

徐道生, 陈德辉. 2020. 非均匀分层下的二阶精度垂直差分方案及其在 GRAPES 模式中的应用 [J]. 大气科学, 44(5): 975–983. XU Daosheng, CHEN Dehui. 2020. A Vertical Second-Order Difference Scheme for Non-uniformly Distributed Layers and Its Application in GRAPES Model [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 44(5): 975–983. doi:10.3878/j.issn.1006-9895.1906.19145

非均匀分层下的二阶精度垂直差分方案及其在 GRAPES 模式中的应用

徐道生¹ 陈德辉²

1 中国气象局广州热带海洋气象研究所/广东省区域数值预报重点实验室, 广州 510000

2 中国气象局数值预报中心, 北京 100081

摘 要 在非均匀分层下, 目前 GRAPES (Global/Regional Assimilation and Prediction System) 模式中使用的垂直差分方案只能达到一阶精度。本文设计了一种适用于非均匀分层的二阶精度垂直差分方案, 并将它应用于改进 GRAPES 模式动力框架的垂直离散化过程。一维廓线理想试验结果表明: 二阶精度方案可以减少差分计算误差, 而这种改进的幅度相对于差分计算本身引起的误差来说仍然是比较小的。通过密度流试验对修改后的模式动力框架进行测试, 结果表明二阶方案可以保持模式动力框架的准确性和稳定性。进一步利用实际资料开展批量测试, 发现二阶方案可以降低模式高空要素场的预报误差, 而且这种改进随着预报时间的延长变得更为明显。最后选择一次典型的华南暴雨过程进行模拟, 同样发现二阶精度方案对于 48 小时之后的降水会有一定程度的改进。

关键词 非均匀分层 垂直离散化 二阶精度 GRAPES 模式

文章编号 1006-9895(2020)05-0975-09

中图分类号 P435

文献标识码 A

doi:10.3878/j.issn.1006-9895.1906.19145

A Vertical Second-Order Difference Scheme for Non-uniformly Distributed Layers and Its Application in GRAPES Model

XU Daosheng¹ and CHEN Dehui²

1 *Guangzhou Institute of Tropical and Marine Meteorology/ Key Laboratory of Regional Numerical Weather Prediction, Guangzhou 510000*

2 *National Meteorological Center, Beijing 100081*

Abstract In the case of non-uniformly distributed layers, the vertical difference scheme used in GRAPES (Global/Regional Assimilation and Prediction System) model can only achieve first-order accuracy. A second-order scheme was designed and introduced into the GRAPES model in order to be used in the process of vertical discretization. An ideal test using the 1-D profile showed that the new scheme can improve the accuracy of difference computation obviously. An ideal density flow test was conducted to verify the correctness and stability of the new scheme in GRAPES model. A statistical evaluation of a medium-range forecast using the second-order scheme showed an improvement of forecast skill in large-scale fields, especially for the forecast after 120 h. Additionally, the second-order scheme was tested with a real-case experiment based on the extreme rainfall at South China, which again showed an improvement in the forecast of precipitation after 48 h.

收稿日期 2019-04-15; 网络预出版日期 2019-12-20

作者简介 徐道生, 男, 1985 年出生, 博士, 主要从事数值预报研究。E-mail: dsxu@gd121.cn

资助项目 国家重点研发项目 2018YFC1506901, 国家自然科学基金 41705035、U1811464

Funded by National Key Research and Development Program of China (Grant 2018YFC1506901), National Natural Science Foundation of China (Grants 41705035, U1811464)

Keywords Non-uniform layers, Vertical discretization, Second-order accuracy, GRAPES model

1 引言

由于大气运动控制方程组是非线性的偏微分方程组, 数学上无法给出完全精确的解析解。在数值天气预报模式通过将大气运动方程组进行离散化的办法, 来求得相应的数值解。差分法是数值预报模式中常用的一种离散化方案, 它用差商来代替微商, 把偏微分方程转化为差分方程, 然后用代数方法求解。在使用差分代替微分的过程中, 必然会导致高阶差分项被舍弃, 从而不可避免的带来截断误差。显然截断误差的大小(阶数)与所使用的差分格式有关, 通过构造具有高阶截断误差的差分格式, 可以有效地提高模式预报性能(王澄海等, 2011)。

受到复杂下垫面过程的影响, 大气在边界层内随高度的变化非常剧烈, 而在中高层则受影响很小, 大气以平流运动为主。所以在数值预报模式的垂直分层设计中, 通常都采用低层密集(更精确的描述边界层变化)而高层稀疏(节省计算量)的非均匀分层方案。垂直方向的这种非均匀分层导致模式垂直差分方案的设计会比水平差分更为复杂(Baer and Ji, 1988; Bourcstein et al., 2009)。在全球谱模式中, 利用较高精度的有限元方案来进行垂直离散化已经成为一种主流趋势。Béland et al. (1983) 基于一个线性化的原始方程模式, 分别将有限元方法和有限差分法应用于垂直分离散化过程, 发现有限元方案的计算精度高于有限差分方案。Steppeler (1988) 将一种基于三次样条的 Galerkin 方案应用于 ECMWF (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts) 谱模式的垂直离散化, 发现对高层的预报误差有较明显的改进。Simarro and Hortal (2012) 也将有限元方案应用于垂直离散化。为了解决非静力气压坐标模式中难以直接应用有限元方案进行垂直离散化的问题, Yang et al. (2015) 提出了一种差分方案和有限元方案的混合方法。Vivoda et al. (2018) 也将有限元方案应用于 ALADIN (Aire Limitée Adaptation Dynamique Développement International) 模式, 通过理想试验发现它与有限差分方案相比确实具有更高的精度, 实际个例试验结果也表明新方案可以稍微改善原模式降水预报偏弱的现象。

由于有限元方案很难应用于格点模式, 所以目前大多数格点模式仍然选择使用中央差分格式来进行垂直离散化, 其中包括英国气象局的 Unified 模式 (Staniforth et al., 2006)、中国气象局的 GRAPES 模式 (陈德辉等, 2008) 以及 NCAR (the National center for Atmospheric Research) 开发的 WRF (The Weather Research and Forecasting Model) 模式 (Skamarock et al., 2008) 等。由于模式面在垂直方向上的分布是非均匀的(低层密集而高层稀疏), 中央差分格式的截断误差只能达到一阶精度。de Rivas (1972) 针对非均匀网格, 曾经提出过一种具有二阶精度的差分格式, 它有效地提高了水平变网格模式中的差分计算精度。本文在借鉴该方案的基础上, 针对 GRAPES 模式的垂直差分过程设计了一种二阶精度方案来替代原来使用的中央差分格式, 目的在于将它的垂直差分计算精度从一阶提高到二阶。第 2 小节首先介绍非均匀网格下的二阶精度差分方案, 并将它应用于 GRAPES 模式的离散化预报方程。第 3 小节先通过一维廓线理想试验来验证二阶精度差分方案的效果, 然后开展批量试验和个例测试来进一步测试新方案对实际天气预报结果的影响。最后在第 4 小节进行总结和讨论。

2 公式推导

2.1 GRAPES 模式预报方程

在球坐标下, GRAPES 模式预报方程可以转化为如下形式(苏勇等, 2018):

$$u^{n+1} = (\xi_{u1} \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \xi_{u2} \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \xi_{u3} \frac{\partial}{\partial z}) \Pi' + \xi_{u0}, \quad (1)$$

$$v^{n+1} = (\xi_{v1} \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \xi_{v2} \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \xi_{v3} \frac{\partial}{\partial z}) \Pi' + \xi_{v0}, \quad (2)$$

$$\hat{w}^{n+1} = (\xi_{w1} \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \xi_{w2} \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \xi_{w3} \frac{\partial}{\partial z}) \Pi' + \xi_{w0}, \quad (3)$$

$$\theta'^{n+1} = (\xi_{th1} \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \xi_{th2} \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \xi_{th3} \frac{\partial}{\partial z}) \Pi' + \xi_{th0}, \quad (4)$$

$$\Pi'^{n+1} = \xi_{\Pi 1} u^{n+1} + \xi_{\Pi 2} v^{n+1} + \xi_{\Pi 3} \hat{w}^{n+1} + \xi_{\Pi 4} \frac{\partial D_3}{\partial z} + A_{\Pi}, \quad (5)$$

其中, $(u^{n+1}, v^{n+1}, \hat{w}^{n+1}), \theta'^{n+1}, \Pi'^{n+1}$ 分别表示第 $n+1$ 步的三维风场、扰动位温和扰动无量纲气压预报值。

λ, φ 表示经、纬度坐标, z 表示地形追随高度, $\xi_{x1}, \xi_{x2}, \xi_{x3} (x = u, v, \hat{w}, \theta', \Pi')$ 是各个方程中不随时间变化的系数, 而 $\xi_{x0} (x = u, v, \hat{w}, \theta', \Pi')$ 是随时间变化的系数。 D_3 表示模式面上的三维散度, A_{Π} 是与预报方程时间离散化之后出现的相关项 (表达式略)。

在对公式 (1) 至公式 (5) 中的偏微分项进行垂直离散化的时候, 目前在 GRAPES 模式中使用的中央差分方案。由于 GRAPES 模式在水平方向使用的是准均匀的经纬网格, 中央差分方案的截断误差可以接近二阶精度。但是在垂直方向上, 由于模式分层具有明显的非均匀性, 所以垂直差分的计算误差只能达到一阶精度。

2.2 非均匀分层下两种差分格式的计算精度

如图 1 所示, 变量 Π' 在第 k 层高度 \hat{z}_k 附近的 Taylor 级数展开为

$$\begin{aligned} \Pi'(\hat{z}_k + \Delta\hat{z}_k) &= \Pi'(\hat{z}_k) + \frac{\Delta\hat{z}_k}{1!} \frac{\partial\Pi'(\hat{z}_k)}{\partial\hat{z}} + \\ &\frac{\Delta\hat{z}_k^2}{2!} \frac{\partial^2\Pi'(\hat{z}_k)}{\partial\hat{z}^2} + \frac{\Delta\hat{z}_k^3}{3!} \frac{\partial^3\Pi'(\hat{z}_k)}{\partial\hat{z}^3} + \dots, \end{aligned} \quad (6)$$

或者

$$\begin{aligned} \Pi'(\hat{z}_k - \Delta\hat{z}_{k-1}) &= \Pi'(\hat{z}_k) - \frac{\Delta\hat{z}_{k-1}}{1!} \frac{\partial\Pi'(\hat{z}_k)}{\partial\hat{z}} + \\ &\frac{\Delta\hat{z}_{k-1}^2}{2!} \frac{\partial^2\Pi'(\hat{z}_k)}{\partial\hat{z}^2} - \frac{\Delta\hat{z}_{k-1}^3}{3!} \frac{\partial^3\Pi'(\hat{z}_k)}{\partial\hat{z}^3} + \dots, \end{aligned} \quad (7)$$

将公式 (6) 减去公式 (7), 得

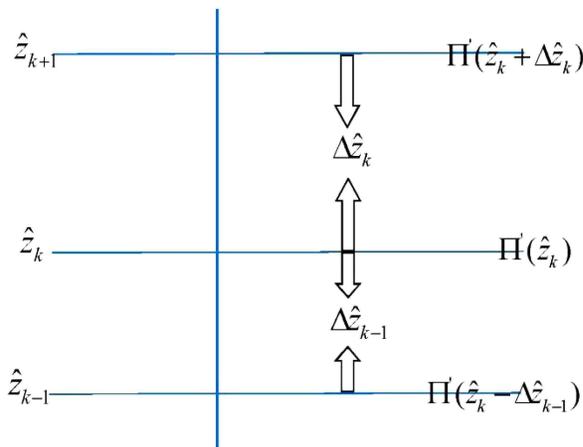


图 1 在非均匀分层下变量 Π' 的垂直差分计算示意图

Fig. 1 Schematic diagram showing the vertical difference of Π' under non-uniformly distributed layers

$$\begin{aligned} \frac{\Pi'(\hat{z}_k + \Delta\hat{z}_k) - \Pi'(\hat{z}_k - \Delta\hat{z}_{k-1})}{\Delta\hat{z}_k + \Delta\hat{z}_{k-1}} &= \\ \frac{\partial\Pi'(\hat{z}_k)}{\partial\hat{z}} + \frac{(\Delta\hat{z}_k - \Delta\hat{z}_{k-1})}{2} \frac{\partial^2\Pi'(\hat{z}_k)}{\partial\hat{z}^2} + \\ \frac{(\Delta\hat{z}_k^2 - \Delta\hat{z}_k\Delta\hat{z}_{k-1} + \Delta\hat{z}_{k-1}^2)}{6} \frac{\partial^3\Pi'(\hat{z}_k)}{\partial\hat{z}^3} + \dots, \end{aligned} \quad (8)$$

只保留公式 (8) 右端的第一项, 即取一阶导数, $\partial\Pi'(\hat{z}_k)/\partial\hat{z}$ 的差分计算近似为

$$\frac{\partial\Pi'(\hat{z}_k)}{\partial\hat{z}} = \frac{\Pi'(\hat{z}_k + \Delta\hat{z}_k) - \Pi'(\hat{z}_k - \Delta\hat{z}_{k-1})}{\Delta\hat{z}_k + \Delta\hat{z}_{k-1}}. \quad (9)$$

由公式 (9) 可以看出, 如果 $\Delta\hat{z}_k = \Delta\hat{z}_{k-1}$ 为均匀网格分布, 其截断误差为 $O(\Delta\hat{z}^2)$, 其差分计算精度达二阶精度; 如果 $\Delta\hat{z}_k \neq \Delta\hat{z}_{k-1}$, 其截断误差为 $O(\Delta\hat{z})$, 其差分计算精度只达一阶精度。另外从公式 (9) 也可以看出, 中央差分格式的截断误差与垂直分层的平滑性 (即相邻垂直层厚度之差: $\Delta\hat{z}_k - \Delta\hat{z}_{k-1}$) 成正比, 因此为了减少模式计算误差, 它要求模式的垂直分层保持平缓变化的特征 (Staniforth et al., 2006)。

若将 $\Delta\hat{z}_k/\Delta\hat{z}_{k-1} \times$ 公式 (6) 减去 $\Delta\hat{z}_{k-1}/\Delta\hat{z}_k \times$ 公式 (7), 得

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta\hat{z}_k + \Delta\hat{z}_{k-1}} \left[\frac{\Delta\hat{z}_{k-1}}{\Delta\hat{z}_k} \Pi'(\hat{z}_k + \Delta\hat{z}_k) - \frac{\Delta\hat{z}_k}{\Delta\hat{z}_{k-1}} \Pi'(\hat{z}_k - \Delta\hat{z}_{k-1}) \right] &- \\ \frac{1}{\Delta\hat{z}_{k-1} + \Delta\hat{z}_k} \left[\frac{\Delta\hat{z}_{k-1}}{\Delta\hat{z}_k} \Pi'(\hat{z}_k) - \frac{\Delta\hat{z}_k}{\Delta\hat{z}_{k-1}} \Pi'(\hat{z}_k) \right] &= \frac{\partial\Pi'(\hat{z}_k)}{\partial\hat{z}} + \\ \frac{1}{\Delta\hat{z}_{k-1} + \Delta\hat{z}_k} \left(\frac{\Delta\hat{z}_{k-1}}{\Delta\hat{z}_k} \frac{\Delta\hat{z}_k^3}{6} + \frac{\Delta\hat{z}_k}{\Delta\hat{z}_{k-1}} \frac{\Delta\hat{z}_{k-1}^3}{6} \right) \frac{\partial^3\Pi'(\hat{z}_k)}{\partial\hat{z}^3} &+ \dots, \end{aligned} \quad (10)$$

或者

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta\hat{z}_k + \Delta\hat{z}_{k-1}} \left[\frac{\Delta\hat{z}_{k-1}}{\Delta\hat{z}_k} \Pi'(\hat{z}_k + \Delta\hat{z}_k) - \frac{\Delta\hat{z}_k}{\Delta\hat{z}_{k-1}} \Pi'(\hat{z}_k - \Delta\hat{z}_{k-1}) \right] &- \\ \frac{\Delta\hat{z}_{k-1} - \Delta\hat{z}_k}{\Delta\hat{z}_{k-1} \Delta\hat{z}_k} \Pi'(\hat{z}_k) &= \frac{\partial\Pi'(\hat{z}_k)}{\partial\hat{z}} + \frac{\Delta\hat{z}_k \Delta\hat{z}_{k-1}}{6} \frac{\partial^3\Pi'(\hat{z}_k)}{\partial\hat{z}^3} + \dots, \end{aligned} \quad (11)$$

只保留公式 (11) 右端的第一项, 取一阶导数, $\partial\Pi'(\hat{z}_k)/\partial\hat{z}$ 的差分计算近似为

$$\begin{aligned} \frac{\partial\Pi'(\hat{z}_k)}{\partial\hat{z}} &= \frac{1}{\Delta\hat{z}_k + \Delta\hat{z}_{k-1}} \left[\frac{\Delta\hat{z}_{k-1}}{\Delta\hat{z}_k} \Pi'(\hat{z}_k + \Delta\hat{z}_k) - \frac{\Delta\hat{z}_k}{\Delta\hat{z}_{k-1}} \Pi'(\hat{z}_k - \Delta\hat{z}_{k-1}) \right] &- \\ \frac{\Delta\hat{z}_{k-1} - \Delta\hat{z}_k}{\Delta\hat{z}_{k-1} \Delta\hat{z}_k} \Pi'(\hat{z}_k) &. \end{aligned} \quad (12)$$

从公式 (10) 和公式 (11) 可以看出, 不管均匀垂直分层 $\Delta z_k = \Delta z_{k-1}$ 或者非均匀垂直分层 $\Delta z_k \neq \Delta z_{k-1}$, 其截断误差均为 $O(\Delta x^2)$, 而且它与模式垂直分层的平滑性无关。因此, 在 GRAPES 模式中的垂直非均匀分层情况下, 使用公式 (12) 对公式 (1) 至公式 (5) 中的垂直偏微分项进行离散化, 便可以使差分截断误差达到二阶精度。需要特别指出的是, 新方案在提高计算精度的同时, 不需要增加额外的计算量, 这使得它在业务化应用方面具有较好的可行性。

3 试验和结果分析

3.1 一维廓线理想试验

在非均匀垂直分层情况下, 通过一维廓线理想试验对一阶精度差分格式 [公式 (9)] 与二阶精度差分格式 [公式 (12)] 的计算结果进行比较, 验证新方案对垂直差分计算的改进效果。首先构造两条无量纲扰动气压 Π' 的一维垂直廓线: (1) 廓线 1, 在垂直方向上具有 200 层, 而且每一层的垂直厚度均为 56 m; (2) 廓线 2, 按照 Wood et al. (2014) 提出的非均匀垂直分层方案, 将廓线 1 进行垂直稀疏化, 得到垂直方向只有 32 层的廓线。

由于廓线 1 在垂直方向上均匀分层的, 使用中央差分格式来计算 $\partial \Pi' / \partial z$, 便可以达到二阶精度, 而且它的分层非常密集, 相应的垂直差分截断误差也就会非常小 (截断误差与相邻垂直层厚度的二次方成正比), 因此可以用它的计算结果作为参考标准, 来评估低垂直分辨率下非均匀分层廓线 2 的差

分计算误差。从图 2a 可以看出, 在第 10 层以下 $\partial \Pi' / \partial z$ 的值变化幅度较大, 介于 $-2 \sim 6$ 之间, 而在高层其值基本接近于 0。和廓线 1 的计算结果 (黑色线) 相比, 两种差分方案计算的廓线 2 差分计算误差 (红色线和绿色线) 在低层都比较明显。从绝对误差来看 (图 2b), 使用二阶精度差分格式以后, 在第 10 层以下的改进效果比较明显, 差分计算误差平均每层减少约 0.1 左右。考虑到在低层两种差分方案本身的误差较大, 特别是在第一层和第二层达到了 0.7 左右, 所以二阶精度方案带来的改进相对于绝对误差本身来说仍然是比较小的。对于高层两种方案的计算误差区别很小, 这一方面与高层 $\partial \Pi' / \partial z$ 的值本身很小有关, 另一方面也与高层的模式垂直层厚度变化比较平缓有关。

3.2 二阶精度差分方案在 GRAPES 模式中的应用

3.2.1 动力框架的测试 1: 密度流试验

将二阶精度差分格式 [公式 (12)] 代替原来的一阶精度差分格式 [公式 (9)], 应用于 GRAPES 模式预报方程组 [公式 (1) 至公式 (5)] 中垂直差分项的离散化过程。首先通过密度流理想试验 (Straka et al., 1993) 来验证修改后模式动力框架的正确性和稳定性。在过去的密度流试验中, 垂直方向都是在均匀分层的情况下开展的。考虑到两种差分方案在均匀分层的情况下并无差别, 所以将本文使用的密度流试验的垂直分层改为非均匀分层 (Wood et al., 2014)。模拟过程中水平网格距设为 100 m, 时间步长为 0.1 s, 积分时间为 900 s, 不考虑地形的影响。

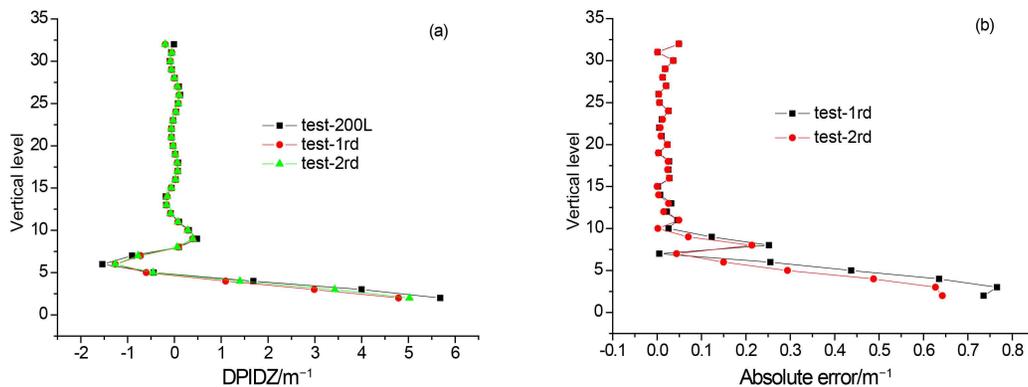


图2 (a) 两种方案计算的 $DPIDZ(\partial \Pi' / \partial z)$ 与标准解比较; (b) 两种差分格式计算的 $DPIDZ$ 绝对误差。其中 test-200L 是使用廓线 1 计算得到的标准解, test-1rd 是廓线 2 使用一阶精度差分格式的计算结果, test-2rd 是廓线 2 使用二阶精度差分格式的计算结果。单位: m^{-1}

Fig. 2 (a) Comparison of $DPIDZ(\partial \Pi' / \partial z)$ computed using two schemes with standard solution; (b) absolute errors of $DPIDZ$ for two different schemes. Test-200L is the standard solution computed with profile-1, while test-1rd and test-2rd are computed using first-order and second-order schemes respectively for profile-2. Units: m^{-1}

图 3a 给出了积分 300 s 时一阶精度差分方案计算得到的温度扰动场分布，此时冷泡已经接近下边界，第一个涡旋生成。图 3c 是对应的二阶精度差分方案预报结果，可以看出两者非常接近。至积分 600 s 时，两者的结果同样很一致（图 3b, d）。这说明两种差分方案均能合理的模拟出“冷泡”的下沉过程，新引入的二阶精度差分方案能够保证 GRAPES 模式动力框架的正确性和稳定性。

3.2.2 动力框架的测试 2: 地形重力波试验

为了进一步验证新方案的正确性和稳定性，进一步利用二阶精度模式开展地形重力波试验 (Smith, 1980)。本文在地形重力波试验中使用的参数基本参考了薛纪善等 (2008) 的设置，其中水平分辨率为 400 m，但是垂直分辨率采用了与

3.2.1 节的密度流试验一致的非均匀分层方案。从图 4 可以看出，新方案成功地模拟出水平方向非静力平衡气流越过地形以后形成的地形波波列，以及垂直方向呈“倾斜结构”的非静力平衡流。本试验再次说明二阶精度方案在 GRAPES 模式中的适用性。

3.2.3 不同差分方案对高空要素场预报误差的影响

选取 2017 年 7 月 15~30 日进行为期半个月的批量实验，进一步测试二阶精度差分方案对 GRAPES 模式实际预报误差的影响。本次测试一共进行了 15 次预报，每次预报 168 小时 (7 天)，起报时间均为每日 00 时 (协调世界时，下同)。预报中模式使用了如下物理过程：SAS 对流参数化方案、MRF 边界层参数化方案、WSM6 微物理方案、RRTMG 长短辐射方案以及 SLAB 陆面过程。

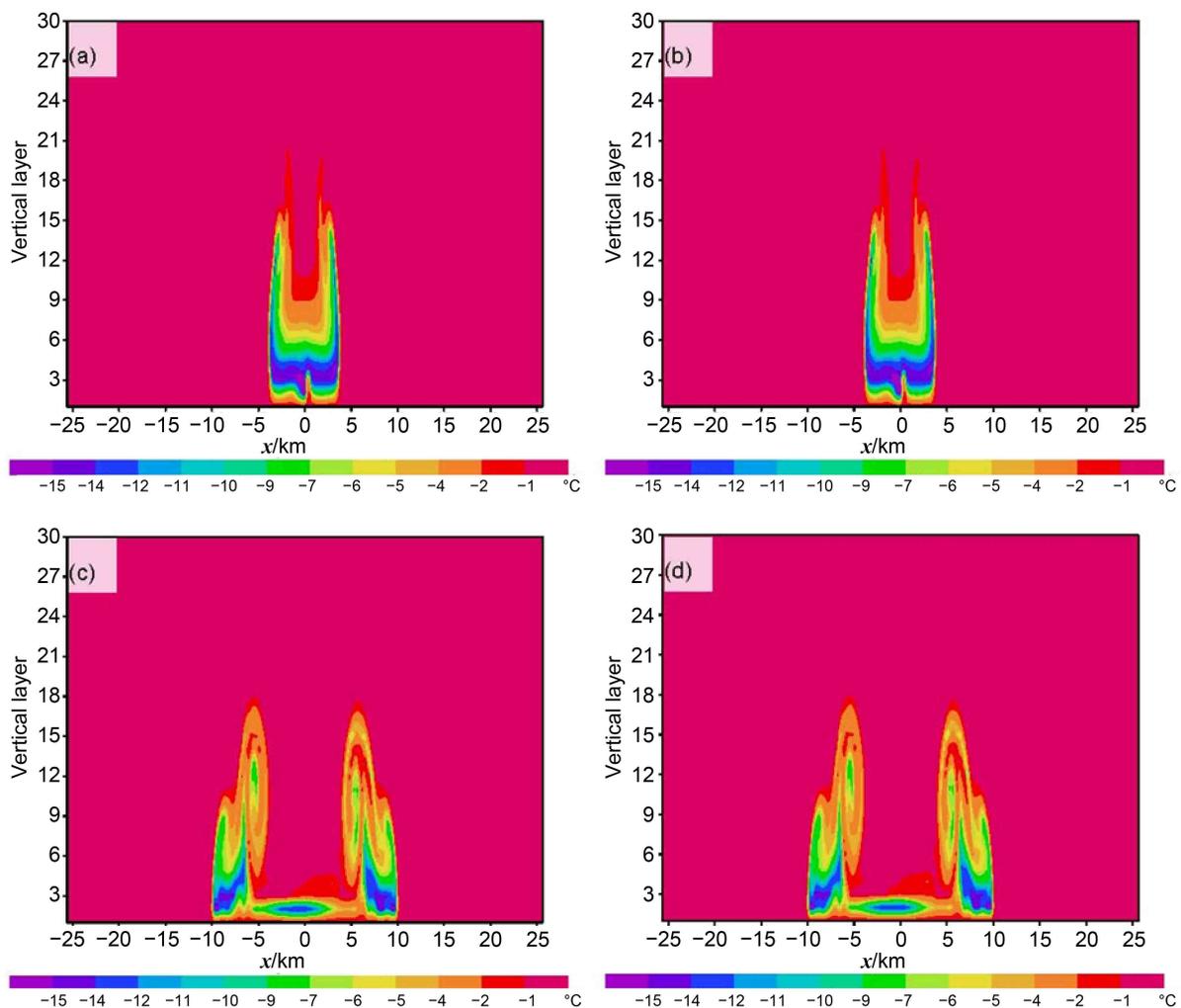


图 3 位温扰动场 (单位: $^{\circ}\text{C}$): (a) 积分 300 s 时一阶精度方案的计算结果; (b) 积分 600 s 时一阶精度方案计算结果; (c) 积分 300 s 时二阶精度方案计算结果; (d) 积分 600 s 时二阶精度方案计算结果

Fig. 3 The perturbed potential temperature field (units: $^{\circ}\text{C}$): (a) Result of first-order scheme after integrating 300 s; (b) result of first-order scheme after integrating 600 s; (c) result of second-order scheme after integrating 300 s; (d) result of second-order scheme after integrating 600 s

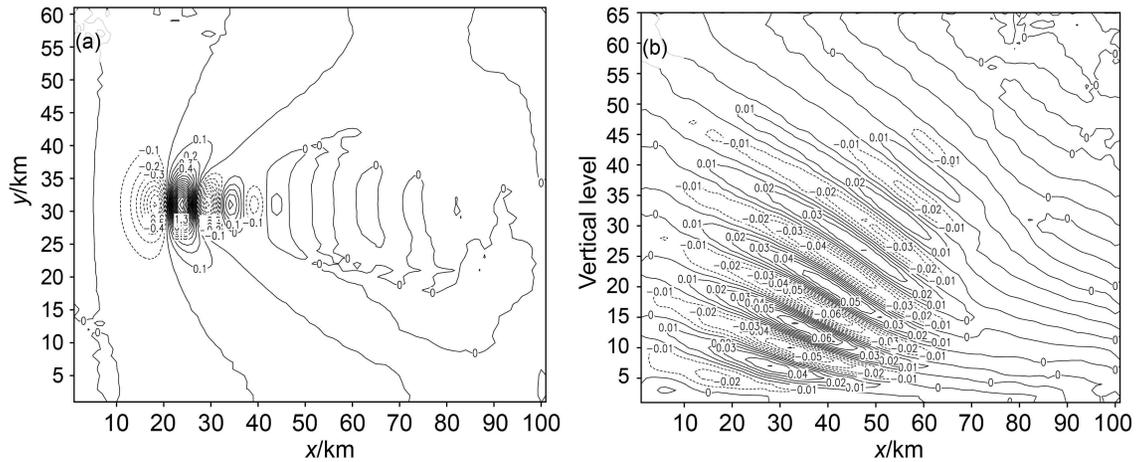


图4 模式积分2 h后的重力波结构图(单位: m s^{-1}): (a) 2 km高度上的垂直速度水平分布; (b) 沿 $y=30$ km垂直速度的垂直剖面结构
Fig. 4 The simulated topographic gravity wave after integrating 2 h (units: m s^{-1}): (a) Horizontal distribution of vertical speed at a height of 2 km; (b) vertical cross section of vertical speed along $y=30$ km

模式分辨率为3 km, 模拟区域为($16^{\circ}\text{N}\sim 31.36^{\circ}\text{N}$, $96.0^{\circ}\text{E}\sim 123.36^{\circ}\text{E}$), 时间步长为60 s, 垂直层数为65层。模拟的初边界条件由 0.125° 分辨率的ECMWF分析场和预报场提供。

从图3可以看出, 在前120小时内两种差分方案预报误差的差别并不明显, 而在120~168小时期间各个要素的预报误差都有所下降, 特别是高度场(图5a)和 v 分量风场(图5d)误差减少较为明显。这说明在二阶精度差分方案对于前5天之内的预报改善不是很明显, 但是对于更长时间的预报则有比较明显的正贡献, 特别是表现在模式高层, 这与Steppeler (1988) 的评估结果是一致的。从前面3.1节一维廓线理想试验中已经发现, 二阶精度方案对差分计算误差的改进相对于其绝对误差来说幅度是比较小的, 所以在实际预报过程中它的改进效应需要经过较长时间的累积才能在要素场的预报误差中体现出来。总体来说, 二阶精度差分方案的预报效果会优于一阶精度差分方案, 而这种优势会随着预报时间的延长而变得更加明显。

3.3 不同差分方案对一次华南暴雨预报的影响

2017年5月6~9日, 华南地区发生了一次极端暖区暴雨过程, 造成了严重的经济损失, 而业务数值预报模式对这次降水的预报效果都较差, 特别是对广州地区的降水存在明显的漏报现象(伍志方等, 2018; 田付友等, 2018; 傅佩玲等, 2018)。分别使用一阶精度和二阶精度垂直差分方案对这次暴雨过程进行模拟, 试验中模式的水平网格距为3 km, 其它设置与3.2节一致。模拟时段从5月6日12

时开始, 到9日12时结束。

在6日12时至7日12时, 实况降水中心位于广州地区, 量级达到70 mm以上, 广西境内的降水以小到中雨为主(图6a1)。模式对于广州附近的强降水中心的预报明显偏弱, 对广西境内的降水预报则偏强, 而且两种垂直差分方案的模拟结果差别非常小(图6a2, a3)。对于第24~48小时的降水模拟, 两种方案的预报效果同样很不理想(图6b1~b3), 但是在广州地区二阶精度差分方案模拟的降水强度要比一阶精度方案更强一些。8日12时以后, 降水呈带状分布, 一个中心位于粤西沿海地区, 降水强度达到50 mm以上, 另一个降水中心位于粤东和福建地区, 降水强度在20 mm左右(图6c1)。模式对雨带的位置预报都明显偏北, 其中一阶精度差分方案模拟的降水中心仍然位于广州地区, 强度在20 mm以上(图6c2), 而二阶精度方案能够模拟出粤西和粤东两个降水中心, 并且粤西地区的降水中心达到50 mm以上, 与实况更为吻合(图6c3)。选择两种方案第48小时温度预报场进行比较(图7), 可以看出利用二阶精度方案进行预报时, 雨带(位于 23.2°N 附近)后方低空冷池的温度要比一阶精度方案预报偏低4 K左右。而在冷池前方的暖区, 二阶方案预报的温度要偏高1度左右, 这就是使得该地区的低空锋区温度差异变得更明显, 有利于对流辐合运动的加强。这是导致二阶方案预报中降水加强的主要原因。

总之, 二阶精度差分方案对于这次华南暴雨前48小时预报的影响较小, 对于48~72小时的降

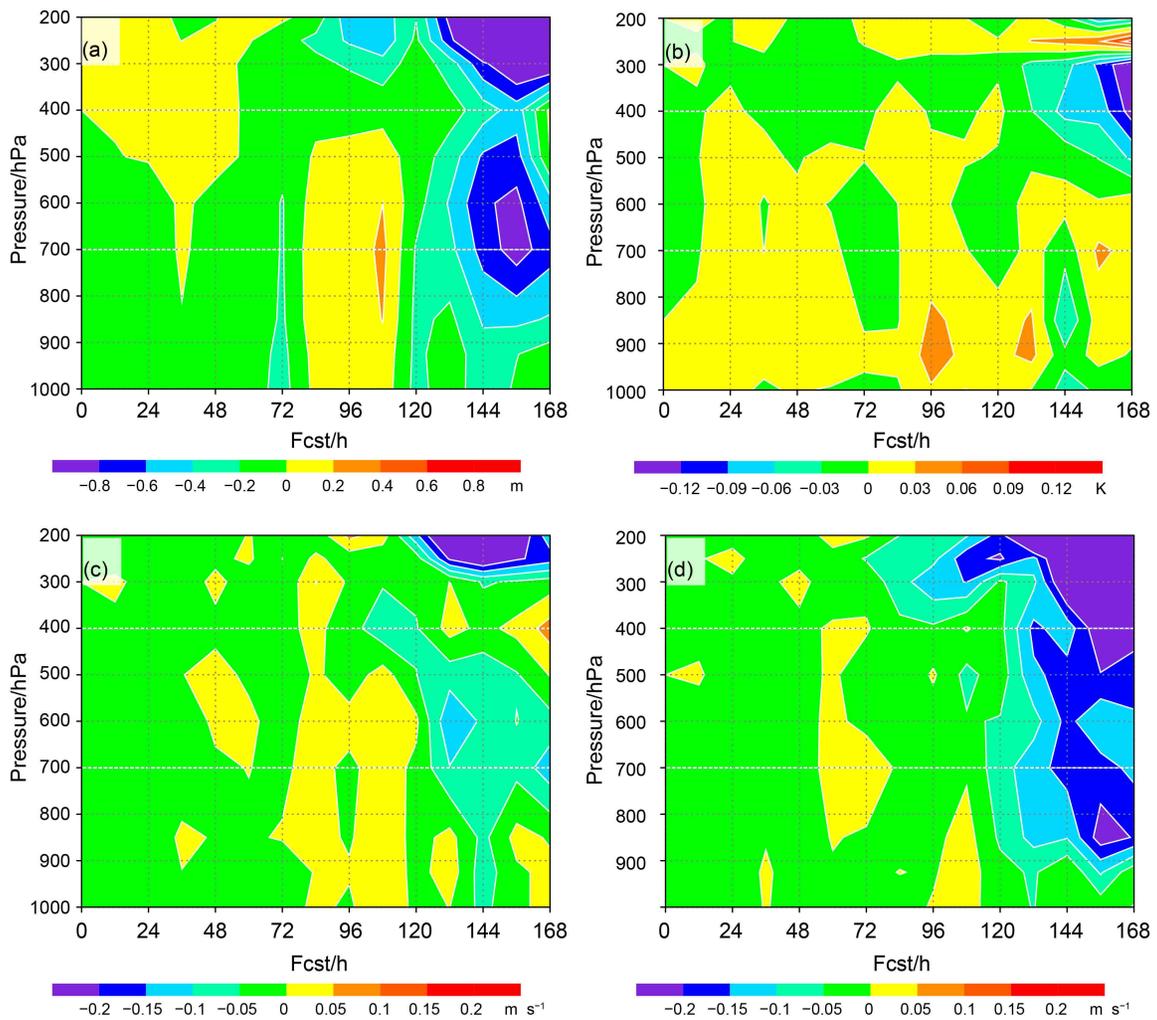


图 5 两种方案下各预报变量 RMSEs 垂直廓线之差异（二阶方案减去一阶方案，由 2017 年 7 月 15~30 日期间的 15 次预报结果平均后得到，Fcst 表示向前预报时间）：(a) 高度场（单位：m）；(b) 温度场（单位：K）；(c) u 分量风场（单位： m s^{-1} ）；(d) v 分量风场（单位： m s^{-1} ）。

Fig. 5 The difference of the RMSEs vertical profiles between two different schemes (second-order scheme minus first-order scheme, averaged for the 15 forecasts from 15 Jul to 30 Jul 2017, Fcst means the forecast time): (a) Height (units: m); (b) temperature (units: K); (c) u -component wind (units: m s^{-1}); (d) v -component wind (units: m s^{-1})

水则有一定程度的改进，其中对强降水中心预报偏弱现象的改进与 Vivoda et al. (2018) 的研究结果是比较一致的。同时本试验也再次表明，新方案的优势需要通过较长时间的累积才能体现出来。

4 总结

本文针对非均匀垂直分层的情况，将一种具有二阶精度截断误差的差分方案引入到 GRAPES 模式的垂直差分过程中，并通过一系列的试验对新方案的效果进行了测试。主要得到以下几点结论：

(1) 一维廓线理想试验表明，二阶精度方案的计算误差相对于一阶方案会有所减少，但是减少

的幅度相对于差分计算绝对误差来说仍然是比较小的。

(2) 非均匀分层下的密度流试验结果表明，二阶精度垂直差分方案不会破坏 GRAPES 模式动力框架的准确性和稳定性。

(3) 从批量试验的评估结果可以证明二阶精度方案下，模式高空要素场的预报误差会有所下降，而且随着预报时间的延长这种改进会更加明显。

(4) 选取一次华南暴雨过程测试两种差分方案的效果，同样发现经过一段时间的积分以后，二阶方案预报的降水会与实况更加吻合。

总之，本文通过将一种二阶精度垂直差分方案应用于 GRAPES 模式，在不增加额外计算量的情

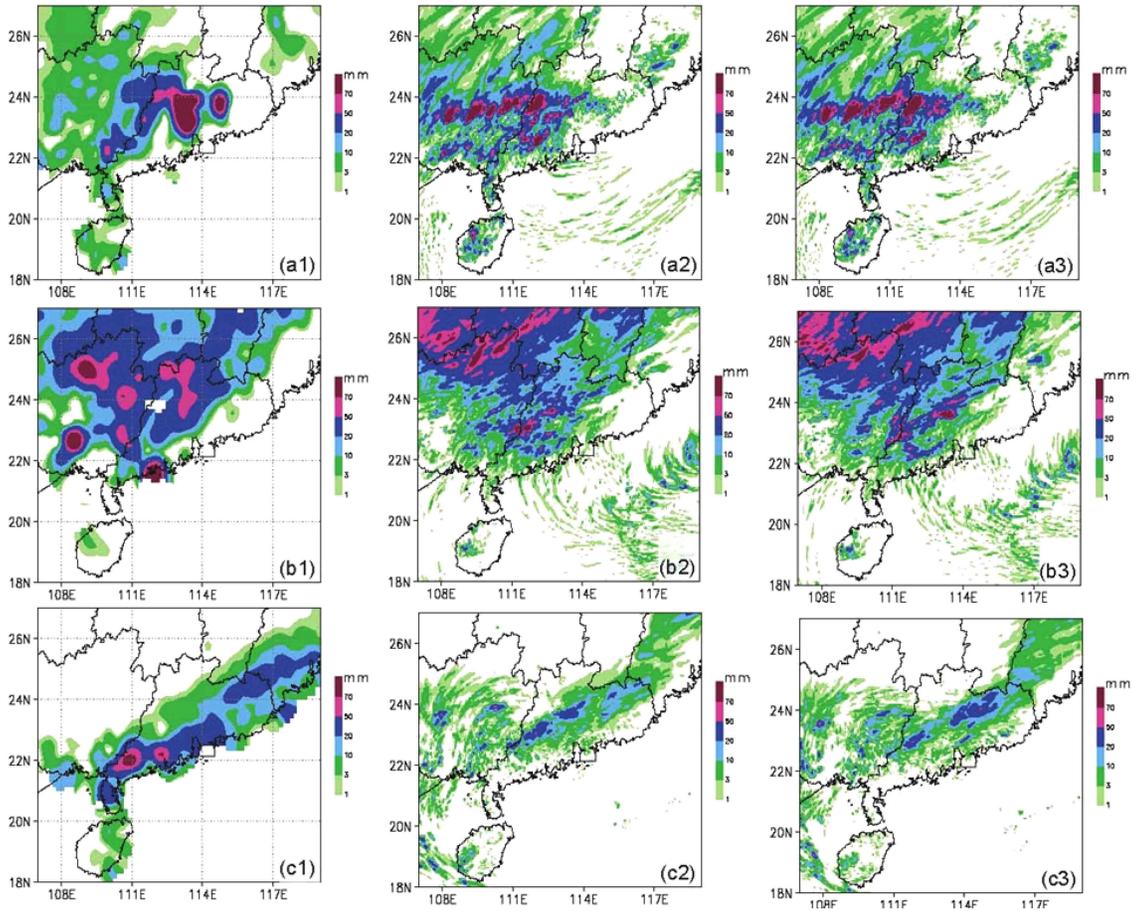


图 6 2017 年 5 月 6~9 日降水观测和预报的比较 (单位: mm): (a1-c1) 实际观测的逐 24 小时累积降水; (a2-c2) 一阶精度差分方案预报的逐日降水; (a3-c3) 二阶精度差分方案预报的逐日降水。其中 (a1-a3) 6 日 12 时至 7 日 12 时 (协调世界时, 下同), (b1-b3) 7 日 12 时至 8 日 12 时, (c1-c3) 8 日 12 时至 9 日 12 时

Fig. 6 Comparison of forecasted precipitation with observations from 6 to 9 May 2017 (units: mm): (a1-c1) Observed 24 hour accumulated precipitation; (a2-c2) forecasted precipitation with first-order scheme; (a3-c3) forecasted precipitation with second-order scheme. (a1-a3) From 1200 UTC 6 to 1200 UTC 7 May, (b1-b3) from 1200 UTC 7 to 1200 UTC 8 May, and (c1-c3) from 1200 UTC 8 to 1200 UTC 9 May

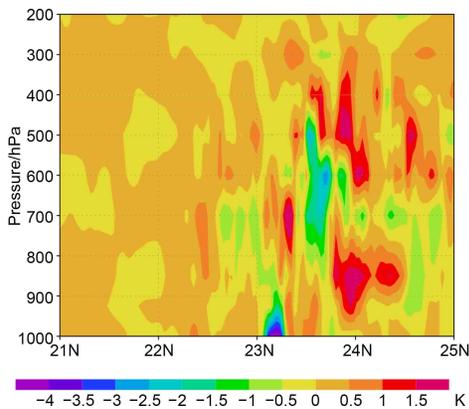


图 7 2017 年 5 月 8 日 12 时二阶精度方案与一阶精度方案的温度预报差异 (二阶方案减去一阶方案, 沿着 113°E 作垂直剖面, 单位: K)

Fig. 7 The difference of forecasted temperature between second-order scheme and first-order scheme at 1200 UTC 8 May 2017 (second-order scheme minus first-order scheme, cross section along 113°E, units: K)

况下, 对模式预报效果取得了一定程度的改进。在下一步的工作中, 我们将通过更长时间的批量试验来进一步测试新方案的效果, 并将它投入到实际业务应用, 同时也会考虑设计具有更高精度的垂直差分方案。

参考文献 (References)

Baer F, Ji M. 1988. Optimal vertical discretization for atmospheric models [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 117(2): 391-405. doi:10.1175/1520-0493(1989)117<0391:OVDFAM>2.0.CO;2

Béland M, Côté J, Staniforth A. 1983. The accuracy of a finite-element vertical discretization scheme for primitive equation models: Comparison with a finite-difference scheme [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 111(12): 2298-2318. doi:10.1175/1520-0493(1983)111<2298:TAAOAF>2.0.CO;2

Bouchteïn A, Bouchteïn L, Kadychnikov V. 2009. Correctness of the vertical discretization in hydrostatic atmospheric models [J]. *Quart. J.*

- Roy. Meteor. Soc., 135(638): 263–276. doi:10.1002/qj.336
- 陈德辉, 薛纪善, 杨学胜, 等. 2008. GRAPES 新一代全球/区域多尺度统一数值预报模式总体设计研究 [J]. 科学通报, 53(22): 3433–3445. Chen D H, Xue J S, Yang X S, et al. 2008. New generation of multi-scale NWP system (GRAPES): General scientific design [J]. Chinese Sci. Bull., 53(22): 3433–3445. doi:10.1007/s11434-008-0494-z
- de Rivas K E. 1972. On the use of nonuniform grids in finite-difference equations [J]. J. Comput. Phys., 10(2): 202–210. doi:10.1016/0021-9991(72)90060-5
- 傅佩玲, 胡东明, 张羽, 等. 2018. 2017 年 5 月 7 日广州特大暴雨微物理特征及其触发维持机制分析 [J]. 气象, 44(4): 500–510. Fu P L, Hu D M, Zhang Y, et al. 2018. Microphysical characteristics, initiation and maintenance of record heavy rainfall over Guangzhou region on 7 May 2017 [J]. Meteorological Monthly (in Chinese), 44(4): 500–510. doi:10.7519/j.issn.1000-0526.2018.04.003
- Simarro J, Hortal M. 2012. A semi-implicit non-hydrostatic dynamical kernel using finite elements in the vertical discretization [J]. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 138(664): 826–839. doi:10.1002/qj.952
- Skamarock W C, Klemp J B, Dudhia J, et al. 2008. A description of the advanced research WRF version 3 [R]. NCAR technical notes, NCAR/TN-475+STR.
- Smith R. 1980. Linear theory of stratified hydrostatic flow past an isolated mountain [J]. Tellus, 32(4): 348–364. doi:10.3402/tellusa.v32i4.10590
- Staniforth A, White A, Wood N, et al. 2006. Unified Model Documentation Paper No. 15: Joy of U. M. 6. 3-Model Formulation [M]. Exeter, Devon, United Kingdom: Met Office
- Stappeler J. 1988. A cubic spline Galerkin scheme for the vertical discretization of atmospheric models [J]. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 114(484): 1545–1561. doi:10.1002/qj.49711448410
- Straka J M, Wilhelmson R B, Wicker L J, et al. 1993. Numerical solutions of a non-linear density current: A benchmark solution and comparisons [J]. Int. J. Numer. Methods Fluids, 17(1): 1–22. doi:10.1002/flid.1650170103
- 苏勇, 沈学顺, 陈子通, 等. 2018. GRAPES_GFS 中三维参考大气的研究: 理论设计和理想试验 [J]. 气象学报, 76(2): 241–254. Su Y, Shen X S, Chen Z T, et al. 2018. A study on the three-dimensional reference atmosphere in GRAPES_GFS: Theoretical design and ideal test [J]. Acta Meteor. Sinica (in Chinese), 76(2): 241–254. doi:10.11676/qxb2017.097
- 田付友, 郑永光, 张小玲, 等. 2018. 2017 年 5 月 7 日广州极端强降水对流系统结构、触发和维持机制 [J]. 气象, 44(4): 469–484. Tian F Y, Zheng Y G, Zhang X L, et al. 2018. Structure, triggering and maintenance mechanism of convective systems during the Guangzhou extreme rainfall on 7 May 2017 [J]. Meteorological Monthly (in Chinese), 44(4): 469–484. doi:10.7519/j.issn.1000-0526.2018.04.001
- Vivoda J, Smolík P, Simarro J. 2018. Finite elements used in the vertical discretization of the fully compressible core of the ALADIN system [J]. Mon. Wea. Rev., 146(10): 3293–3310. doi:10.1175/MWR-D-18-0043.1
- 王澄海, 隆霄, 杨毅. 2011. 大气数值模式及模拟 [M]. 北京: 气象出版社, 113–125. Wang C H, Long X, Yang Y. 2011. Atmospheric Numerical Model and Simulation (in Chinese) [M]. Beijing: China Meteorological Press, 113–125.
- Wood N, Staniforth A, White A, et al. 2014. An inherently mass-conserving semi-implicit semi-Lagrangian discretization of the deep-atmosphere global non-hydrostatic equations [J]. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 140(682): 1505–1520. doi:10.1002/qj.2235
- 伍志方, 蔡景就, 林良勋, 等. 2018. 2017 年广州“5?7”暖区特大暴雨的中尺度系统和可预报性 [J]. 气象, 44(4): 485–499. Wu Z F, Cai J J, Lin L X, et al. 2018. Analysis of mesoscale systems and predictability of the torrential rain process in Guangzhou on 7 May 2017 [J]. Meteorological Monthly (in Chinese), 44(4): 485–499. doi:10.7519/j.issn.1000-0526.2018.04.002
- 薛纪善, 陈德辉. 2008. 数值预报系统 GRAPES 的科学设计与应用 [M]. 北京: 科学出版社, 126–129. Xue J S, Chen D H. 2008. The Scientific Design and Application of Numerical Forecast System GRAPES (in Chinese) [M]. Beijing: Science Press. 126–129.
- Yang J H, Song J Q, Wu J P, et al. 2015. A high-order vertical discretization method for a semi-implicit mass-based non-hydrostatic kernel [J]. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 141(692): 2880–2885. doi:10.1002/qj.2573