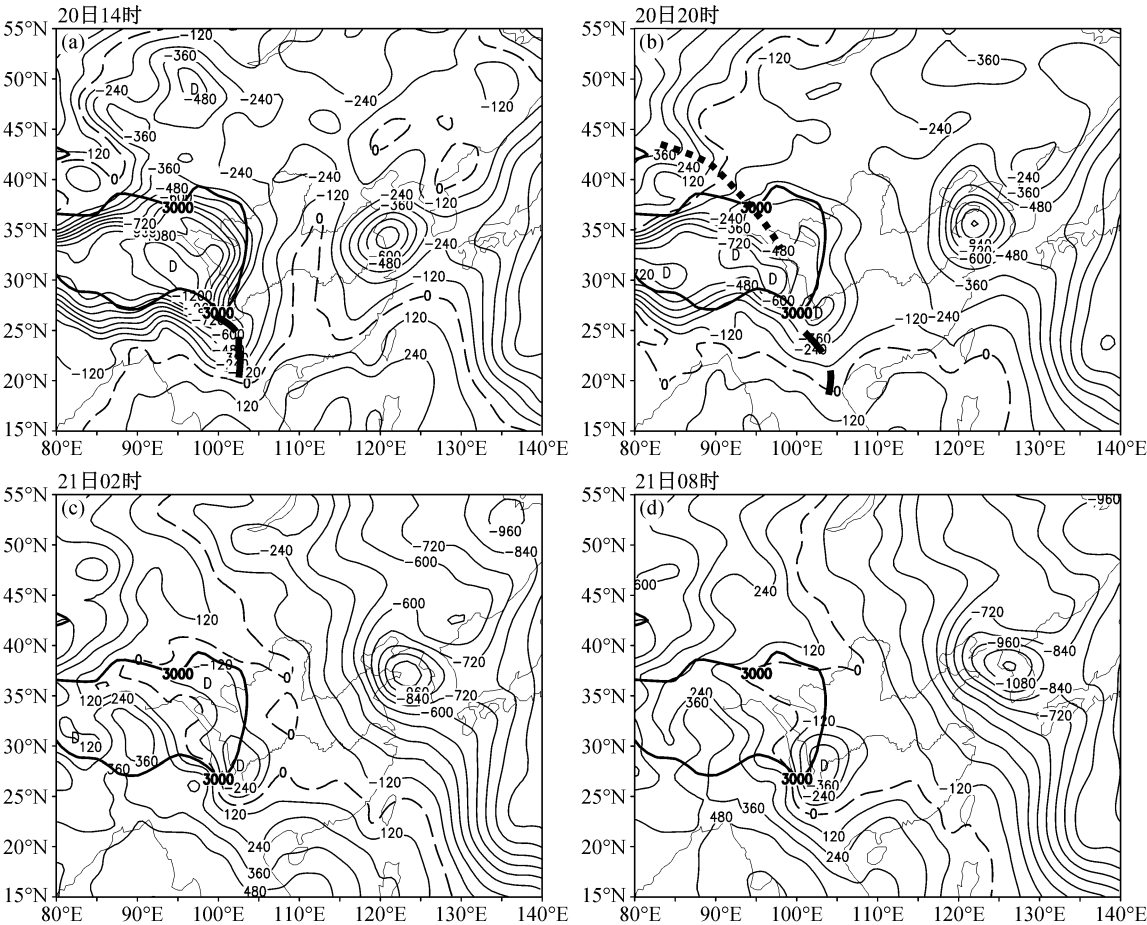


图 7 $\sigma=0.995$ 面上的内部相当重力位势 (单位: m^2/s^2)。其余同图 4
Fig. 7 Same as Fig. 4, except for the inner part of equivalent isobaric geopotential height (m^2/s^2) on $\sigma=0.995$

高压脊向东南方向延伸到 40°N 。高原南部地区为一高压脊。黄海地区存在一明显的低值中心。同时,在四川盆地附近,内部相当重力位势也表现为低压槽结构。7月20日20时(图7b),原贝加尔湖南部低压带西侧尾随高压脊进一步向东南方向延伸(图7b中的粗点线为该高压脊线的位置),同时高原南部地区的高压脊向北发展,二者挤压使得原青藏高原上的低压分裂为东西两个部分,其中西部低压环流表现为3个闭合的低压中心,而东部部分表现为向北凸起的低压槽结构。此时四川地区出现闭合低压中心(850 hPa 高度附近 $\sigma=0.91$ 层上也出现闭合中心),与海平面气压观测值上西南涡出现时刻一致。6小时后(21日02时)(图7c),高原南部地区高压脊得到进一步北伸发展,使得高原东西两侧的低压环流距离更远,高原东北部低压槽不断减弱南压,而四川地区 $-240 \text{ m}^2/\text{s}^2$ 闭合等值线范围增大,西南涡加强。21日08时(图7d),原贝加尔湖南部低压带西侧尾随高压脊继续向东南方向伸展,而高原南部高压脊继续北伸发展,并且中心出现闭合等值线,高原东北部低压槽已不明显,四川盆地的西南低涡进一步加强发展,内部相当重力位势最内圈等值线减小到 $-360 \text{ m}^2/\text{s}^2$ 。

通过 MICAPS 海平面气压观测场和内部相当重力位势的对比分析可知,由于贝加尔湖南部低压西侧尾随高压脊向东南延伸和高原南部高压脊向北发展,使得原青藏高原上的低压分裂为东西两个低压环流系统,其中东部低压环流系统不断减弱南压并与四川地区的西南低涡合并,使得西南涡得到加

强,相应的雷达拼图(图3)显示,500 hPa 东移出高原的低槽向南加深,四川德阳地区雷达回波突然加强,但500 hPa 天气图上有低槽南伸的现象,但不能反映出此刻低层西南低涡加强的现象,而相当重力位势的分布可较好地反映出这个过程。

由上可知,无论在青藏高原内部还是在青藏高原外部,内部相当重力位势场和 MICAPS 海平面气压观测场分布都非常相似,内部相当重力位势很好地消除了地形的影响,能够清晰地反映此次高原低涡东移引起的西南低涡加强过程。而且,虽然500 hPa 环流形势能表示出高原低涡东移的过程,但反映不出低涡东移出高原后引起西南低涡低层加强的过程。因此,在高原这样的大地形区域,相当重力位势分析相对于地表气压场及500 hPa 天气形势场的分析,能把高原大地形与下游地区天气形势分析更好地衔接起来,在天气分析方面具有明显的好处。

图8给出的是21日02时(图8a)和08时(图8b) $\sigma=0.995$ 层的内部流函数,将它与图7c和7d进行对比可知,虽然在四川地区内部流函数对西南低涡的表现不明显,同时高原上的系统也不如内部位势表现得清楚,但内部流函数 ψ_i 和内部相当重力位势 ϕ_a 在整个研究区域都很相似,这说明准地转关系 $\phi_a \sim f \psi_i$ 同样还是适用的。

综合图7和图8可知,内部相当重力位势满足准地转平衡关系, $\sigma=0.995$ 内部相当重力位势的分布同 MICAPS 海平面气压观测场分布非常相似,同时,内部相当重力位势较 NCEP/NCAR 的海平

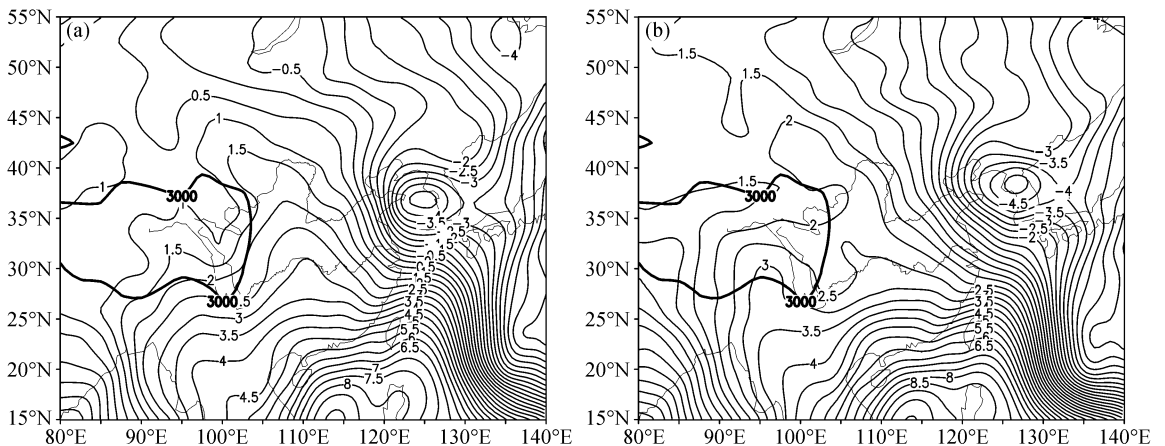


图8 2008年7月21日 $\sigma=0.995$ 面上的内部流函数(单位: $10^6 \text{ m}^2/\text{s}^2$): (a) 02时, (b) 08时

Fig. 8 The inner part of stream function ($10^6 \text{ m}^2/\text{s}^2$) on $\sigma=0.995$ at (a) 0200 LST and (b) 0800 LST on 21 Jul

面气压和地表气压更能真实地反映大地形地区近地面天气系统的发展演变, 具有较好的科学意义和实际应用价值。

5 结论和讨论

针对原有的 H-C 方法只能用于较大区域的限制, 本文对 H-C 方法进行了改进, 改进后的平均调和余弦算法可使原有的边界条件限制自动满足, 从而对于任意小的区域都可直接计算, 为后续分解分析方法的计算准确性提供了保证。在此基础上, 引入相当重力位势 ϕ_e , 其实质为等 σ 面上气压梯度力中的非旋转部分 (相当于等压坐标面上的重力位势 ϕ), 且 ϕ_e 也满足准地转近似 ($\phi_e \sim f\psi$)。引入相当重力位势后, 就可在模式 σ 面上直接分析内部相当重力位势, 提供了等 σ 坐标下的一种天气分析方法 (基于等 σ 坐标下的任何资料都可用), 且这个方法用于分析地形附近的天气形势具有明显优势, 消除了等压坐标资料 (包括模式输出资料和再分析资料) 中由于地形效应而出现的虚假天气系统, 能更真实反应大地形区域近地面天气系统的发展演变。

通过对 2008 年 7 月 20 日 08 时到 21 日 02 时高原低涡东移的个例分析可知, 在 $\sigma=0.995$ 的内部相当重力位势上可清楚地看到青藏高原上的低压分裂为东西两个低压环流, 其中东部低压环流不断减弱南压并与西南低涡合并, 使得低层西南涡得到加强, 这比 NCEP/NCAR 海平面气压和地表气压更能真实反映近地面天气系统的发展演变, 对于揭示像高原低涡类系统的发生发展及如何影响下游地区天气有良好的应用前景。

在下一步工作中, 我们将运用该方法, 增加个例分析, 结合 σ 面上其它的气象要素, 对高原地区近地面低涡系统进行三维结构分析, 以更好地了解高原低涡的东移演变特征, 加深地形对天气系统作用的认识。同时, 该方法还可推广运用于其它受地形影响较明显的地区, 如西南地区的云贵高原、华北地区的太行山等。

附录 有限区域风场分解的调平均和一余弦展开算法

由赫姆霍兹定理可知, 对于水平风矢量, 引入速度位势 χ 和流函数 ψ 概念后, 可分解为有旋和无

旋两部分: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_\chi + \mathbf{v}_\psi = \nabla \chi + \mathbf{k} \times \nabla \psi$, 这里, $\nabla \chi$ 是水平风场的无旋部分, $\mathbf{k} \times \nabla \psi$ 是有旋部分。

由水平风场求得流函数和速度势的具体步骤如下:

(i) 通过观测的 u, v 风场, 计算求解区域的涡度 Ω 和散度 D , 整个区域的平均涡度 Ω_m 和平均散度 D_m 。流函数和速度势可以分解为三部分来计算:

$$\psi = \psi_m + \psi_{hc} + \psi_{ic}, \quad (A1)$$

$$\chi = \chi_m + \chi_{hc} + \chi_{ic}, \quad (A2)$$

其中, 平均部分 ψ_m, χ_m 满足:

$$\begin{cases} \nabla^2 \psi_m = \Omega_m, \\ \nabla^2 \chi_m = D_m. \end{cases} \quad (A3)$$

边界条件为 Dirichlet 零边界条件: $\psi_m|_\Sigma = 0, \chi_m|_\Sigma = 0$ 。通过双傅里叶正弦函数展开可以求得 ψ_m 和 χ_m , 其解的具体表达式为:

$$\begin{aligned} \psi_m(x, y) &= F^{-1}[\Phi_m(m, n)] = \\ &\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \Phi_m(m, n) \sin(m\pi x/L_x) \sin(n\pi y/L_y) dx dy, \end{aligned} \quad (A4)$$

$$\begin{aligned} \chi_m(x, y) &= F^{-1}[X_m(m, n)] = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N X_m(m, n) \cdot \\ &\sin(m\pi x/L_x) \sin(n\pi y/L_y) dx dy, \end{aligned} \quad (A5)$$

其中, F^{-1} 是从谱空间到格点空间的逆傅里叶正弦函数转换算子, F 是二维傅里叶正弦变换算子。

$$\begin{aligned} F[\psi_m(x, y)] &= \Phi_m(m, n) = \frac{4}{L_x L_y} \int_0^x \int_0^y \psi_m(x, y) \cdot \\ &\sin(m\pi x/L_x) \sin(n\pi y/L_y) dx dy, \end{aligned} \quad (A6)$$

$$\begin{aligned} F[\chi_m(x, y)] &= X_m(m, n) = \frac{4}{L_x L_y} \int_0^x \int_0^y \chi_m(x, y) \cdot \\ &\sin(m\pi x/L_x) \sin(n\pi y/L_y) dx dy. \end{aligned} \quad (A7)$$

进而得到平均风:

$$\begin{cases} u_m = -\frac{\partial \psi_m}{\partial y} + \frac{\partial \chi_m}{\partial x}, \\ v_m = \frac{\partial \psi_m}{\partial x} + \frac{\partial \chi_m}{\partial y}. \end{cases} \quad (A8)$$

(ii) 通过求解 Neumann 零边条件 (A10) 下的 Poisson 方程:

$$\begin{cases} \nabla^2 \psi_{ic} = \Omega - \Omega_m, \\ \nabla^2 \chi_{ic} = D - D_m, \end{cases} \quad (A9)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi_{ic}}{\partial n} |_\Sigma = 0, \\ \frac{\partial \chi_{ic}}{\partial n} |_\Sigma = 0, \end{cases} \quad (A10)$$

得到由双傅里叶余弦函数展开形式的流函数和速度势的内部部分 ψ_{ic} 和 χ_{ic} :

$$\psi_{ic}(x, y) = F^{-1} [\Phi_i(m, n)] = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \Phi_i(m, n) \cos \frac{m\pi x}{L_x} \cos \frac{n\pi y}{L_y}, \quad (A11)$$

$$\chi_{ic}(x, y) = F^{-1} [X_i(m, n)] = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N X_i(m, n) \cos \frac{m\pi x}{L_x} \cos \frac{n\pi y}{L_y}, \quad (A12)$$

其中, F^{-1} 是傅里叶逆变换算子, Φ 和 X 是针对流函数和速度势作了傅里叶余弦变换得到的双傅里叶余弦展开式, 具体表达分别为:

$$\begin{aligned} \Phi[\psi_{ic}(x, y)] &= \Phi_i(m, n) = \\ &= \frac{4}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \psi_{ic}(x, y) \cos \frac{m\pi x}{L_x} \cos \frac{n\pi y}{L_y} dx dy, \end{aligned} \quad (A13)$$

$$\begin{aligned} X[\chi_{ic}(x, y)] &= X_i(m, n) = \\ &= \frac{4}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \chi_{ic}(x, y) \cos \frac{m\pi x}{L_x} \cos \frac{n\pi y}{L_y} dx dy, \end{aligned} \quad (A14)$$

其中, 下标 i 表示内部部分 (inner part), 下标 c 表示余弦函数展开。

(iii) 由 ψ_{ic} 和 χ_{ic} , 利用二维亥姆霍兹原理得到

$$\begin{aligned} \psi_{hc}(x, y) &= \frac{1}{4L_x} [\psi_w(0) + \psi_E(0)] x^2 + \frac{1}{4L_y} [\psi_s(0) + \psi_N(0)] y^2 - \\ &= \frac{1}{2} \psi_w(0) x - \frac{1}{2} \psi_s(0) y + C_\psi + \\ &= \sum_{m=1}^M \frac{L_x}{m\pi} \left\{ \frac{\psi_N(m) \cosh(m\pi y/L_x) + \psi_s(m) \cosh[(m\pi/L_x)(L_y - y)]}{\sinh(m\pi L_y/L_x)} \right\} \cos \frac{m\pi x}{L_x} + \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{L_y}{n\pi} \left\{ \frac{\psi_E(n) \cosh(n\pi y/L_y) + \psi_w(n) \cosh[(n\pi/L_y)(L_x - x)]}{\sinh(n\pi L_x/L_y)} \right\} \cos \frac{m\pi y}{L_y}, \end{aligned} \quad (A19)$$

$$\begin{aligned} \chi_{hc}(x, y) &= \frac{1}{4L_x} [\chi_w(0) + \chi_E(0)] x^2 + \frac{1}{4L_y} [\chi_s(0) + \chi_N(0)] y^2 - \\ &= \frac{1}{2} \chi_w(0) x - \frac{1}{2} \chi_s(0) y + C_\chi + \\ &= \sum_{m=1}^M \frac{L_x}{m\pi} \left\{ \frac{\chi_N(m) \cosh(m\pi y/L_x) + \chi_s(m) \cosh[(m\pi/L_x)(L_y - y)]}{\sinh(m\pi L_y/L_x)} \right\} \cos \frac{m\pi x}{L_x} + \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{L_y}{n\pi} \left\{ \frac{\chi_E(n) \cosh(n\pi y/L_y) + \chi_w(n) \cosh[(n\pi/L_y)(L_x - x)]}{\sinh(n\pi L_x/L_y)} \right\} \cos \frac{m\pi y}{L_y}, \end{aligned} \quad (A20)$$

其中, $\psi_w(0), \psi_E(n), \dots, \chi_w(0), \chi_E(n), \dots$ 都是边界上的流函数和速度势的谱系数, 下标 E、S、W、N 表示东、南、西、北四个方位。

水平风场的内部分量 U_{lc}, V_{lc} ,

$$\begin{cases} U_{lc} = -\frac{\partial \psi_{ic}}{\partial y} + \frac{\partial \chi_{ic}}{\partial x} = u_{lw} + u_{lx}, \\ V_{lc} = \frac{\partial \psi_{ic}}{\partial x} + \frac{\partial \chi_{ic}}{\partial y} = v_{lw} + v_{lx} \end{cases} \quad (A15)$$

(iv) 计算观测的外部风场 U_{Ec} 和 V_{Ec} ,

$$\begin{cases} U_{Ec} = U - U_{lc} - U_m, \\ V_{Ec} = V - V_{lc} - V_m. \end{cases} \quad (A16)$$

(v) 利用 (iv) 得到外部风, 耦合边界条件可以得到:

$$\begin{cases} -\frac{\partial \psi_{hc}}{\partial y} + \frac{\partial \chi_{hc}}{\partial x} = U_{Ec}, \\ \frac{\partial \psi_{hc}}{\partial x} + \frac{\partial \chi_{hc}}{\partial y} = V_{Ec}. \end{cases} \quad (A17)$$

求解 Laplace 方程:

$$\begin{cases} \nabla^2 \psi_{hc} = 0, \\ \nabla^2 \chi_{hc} = 0, \end{cases} \quad (A18)$$

其中, 下标 h 代表调和函数部分 (harmonic part)。

通过迭代求解 [具体系数的计算参见论文 Chen et al. (1992)], 最终得到流函数和速度势的调和分量, 即 ψ_{hc} 和 χ_{hc} 。

(vi) 由 (A4)、(A5) 式和 (A11)、(A12)、(A19)、(A20) 式, 得到该有限区域的流函数和速度势:

$$\begin{aligned}\psi &= \psi_m + \psi_{hc} + \psi_{ic}, \\ \chi &= \chi_m + \chi_{hc} + \chi_{ic}.\end{aligned}$$

这样求解得到的物理量具有很明确的物理意义: 流函数和速度势的内部分量 ψ_i 和 χ_i 完全由有限区域内部的涡度、散度决定, 边界条件都是齐次的, 所以边条件对内部分量没有影响; 而调和分量 ψ_{hc} 和 χ_{hc} 是通过求解 Laplace 方程得到的, 完全由区域的边界条件决定, 因而极值只出现在边界上。相对于原有的 H-C 方法 (受边界条件限制, 只能在较大的区域里计算), 改进后的 H-C 方法能使原有的边界条件限制自动满足, 对于任意小的区域都可直接计算。由于改进方法加入了平均项, 因此, 本文将改进的 H-C 方法称为平均的 H-C 方法。

参考文献 (References)

陈联寿, 徐祥德, 于淑秋. 1999. 第 2 次青藏高原大气科学试验: 陆气过程、边界层观测研究 [J]. 中国气象科学院年报, 15-16.
Chen Lianshou, Xu Xiangde, Yu Shuqiu. 1999. The second TIPEX: Land-air interaction, boundary observational research [J]. Annual Report of CAMS (in Chinese), 15-16.
Chen Q S, Kuo Y H, 1992. A consistency condition for the wind field reconstruction in a limited area and a harmonic-cosine series expansion [J]. Mon. Wea. Rev., 120: 2653-2670.
Chen Q S, Bai L S, Bromwich D H, 1997. A harmonic-Fourier spectral limited-area model with an external wind lateral boundary condition [J]. Mon. Wea. Rev., 125: 143-167.
Chen Q S, Bromwich D H. 1999. An equivalent isobaric geopotential height and its application to synoptic analysis and a generalized ω equation in σ coordinates [J]. Mon. Wea. Rev., 127: 145-172.
Duan A m, Wu G X. 2005. Role of the Tibetan Plateau thermal forcing in the summer climate patterns over subtropical Asia [J]. Climate Dyn., 24: 793-807.
高文良, 郁淑华. 2007. 高原低涡东移出高原的平均环流场分析 [J]. 高原气象, 26 (1): 206-212. Gao Wenliang, Yu Shuhua. 2007. Analyses on mean circulation field of the plateau low vortex moving out of Tibetan Plateau [J]. Plateau Meteorology (in Chinese), 26 (1): 206-212.
何光碧, 高文良, 屠妮妮. 2009. 两次高原低涡东移特征及发展机制动力诊断 [J]. 气象学报, 67 (4): 599-612. He Guangbi, Gao Wenliang, Tu Nini. 2009. The dynamic diagnosis on eastwards moving characteristics and developing mechanism of two Tibetan Plateau vortex processes [J]. Acta Meteorologica Sinica (in

Chinese), 67 (4): 599-612.
李国平, 蒋静. 2000. 一类奇异孤波解及其在高原低涡结构分析中的应用 [J]. 气象学报, 58 (4): 447-456. Li Guoping, Jiang Jing. 2000. A type of singular solitary wave and its application of structure analysis of the Tibetan Plateau vortex [J]. Acta Meteorologica Sinica (in Chinese), 58 (4): 447-456.
李国平, 刘红武. 2006. 地面热源强迫对青藏高原低涡作用的动力学分析 [J]. 热带气象学报, 22 (6): 632-637. Li Guoping, Liu Hongwu. 2006. A dynamical study of the role of surface heating on the Tibetan Plateau vortices [J]. Journal of Tropical Meteorology (in Chinese), 22 (6): 632-637.
李国平. 2007. 青藏高原动力气象学 [M]. 第二版. 北京: 气象出版社, 271pp. Li Guoping. 2007. Meteorology Dynamic of Tibetan Plateau (in Chinese) [M]. 2nd ed. Beijing: China Meteorological Press, 271pp.
刘晓冉, 李国平. 2006. 青藏高原低涡研究的回顾与展望 [J]. 干旱气象, 24 (1): 60-66. Liu Xiaoran, Li Guoping. 2006. Review and prospect of research on the Tibetan Plateau vortex [J]. Arid Meteorology (in Chinese), 24 (1): 60-66.
Liu Xin, Wu Guoxiong, Li Weiping, et al. 2001. Thermal adaptation of the large-scale circulation to the summer heating over the Tibetan Plateau [J]. Progress in Natural Science, 11: 207-214.
寿绍文, 励申申, 王善华, 等. 2002. 天气学分析 [M]. 北京: 气象出版社, 68-75. Shou Shaowen, Li Shenshen, Wang Shanhua, et al. 2002. Weather Analysis (in Chinese) [M]. Beijing: China Meteorological Press, 68-75.
汤懋苍, 许曼春, 李丁民. 1982. 高原地区地面天气图分析方法的探讨 [J]. 高原气象, 1 (3): 52-62. Tang Maocang, Xu Manchun, Li Dingmin. 1982. The analysis and discussion of surface weather map of Plateau [J]. Plateau Meteorology (in Chinese), 1 (3): 52-62.
钱正安, 焦彦军. 1996. 青藏高原气象学的研究进展和问题 [J]. 地球科学进展, 12 (3): 207-216. Qian Zheng'an, Jiao Yanjun. 1996. Advances and problems on Qinghai-Xizang Plateau meteorology research [J]. Advances in Earth Science (in Chinese), 12 (3): 207-216.
吴国雄, 刘新, 张琼, 等. 2002. 青藏高原抬升加热气候效应研究的新进展 [J]. 气候与环境研究, 7 (2): 184-201. Wu Guoxiong, Liu Xin, Zhang Qiong, et al. 2002. Progresses in the study of the climate impacts of the elevated heating over the Tibetan Plateau [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 7 (2): 184-201.
徐祥德, 陶诗言, 王继志, 等. 2002a. 青藏高原一季风水汽输送“大三角扇型”影响域特征与中国区域旱涝异常的关系 [J]. 气象学报, 60: 257-266. Xu Xiangde, Tao Shiyan, Wang Jizhi, et al. 2002a. The relationship between water vapor transport features of Tibetan Plateau-monsoon “large triangle” affecting region and drought-flood abnormality of China [J]. Acta Meteorologica Sinica (in Chinese), 60: 257-266.
徐祥德, 卓嘎, 陈联寿. 2002b. 青藏高原边界层高度特征对大气环

- 流动力学效应的数值试验 [J]. 应用气象学报, 13 (2): 163 - 169. Xu Xiangde, Zuo Ga, Chen Lianshou. 2002b. Dynamical effect of boundary layer characteristics of Tibetan Plateau on general circulation [J]. Quarterly Journal of Applied Meteorology (in Chinese), 13 (2): 163 - 169.
- 徐祥德, 卓嘎, 陈联寿. 2002c. 青藏高原对流云团东移发展的不稳定特征 [J]. 应用气象学报, 13 (4): 448 - 456. Xu Xiangde, Zuo Ga, Chen Lianshou. 2002c. Instability of eastward movement and development of convective cloud clusters over Tibetan Plateau [J]. Quarterly Journal of Applied Meteorology (in Chinese), 13 (4): 448 - 456.
- 徐祥德, 陈联寿. 2006. 青藏高原大气科学试验研究进展 [J]. 应用气象学报, 17 (6): 756 - 772. Xu Xiangde, Chen Lianshou. 2006. Advances of the study on Tibetan Plateau experiment of atmospheric sciences [J]. Quarterly Journal of Applied Meteorology (in Chinese), 17 (6): 756 - 772.
- 杨鉴初, 陶诗言, 叶笃正, 等. 1960. 西藏高原气象学 [M]. 北京: 科学出版社, 107 - 110. Yang Jianchu, Tao Shiyan, Ye Duzheng, et al. 1960. Tibetan Plateau Meteorology (in Chinese) [M]. Beijing: Science Press, 107 - 110.
- Yeh T C, Chang C C. 1974. A preliminary experimental simulation on the heating effect of the Tibetan Plateau on the general circulation over eastern Asia in China [J]. Science in China (D), XVII: 397 - 420.
- 叶笃正, 高由禧. 1979. 青藏高原气象学 [M]. 北京: 科学出版社, 278pp. Yeh T Z, Gao Y X. 1979. Meteorology of the Qinghai - Xizang Tibetan Plateau (in Chinese) [M]. Beijing: Science Press, 278pp.
- 郁淑华, 高文良. 2006. 高原低涡移出高原的观测事实分析 [J]. 气象学报, 64 (3): 392 - 399. Yu Shuhua, Gao Wenliang. 2006. Observational analysis on the movement of vortices before/after moving out the Tibetan Plateau [J]. Acta Meteorologica Sinica (in Chinese), 64 (3): 392 - 399.
- 郁淑华, 高文良. 2008. 青藏高原低涡移出高原的大尺度条件 [J]. 高原气象, 27 (6): 1276 - 1287. Yu Shuhua, Gao Wenliang. 2008. The large-scale conditions of the vortex moving out of Qinghai - Xizang Plateau [J]. Plateau Meteorology (in Chinese), 27 (6): 1276 - 1287.
- 章基嘉, 朱抱真, 朱福康, 等. 1988. 青藏高原气象学进展 [M]. 北京: 科学出版社, 225pp. Zhang Jijia, Zhu Baozhen, Zhu Fukang, et al. 1988. The Progress of Tibetan Plateau Meteorology (in Chinese) [M]. Beijing: Science Press, 225pp.
- Zhou Yushu, Zhu Kefeng, Liu Liping. 2009. Analyses of wind structure of typhoon Fung-Wong (2008) and its relation to precipitation region [J]. Journal of Tropical Meteorology, 15 (2): 192 - 203.
- 周玉淑, 曹洁. 2010. 有限区域风场的分解和重建 [J]. 物理学报, 59 (4): 2898 - 2906. Zhou Yushu, Cao Jie. 2010. Partitioning and reconstruction problem of the wind in a limited region [J]. Acta Physica Sinica (in Chinese), 59 (4): 2898 - 2906.