

基于二维视频粒子谱仪（2DVD）观测的北京降雪微物理特征研究

罗丽¹ 陈羿辰² 于田甜³ 陈明轩¹ 仰美霖¹ 肖辉⁴

¹ 北京城市气象研究院, 北京, 100089

² 北京市人工影响天气中心, 北京, 100089

³ 成都信息工程大学电子工程学院 (大气探测学院), 成都, 610103

⁴ 中国科学院大气物理研究所, 北京, 100029

摘要 研究降雪微物理特征, 对理解冬季降水机制和优化天气模式中的云微物理参数化方案具有重要意义。目前国内对于降雪微物理特征的相关研究仍比较缺乏, 为了深入了解北京地区降雪微物理特征, 本文利用2DVD观测数据对北京6次降雪过程的粒子谱(PSD)、下落末速度(V)、密度(ρ)和轴比(ar)以及它们与等效直径的关系进行了详细分析。结果表明: (1) 中值粒径 D_0 小于1.5 mm的雪粒子密度比其他文献中的结果更小, $V(D)$ 关系的系数与密度有关, 系数随密度增大, 且下落速度比科罗拉多州(南京地区)的略大(小)。(2) 使用指数分布和标准化 gamma 分布拟合了每个降雪过程的5分钟 PSD, 两种分布模型的斜率 Λ 和数浓度参数(N_0 与 N_w)随时间的变化基本一致, 但 gamma PSD得到的 D_0 、总数浓度 N_t 和降雪率(SR)与2DVD实测结果之间的误差更小, 一致性更好。(3) 在降雪的 N_w - D_0 关系中引入密度 ρ 使 N_w - D_0 之间的相关性更好。(4) 本文首次给出了北京地区的雪花轴比(ar), 平均 ar 为0.76, 直径大于2.5 mm时的 $ar \approx 1$, 和其他文献中的雪花轴比非常一致。(5) 当SR(Z_e)相同时, Z_e (SR)的减小(增加)伴随着密度 ρ 和 N_w 的增加和 D_0 减小。在同一反射率情况下, 本文得到的 $Z_e=851SR^{1.33}$ 关系比南京地区反演的SR更小。

关键词 冬季降雪 微物理特征 二维视频粒子谱仪(2DVD) 雪花密度 轴比 Z_e -SR 关系

文章编号

中图分类号

P426.63

文献标识码 A

doi: 10.3878/j.issn.1006-9895.2408.23165

Winter Snowfall Microphysics Characterized by a 2-D Video Disdrometer (2DVD) in Beijing

LUO Li¹ CHEN Yichen² YU Tiantian³ CHEN Mingxuan¹ YANG Meilin¹ XIAO Hui^{4*}

¹ Institute of Urban Meteorology, CMA, Beijing 100089

² Beijing Weather Modification Office, Beijing 100089

³ Chengdu University of Information Technology, College of Engineering (College of Meteorological Observation), Chengdu, 610103

⁴ Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029

Abstract The study of snow microphysics is important to understand the mechanism of winter precipitation and to optimize the cloud microphysical parametrization scheme in the weather model. However, there are few researches on the microphysical characteristics of snowfall in China at present. In order to thoroughly understand the microphysical characteristics of snowfall in Beijing,

收稿日期 2024-07-29; 网络预出版日期

作者简介 罗丽, 女, 1990年出生, 博士研究生, 工程师, 主要从事雷达气象与云降水物理研究。E-mail: lluo@ium.cn

通讯作者 肖辉, E-mail: hxiao@mail.iap.ac.cn

资助项目 北京市自然科学基金 8222053, 国家自然科学基金 42005109, 中央级公益性科研院所基本科研业务费专项基金项目 IUMKY20243, 北京市科协 2022-2024 年度青年人才托举工程项目, 北京市局科技项目 BMBKJ202201006

Funded by Beijing Natural Science Foundation (Grant 8222053), National Natural Science Foundation of China (Grant 42005109), Special Fund of Chinese Central Government for Basic Scientific Research Operations in Commonweal Research Institutes (Grant IUMKY202432), Talent Nurturing Program of Beijing Association for Scientific and Technology during 2022-2024, Science and Technology Project of Beijing Meteorological Bureau (Grant BMBKJ202201006)

the particle size distributions (PSDs), fall velocity (V), snow density(ρ), axis ratio (ar) and their relationship with equivalent diameter of six snowfall events observed by a 2D video disdrometer were investigated in this paper. The results showed the following: (1) The snow density with particle median volume diameter (D_0) less than 1.5 mm is smaller than that reported in other regions, and the $V(D)$ relationship is related to the snow density. The fall velocity of snow particles increases with the density and is moderately larger (smaller) than that in Colorado (Nanjing) for a given diameter. (2) The 5-minute PSDs for each case are fit with exponential and normalized gamma distribution models. The concentration intercept (N_0 and N_w) and the slope (Λ) parameters for both fitting models present an almost same time series, while the errors between D_0 , N_t (total number concentration) and SR (snowfall rate) (SR) calculated from gamma PSD and that derived from 2DVD measurements was relatively small. (3) A direct correlation between the N_w and D_0 can be observed after considering the effect of density on the N_w - D_0 relation. (4) The mean aspect ratio (ar) of the snowflakes is 0.76, and the ar is close to 1 when the diameter is larger than 2.5 mm. (5) For a given SR (Z_e), the decrease (increase) of Z_e (SR) is accompanied with an increase of ρ and N_w while a decrease in D_0 . In addition, for a given Z_e , the Z_e -SR relationship in Nanjing overestimates snowfall rate.

Keywords Snowfall, Microphysical character, Two-dimensional video disdrometer (2DVD), Snowfall density, Aspect ratio, Z_e -SR relation

1 引言

雪不仅是全球水循环和能量收支中的重要组成部分 (Field and Heymsfield, 2015; Heymsfield et al., 2020), 也是冬季高影响天气。像北京这样的特大城市, 一旦冬季出现降雪过程, 特别是大雪或暴雪, 将对整个城市的基础设施、运输交通、能源环境以及人类活动带来巨大影响 (Croce et al., 2018; Rome et al., 2019; Tagg et al., 2016)。由于雪花微观属性受各种生长过程 (如扩散生长、淞附、聚集、碰并等单个或者多个过程的共同作用) 的驱动, 导致雪花的类型和形状呈现多样性。雪的微物理特征在短短几分钟就可能发生很大变化, 这给雷达遥感降雪 (如微物理参数反演和定量降雪估计) 和数值预报 (NWP) 都带来极大挑战。关于降雪的数值预报模型以及基于地面、空中、卫星的遥感反演模型都需要雪花质量、密度、尺寸、形状、下落速度和粒子谱 (PSD) 等先验知识 (Tiira et al., 2016)。因此, 深入研究降雪的微物理特征, 对理解冬季降雪机制、优化天气模式中的云微物理参数化方案和提高雷达对冬季固态降水的反演精度具有重要意义。

以往对降雪微观特征的观测主要依靠人工进行单个粒子的目测 (Kajikawa, 1972; Langleben, 1954; Locatelli and Hobbs, 1974; Magono and Nakamura, 1965; Nakaya and Terada, 1935; Zikmunda, 1972), 虽然这种方式可以精确获取详细的雪花微观特征, 但十分耗费人力和时间, 且这种研究仅限于观测较少的粒子 (Tiira et al., 2016; von Lerber et al., 2017)。随着光电技术的发展, 目前已有许多

基于光电的精密仪器用于雪的微物理特征研究，其中二维视频粒子谱仪（2-D Video Disdrometer, 2DVD）是一种可以获取单个降水粒子的尺寸、下落末速度和轴比的高精密观测仪器之一（Kruger and Krajewski, 2002）。

近年来，随着降雪云系中的物理过程和定量遥感受到越来越多气象学者的关注，利用粒子谱仪开展降雪微物理特征的观测研究也逐渐增多。Hanesch, 1999 首次利用 2DVD 研究了瑞士降雪过程中不同成分和结霜程度的雪花下落速度和及其与直径的关系，并提出了针对 2DVD 粒子图像的不匹配问题的解决方法。Brandes et al., 2007 利用 2DVD 研究了科罗拉多东部锋面区冬季风暴中的水凝物分布特征，并给出了科罗拉多地区干雪的密度与中值体积直径（ D_0 ）的定量关系： $\rho(D_0)=0.178D_0^{-0.922}$ ，随后还探讨了温度对雪花下落速度的影响（Brandes et al., 2008），并给出了不同温度下的 $V(D)$ 关系。Zhang et al. (2011) 利用一部 S 波段偏振天气雷达一个 2DVD 研究分析了 2006/07 年冬季俄克拉荷马冬季降水过程，并指出雪密度在微物理参数化方案和雷达变量计算中的重要性。除了利用 2DVD 开展降雪微物理特征分析之外，将 2DVD 和天气雷达联合开展定量降雪估计也取得了一些成果，例如，Huang et al. (2010, 2015) 利用 2DVD 观测的降雪微物理属性分别得到了加拿大多伦多地区和芬兰赫尔辛基地区 C 波段天气雷达的反射率因子（ Z_e ）的降雪率（SR）的关系。Bukovčić et al. (2018, 2020) 首次利用 2DVD 观测数据给出了美国 Virginia、Colorado 和 Oklahoma 三个地区用于降雪定量估计的 S 波段雷达偏振参量和降雪率的关系。此外，利用 2DVD 观测的粒子下落速度和直径的关系，学者们还开发了基于决策树（Bernauer et al., 2016）和支持向量机 SVM（Grazioli et al., 2014）的冬季降水粒子相态分类方法。

随着 2DVD 在国内的普及和应用，研究者们在新疆西天山和南京等地利用 2DVD 开展了降雪微物理特征的研究。例如，刘凡等（2023）基于二维视频雨滴谱仪联合毫米波云雷达、风廓线雷达、微波辐射计、GPS/MET 水汽等垂直探测设备，对西天山地区一次冷锋暴雪过程进行了微物理特征研究，并指出该降雪过程中的霰粒子丰富，微物理过程主要是聚并增长及凇附过程。Tao et al. (2021) 利用 2DVD 观测研究了南京地区的降雪微物理特征，南京地区的雪花下落速度和密度比已有文献报道的更大，并根据雪花密度-直径关系（ $\rho=0.36 D_0^{-1.52}$ ）和 PSD 给出了南京 S 波段雷达的 Z -SR 关系（ $Z_e=116.22 SR^{1.35}$ ）。Wen et

al. (2017) 首次在北京地区使用 2DVD 给出了 2015 年 11 月的两次降雪过程的雷达反射率的模拟值，并用 K 波段微雨雷达 (MRR) 进行了对比验证，给出了基于两个个例观测的 Z_e -SR 关系： $Z=42S R^{1.22}$ 。

由于不同气候区域降雪微物理性差异较大，在其他地区降雪微物理性的研究可能不足以代表北京地区的降雪微物理特性。目前已有许多研究人员基于一维雨滴谱仪 Palsivel、雪晶显微观测仪、飞机观测、云雷达、双偏振天气雷达和数值模式等主要技术手段中的一种或者将多种手段相结合，对北京地区的降雪过程从微观特征（例如，粒子谱、下落速度、雪晶微观结构、云中水凝物类型、雪粒子含水量）到降雪云系的宏观演变（反射率、退偏振比、径向速度、速度谱宽、雪带的垂直结构等）、再到降雪过程的天气形势以及降雪的微物理机制等方面开展了详细研究。这些研究成果为了解北京地区降雪过程的宏微观结构、降雪云系的发生发展过程和形成机理提供了重要参考依据，但这些研究多集中于某一个例分析上，且北京地区降雪过程的粒子尺寸、数浓度、谱分布、形状、密度以及它们与直径之间的关系仍处于未知。鉴于此，为了进一步认识北京冬季降水微物理特征，本文使用 2DVD 收集了北京地区 2019-2023 年冬季 6 次降雪过程的观测数据，基于多个个例的研究结果将提供比个例更多的详细信息。本文首先对 2DVD 数据进行了预处理，利用质控后的数据得到雪粒子谱和下落末速度，通过 2DVD 采集的粒子图像中提取出粒子的轴比，采用一种基于流体力学的方法计算出雪密度，并得到了粒子下落速度、轴比和密度与直径之间的关系，最终给出了降雪的反射率和降雪率的定量关系。本文的研究结果为进一步认识北京地区降雪的微物理特征、优化降雪预报模式中的参数化方案以及提高雷达反演冬季降水的精度提供了重要参考依据。

2 观测试验和资料

2.1 降雪观测试验和仪器介绍

降雪的微观物理特性主要从 2DVD 观测数据中获取，地面温度、湿度和风速测量由自动站 (AWS) 观测数据提供。2DVD 位于北京市平谷区北京人工影响天气综合科学试验基地（北纬 $40^{\circ}10'9.8''$ ，东经 $117^{\circ}07'41''$ ，图 1）。从 2019-2023 年冬季总共挑选了 6 次较为完整的降雪过程（见表 1）。对于降雪过程，本研究只考虑气温在 0°C 以下的时段。由于雪花下落速度小，因此受风的影响较

大，为消除风效应造成的观测误差，只选择瞬时风速 $< 5\text{ m/s}$ 的情况。表 1 列出了每个降雪过程的降雪时段，2DVD 和称重式雨量计（weighing rain gauge, WRG）观测的液态水当量（liquid water equivalent, LWE），对应时段内的最小和最大温度（ T , $^{\circ}\text{C}$ ）和相对湿度（RH, %）以及平均风速和最大瞬时风速（ W , m s^{-1} ）。这 6 次降雪过程的降雪总时长约 147.5 小时，最高气温不超过 -0.1°C ，最低气温为 -11.7°C ，平均风速分布范围在 $0.3\sim 2.6\text{ m s}^{-1}$ ，相对湿度在 32%~96%。由于 Case 4 的雪量计当天出现故障，该次过程的 LWE 没有记录。

表 1 六次降雪过程的降雪时段、温度（ T , $^{\circ}\text{C}$ ）和相对湿度（RH, %）最小值和最大值、平均风速和瞬时最大风速（ W , m s^{-1} ）以及 2DVD 与称重式雨量计观测的液态水当量（LWE, mm）

Table 1 The minimum and maximum values of temperature (T , $^{\circ}\text{C}$) and relative humidity (RH, %), as well as the mean and maximum instantaneous wind speed (W , m s^{-1}) of the six studied snowfall events during December- February for 2019 to 2023. The liquid water equivalent (LWE, mm) accumulation is obtained from a 2DVD and a weighing rain gauge.

No.	Event (BJT)	T ($^{\circ}\text{C}$)		RH (%)		W (m s^{-1})		LWE (mm)	
		Min	Max	Min	Max	Mean	Max	2DVD	WRG
1	2019 Feb 14 06:00-23:30	-5.6	-3.5	57	89	2.2	4.3	0.6	0.3
2	2020 Jan 5 21:00 - Jan 6 06:00	-1.7	-0.1	67	96	0.3	2.9	2.5	3.9
3	2020 Feb 5 07:00 - Feb 6 15:00	-11.7	-2.7	42	86	2.6	3.6	2.0	2.3
4	2022 Jan 19 22:00-Jan 21 13:00	-7.1	-1.9	47	75	1.4	3.3	1.0	—
5	2022 Feb 13 03:00-Feb 14 01:00	-7.5	-4.3	86	96	0.9	2.6	8.9	10.8
6	2023 Dec 11 00:00-13:00	-10.2	-0.9	32	93	1.7	4.9	8.2	8.4
	2023 Dec 13 07:00-15 14:00								

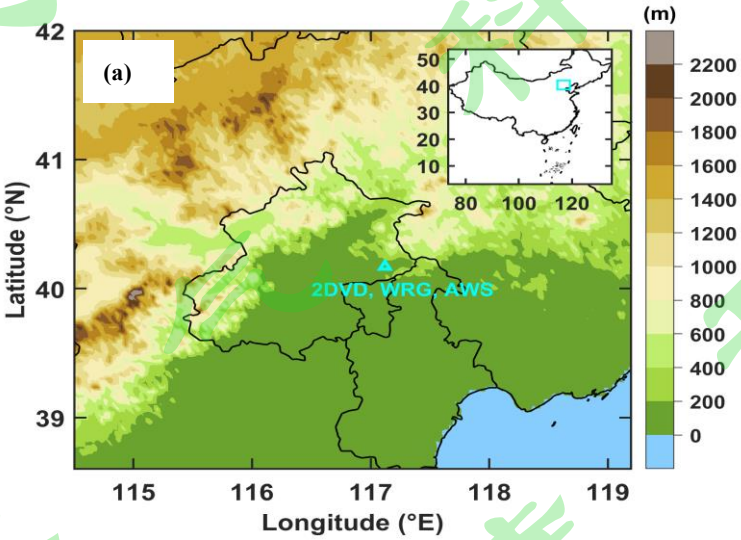




图 1 二维视频粒子谱仪 (2DVD)、称重式降水传感器 (WRG) 和自动站 (AWS) 所在位置 (a) 以及 2DVD 仪器照片 (b)

Fig. 1 (a) Location of the 2-D Video disdrometer (2DVD), automatic weather station (AWS) and weighing rain gauge (WRG) and (b) the photo of 2DVD.

2.2 二维视频粒子谱仪 (2DVD)

本研究使用是第三代二维视频粒子谱仪，该版本降低了由于风速造成了观测误差 (Schönhuber et al., 2007)，关于 2DVD 早期版本的详细描述及该仪器在测量降雨微物理特征方面的使用方法可参考 Kruger and Krajewski (2002) 的介绍。2DVD 主要构成部分包括两个照明单元和两个线阵列 CCD 相机，两个照明单元和两个相机围成一个正交的光束采样平面 ($10 \times 10 \text{ cm}^2$)，两个光束之间大约 6-7 mm 的垂直距离用于计算降水粒子穿过采样区域的下落速度。通过 2DVD 制造商 Joanneum Research 提供的校准程序定期对该垂直距离进行小钢球标定，从而确保对粒子下落末速度的测量精度。当降水颗粒穿过其中一个光束平面时，相机进行高速拍摄，得到每个粒子的轮廓信息 (如图 2 所示)。2DVD 每个相机的光电探测器的扫描频率为 51.3 kHz，对粒子采样的水平分辨率约为 0.15 mm，垂直分辨率取决于粒子的下落速度，雨滴约为 0.1-0.2 mm (Brandes et al., 2007; Schönhuber et al., 2007)，雪花等非规则降水粒子约为 0.03 mm (Brandes et al., 2007)。在本研究中，粒子的尺寸间隔设置为 0.2 mm。

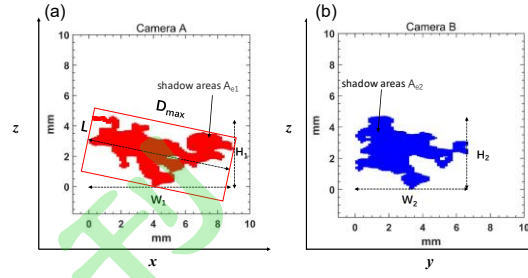


图 2 2DVD 两个相机（camera A 和 B）拍摄的降水粒子在三维空间中（a） x - z 平面和（b） y - z 平面的阴影轮廓示例。（ $W_{1,2}$ 、 $H_{1,2}$ 和 $A_{e1,e2}$ 分别表示宽度(mm)、高度(mm)和阴影面积(mm^2)。 $D_{\max}$ 为两幅图像的最大距离， L 为垂直于 $D_{\max}$ 方向上的长度。脚注 1、2 分别表示相机 A 和 B）

Fig. 2 (a) Front- and (b) side-view images of a snow flake from the 2DVD. $W_{1,2}$, $H_{1,2}$ and $A_{e1,e2}$ represent the width (mm), height (mm) and shadow area (mm^2), respectively. $D_{\max}$ is the maximum particle dimension of the two images and L is the dimension in the direction perpendicular to $D_{\max}$. The footnote 1, 2 represents cameras A and B, respectively.

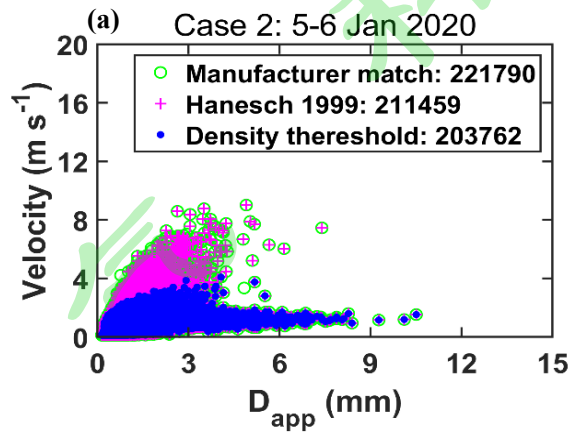
2.3 2DVD 观测数据处理

在一定采样时间内，当 2DVD 采样区域有多个降水粒子时，由于两个摄像机拍摄的是粒子的不同方向，摄像机 A 和 B 采集的原始粒子图像需要通过一定的匹配步骤，才能确保最终输出的两个相机的图片取自同一粒子。2DVD 仪器生产商提供的匹配程序比较简单，即在规定的时间内，如果两幅图像的垂直几何高度满足一定的误差范围，则这两个图像视为同一粒子的。Huang et al.

（2010）分析了 2DVD 匹配后降雪数据，结果发现生产商提供的匹配算法存在严重误差，该匹配方法最终会高估粒子的体积、垂直尺寸和下落速度。随后，Huang et al.（2010）采用 Hanesch（1999）推荐的匹配方法重新提出了一种加权匹配法，该方法用于过滤掉由于不匹配造成的误差粒子，有效提高了 2DVD 观测数据质量。本文采用类似于 Huang et al.（2010）的过滤法排除异常数据，以 Case 2 为例，如图 3a 所示。首先使用厂商提供的匹配算法，得到的粒子轮廓数据样本为 221790（图 3 绿色“o”）；其次，删除那些不满足 Hanesch（1999）匹配原则的粒子，得到了 211459 个（~95.3%）符合 Hanesch（1999）指出的匹配标准的粒子（图 3a 中品红色“+”号）。最后，用这些过滤后的粒子的下落速度按照 Böhm（1989）的方法计算得到每个粒子的质量（计算方法见 3.2 节），并用质量除以等效球体体积（ $V_{\text{app}} = \pi D_{\text{app}}^3 / 6$, Huang et al., 2010）得到粒子密度 ρ 。由于冰粒子最大密度约为 0.9 g cm^{-3} （Huang et al., 2019），进一步去除密度大于 0.9 g cm^{-3} 的粒子。经过以上步骤过滤，用于进一步分析的粒子为图 3a 中的蓝色“x”号

所示（样本个数为 203762）。

过滤不匹配的粒子可以有效消除异常数据，但这将减少粒子数浓度，最终导致 2DVD 得到的 LWE 出现低估。如图 3b 所示，2DVD 和 WRG 之间的小时 LWE 的平均偏差比（mean bias ratio, MBR）为 0.63 mm，2DVD 对每小时的 LWE 存在大约 37% 的低估，且平均绝对误差（mean absolute error, MAE）和均方根误差（root mean square error, RMSE）分别约为 0.18 mm 和 0.22 mm。最后，使用一种简单的方法来调整由于重新匹配造成的 2DVD 低估，即将每分钟每个尺寸间隔内的粒子浓度乘以一个常数因子，使最终 2DVD 的降雪累积量和称重计累积量相等，每个降雪个例的 PSD 调整因子最后确定为 0.45、1.5、1.1、1.25、1.2、1.5。图 3b 中的红色曲线即为数浓度调整后的小时 LWE 时序图，可以看到，误差从 -0.18 mm 降低至 -0.02 mm，MBR 从 0.63 mm 增加至 0.94 mm，标准化绝对误差（normalized absolute error, NE）从 0.37 降低至 0.17 mm。图 4a 和图 4b 分别为所有过程质控后的 2DVD 数据集进行浓度调整后得到的和 WRG 观测的小时 LWE 散点图。整体上，通过数浓度调整后，相关系数（correlation coefficient, CC）从 0.5667 增加 0.5915，尤其是原先由于过滤不匹配的粒子导致的低估情况得到明显改善，MBR 从 0.72 增加至 0.94 mm，MAE 从 0.1998 降低至 0.1984 mm。各个统计参数的计算方法见附录。



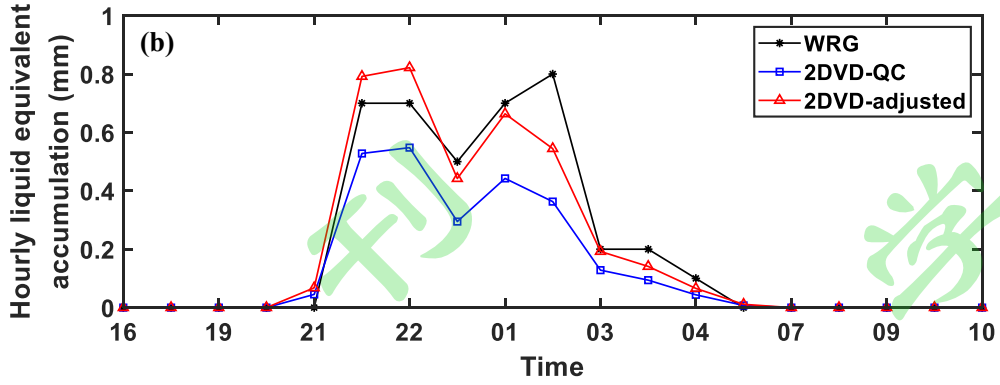


图 3 2020 年 1 月 5 日至 6 日降雪过程质控前后的粒子下落速度 V 与直径 D_{app} 的对比 (a) 以及经过数浓度调整前后的 2DVD 和 WRG 观测的小时 LWE 之间的对比 (b)

(图 3a 中的绿色“o”、玫红色“+”和蓝色“·”分别代表由 2DVD 制造商匹配算法给出的结果、原始数据滤除不满足 Hanesch, 1999 匹配准则后的粒子以及滤除密度 (通过 Böhm, 1989 的方法计算) 低于 1.0 g cm^{-3} 的粒子; 图 3b 中的黑色星点、红色三角形和蓝色正方形分别表示 WRG、2DVD 数浓度调整前后的小时 LWE)。

Fig 3 Fall velocity V vs. D_{app} (a) and the hourly LWE (b) estimated from WRG and 2DVD using the ‘un-adjusted’ and the ‘adjusted’ size distribution for the snowfall case on 5-6 January 2020. (In Fig.3a, the green circles, magenta crosses and blue dots represent the results of the manufacturer’s matching algorithm, the matched particles which satisfy Hanesch matching criteria and the final particles with density (from mass computed by Böhm’s method) lower than 1.0 g cm^{-3} , respectively. In Fig.3b, the The black star, red triangle, and blue square represent the hourly LWE from WRG, the ‘un-adjusted’ and the ‘adjusted’ size distribution of 2DVD, respectively.)

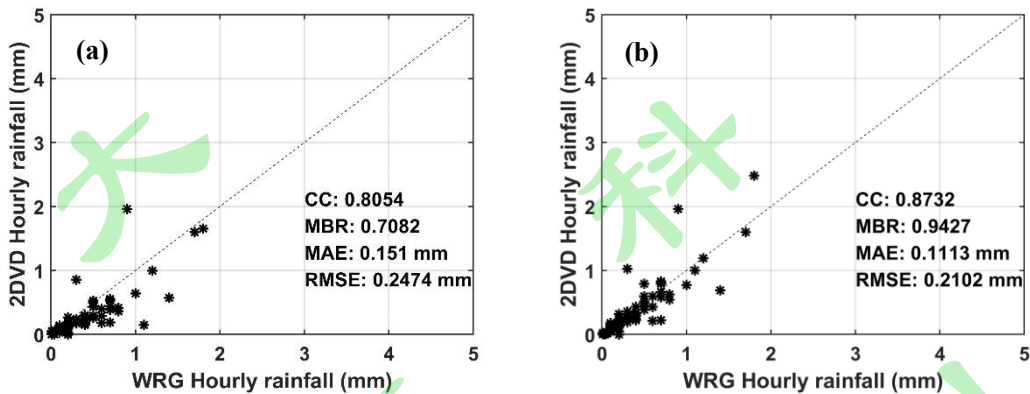


图 4 粒子数浓度调整前 (a) 后 (b) 的 2DVD 小时 LWE 和 WRG 之间的散点对比图

Fig 4 Scatter plots between hourly LWE (mm) obtained from WRG and 2DVD using the ‘un-adjusted’ and the ‘adjusted’ size distribution.

3 方法

3.1 雪花尺寸分布

根据质控后的 2DVD 观测数据, 可以获取雪的粒子谱 (particle size distribution, PSD):

$$N(D_i) = \frac{1}{\Delta t \Delta D} \sum_{j=1}^{M_i} \frac{1}{A_j V_j} \quad (1)$$

式中 D_i (mm) 和 M 分别为第 i 个尺寸档的中心直径 (从 1 到 M) 和该粒径档内

的粒子个数； ΔD (mm) 是分档间隔 (本文取 0.2 mm)； A_j (mm²) 和 V_j (m s⁻¹) 分别为粒子 j 的测量面积和下落速度； Δt (s) 为采样时间。本文分别用指数模型 (Marshall and Palmer, 1948) 和标准化 gamma 模型 (Testud et al., 2001) 对 PSD 进行参数化：

$$N(D) = N_0 \exp(-\Lambda D) \quad (2)$$

$$N(D) = N_w f(\mu) \left(\frac{D}{D_0} \right)^\mu \exp(-\Lambda D) \quad (3a)$$

$$f(\mu) = \frac{6}{3.67^4} \frac{(3.67 + \mu)^{\mu+4}}{\Gamma(\mu+4)} \quad (3b)$$

$$\Lambda = \frac{3.67 + \mu}{D_0} \quad (3c)$$

其中， Λ (mm⁻¹) 是斜率； N_0 (mm⁻¹·m⁻³) 和 N_w (mm⁻¹·m⁻³) 分别是指数分布和 gamma 分布的截距参数； μ 是 gamma 分布的形状参数；分别采用第 3、6 阶和 2、4、6 阶矩估计法计算两种 PSD 分布参数 (Vivekanandan et al., 2004)。另外，本文采用 Huang et al., 2010 类似的等效直径 (D_{app}) 的定义， D (mm) 为等效球体体积直径 (本文的“ D ”均指 D_{app})：

$$V_{app} = \frac{\pi}{6} D_{app}^3 = \frac{\pi}{6} (W_1 W_2 H) \quad (4a)$$

$$W_{1,2} = \frac{4A_{1,2}}{\pi H} \quad (4b)$$

$$H = \sqrt{H_1 H_2} \quad (4c)$$

其中， H 、 W 和 A 分别为每个相机得到的粒子图像的高度、宽度和“阴影”面积 (图 2)。一旦 PSD 确定后，体积中值直径 D_0 (mm) 和总数浓度 N_t (m⁻³) 可以计算出来：

$$\int_{D_{min}}^{D_0} D^3 N(D) dD = \int_{D_0}^{D_{max}} D^3 N(D) dD \quad (5)$$

$$N_t = \int_{D_{min}}^{D_{max}} N(D) dD \quad (6)$$

3.2 雪密度

通过将滴谱仪与雷达或雨量计等观测结果相结合，可以得出雪的平均密度，

Brandes et al. (2007) 使用称重式雨量计测量出液态水当量, 结合 2DVD 测量的粒子体积, 从而计算出雪平均密度, 并得到了密度和中值体积直径 D_0 之间的关系: $\rho(D_0)=0.178D_0^{-0.922}$ 。他们的方法与 Heymsfield et al. (2004) 使用的方法相似, Heymsfield et al. (2004) 将飞机观测的 PSD 和冰水含量 IWC 观测结果结合起来, 得出冰粒子平均密度和平均质量-尺寸关系。Huang et al. (2010) 使用 C 波段天气雷达观测等效反射率因子 Z_e , 结合 2DVD, 得到了雪密度-维度关系。Böhm (1989) 基于流体动力学方程, 提出了另一种雪密度计算方法, 该方法利用观测到的粒子下落速度和粒子的有效投影面积计算粒子质量, 该方法随后被 Huang et al. (2015)、Szyrmer and Zawadzki (2010) 和 von Lerber et al. (2017) 等用于雪密度计算。

观测中我们发现在弱降雪情况下, 由于雪花质量特别小, 在单位采样时间内, 不能保证称重计获得有效的液态水当量数据, 因此, 本文采用 Böhm (1989) 的方法推导雪粒子密度, 该方法的优势甚至可以获取单个粒子的密度。利用 2DVD 观测的下落速度 V 、投影面积 A_e 和粒子图像的最小外接圆面积 A (A_e 和 A 取两个图像的平均值), 从公式 (7) - (9) 中计算出粒子质量 m 。

$$R_e = \frac{2\rho_a V}{\eta} \left(\frac{A}{\pi} \right)^{1/2} \quad (7)$$

$$X = \left\{ \frac{\left[\left(\frac{R_e}{8.5} \right)^{1/2} + 1 \right]^2 - 1}{0.1519} \right\}^2 \quad (8)$$

$$m = \frac{\pi \eta^2 X}{8g\rho_a} \left(\frac{A_e}{A} \right)^{1/4} \quad (9)$$

其中, R_e 雷诺数, X 为 Davies number, g 为重力加速度, 动力粘度 η 和空气密度 ρ_a 根据环境温度、气压和湿度计算得到。

利用 D 与密度 ρ_s 的关系: $\rho_s = \alpha D^\beta$, 则 m 与 D 可表示为:

$$m = \alpha \left(\frac{\pi}{6} \right) D^{\beta+3} \quad (10)$$

将实测的 m 与 D 进行拟合, 从而确定参数 α 和 β 。

3.3 雷达反射率和降雪率的计算

根据前面计算出的粒子密度、PSD 等信息，可以得到降雪等效雷达反射率因子和液态等效雪率(Z_e -SR)的关系。本文基于瑞利散射模型计算等效反射率 Z_e ($\text{mm}^6 \text{m}^{-3}$)：

$$Z_e = \left(\frac{\rho_{\text{snow}}}{\rho_{\text{ice}}} \right)^2 \frac{|K_{\text{ice}}|^2}{|K_w|^2} \int D^6 N(D) dD \quad (11)$$

式中， D 为直径 (mm)， $N(D)$ 为粒子谱 PSD，单位为 $\text{mm}^{-1} \text{m}^{-3}$ ， K_{ice} 和 K_w 分别为冰和水的介电因子， ρ_{ice} 和 ρ_{snow} 分别为冰和雪的密度，且在 0°C 时， $\rho_{\text{ice}} = 0.917 \text{ g cm}^{-3}$ ，粒子间隔取 $dD = 0.2 \text{ mm}$ 。

利用 2DVD 观测的粒子信息，可以计算出降雪率 SR (mm h^{-1})：

$$SR = \frac{\pi}{6\Delta t} \sum_{i=1}^L \frac{\rho_{\text{snow}}(D_i)}{\rho_w} \frac{C(D_i) D_i^3}{A(D_i)} \quad (12)$$

式中 Δt 是总时间，以小时计， $C(D_i)$ 代表一分钟内在第 i 个粒径档位内的粒子数量， $A(D_i)$ 是 2DVD 对第 i 个粒子的有效采样面积，单位： mm^2 ， D_i (mm) 是代表第 i 档的中心等效直径， ρ_w 为水的密度。对于 1 分钟的累积周期，公式(12)简化为：

$$SR = 10\pi \sum_{i=1}^L \frac{\rho_s(D_i)}{\rho_w} \frac{C(D_i) D_i^3}{A(D_i)} \quad (13)$$

计算过程需要进行以下假设：

(1) 粒子形状和取向：粒子建模为扁椭圆体，轴比 a/b 采用本文 2DVD 观测获取的轴比。粒子取向角假设为均值为 0° ，标准差为 45° ，方位角均匀分布于 $[0, \pi]$ 的高斯分布。

(2) 雪的介电常数 ϵ_s 使用 Maxwell-Garnett 混合公式 (Garnett and Larmor, 1904)：

$$\epsilon_s = \frac{1 + 2F_v y}{1 - F_v y} \quad (14)$$

F_v 是体积分数： $F_v = \rho_s / \rho_i$ ，其中 ρ_s 和 ρ_i 分别为雪和冰的密度（在 0°C 时， $\rho_{\text{ice}} = 0.917 \text{ g cm}^{-3}$ ）。另外， $y = (\epsilon_i - 1) / (\epsilon_i + 2)$ ，其中 ϵ_i 是冰的介电常数。

4 结果

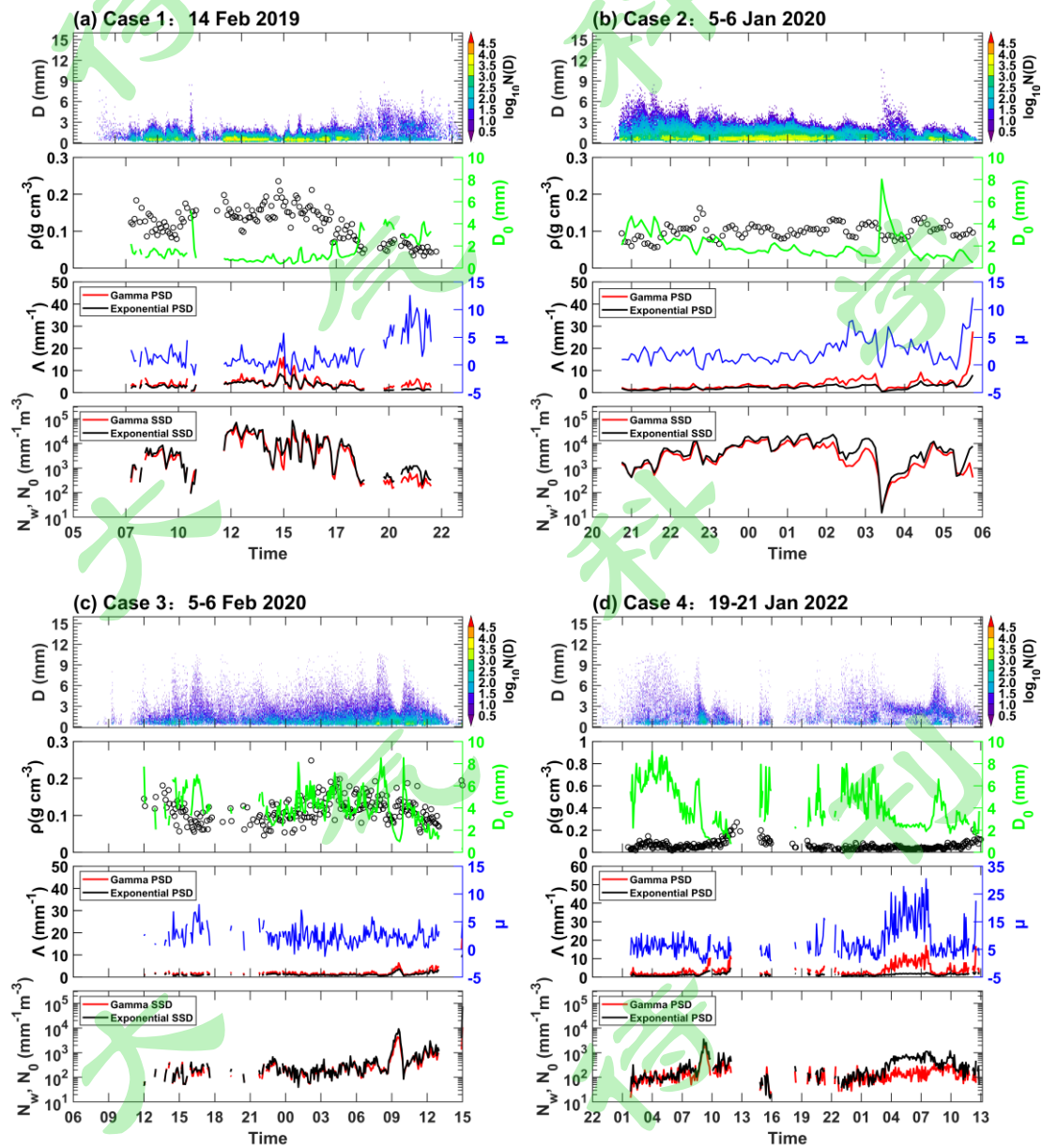
4.1 粒子谱和粒子谱参数

图 5 展示的是 6 次过程的 PSD 的时间序列（分辨率 1 min），5-min 平均密度 ρ 、中值粒径 D_0 、gamma 分布的形状参数 μ 、斜率和浓度参数 N_w 以及指数分布的数浓度 N_0 和斜率 Λ 的时间序列。不同过程的 PSD 呈现各自独特的特征：Case 1 在降雪开始和结束阶段数浓度很小，粒子直径较大，在 10:50-10:55 出现大粒径雪花，最大直径可达 8 mm， D_0 和 ρ 呈现明显的反相关关系。Case 2 的 PSD 随时间变化较 Case 1 小，除了开始阶段和 1 月 6 日 03:30-04:10 内出现短暂的大尺寸低浓度的雪花外（对应此阶段的 $D_0 \sim 8$ mm），其他时段整体比较均匀，密度几乎维持在 0.1 g cm^{-3} 附近， D_0 在 2 mm 以下。Case 3 和 Case 4 PSD 较相似，整个过程均以低浓度的大尺寸的雪花为主，数浓度几乎不超过 $10^3 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$ 。Case 5 和 Case 6 的 PSD 变化较大，在不同时间段呈现不同特征，Case 5 出现了高浓度（ $N(D) > 10^4 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$ ）的小粒子（ $D < 1.5$ mm），该个例的密度变化很小，整个过程基本维持在 0.15 g cm^{-3} 左右，但 D_0 的波动很大，几乎随 $D_{\max}$ 变化。Case 6 降雪主要包括 2023 年 12 月 11 日 00 时~06 时和 12 月 13 日 12 时~15 日 02 时两个阶段，第一阶段主要以低浓度小粒子为主，雪花大小均在 3 mm 以下；第二阶段 PSD 变化较大，粒子谱谱宽先增加后减小再增加， D_0 随之同步变化，密度的变化和 D_0 相反。

每个降雪过程中的 gamma 分布和指数分布的斜率 Λ 变化趋势比较一致，两种分布模型的浓度参数 N_w 和 N_0 的时间序列也呈现出很好的一致性（图 5 中的红色和黑色曲线）。利用两种滴谱分布模型对每个过程 5-min 平均滴谱进行拟合，并将拟合谱计算出的 D_0 、 N_t 和降雪率 SR 与 2DVD 实测 PSD 得到的结果进行对比，如图 6 所示，分析两个分布模型得到的降雪微物理参数的差异。总体来讲，gamma 谱在三个参量中的表现均优于指数 PSD，和实测结果相比，gamma PSD 的相关系数更高、平均绝对偏差和均方根误差更小，gamma PSD 计算出的 D_0 、 N_t 和 SR 的 MAE（RMSE）分别降低了 51%（43%）、38%（21%）和 45%（42%）。

此外，Zhang et al.（2001）发现了利用雨滴谱的 μ - Λ 约束关系，可以解决基于双偏振雷达反演 gamma 雨滴谱中的多参数问题。Brandes et al.（2007）给出了科罗拉多降雪粒子谱的 μ - Λ 关系，如图 7 中的蓝色曲线。本研究采用双参数排序平均法（sorting and averaging based on two parameters, SATP）（Cao et al.,

2008) 处理后的 PSD 数据, 根据截断阶矩法计算出每个降雪过程的 μ 和 Λ , 并给出了总数据集的 μ - Λ 拟合关系 (图 7 中红色实线)。从图 6 中的灰色柱状图显示的两个参数的频率分布可以看出, 斜率 Λ 和形状参数 μ 均成正偏态分布, 偏度分别为 2.05 和 2.43, 平均值分别为 6.02 mm^{-1} 和 3.04, 其中, μ 为负值的 PSD 样本占 3.3%, 负 μ 值在由飞机观测的冰粒子谱中较常见 (例如, Heymsfield, 2003, 2002)。除了 Case 6 的 μ 和 Λ 值较大以外, 其余降雪个例的 μ 和 Λ 分别小于 15 和 10 mm^{-1} , 另外, 与 Brandes et al. (2007) 给出的 μ - Λ 关系相比, 当 $\Lambda > 13 \text{ mm}^{-1}$ 时, 本文的 μ 值略小。



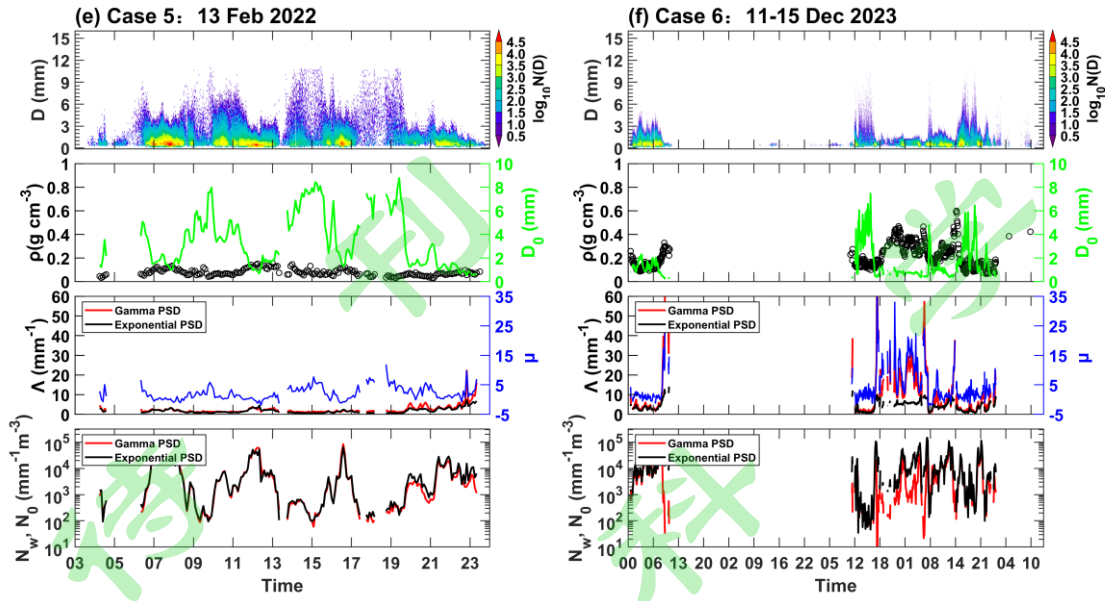


图 5 六次降雪过程的 PSD 和 PSD 物理参数的时间序列 (a-f) (从上到下依次是 2DVD 测量的 PSD, 平均密度 ρ (黑色圆圈) 和 D_0 (绿色曲线), gamma 分布 (红色曲线) 和指数分布 (黑色曲线) 的斜率参数和 gamma 分布的形状参数 (蓝色曲线), 以及标准化 gamma 分布 (红色曲线) 和指数分布 (黑色曲线) 的截距参数 N_w (N_0))

Fig. 5 Time series of PSD and PSD attributes for the six snowfall cases (a-f) showing (top) measured PSDs, (2d from top) mean density ρ (the black circles) and D_0 (the green curves), (3d from top) the shape parameter (the blue curves) and the slope parameters for the gamma PSDs (the red curves) and exponential PSDs (the black curves), and (bottom) the concentration intercept parameter N_w (N_0) for the normalized gamma (exponential) PSDs.

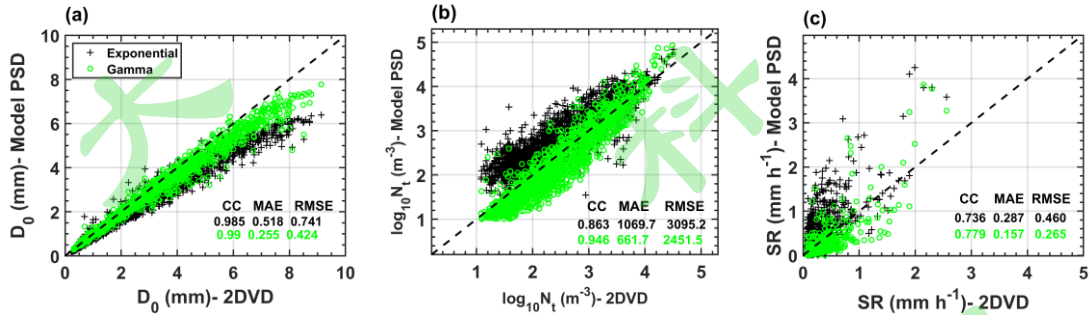


图 6 使用指数 PSD (黑色 “+” 号) 和 gamma PSD (绿色 “○” 号) 计算的中值粒径 D_0 (mm)、总数浓度 N_t (m^{-3}) 和降雪率 SR ($mm\ h^{-1}$) 与 2DVD 实测 PSD 计算结果的散点对比图, 黑色虚线为 1:1 直线

Fig. 6 Scatterplots of the median volume diameter D_0 (mm), the total concentration N_t (m^{-3}), and the snowfall rate SR ($mm\ h^{-1}$) calculated using exponential (black crosses) and gamma (green circles) PSDs vs that computed from 2DVD measured PSDs. The Black dashed lines represent 1:1 lines.

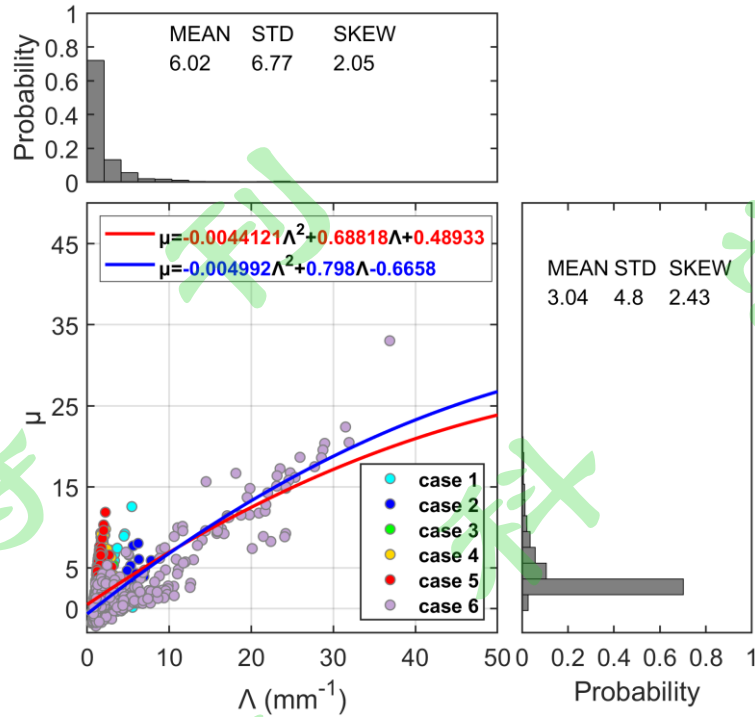


图 7 Gamma PSD 的 μ 、 Λ 的频率分布（柱状图）、六次过程的散点分布和总数据集的拟合关系（红色实线）（蓝色曲线和对应的关系式为 Brandes et al. (2007) 给出的科罗拉多州降雪 μ - Λ 经验关系）

Fig. 7 The frequency distribution of shape μ and slope Λ parameters of gamma PSDs and the fitted μ - Λ relationship (solid red line). The blue curve is the μ - Λ relation of snowfall in Colorado given by Brandes et al. (2007).

从图 5 给出的微物理参量随时间的变化中可以看到，粒子密度 ρ 与中值粒径 D_0 、截距参数 N_0 （或 N_w ）之间呈现较为明显的相关性。当出现大粒子时， D_0 增大，此时多为聚合状雪花为主，对应的 N_w 和 N_0 比较小。大部分情况下，gamma 分布的截距参数 N_w 和指数分布中的 N_0 变化趋势非常一致，斜率 Λ 也呈现相似的变化，但需要注意在 2022 年 1 月 21 日 03 时~09 时（图 4d）和 2023 年 12 月 14 日 18 时~15 日 08 时（图 4f）这两个时段内数浓度很小，谱宽窄， N_w 小于 N_0 且 gamma 分布的斜率 Λ 也更小。

图 8 给出了每个过程的 N_w 和 D_0 、 N_w 和 $D_0\rho^{-1/3}$ 之间的散点分布，并拟合出了总数据集的 N_w 与 D_0 和 ρ 之间的定量关系。图 8a 显示出 Case 1 和 Case 2 的 (D_0, N_w) 数据对落在左上区域，说明这两个降雪过程主要为高浓度的小粒子，Case 3 和 Case 4 的数据点位于右下侧，主要由浓度更低但尺寸相对更大的雪颗粒组成，而 Case 5 和 Case 6 的粒子尺度和数浓度分布范围较大，因此这两个例的 LWE 也更大。当 D_0 小于 4.2（7.0）mm 时，本研究的拟合结果小于 Tiira et al., 2016（Zhang et al., 2021）的结果，当考虑密度对 N_w - D_0 关系的影响后，数据

点的离散性有所减弱，与观测的 $\log_{10}N_w$ 相比，RMSE 由 0.466 减小到 0.416。

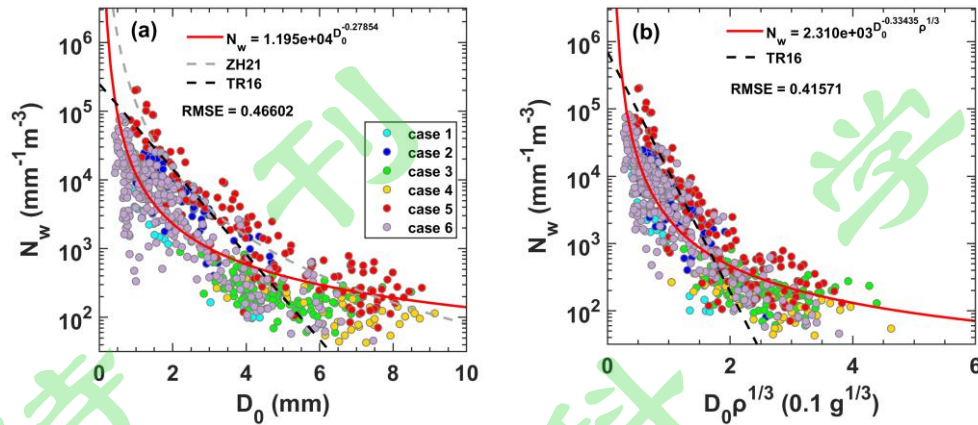


图 8 (D_0, N_w) (a) 和 ($D_0 \rho^{1/3}, N_w$) (b) 散点分布以及拟合关系 (图 (a) 中灰色和黑色虚线分别表示由 Zhang et al. (2021) 给出的南京地区的和 Tiira 2016 得到的芬兰的 N_w - D_0 关系。图 (b) 中的黑色虚线为 Tiira et al., 2016 给出的 N_w - $D_0 \rho^{1/3}$ 关系)

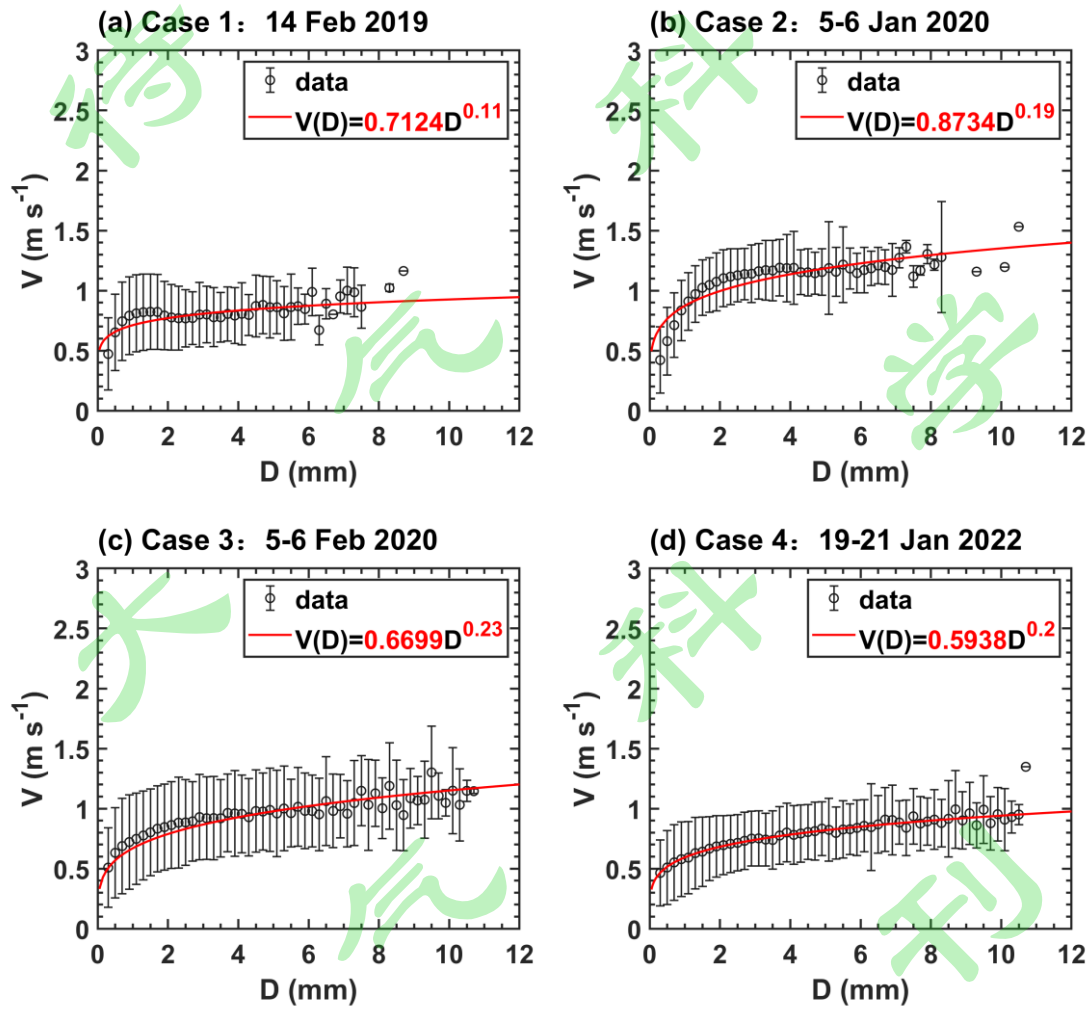
Fig. 8 (D_0, N_w) (a) and ($D_0 \rho^{1/3}, N_w$) (b) with fitted relations (red curves). For comparison, the N_w - D_0 relations of Zhang et al. (2021) (dashed gray line) and Tiira et al. (2016) (dashed black line) are also plotted in Fig. 8(a) and N_w - $D_0 \rho^{1/3}$ relationship of Tiira et al. (2016) in Fig. 8(b).

4.2 下落速度-直径关系

图 9 显示的是每个过程以及总数据集以 0.2 mm 为直径间隔的粒子平均速度和标准差，并给出了平均速度和直径的拟合曲线。从图 9 中可以看到，小粒径 ($D < 2$ mm) 的平均速度随直径增加，当直径超过 2~3 mm 时，平均速度几乎不再随直径而变，速度标准差随直径变化也很小，基本维持在 $0.2 \sim 0.3 \text{ m s}^{-1}$ 。根据拟合的 $V(D)$ 关系可以看到，Case 4 的粒子平均速度在相同直径下比其他个例都小，其 $V(D)$ 关系的系数最小，为 0.5938。Case 6 的系数最高，1.052，相较于其他个例，Case 6 在相同直径下的平均速度最大。每个降雪过程的 $V(D)$ 关系系数变化较大，但指数变化相对更小，本文观测的雪花 $V(D)$ 关系的系数范围为 0.5938~1.052，指数范围为 0.11~0.23。 $V(D)$ 关系的系数与雪花的组成成分形式（如板状、柱状或枝状冰晶）以及凇附程度有关，由于从 2DVD 图像中很难识别出雪花的组成形式，因此，本文没有按组成成分对数据集进行分类讨论。

通过与其他研究结果对比发现，Locatelli and Hobbs (1974)（以下简称 LH74）给出的未碰撞过冷水的雪花 $V(D)$ 关系为 $V_{\text{unrimed}}(D) = 0.8 D_0^{0.16}$ ，Case 5 的结果与之最为接近。Brandes et al. (2007) 在科罗拉多州观测到的干雪 $V(D)$ 关系为 $V(D) = 0.768 D_0^{0.142}$ ，在相同粒子尺寸情况下，北京的雪花平均速度更高（图 8g），且小粒径 ($D < 3$ mm) 的平均速度均高出其他文献的结果。此外，在速度

和直径拟合中发现, $V=aD^b$ 的幂律形式对先随直径增加然后保持不变的速度特征的代表性并不高, 该特征与雨滴的下落末速度随直径的变化相似, 因此参考 Atlas 等 (1973) 给出的雨滴的经验速度公式, 本文重新拟合雪花下落速度和直径的关系为: $V(D)=1.105-1.034\times\exp(-2.332D)$, 如图 9g 中的红色曲线所示, 该关系式的拟合优度 $R^2=0.8843$, 与速度测量值之间的 RMSE 为 0.0509。如果使用幂律形式拟合出的 $V(D)=0.951D^{0.08}$ 的关系式 (未展示), R^2 仅为 0.55, RMSE 为 0.11。



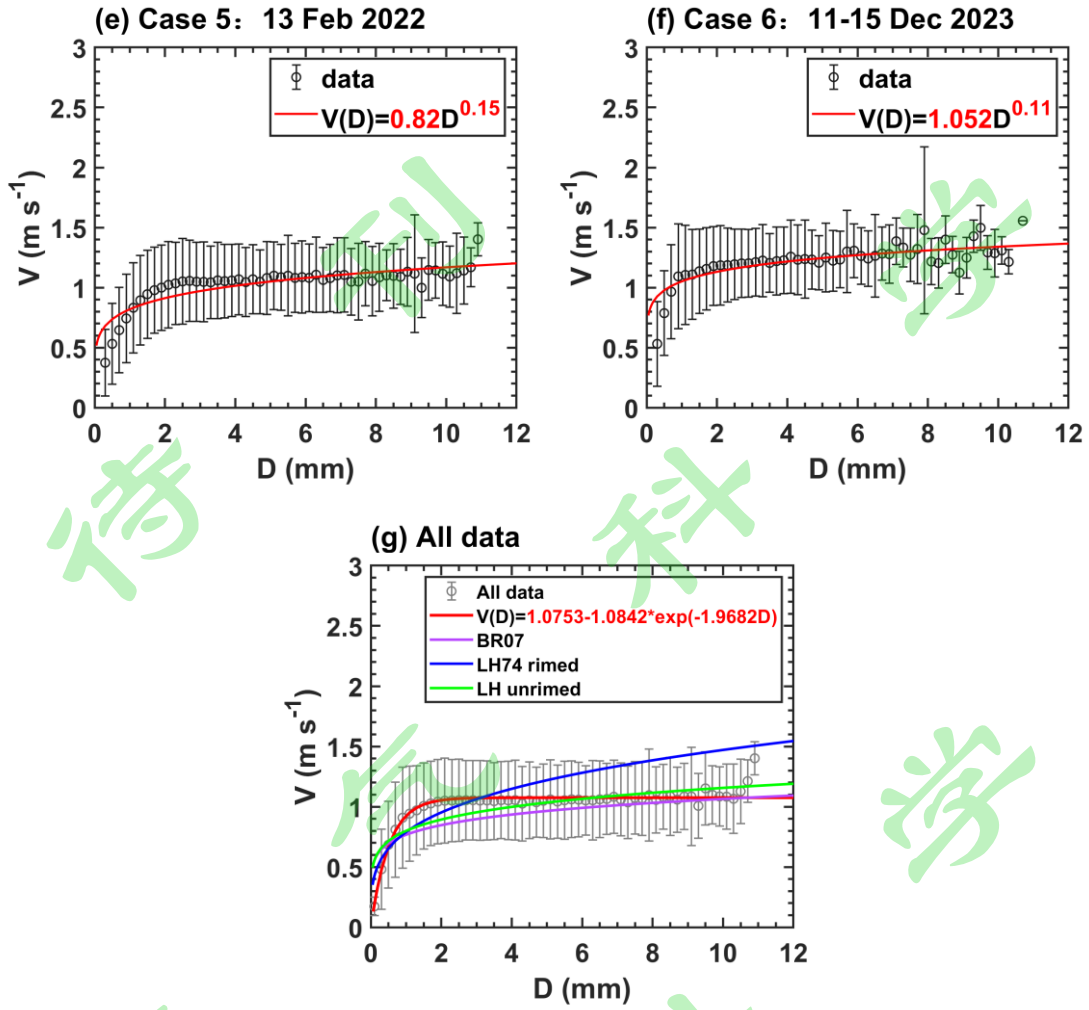


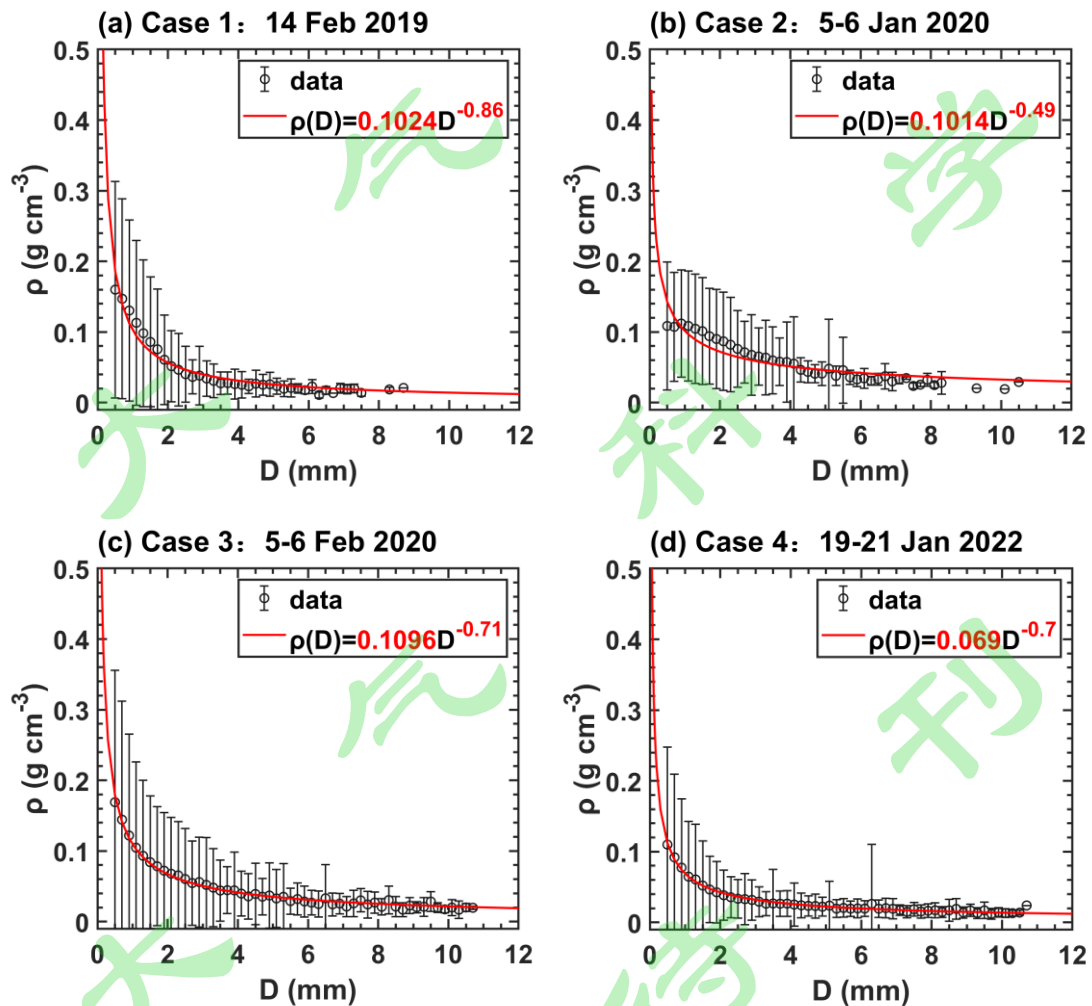
图9 六次降雪过程 (a-f) 和总数据集 (g) 的下落末速度 $V(\text{m s}^{-1})$ 随直径 $D(\text{mm})$ 的变化及拟合关系 (红色实线) (黑色误差棒表示 0.2 mm 粒子尺寸间隔内的平均值标准差 ($\pm 1\sigma$)。图 g 中的紫色曲线表示 Brandes et al. (2007) (简称 BR07) 年观测的科罗拉洲的干雪的 $V(D)$ 关系。蓝色虚线和绿色虚线分别表示 Locatelli and Hobbs (1974) 年观测的结霜与未结霜的雪花 $V(D)$ 曲线)

Fig. 9 Observed terminal velocities of snow particles for the six cases (a-f) and the all data (g). Fitted relations are overlaid (red lines). The black circles are averages for each 0.2-mm size interval; the vertical black lines indicate the standard deviation ($\pm 1\sigma$). The purple curve in Fig. 9g shows the $V(D)$ relationship of dry snow in Colorado (Brandes et al., 2007). The dashed blue and green lines represent the $V(D)$ relations of the rimed and unrimed snowflake given by Locatelli and Hobbs (1974).

4.3 密度-直径关系

在估计雪水当量和建立雷达偏振参量与雪花微物理参数之间的联系方面，雪密度是至关重要的参数。本文根据 Böhm (1989) 方法推导出每个粒子的密度 ρ (3.2 节)，并拟合得到每次降雪过程的 $\rho(D)$ 关系，如图 10a-f 所示。在 $dD=0.2\text{ mm}$ 间隔内的密度存在有很大变异性，直径 $< 2\text{ mm}$ 的粒子尤其明显。随着粒子尺寸增加，密度的标准差减小。图 10 给出的每次过程的 ρ - D 关系的系数在 Case

6 中取得最大值 ($\alpha=0.1621$), Case 4 最小 ($\alpha=0.069$), 其余个例的 α 在 0.1 左右。指数 β 的范围在 -0.49 ~ -0.86, 对总数据集拟合的 ρ -D 关系为 $\rho(D)=0.1278D^{-0.70}$ 。本文密度计算方法与 Huang et al. (2015) 类似, 他给出的 ρ -D 关系的系数范围在 0.15~0.23, 指数范围为 -0.79~-0.96, 与 Huang et al. (2015) 的结果相比, 本文的雪密度在相同的直径下更小。此外, Brandes et al. (2007) 得到的雪花平均密度和中值粒径 D_0 的关系为 $\rho(D_0)=0.178D_0^{-0.922}$, Tiira et al. (2016) 采用类似的方法得到芬兰的经验密度关系为: $\rho(D_0)=0.226D_0^{-1.004}$, Zhang et al. (2021) 给出了南京地区降雪的 $\rho(D_0)$ 关系为 $\rho(D_0)=0.2D_0^{-0.66}$, 图 10g 给出了本文的结果为: $\rho(D_0)=0.1838D_0^{-0.434}$, $D_0<1.4$ mm 的粒子密度比他们的结果略小, 当超过 1.4 mm 时, 本文得到的密度更大。



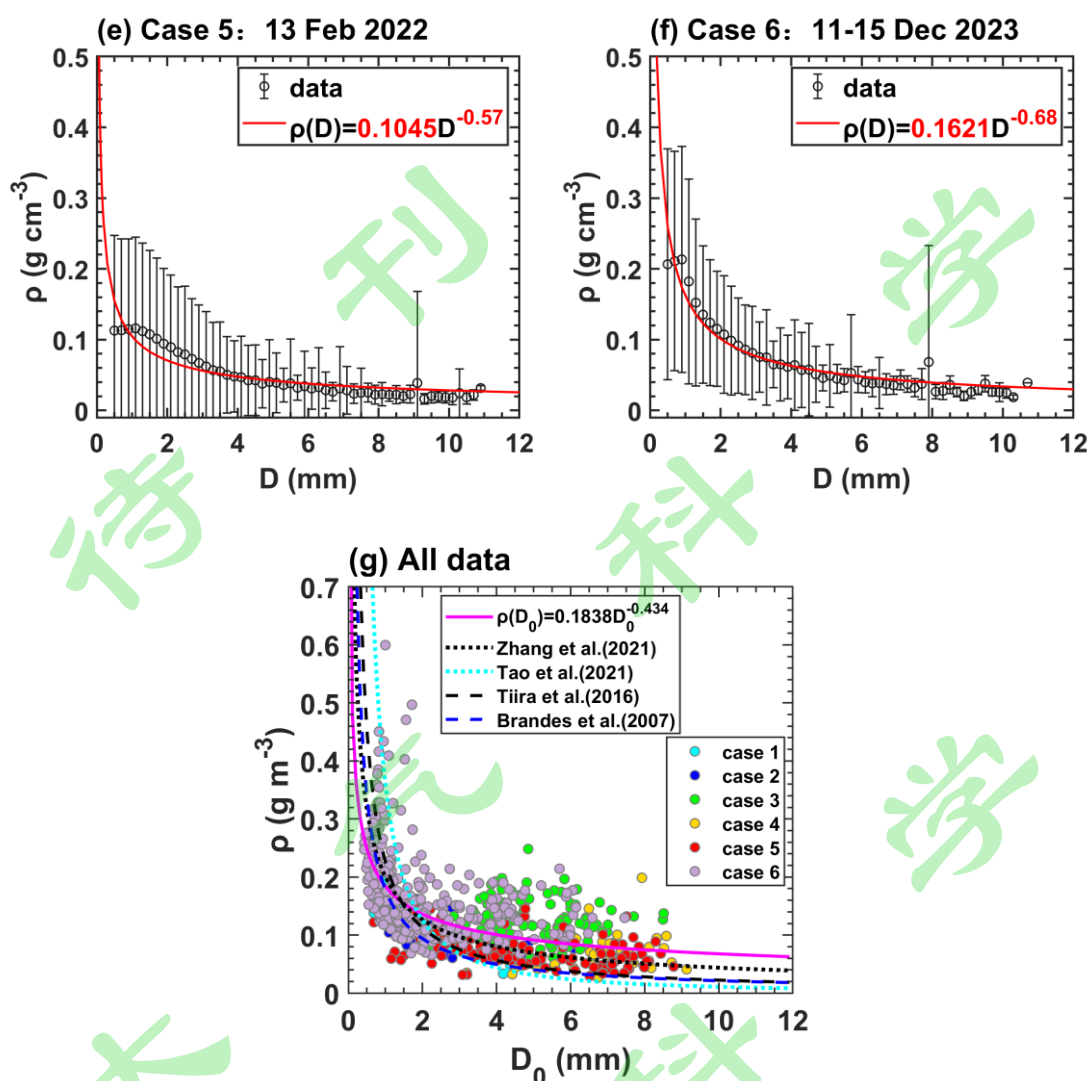


图 10 与图 9 类似，但是为密度 $\rho(\text{g cm}^{-3})$ 与中值粒径 $D_0(\text{mm})$ 的关系 (a-f) (图 10 g 为每个过程的密度 ρ 和 D_0 的散点分布 (用不同颜色的圆点代表不同个例)，并给出了科罗拉多州 (Brandes et al., 2007)、芬兰 (Tiira et al., 2016)、和南京地区 (Tao et al., 2021; Zhang et al., 2021) 的 $\rho(D_0)$ 曲线作为对比)

Fig. 10 As in Fig. 9, but for $\rho(D_0)$. Fig. 10g shows the scatter distribution of ρ and D_0 for the six cases with different colored dots, and for comparison, the ρ - D_0 relations obtained in Colorado (Brandes et al., 2007), Finland (Tiira et al., 2016), and Nanjing (Tao et al., 2020; Zhang et al., 2021) are also plotted.

密度和下落速度之间关系密切，雪花在下落过程中的环境温度决定了雪花大小、组成和凇附程度，从而在很大程度上决定了下落速度。图 11 给出总数据集在不同温度等级下的速度-直径和密度的变化。将温度划分为了三个等级： $-10 \leq T < -7^\circ\text{C}$ 、 $-7 \leq T < -3^\circ\text{C}$ 、 $-3 \leq T < 0^\circ\text{C}$ ，每个温度等级对应的相对湿度范围基本上保持一致，相对湿度范围均在 45-96% 之间。可以看到在三种温度等级下，当粒子尺寸相同时，随着密度增加，下落速度增加，且粒子的最大尺寸随密度增加逐渐减小。当密度 $< 0.1 \text{ g cm}^{-3}$ 时，下落速度几乎小于 2 m s^{-1} ，在该条件下的粒

子样本最多且粒子分布最宽，范围从 0~12 mm。直径小于 5 mm 的粒子密度和速度变化较大，当直径超过 5 mm 时，粒子速度和密度基本不变。粒子速度、密度和直径三者之间关系在三个温度范围内的特征非常一致。

Barthazy and Schefold (2006) 研究指出， $V(D)$ 关系的系数和指数随着雪花下落过程中的凇附程度的增加而增加，而粒子的凇附程度又与密度密切相关 (Power et al., 1964)。为了给出粒子速度和密度的定量关系，将所有数据在三个不同密度类别下拟合出粒子的下落速度与直径的关系，如图 12 所示。为了便于比较，密度范围的划分采用了和 Tiira et al. (2016) 相同的密度范围。本文得到的三个密度类别下的粒子数量分别为 23219, 2393 和 1539，对应的 $V(D)$ 关系为：

$$V_{\rho 1}(D) = 0.4645D^{0.34} \quad (15)$$

$$V_{\rho 2}(D) = 0.9218D^{0.43} \quad (16)$$

$$V_{\rho 3}(D) = 1.3438D^{0.40} \quad (17)$$

从以上关系式可以看到，系数随密度的增大而增大，表明密度越大，下落速度越大，在最大密度范围内，粒子的速度分布宽度也最大。随着密度增加，拟合曲线的斜率也明显增加。此外，与 Tiira et al. (2016) 得到的结果相比，本文观测得到的 $V(D)$ 关系的指数更大，系数在 $0.0 < \rho \leq 0.1 \text{ g cm}^{-3}$ 范围内更小。当 $\rho > 0.1 \text{ g cm}^{-3}$ 以后，本文观测到的粒子速度在同等粒子大小下比 Tiira et al. (2016) 的观测结果更大，因此对应的密度也更大 (图 10g)。

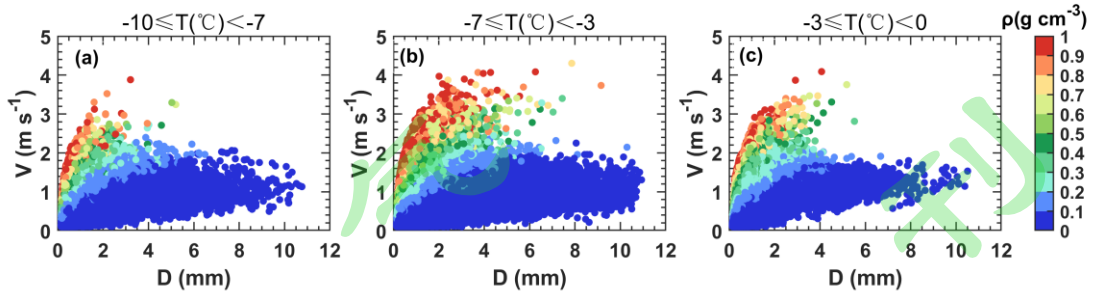


图 11 三个温度 (T , 单位: $^{\circ}\text{C}$) 范围: (a) $-10 \leq T (^{\circ}\text{C}) < -7$ 、(b) $-7 \leq T (^{\circ}\text{C}) < -3$ 和 $-3 \leq T (^{\circ}\text{C}) < 0$ 下，粒子下落末速度 $V (\text{m s}^{-1})$ 随直径 $D (\text{mm})$ 和密度 $\rho (\text{g cm}^{-3})$ 的变化
Fig. 11 Scatterplot of fall velocity $V (\text{m s}^{-1})$ vs $D (\text{mm})$ for three temperature ($^{\circ}\text{C}$) classes: (a) $-10 \leq T (^{\circ}\text{C}) < -7$, (b) $-7 \leq T (^{\circ}\text{C}) < -3$ and (c) $-3 \leq T (^{\circ}\text{C}) < 0$. Data points are color coded according to the particle density $\rho (\text{g cm}^{-3})$.

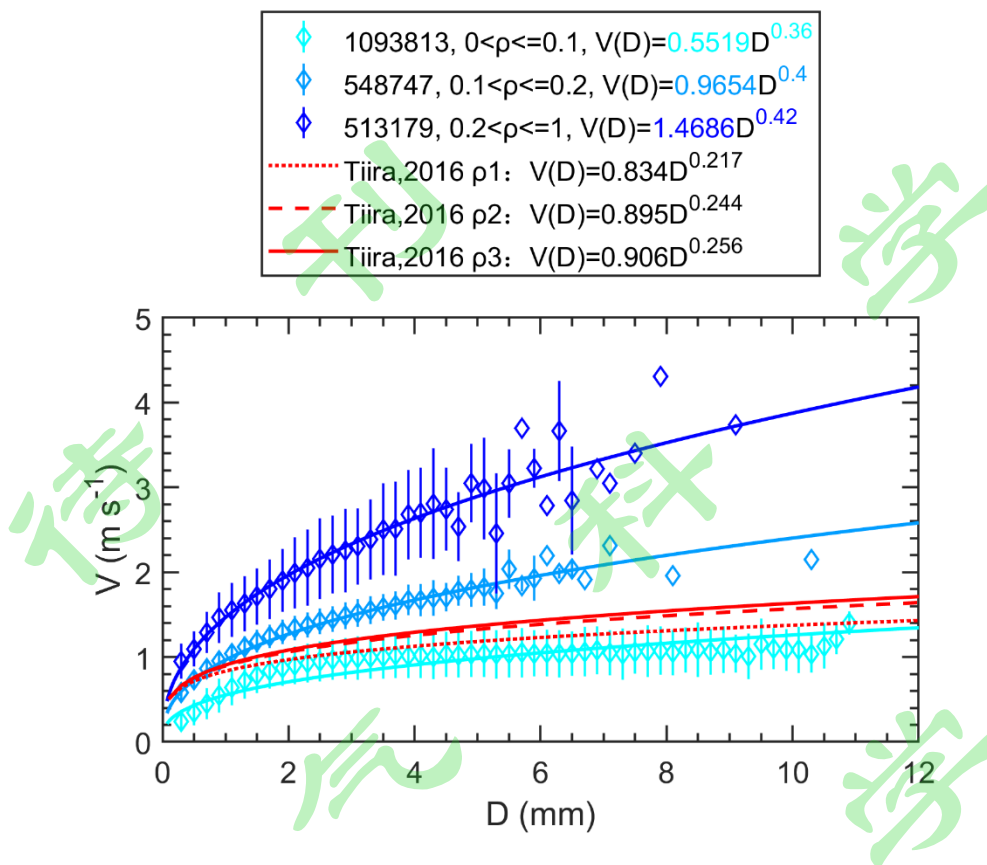


图 12 不同密度 (ρ : g cm^{-3}) 范围内的粒子下落速度 V (m s^{-1}) 和直径 D (mm) 的变化以及拟合的 $V(D)$ 关系 (蓝色由浅到深表示密度从小增大) (图中给出的红色曲线为 Tiira et al. (2016) 在芬兰观测得到的同密度范围内的 $V(D)$ 关系, 点线, 虚线和实线表示密度由小增大)

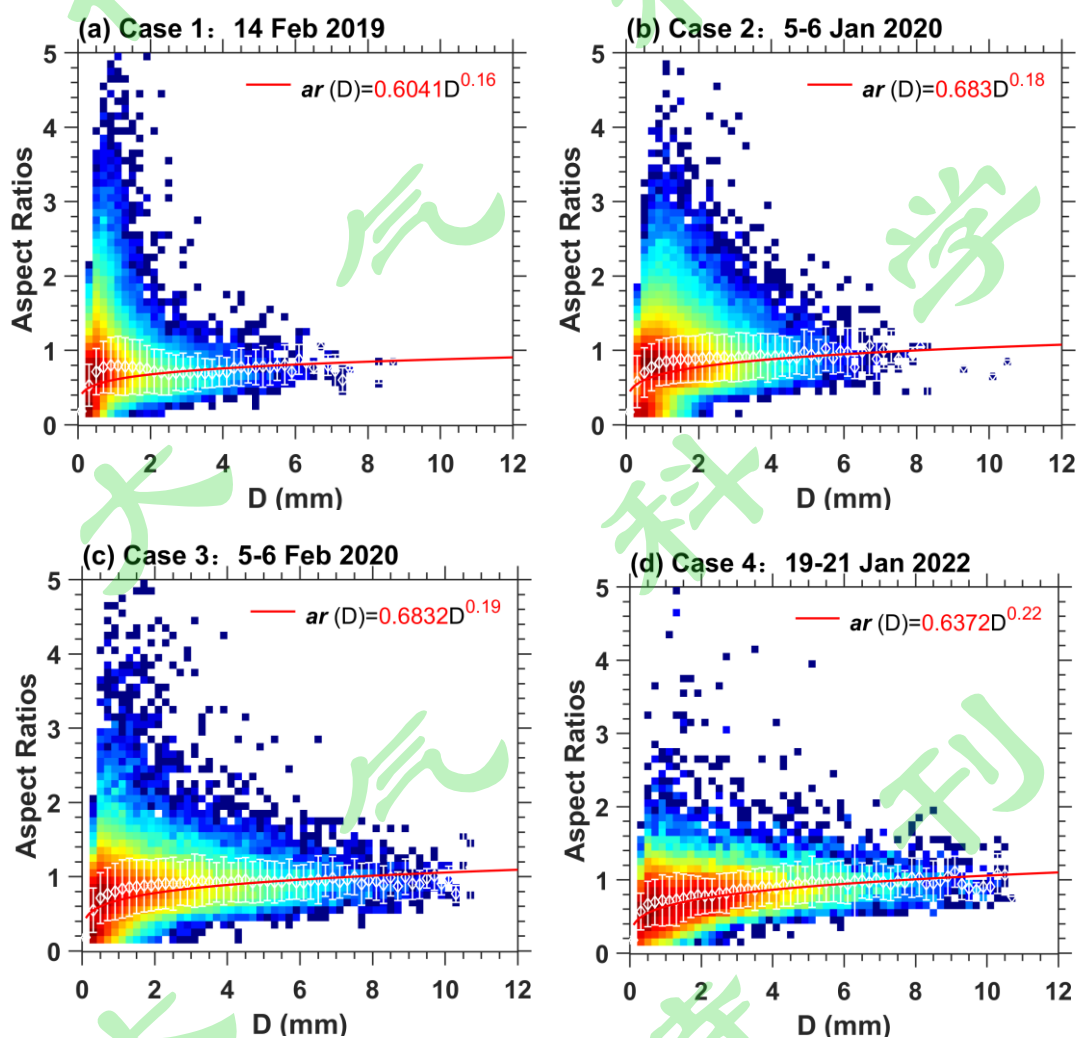
Fig. 12 The mean and $\pm 1\sigma$ (the standard deviation) values of terminal velocities for each 0.2-mm size interval in three density ranges (ρ : g cm^{-3}). Fitted relations are overlaid (the solid lines with the same color, and the blue color from light to dark indicates the increase in density). The dashed lines are the $V(D)$ relationships in the same density ranges (the dotted, dashed, and solid red lines indicate the increase in density) observed in Finland (Tiira et al., 2016).

4.4 轴比 ar -直径关系

利用纵宽比 (aspect ratio, ar) 来定量描述不规则冰粒子的外观形状 (Korolev and Isaac, 2003), ar 通常定义为粒子的短轴长和长轴长的比值 (简称轴比)。根据 Korolev and Isaac (2003) 和 Matrosov et al. (2017) 的方法, ar 为厚度 L (取两个相机的最小观测值) 与 $D_{\max}$ (取两个相机的最大值) 之比。最大直径 $D_{\max}$ 定义为粒子轮廓两点之间的最大距离, 取两个摄像机的最大值 (图 2)。图 13 为 6 次降雪过程的轴比和直径关系, 图中的填色图表示在 0.2 mm 直径间隔和 0.1 轴比间隔内的粒子个数, 白色误差棒为 0.2 直径间隔内的平均轴及 $\pm\sigma$ (标准差), 红色曲线为拟合的 $ar(D)$ 关系。图 13 显示, 小颗粒的 ar 的离散性较大, 出现一些轴比 $ar > 1$ 的粒子 (个数 $< 10^2$), 根据轴比的计算方式

($ar=b/a$)，这部分粒子推测主要为细长型的柱状冰晶，但大部分粒子（暖色填充区域的个数 $>10^{3.5}$ ）的轴比在 1.5 以下。随着直径增加，轴比的离散度逐渐减小，当直径为 2 mm 时， ar 约为 0.4~5.0，当直径为 8 mm 时， ar 降低为 0.5~1.5。

这六次过程的 $ar(D)$ 幂律关系的系数范围为 0.6-0.7，除了 Case 1 的指数为 0.16 以外，其他过程的指数均在 0.2 左右。总数据集的拟合关系为 $ar(D)=0.7D^{0.2}$ ，该关系与 Zawadzki et al. (2010) 的结果非常接近。此外，图 13 中还可以看到，粒子的轴比 ar 先随着尺寸的增加呈现略微上升趋势，从 0.2 增加到 0.9~1.0 后维持不变，表明聚合雪花随尺寸的增加，逐渐靠近球形，这一发现与 Magono and Nakamura (1965) 的研究以及 Brandes et al. (2007) 的观测结果一致。



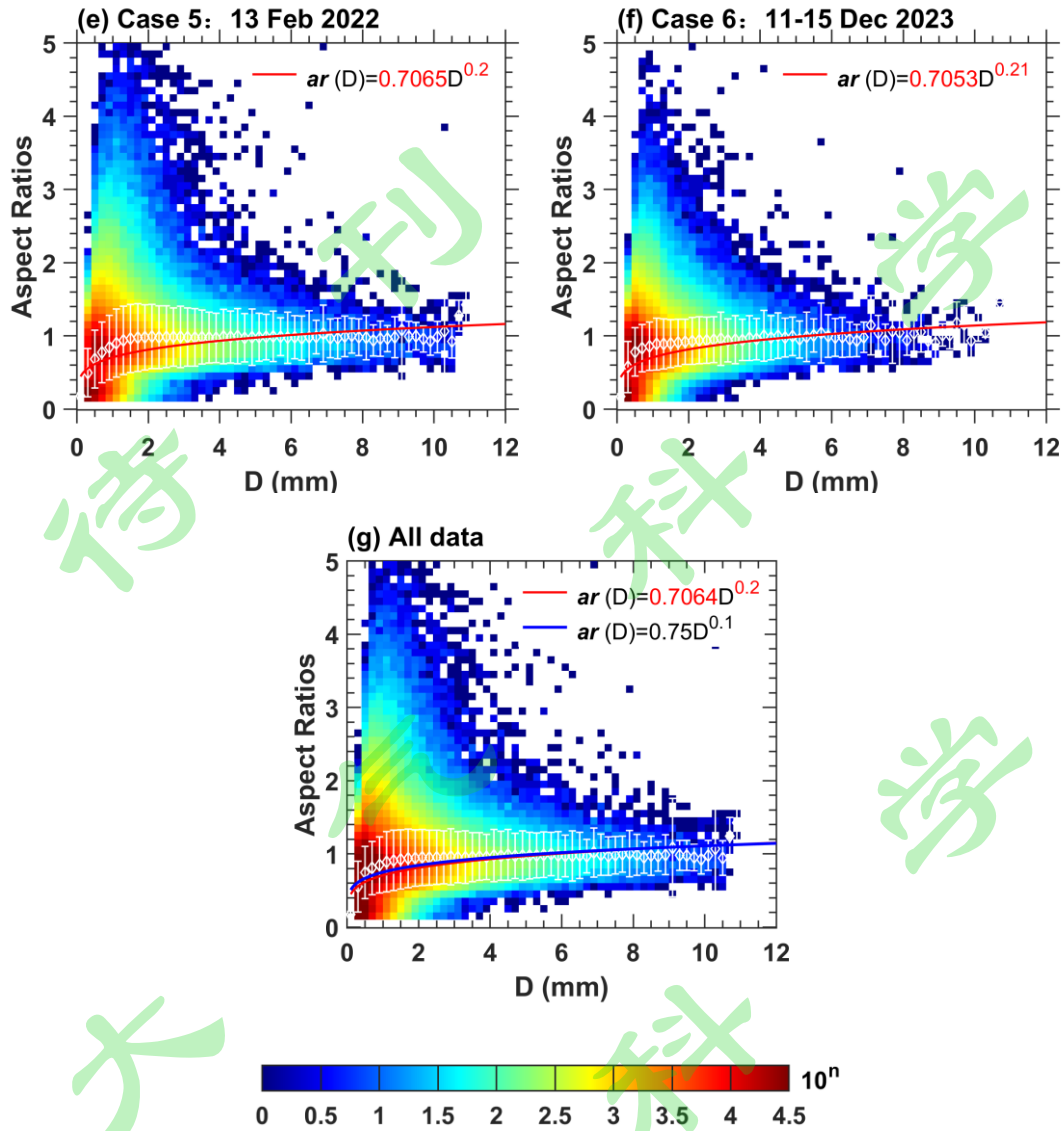


图 13 六次过程 (a-e) 和总数据 (f) 的轴比 ar 与直径 D 的分布频率 (对数尺度) (白色误差棒表示以 0.2-mm 为间隔的 ar 均值和 $\pm 1\sigma$ (标准差); 图中叠加的红色曲线和蓝色曲线分别为 ar - D 拟合关系和 Zawadzki et al. (2010) 给出的 $ar(D)$ 结果)

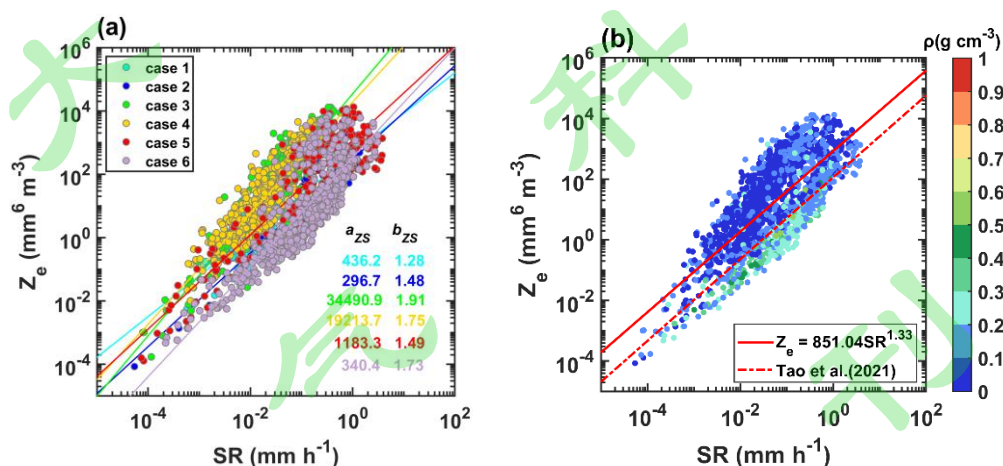
Fig. 13 Frequency of occurrence (in log scale) of ar vs. D for the six cases (a-e) and the all data(f); also shown are the bin averaged mean and $\pm 1\sigma$ standard deviation bars (white error bars) along with the power law ar - D fit (the red solid curves) and the $ar(D)$ relation given by Zawadzki et al.(2010) (the blue solid curve).

4.5 Z_e -SR 关系

图 14a 为 6 次降雪过程的 Z_e 和 SR 散点分布及其拟合关系 ($Z_e = a_{zs} SR^{b_{zs}}$), 图 13b~d 中的红色实线代表总数据集的拟合关系: $Z_e = 851 SR^{1.33}$, 可以看到, Z_e -SR 关系在不同降雪过程中变化很大, 特别是系数, 范围从最小的 296.7 (Case 2) 到 3.45×10^4 (Case 3), 指数范围为 1.28 (Case 1) ~1.91 (Case 3)。从 Z_e -SR 散点分布来看, 在同 SR 的情况下, Case 3、Case 4 的反射率要大于其余三个过程, 如果分别使用六次降雪过程的 Z_e -SR 关系, 估计 20 dBZ 反射率情

况下的 SR，Case 1 ~ Case 6 的结果分别是 0.32、0.48、0.047、0.05、0.19、0.49 mm h^{-1} ，最大值和最小值之间的差异可高达 10 倍。

如前所述，由于降雪期间雪的微物理特征由于生成过程的复杂性而具有很大变化，因此各个过程之间 Z_e -SR 差异也很大。利用前面计算出的密度 ρ 、中值体积直径 D_0 和 gamma 截距参数 N_w ，讨论了 Z_e -SR 关系与它们之间的联系，如图 14 b~d 所示。可以看到，当 SR (Z_e) 相同时， Z_e (SR) 的减小 (增加) 伴随着密度 ρ 、 N_w 的增加和 D_0 的减小。由此可以看到，由于 Case 3 和 Case 4 主要由低浓度、小密度的大粒子组成，得到的是高反射率 Z_e 和低降雪率 SR，它们的 Z_e -SR 关系的系数和指数都比较大，与此相反，Case 6 主要由高浓度、高密度的小颗粒组成，在相同 Z_e 的条件下，SR 会增加，因此对应的 Z_e -SR 关系的系数和指数减小。Tao et al. (2021) 利用 2DVD 建立的南京地区 Z_e -SR 关系为 $Z_e=116.22 \text{ SR}^{1.35}$ (图 13b~d 中的红色虚线)。与 Tao et al. (2021) 的结果相比， Z_e -SR 关系曲线的斜率几乎一致，但在同反射率条件下，本文的 Z_e -SR 关系得到更小的 SR。通过以上分析表明，鉴于 Z_e -SR 关系的巨大变异性，在利用单偏振雷达开展定量降雪估计时，考虑瞬时的或自适应可调整系数和指数的 Z_e -SR 关系来降低定量降雪估计的不确定性。



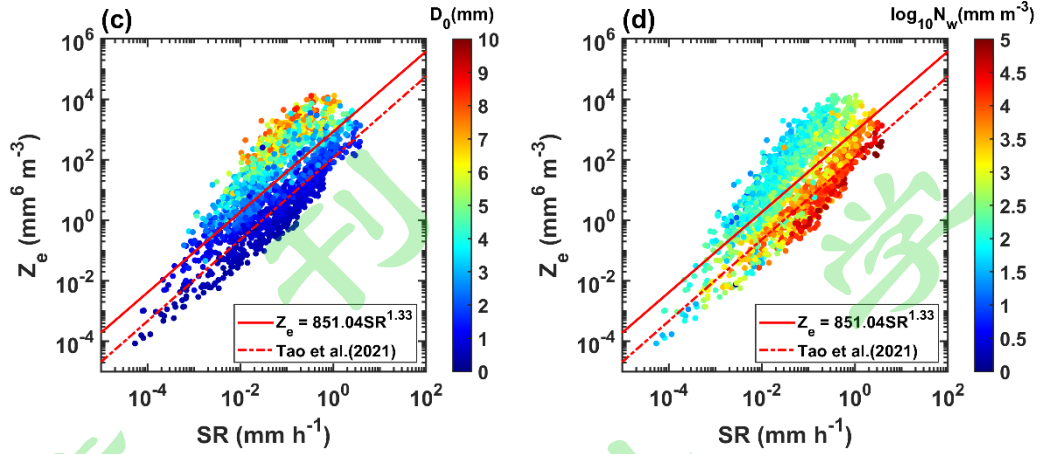


图 14 (a) 6 次降雪过程的反射率 Z_e ($\text{mm}^6 \text{m}^{-3}$) 与液态等效降雪率 SR (mm h^{-1}) 的散点分布及其对应的 Z_e - SR 关系 (图中对应不同颜色的实线) (拟合关系的系数 (a_{ZS}) 和指数 (b_{ZS}) 分别在图中右下侧使用对应颜色数字标注。图 13(b)~(d) 为 Z_e - SR 关系在密度 ρ 、中值体积直径 D_0 和 γ 截距参数 N_w 的情况, 并叠加本文拟合的 Z_e - SR 关系和 Tao et al. (2021) 的经验关系)

Fig. 14 (a) Scatterplot of 2DVD radar reflectivity Z_e and SR for the six cases showed by different color dots and the best fit to the data points of each case is also indicated by the corresponding solid line. The Z_e - SR power-law coefficient and exponent a_{ZS} and b_{ZS} for each case are also overlaid. Scatterplot of Z_e and SR in different values of (b) ρ (g cm^{-3}), (c) D_0 (mm) and (d) N_w ($\text{mm}^{-1}\text{m}^{-3}$). Z_e - SR relationship from Tao et al. (2021) is also shown by a red dashed line.

5 结论

本文利用北京 2019~2023 年冬季 6 次降雪过程的 2DVD 观测数据, 对北京地区降雪过程的粒子谱 (PSD)、粒子谱参数 (γ 分布和指数分布)、粒子的下落速度 (V)、密度 (ρ) 和轴比 (ar) 以及它们与直径 (D 或 D_0) 的关系进行了详细的统计分析。利用 PSD 和得到的 $V(D)$ 、 $\rho(D)$ 关系, 计算了雷达反射率 Z_e 和降雪率 SR , 并讨论了 Z_e - SR 关系受密度、 D_0 和标准化 γ 分布的截距参数 N_w 的影响, 主要结论如下:

1、PSD 在不同降雪过程以及同一过程的不同时段呈现不同特征, 指数分布和 γ 分布的斜率 Λ 和浓度参数 (N_0 、 N_w) 在每个过程中随时间的变化基本一致。使用体积中值粒径 D_0 、总数浓度 N_t 和降雪率 SR 三个参数对指数 PSD 和 γ PSD 进行了对比评估, 结果显示 γ PSD 得到的三个参数与实测 PSD 计算结果更一致, 表明了 γ 分布函数在表征雪粒子谱更具普适性。和雨滴谱类似, 降雪的 γ PSD 的 D_0 和 N_w 参数具有相关性, 且受密度 ρ 的影响, 当考虑密度 ρ 之后, $N_w = 2.31 \times 10^{3D_0^{-0.33435\rho^{1/3}}}$ 比 $N_w = 1.195 \times 10^{4D_0^{-0.27854}}$ 得到的 $\log_{10}N_w$ 与实测 $\log_{10}N_w$ 之间的均方根误差更低。

2、本文观测的雪花 $V(D)$ 关系的系数范围为 0.5938~1.052，指数范围为 0.11-0.23。小粒子 ($D < 2 \text{ mm}$) 的平均速度随直径增加，当超过 2~3 mm 时，平均下落速度几乎不变，且本文观测的雪花下落速度略大于科罗拉多州 (Brandes et al., 2007) 干雪的下落速度，但小于南京地区雪花的平均速度 (Tao et al., 2021)。本文得到的雪密度在中值粒径 D_0 小于 (大于) 1.5 mm 时比其他文献给出的结果更小 (大)。由于下落速度和密度及环境温度有关，本文讨论了三个温度范围下的速度、密度和直径之间的关系，当粒子尺寸相同时，随着密度增加，下落速度增加、粒子的最大尺寸减小，且速度-直径之间的斜率增大。在 0~0.1、0.1~0.2、0.2~1 g cm^{-3} 三种密度范围内的 $V(D)$ 关系的系数依次增加，分别为 0.46、0.92、1.34，而指数变化较小，最小密度范围内为 0.34、高密度范围下大约为 0.4。

3、本文首次利用 2DVD 给出了北京地区降雪粒子轴比信息，在小粒径端轴比离散度比较大，随着直径增加，离散度逐渐减小，并趋于常数 1，表明了雪花尺寸越大，其形状逐渐趋近球形。

4、本文根据 2DVD 得到的 PSD、 $V(D)$ 和 $\rho(D)$ 得到了北京降雪的 Z_e -SR 关系： $Z_e = 851 \text{ SR}^{1.33}$ ，由于降雪微物理特征的变化使每一个降雪过程 Z_e - SR 关系差异很大，当 SR (Z_e) 相同时，密度 ρ 、 N_w 的增加和 D_0 的减小使 Z_e (SR) 减小 (增加)。

本研究分析了北京降雪的基本微物理特征，并利用 2DVD 观测首次给出北京地区雪花的轴比信息，提高了我们对降雪微物理的认识，也为评估和验证数值模式结果提供了重要的参考数据，此外，根据本文的 $\rho(D)$ 和 $V(D)$ 关系也可作为 SR 的雷达反演的参考依据。未来工作中，考虑将地面滴谱仪和原位及遥感仪器 (双频双偏振雷达) 想结合，借助空地观测系统和数值模式，进一步分析雪晶的生长过程，认识降雪的微物理机制。

附录 (Appendix)

文中使用地面称重式雨量计观测结果为参考值 (X)，对 2DVD (Y) 质控前后的数据进行质量评估，使用的量化参数包括：相关系数 (correlation coefficient, CC)、平均偏差比 (mean bias ratio, MBR)、平均绝对误差 (mean absolute error, MAE)、均方根误差 (root mean square error, RMSE) 和标准化

绝对误差 (normalized absolute error, NE):

$$CC = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{[\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2]^{1/2} [\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2]^{1/2}} \quad (A1)$$

$$MBR = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i} \quad (A2)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |Y_i - X_i| \quad (A3)$$

$$RMSE = [\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - Y_i)^2]^{1/2} \quad (A4)$$

$$NE = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |X_i - Y_i|}{\bar{Y}} \quad (A5)$$

其中, N 为样本个数, “ $\bar{}$ ” 为总体平均值。

参考文献 (Reference)

- Barthazy E, Schefold R. 2006. Fall velocity of snowflakes of different riming degree and crystal types [J]. *Atmos. Res.*, 82 (1-2): 391-398. doi:10.1016/j.atmosres.2005.12.009
- Bernauer F, Huerkamp K, Ruehm W, et al. 2016. Snow event classification with a 2D video disdrometer - A decision tree approach [J]. *Atmos. Res.*, 172: 186-195. doi: 10.1016/j.atmosres.2016.01.001
- Böhm H P. 1989. A General Equation for the Terminal Fall Speed of Solid Hydrometeors [J]. *J. Atmos. Sci.*, 46 (15): 2419-2427. doi:10.1175/1520-0469(1989)046<2419:AGEFTT>2.0.CO;2
- Brandes E A, Ikeda K, Thompson G, et al. 2008. Aggregate Terminal Velocity/Temperature Relations [J]. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 47 (10): 2729-2736. doi:10.1175/2008JAMC1869.1
- Brandes E A, Ikeda K, Zhang G, et al. 2007. A statistical and physical description of hydrometeor distributions in Colorado snowstorms using a video disdrometer [J]. *J. App. Meteorol. Clim.*, 46 (5): 634-650. doi:10.1175/JAM2489.1
- Bukovcic P, Ryzhkov A, Zrnic D. 2020. Polarimetric Relations for Snow Estimation-Radar Verification [J]. *J. App. Meteorol. Clim.*, 59 (5): 991-1009. doi:10.1175/JAMC-D-19-0140.1
- Bukovčić P, Ryzhkov A, Zrnić D, et al. 2018. Polarimetric Radar Relations for Quantification of Snow Based on Disdrometer Data [J]. *J. App. Meteorol. Clim.*, 57 (1): 103-120. doi:10.1175/JAMC-D-17-0090.1
- Cao Q, Zhang G, Brandes E, et al. 2008. Analysis of video disdrometer and polarimetric radar data to characterize rain microphysics in Oklahoma [J]. *J. App. Meteorol. Clim.*, 47 (8): 2238-2255. doi: 10.1175/2008JAMC1732.1
- Croce P, Formichi P, Landi F, et al. 2018. The snow load in Europe and the climate change [J]. *Clim. Ris*

- k. Manag., 20: 138-154. doi:10.1016/j.crm.2018.03.001
- Field P R, Heymsfield A J. 2015. Importance of snow to global precipitation [J]. *Geophys. Res. Lett.*, 42 (21): 9512-9520. doi:10.1002/2015GL065497
- Garnett J C M, Larmor J. 1904. Colours in metal glasses and in metallic films [J]. *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.*, 73 (488-496): 443-445. doi:10.1098/rspl.1904.0058
- Garrett T J, Yuter S E. 2014. Observed influence of riming, temperature, and turbulence on the fallspeed of solid precipitation [J]. *Geophys. Res. Lett.*, 41 (18): 6515-6522. doi:10.1002/2014GL061016
- Grazioli J, Tuia D, Monhart S, et al. 2014. Hydrometeor classification from two-dimensional video disdrometer data [J]. *Atmos. Meas. Tech.*, 7 (9): 2869-2882. doi:10.5194/amt-7-2869-2014
- Hanesch M. 1999. Fall velocity and shape of snowflakes [D]. Ph. D. dissertation, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 15-21. doi: 10.3929/ethz-a-003837623
- Heymsfield A J. 2003. Properties of tropical and midlatitude ice cloud particle ensembles. Part II: Applications for mesoscale and climate models [J]. *J. Atmos. Sci.*, 60 (21): 2592-2611. doi: 10.1175/1520-0469(2003)060<2592:POTAMI>2.0.CO;2
- Heymsfield A J, Bansemer A, Field P R, et al. 2002. Observations and parameterizations of particle size distributions in deep tropical cirrus and stratiform precipitating clouds: Results from in situ observations in TRMM field campaigns [J]. *J. Atmos. Sci.*, 59 (24): 3457-3491. doi: 10.1175/1520-0469(2002)059<3457:OAPOPS>2.0.CO;2
- Heymsfield A J, Bansemer A, Schmitt C, et al. 2004. Effective ice particle densities derived from aircraft data [J]. *J. Atmos. Sci.*, 61 (9): 982-1003. doi:10.1175/1520-0469(2004)061<0982:EIPDDF>2.0.CO;2
- Heymsfield A J, Schmitt C, Chen C-C-J, et al. 2020. Contributions of the Liquid and Ice Phases to Global Surface Precipitation: Observations and Global Climate Modeling [J]. *J. Atmos. Sci.*, 77 (8): 2629-2648. doi:10.1175/JAS-D-19-0352.1
- Huang G-J, Bringi V N, Cifelli R, et al. 2010. A Methodology to Derive Radar Reflectivity–Liquid Equivalent Snow Rate Relations Using C-Band Radar and a 2D Video Disdrometer [J]. *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 27 (4): 637-651. doi:10.1175/2009JTECHA1284.1
- Huang G-J, Bringi V N, Moisseev D, et al. 2015. Use of 2D-video disdrometer to derive mean density–size and Ze–SR relations: Four snow cases from the light precipitation validation experiment [J]. *Atmos. Res.*, 153: 34-48. doi:10.1016/j.atmosres.2014.07.013
- Huang G J, Bringi V N, Newman A J, et al. 2019. Dual-wavelength radar technique development for snow rate estimation: a case study from GCPEX [J]. *Atmos. Meas. Tech.*, 12 (2): 1409-1427. doi:10.5194/amt-12-1409-2019
- Kajikawa M. 1972. Measurement of Falling Velocity of Individual Snow Crystals [J]. *J. Meteorol. Soc. JPN.*, 50: 577-584. doi:
- Korolev A, Isaac G. 2003. Roundness and aspect ratio of particles in ice clouds [J]. *J. Atmos. Sci.*, 60 (15): 1795-1808. doi:10.1175/1520-0469(2003)060<1795:RAAROP>2.0.CO;2
- Kruger A, Krajewski W F. 2002. Two-dimensional video disdrometer: A description [J]. *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 19 (5): 602-617. doi:10.1175/1520-0426(2002)019<0602:Tdvdad>2.0.CO;2
- Langleben M P. 1954. The terminal velocity of snowflakes [J]. 80 (344): 174-181. doi:10.1002/qj.49708034404
- 刘凡, 张晋茹, 刘晶, 等. 2023. 西天山地区一次冷锋暴雪微物理特征分析[J]. *大气科学*, 47 (02): 417-429. Liu F, Zhang J R, Liu J, et al. 2023. Microphysical Characteristics of A Cold Front

- t Snowstorm Event in the West Tianshan Mountains [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 47(2): 417–429. doi:10.3878/j.issn.1006-9895.2110.20220
- Locatelli J D, Hobbs P V. 1974. Fall speeds and masses of solid precipitation particles [J]. 79 (15): 2185–2197. doi:10.1029/JC079i015p02185
- Magono C, Nakamura T. 1965. Aerodynamic Studies of Falling Snowflakes [J]. J. Meteorol. Soc. JPN., 43 (3): 139–147. 10.2151/jmsj1965.43.3_139
- Marshall J S, Palmer W M. 1948. The distribution of raindrops with size [J]. Journal of Meteorology, 5 (4): 165–166. 10.1175/1520-0469(1948)005<0165:Tdorws>2.0.Co;2
- Matrosov S Y, Schmitt C G, Maahn M, et al. 2017. Atmospheric Ice Particle Shape Estimates from Polarimetric Radar Measurements and In Situ Observations [J]. J. Atmos. Ocean. Tech., 34 (12): 2569–2587. 10.1175/JTECH-D-17-0111.1
- Nakaya U, Terada T. 1935. Simultaneous Observations of the Mass, Falling Velocity and Form of Individual Snow Crystals [J]. Journal of the Faculty of Science, Hokkaido Imperial University. Ser. 2, Physics, 1 (7): 191–200. doi: http://eprints.lib.hokudai.ac.jp/dspace/bitstream/2115/34452/1/1
- Power B A, Summers P W, D'Avignon J. 1964. Snow Crystal Forms and Riming Effects as Related to Snowfall Density and General Storm Conditions [J]. J. Atmos. Sci., 21 (3): 300–305. doi:10.1175/1520-0469(1964)021<0300:SCFARE>2.0.CO;2
- Rome E, Bogen M, Lückerrath D, et al. 2019. Risk-Based Analysis of the Vulnerability of Urban Infrastructure to the Consequences of Climate Change [M]// Gritzalis D, Theocharidou M, Stergiopoulos G. Critical Infrastructure Security and Resilience: Theories, Methods, Tools and Technologies. Cham: Springer International Publishing, 55–75. doi:10.1007/978-3-030-00024-0_4
- Schönhuber M, Lammer G, Randeu W L. 2007. One decade of imaging precipitation measurement by 2D-video-distrometer [J]. Adv. Geosci., 10: 85–90. doi:10.5194/adgeo-10-85-2007
- Szyrmer W, Zawadzki I. 2010. Snow Studies. Part II: Average Relationship between Mass of Snowflakes and Their Terminal Fall Velocity [J]. J. Atmos. Sci., 67 (10): 3319–3335. doi: 10.1175/2010JAS3390.1
- Tagg A, Räikkönen M, Mäki K, et al. 2016. Impact of extreme weather on critical infrastructure: the EU-INTACT risk framework [J]. E3S Web of Conferences, 7: 07007. doi:10.1051/e3sconf/20160707007
- Tao R, Zhao K, Huang H, et al. 2021. Snow Particle Size Distribution From a 2-D Video Disdrometer and Radar Snowfall Estimation in East China [J]. IEEE T. Geosci. Remote. Sens., 59 (1): 196–207. doi:10.1109/TGRS.2020.2990920
- Testud J, Oury S, Black R A, et al. 2001. The concept of "normalized" distribution to describe raindrop spectra: A tool for cloud physics and cloud remote sensing [J]. J. App. Meteorol., 40 (6): 1118–1140. doi:10.1175/1520-0450(2001)040<1118:Tcondt>2.0.Co;2
- Tiira J, Moiseev D N, von Lerber A, et al. 2016. Ensemble mean density and its connection to other microphysical properties of falling snow as observed in Southern Finland [J]. Atmos. Meas. Tech., 9 (9): 4825–4841. doi: 10.5194/amt-9-4825-2016
- Vivekanandan J, Zhang G F, Brandes E. 2004. Polarimetric radar estimators based on a constrained gamma drop size distribution model [J]. J. App. Meteorol., 43 (2): 217–230. doi:10.1175/1520-0450(2004)043<0217:Preboa>2.0.Co;2
- von Lerber A, Moiseev D, Bliven L F, et al. 2017. Microphysical Properties of Snow and Their Link to Ze–S Relations during BAECC 2014 [J]. J. App. Meteorol. Clim., 56 (6): 1561–1582. doi:10.1

175/JAMC-D-16-0379.1

- Wen G,Xiao H,Yang H L, et al. 2017. Characteristics of summer and winter precipitation over northern China [J]. Atmos. Res., 197: 390-406. doi:10.1016/j.atmosres.2017.07.023
- Zawadzki I,Jung E, Lee G. 2010. Snow Studies. Part I: A Study of Natural Variability of Snow Terminal Velocity [J]. J. Atmos. Sci., 67 (5): 1591-1604. doi:10.1175/2010JAS3342.1
- Zhang G,Luchs S,Ryzhkov A, et al. 2011. Winter Precipitation Microphysics Characterized by Polarimetric Radar and Video Disdrometer Observations in Central Oklahoma [J]. J. App. Meteorol. Clim., 50 (7): 1558-1570. doi:10.1175/2011JAMC2343.1
- Zhang G,Vivekanandan J,Brandes E. 2001. A method for estimating rain rate and drop size distribution from polarimetric radar measurements [J]. IEEE T. Geosci. Remote. Sens., 39 (4): 830-841. doi: 10.1109/36.917906
- Zhang Y,Zheng H,Zhang L, et al. 2021. Assessing the Effect of Riming on Snow Microphysics: The First Observational Study in East China [J]. J. Geophys. Res. Atmos., 126 (7): e2020JD033763. doi:10.1029/2020JD033763
- Zikmunda J. 1972. Fall Velocities of Spatial Crystals and Aggregates [J]. J. Atmos. SCI., 29 (8): 1511-1515. doi:10.1175/1520-0469(1972)029<1511:FVOSCA>2.0.CO;2