

汪叶, 段晚锁. 2019. 初始扰动振幅和集合样本数对 CNOPs 集合预报的影响[J]. 大气科学, 43(4): 915–929. Wang Ye, Duan Wansuo. 2019. Influences of initial perturbation amplitudes and ensemble sizes on the ensemble forecasts made by CNOPs method [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 43(4): 915–929. doi:10.3878/j.issn.1006-9895.1810.18219

初始扰动振幅和集合样本数对 CNOPs 集合预报的影响

汪叶^{1,2,3} 段晚锁^{1,2}

1 中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室, 北京 100029

2 中国科学院大学, 北京 100049

3 河南大学数学与统计学院, 河南开封 475004

摘要 初始扰动振幅的大小和集合样本数对于集合预报取得更高预报技巧具有重要意义。本文将正交条件非线性最优扰动方法 (orthogonal conditional nonlinear optimal perturbations, 简称 CNOPs) 应用于概念模型 Lorenz-96 模式探讨了初始扰动振幅和集合样本数对集合预报技巧的影响, 从而为使用更复杂模式进行集合预报提供指导。结果表明, 由于 CNOPs 扮演了非线性系统中的最优初始扰动, 从而使得当初始扰动振幅小于初始分析误差的大小时, CNOPs 集合预报获得更高的预报技巧, 并且 CNOPs 集合预报的最高预报技巧总是高于奇异向量法 (singular vectors, 简称 SVs) 集合预报的最高预报技巧。结果还表明, CNOPs 集合预报倾向于具有一个合适的样本数时, 达到最高技巧。更好的集合离散度——预报误差关系和更为平坦的 Talagrand 图 (Talagrand diagram) 进一步证明了 CNOPs 集合预报系统的可靠性, 从而夯实了上述结果的合理性。因此, 针对 CNOPs 集合预报, 本文认为采用一个适当小于初始分析误差的初始扰动振幅和一个合适的集合样本数, 有利于 CNOPs 集合预报达到最高预报技巧。

关键词 集合预报 初始误差 条件非线性最优扰动 集合样本数

文章编号 1006-9895(2019)04-0915-15

中图分类号 P435

文献标识码 A

doi:10.3878/j.issn.1006-9895.1810.18219

Influences of Initial Perturbation Amplitudes and Ensemble Sizes on the Ensemble Forecasts Made by CNOPs Method

WANG Ye^{1,2,3} and DUAN Wansuo^{1,2}

1 State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029

2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049

3 School of Mathematics and Statistics, Henan University, Kaifeng, Henan Province 475004

Abstract The initial perturbation amplitude and ensemble size are important for ensemble forecast. The present study explores the impacts of initial perturbation amplitude and ensemble size on the ensemble forecast skill using a new

收稿日期 2018-08-29; 网络预出版日期 2019-01-22

作者简介 汪叶, 女, 1982年生, 博士研究生, 主要从事可预报性研究。E-mail: wangye@henu.edu.cn

通讯作者 段晚锁, E-mail: duanws@lasg.iap.ac.cn

资助项目 国家重点研发计划2018YFC1506402, “全球变化与海气相互作用”专项GASI-IPOVAI-06, 国家自然科学基金项目41525017

Funded by National Key Research and Development Program of China (Grant 2018YFC1506402), National Program on Global Change and Air-Sea Interaction (Grant GASI-IPOVAI-06), National Natural Science Foundation of China (Grant 41525017)

strategy that applies orthogonal conditional nonlinear optimal perturbations (CNOPs) to the Lorenz-96 model. It is found that due to the effect of nonlinearity, the CNOPs-based ensemble forecast can achieve higher skills when the initial perturbation amplitude is appropriately smaller than the amplitude of initial analysis errors, and the highest skill of the CNOPs-based ensemble forecasts is always higher than that of its linear counterpart [i.e., singular vectors (SVs)-based ensemble forecast]. The results also show that an appropriate ensemble size is helpful for achieving higher skills in ensemble forecast. A better spread-skill relationship and a much flatter Talagrand diagram are found in CNOPs-based ensemble forecast, which indicates the reliability of the corresponding ensemble forecast system and makes the above results much solid. It is therefore inferred that the highest skill of CNOPs-based ensemble forecast is mostly likely achieved when initial perturbation amplitudes are properly smaller than those of initial analysis errors and the ensemble size is appropriate.

Keywords Ensemble forecast, Initial error, Conditional nonlinear optimal perturbations, Ensemble size

1 引言

天气预报通常是指数值天气预报 (numerical weather prediction, 简称NWP)。NWP的本质是求解复杂偏微分方程组的初边值问题。然而, 观测误差的存在和资料同化方法的局限性使得NWP的初始分析场不可避免地存在初始分析误差, 而且由于大气的混沌特性以及相关天气系统的高度非线性, 初始分析误差会快速增长, 仅在2~3周后就会使预报结果远远偏离大气的真实状态, 从而造成较大的预报误差 (Lorenz, 1963; Toth and Kalnay, 1993; Buizza et al., 2005; Yoden, 2007)。另外, 即使是目前最先进的NWP模式也不能确切地描述大气的运动规律, 从而存在模式误差。初始误差和模式误差的共同作用导致单一确定性预报存在着较大不确定性。集合预报常常用来估计数值预报结果的不确定性, 并给出大气未来状态的估计 (Buizza et al., 2005; Leutbecher and Palmer, 2008)。

什么是集合预报呢? 经典的集合预报是指用一组相关性不大的初值, 积分数值模式得到一组预报值, 形成集合预报成员 (或集合样本), 利用这些集合成员给出大气在未来时刻的概率密度分布, 进而估计预报结果的不确定性。如果已知某状态变量的初始概率密度函数 (probability density function, 简称PDF), 且不考虑模式误差, 我们可以使用经典的Liouville方程求解PDF随时间的演变, 从而估计状态变量在预报时刻的概率密度。考虑到求解Liouville方程的困难性, Epstein (1969) 提出了随机动力预报方法, 即只预报概率分布的一阶矩和二阶矩 (期望和协方差), 而不预报整个概率分布。然而, 对于有数百万自由度的NWP模式来

说, 这种方法在计算上是不可行的。于是, Leith (1974) 提出了蒙特卡罗预报方法 (Monte Carlo forecasting, 简称MCF)。具体地, MCF是由一组不相关的随机扰动产生集合预报成员, 进而给出未来状态的概率密度分布。由于MCF中初始扰动是随机的, 因而我们不得不产生大量的初始扰动形成集合预报的集合样本, 从而保证预报结果在统计上有意义。有研究表明, 如果将增长型的初始扰动叠加到初始分析场上, 该初始扰动的发展会逐渐偏离由初始分析场产生的控制预报, 而更接近大气的真实状态, 从而更好地刻画大气真值。因此, 相对于不增长型初始扰动来说, 增长型的初始扰动能够更好地描述初始分析场的不确定性, 更有利于集合预报技巧的提高 (Toth and Kalnay, 1997)。然而, 对于MCF集合预报来说, 其随机初始扰动不能描述初始分析误差的空间结构, 不能捕捉真实NWP模式中的不稳定斜压模态, 因而通常是慢速增长的, 甚至是不增长的 (Hollingsworth, 1979; Hoffman and Kalnay, 1983; Kalnay and Toth, 1995)。所以, MCF的随机初始扰动对于集合预报技巧的提高具有局限性。奇异向量 (singular vectors, 简称SVs) 是切线性模式中的一组相互正交, 且最快增长的一类初始扰动。SVs已经成功应用于集合预报的研究中 (Buizza and Palmer, 1995; Molteni et al., 1996; Leutbecher and Palmer, 2008)。特别地, 欧洲中期天气预报中心 (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, 简称ECMWF) 使用SVs方法产生集合初始扰动, 投入实际天气预报业务中并获得了成功 (Buizza et al., 1993; Molteni et al., 1996)。然而, Anderson (1997) 指出SVs是线性模式中的扰动, 不能描述非线性模式中的最优增长扰动。

Gilmour and Smith (1997) 也指出 SVs 是由切线性模式推导得来的, 不能充分刻画大气和海洋运动中状态变量的非线性特征, 在估计预报不确定性方面存在一定的局限性 (Hamill et al., 2000)。这些研究表明, 在集合预报中考虑非线性最快增长扰动是非常必要的, 对进一步提高集合预报技巧具有重要意义。

考虑到 SVs 的线性局限性, Mu et al. (2003) 提出了条件非线性最优扰动方法 (conditional nonlinear optimal perturbation, 简称 CNOP)。CNOP 是第一 SV 在非线性领域的推广, 它代表了非线性模式中的最快增长扰动。Mu and Jiang (2008) 和 Jiang and Mu (2009) 用 CNOP 代替 SVs 中的第一 SV, 提高了 SVs 集合预报的预报技巧。考虑到相互独立的初始扰动在集合预报中的有用性 (Wang and Bishop, 2003), Duan and Huo (2016) 发展了正交 CNOPs 方法, 产生了一组可用于集合预报的相互正交的非线性最优扰动。Huo and Duan (2018) 将正交 CNOPs 方法初步应用于 MM5 模式对台风路径进行了回报试验。结果表明, CNOPs 集合预报的技巧显著高于 SVs、繁殖向量方法 (bred vectors, 简称 BVs) 集合预报技巧。这些研究主要强调了正交 CNOPs 的特定空间结构, 使其集合预报技巧高于其它方法。显然, 具有合理空间结构的初始扰动是集合预报的一个关键 (Toth and Kalnay, 1993)。事实上, 除了初始扰动的空间结构, 初始扰动的大小和集合样本数对于集合预报技巧的提高也具有重要作用 (Kalnay, 2003)。有研究指出, 集合初始扰动应具有与初始分析误差同样的大小, 集合成员应越多, 集合预报技巧越高 (Buizza and Palmer, 1998; Kumar and Hoerling, 2000; Kumar et al., 2001; Daron and Stainforth, 2013; Scaife et al., 2014)。CNOPs 作为一个新的集合预报方法, 我们自然会问: 初始扰动振幅和集合样本数应符合什么条件才能使 CNOPs 集合预报具有更高的预报技巧呢? Lorenz-96 模式 (Lorenz, 1995) 是一个概念模型, 它具有与大气运动类似的非线性特征, 因而常常被作为集合预报和资料同化新方法的试验平台 (Bowler, 2006; Descamps and Talagrand, 2007; Koyama and Watanabe, 2010; Revelli et al., 2010; Basnarkov and Kocarev, 2012; Otsuka and Miyoshi, 2015)。本文的主要目的是探讨初始扰动振幅和集合样本数对 CNOPs 集合预报的影响, 是

对 CNOPs 集合预报方法基本规律和特征的探讨, 因而也将采用 Lorenz-96 模式进行数值试验, 以期使用更复杂模式进行 CNOPs 集合预报而确定初始扰动振幅大小和选择集合样本数提供指导。

2 正交 CNOPs 方法

考虑下述初值问题:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial t} = \Phi(\mathbf{Y}(\mathbf{x}, t)), \\ \mathbf{Y}|_{t=t_0} = \mathbf{Y}_0, \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{Y}(\mathbf{x}, t) = (Y_1(\mathbf{x}, t), Y_2(\mathbf{x}, t), \dots, Y_n(\mathbf{x}, t))$, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \Omega \subset \mathbf{R}^n$, 时间 $t \in [t_0, t_1]$, $t_1 < +\infty$, Φ 是非线性算子, \mathbf{Y}_0 是初值。假设方程 (1) 的解为

$$\mathbf{Y}(t_1) = M(t_0, t_1) \mathbf{Y}_0, \quad (2)$$

其中, $M(t_0, t_1)$ 是方程 (1) 的非线性传播算子。设 \mathbf{y}_0 是初始扰动, 则初始扰动 \mathbf{y}_0 在时刻 t_1 时的非线性发展可以表达为

$$J(\mathbf{y}_0) = \|M(t_0, t_1)(\mathbf{Y}_0 + \mathbf{y}_0) - M(t_0, t_1)(\mathbf{Y}_0)\|_f. \quad (3)$$

基于上述表示, Duan and Huo (2016) 定义了正交 CNOPs。对于给定的度量范数, 如果初始扰动 \mathbf{y}_{0j}^* 满足:

$$J(\mathbf{y}_{0j}^*) = \max_{\mathbf{y}_{0j} \in \Omega_j} \|M(t_0, t_1)(\mathbf{Y}_0 + \mathbf{y}_{0j}) - M(t_0, t_1)(\mathbf{Y}_0)\|_f, \quad (4)$$

其中,

$$\Omega_j = \begin{cases} \{\mathbf{y}_{0j} \in \mathbf{R}^n \mid \|\mathbf{y}_{0j}\|_i \leq \delta\}, j = 1, \\ \{\mathbf{y}_{0j} \in \mathbf{R}^n \mid \|\mathbf{y}_{0j}\|_i \leq \delta, \mathbf{y}_{0j} \perp \Omega_k, k = 1, 2, \dots, j-1\}, j > 1. \end{cases} \quad (5)$$

那么就称初始扰动 \mathbf{y}_{0j}^* 为第 j 个 CNOP。在方程 (4) 和 (5) 中, $\|\cdot\|_i$ 和 $\|\cdot\|_f$ 分别代表初始扰动在时刻 t_0 及其发展在时刻 t_1 度量范数; Ω_j 是相空间的一个子空间, \mathbf{y}_{0j} 是子空间 Ω_j 内的一个初始扰动; $\|\mathbf{y}_{0j}\|_i \leq \delta$ 是初始扰动的约束条件, 其中 δ 是一个正常数, 代表初始扰动的振幅; 符号 “ \perp ” 代表正交。由以上定义可知, 当 $j = 1$ 时, 第一 CNOP 代表在预报时间段 $[t_0, t_1]$ 末端时刻具有最大非线性发展的初始扰动, 也就是整个相空间内的全局 CNOP (Mu et al.,

2003); 第二 CNOP (即 $j=2$) 是在与第一 CNOP 正交的子空间内具有最大非线性发展的初始扰动; 类似地, 第 j 个 CNOP 是在与前 $j-1$ 个 CNOPs 正交的子空间内具有最大非线性发展的初始扰动。因此, 这些 CNOPs 是一组相互正交的扰动向量, 且按照其导致的扰动发展的大小, 可以将其排序为 $\text{CNOP}_1 > \text{CNOP}_2 > \dots > \text{CNOP}_n$ 。

本文使用优化算法——谱投影梯度法 (spectral projected gradient, 简称 SPG2; Birgin et al., 2000) 计算正交 CNOPs, 采用 L_2 范数度量初始扰动的大小及其发展在预报时间段 $[t_0, t_1]$ 末端时刻的大小, 即: $\|\mathbf{x}\|_{L_2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$, 其中 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n$ 。具体来说, 首先考虑整个初始扰动相空间作为优化问题 (4) 的约束条件, 计算目标函数关于初始扰动的梯度, 用 SPG2 优化算法计算第一 CNOP (\mathbf{y}_{01}^*); 继而, 考虑与第一 CNOP 正交的子空间内的所有初始扰动, 并将其作为优化问题 (4) 的新的约束条件, 再用 SPG2 优化算法计算第二 CNOP (\mathbf{y}_{02}^*); 然后, 将与第一和第二 CNOP 正交的子空间中的所有初始扰动作为优化方程 (4) 的约束条件, 可以用 SPG2 计算得到第三 CNOP (\mathbf{y}_{03}^*); 以此类推, 我们可以得到一组相互正交的, 且在各自子空间中具有最优增长行为的初始扰动向量, 即正交 CNOPs。

CNOPs 是传统的 SVs 方法在非线性的拓展, 两者具有同样的动力学意义, 但前者考虑了非线性物理过程的影响, 后者则忽略了非线性的影响。在集合预报中, 针对两种方法的不同, 我们自然要比较 CNOPs 和 SVs, 揭示非线性物理过程对集合预报的影响。因此, 本文也进行了基于正交 SVs 方法的集合预报试验, 并与 CNOPs 集合预报进行了对比。

假设初始扰动为 \mathbf{y}_0 , 那么该初始扰动的线性发展可以由以下方程描述:

$$\mathbf{y}(t_1) = L(t_0, t_1) \mathbf{y}_0, \quad (6)$$

方程 (6) 是非线性模式 [即方程 (2)] 的切线性模式, 其中 $L(t_0, t_1)$ 是切线性传播算子, 它将初始时刻 t_0 的扰动 \mathbf{y}_0 线性传播至 t_1 时刻的 $\mathbf{y}(t_1)$ 。记 L^* 为切线性算子 L 的伴随算子, 则上述奇异向量 SVs 是矩阵 $A = L^*L$ 的特征向量, 或者说, SVs 满足方程 (7), 是切线性算子 L 的右奇异向量,

$$L = WSV^T, \quad (7)$$

其中, W 和 V 是正交矩阵; S 是对角矩阵, 且其对角元素为奇异值 (σ_i), 满足 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n$ 。由方程 (7) 可知, 第 j 个奇异值 (σ_j) 代表第 j 个奇异向量 (\mathbf{v}_j) 在预报时间段 $[t_0, t_1]$ 内的线性最大增长率, 即

$$\|L\mathbf{v}_j\|_f / \|\mathbf{v}_j\|_i = \sigma_j, \quad (8)$$

这里的度量范数是 L_2 范数。可以看到, 第一 SV (\mathbf{v}_1) 是在整个线性相空间里具有最大增长率的初始扰动; 第二 SV (\mathbf{v}_2) 在与第一 SV 正交的子空间中具有最大的增长率; 第 j 个 SV (\mathbf{v}_j) 在与由 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{j-1}$ 张成的空间正交的子空间中具有最大的增长率。因此, SVs 是在优化时间内, 在扰动相空间的不同子空间中具有最大线性增长率的正交向量。值得注意的是, 奇异向量乘以某一常数仍然是奇异向量。

为保证集合预报比较的公平性, 本文对 SVs 和 CNOPs 采用相同大小的振幅和相同的集合样本数。

3 Lorenz-96 模式

Lorenz-96 模式是 Lorenz (1995) 根据大气运动的动力学模式推导出的一个概念动力学模型。它具有非线性系统的特征, 以及大气运动的混沌性质。Lorenz-96 模式对初值非常敏感, 极小的初始扰动就会对结果产生很大的影响。该模式由下述 m 个常微分方程组成:

$$dX_k/dt = -X_{k-2}X_{k-1} + X_{k-1}X_{k+1} - X_k + F, \quad (9)$$

其中, $k = 1, 2, \dots, m$, F 是一个常数。该方程组具有周期边界条件, 即满足 $X_{-1} = X_{m-1}$, $X_0 = X_m$ 和 $X_1 = X_{m+1}$ 。变量 X_k ($k=1, 2, \dots, m$) 可以看作是均匀分布在同一纬圈上的气象变量 (例如焔度、温度或重力势函数)。方程 (9) 中的变量是无量纲变量, 右边的非线性项、线性项, 和常数项分别是对大气平流、耗散, 和外强迫的近似, 更多的细节, 读者可参考文献 Lorenz and Emanuel (1998)。由于该模式能够模拟大气运动的基本特征, 所以被广泛应用于集合预报的相关研究中, 常常被作为新的集合预报方法的试验平台 (Bowler, 2006; Descamps and Talagrand, 2007; Koyama and Watanabe, 2010; Revelli et al., 2010; Basnarkov and Kocarev, 2012; Otsuka and Miyoshi, 2015)。

本文取参数 $m=40$, $F=8$, 此时模式能够模拟出大气的混沌行为, 并且保证奇怪吸引子的存在。对模式的长期积分做平均, 可以得到每个变量 X_k 的期望和标准差分别约为 2.3 和 3.6 (假设任意两个变量之间是不相关的; Lorenz and Emanuel, 1998)。模式使用四阶龙格库塔差分格式进行离散, 无量纲时间步长取为 $\Delta t=0.05$ (对应量纲时间 6 h)。此时, Lorenz-96 模式所描述的耗散衰退时间大约为 5 d, 误差倍增时间约为 2.1 d。这些时间尺度特征大致与真实的天气预报模式相符合。因此, 本文选择具有上述参数设置的 Lorenz-96 模式进行集合预报试验, 以便能够更加深入地理解与初始不确定性有关的集合预报的性质。

4 试验设置

假设模式是完美的, 则预报误差仅由初始误差导致。对 Lorenz-96 模式自由积分 4000 步 (即 1000 模式天), 然后继续向前积分 730000 步 (即 500 个模式年) 生成状态变量 $X_k (k=1, 2, \dots, m)$ 的时间序列, 从该时间序列中每隔 1460 步 (即 1 个模式年) 取一次状态变量的值作为初始状态, 共得到 $X_k (k=1, 2, \dots, m)$ 的 500 个初始状态。将这 500 个初始状态向前积分 40 步 (即 10 模式天), 即可得到 500 个用于检验预报的“真实场”(或“个例”)。对于每个真实场, 每隔一个时间步 (即 6 h), 在其上叠加服从标准正态分布的随机数构造观测场, 即观测误差协方差矩阵取为单位矩阵。观测场的大小可以通过调整高斯分布的标准差来控制。使用四维变分资料同化方法 (Four Dimensional Variational Assimilation, 简称 4DVAR) 同化初始时刻 $t=0$ 和下一时间步 $t=6$ h 的观测场, 得到初始分析场。以该初始分析场为初值, 积分模式 40 个时间步 (即 10 模式天) 得到真实场的控制预报。这样, 对于 500 个真实场, 我们可以得到 500 个控制预报。

观测误差的存在导致初始分析场存在误差, 进而导致控制预报存在不确定性, 因此需要通过集合预报的方法估计这种由初值不确定性导致的预报不确定性。本文使用正交 CNOPs 方法产生集合预报的初始扰动场。具体地, 对于每个个例, 以控制预报的初始场为基态初值 Y_0 , 使用 SPG2 方法求解优化问题 (4) 得到正交 CNOPs。Duan and Huo

(2016) 表明, CNOPs 的结构与初始扰动振幅 δ 和优化时间 $T (T=t_1-t_0)$ 密切相关。因此, 本文对每个个例, 采用 24 种不同的 δ 和 T 的组合 (见表 1) 计算正交 CNOPs。这里, 我们称初始分析场和真实场之差为初始分析误差, 用 L_2 范数度量, 记为 δ_a 。为了公平起见, 计算正交 SVs 时也采用与正交 CNOPs 相同的 δ 和 T 。

表 1 24 种优化时间 T 和初始扰动振幅 δ 的组合 (δ_a 是初始分析误差大小, E_i 代表第 i 个 T 和 δ 组合)

Table 1 24 combinations of optimization time interval T and initial perturbation magnitude δ (δ_a represents the amplitude of the initial analysis error, and E_i represents the i -th combination of T and δ)

T/d	24 种不同的 δ 和 T 的组合					
	$\delta=0.3\delta_a$	$\delta=0.5\delta_a$	$\delta=0.8\delta_a$	$\delta=\delta_a$	$\delta=1.1\delta_a$	$\delta=1.2\delta_a$
2	E1	E2	E3	E4	E5	E6
3	E7	E8	E9	E10	E11	E12
4	E13	E14	E15	E16	E17	E18
5	E19	E20	E21	E22	E23	E24

初始分析场被认为是对大气真实状态的最佳无偏估计, 而集合预报初始场的集合平均也应该是对真实状态的最佳无偏估计 (Leith, 1974; Toth and Kalnay, 1997)。为此, 本文采用正、负扰动对的形式叠加到控制预报的初始分析场上, 产生集合预报初始场。由于 Lorenz-96 模式的空间维数为 40, 所以针对每个个例, 针对表 1 中的每种组合 $E_i (i=1, 2, \dots, 24)$, 可以求出 40 个正交 CNOPs 和 40 个正交 SVs。为了探讨集合样本数对集合预报技巧的影响, 从 40 个 CNOPs (或 40 个 SVs) 中取出前 n 个 CNOPs (或者前 n 个 SVs), 将它们正负叠加到控制预报的初始场上得到 $2n$ 个对称的集合初始场, 进而形成 $2n$ 个集合样本, 与控制预报一起, 共同组成 $N (N=2n+1)$ 个集合成员, 其中 $n=1, 3, \dots, 39$, 对应于 $N=3, 7, \dots, 79$ 。为了减少统计波动性, 本文的计算是基于 $500 \times N$ 个集合成员的统计结果。

对集合预报系统的评估需要检验两个部分, 确定性预报和概率预报。本文使用均方根误差 (RMSE) 和距平相关系数 (ACC; Murphy and Epstein, 1989) 度量确定性预报 (即集合平均预报) 的技巧。RMSE 值越小, ACC 值越大, 集合预报的确定性预报技巧就越高。使用 BS 评分 (Brier

score; Brier, 1950)、BSS 评分 (Brier skill score; Mason, 2004) 和 ROCA 评分 (Mason, 1982; Mason and Graham, 1999) 度量集合预报概率预报的可靠性。BS、BSS 和 ROCA 评分通常用于评估二分类事件发生的概率预报。本文定义了以下两个二分类事件, 高频事件 ev1: $X_k > 2.0$ ($k=1, 2, \dots, 40$) 和低频事件 ev2: $X_k > \mu_k + \sigma_k$ ($k=1, 2, \dots, 40$), 其中 μ_k 和 σ_k 是变量 X_k 对应的 10 年气候态均值和标准差, 这两个事件发生的频率分别为 0.523 和 0.175。BS 评分值越小, BSS 评分值越大, ROCA 评分值越大, 概率预报技巧越高。这些技巧评分的详细定义可参见 Wilks (2011)。

研究指出, 一个好的集合预报系统, 其集合离散度在整个预报时间内应与集合平均预报误差相等或者相近 (Branković et al., 1990; Eckel and Mass, 2005; Bowler, 2006; Buckingham et al., 2010)。这种集合离散度和集合平均预报误差之间的关系常用于判断一个集合预报系统的可靠性。除了集合离散度和预报误差的关系之外, 评价集合预报系统的可靠性的另一个方法是 Talagrand 图 (Talagrand diagram; Talagrand et al., 1997; Candille and Talagrand, 2005)。如果集合预报系统可靠, 即是说观测场和预报场统计上是无差别的, 那么观测场必然以相同的概率落入 N 个集合预报值划分的 $N+1$ 个区间中的任何一个区间。如果将观测值落入集合预报值第 k 个区间内的概率记为 p_k , 那么我们可以画出概率分布 p_k 关于集合预报值区间 k 的函数图, 即 Talagrand 图。理论上, Talagrand 图的曲线应该是完全平坦的, 但是由于用于检验集合预报系统的观测资料次数是有限的, 所以 Talagrand 图不可能完全平坦, 一般会呈现 U 形或者凹形, 即两端值比较大, 中间值比较小的情形。Talagrand 图越平坦代表集合预报系统越可靠。因此, 除了上述几种度量集合预报技巧的评分准则之外, 本文也考察了 CNOPs 集合预报的离散度和集合平均预报误差之间的关系以及 Talagrand 图, 用以检验 CNOPs 集合预报系统的可靠性。

5 CNOPs 集合预报试验结果

如第 2 节所述, 正交 CNOPs 是正交 SVs 在非线性的拓展。Duan and Huo (2016) 指出正交 CNOPs 和正交 SVs 在空间结构上有较大差别, 从

而使得 CNOPs 集合预报技巧高于 SVs 集合预报技巧。他们也探讨了当集合样本数由 7 增加到 31 时, 集合样本数对集合预报技巧的影响, 并指出存在一个集合样本数的上限使得集合预报具有最高预报技巧, 但是他们没有解释这种现象发生的原因。此外, 他们也研究了初始扰动振幅对集合预报技巧的影响, 但是没有回答初始扰动振幅究竟符合什么条件时, CNOPs 集合预报技巧可以达到最高这一问题。因此, 在本研究中, 我们拟将集合样本数从 31 扩展到 79, 进一步研究集合样本数对集合预报技巧的影响, 并试图揭示其原因; 同时, 我们采用不同的初始扰动振幅进行集合预报试验, 尝试回答 CNOPs 集合预报达到最高预报技巧时初始扰动振幅所具备的条件。

5.1 CNOPs 集合预报技巧对初始扰动振幅和集合样本数的依赖性

首先考察当集合样本数 (记为 N) 固定时, 初始扰动振幅对集合预报技巧的影响。不失一般性, 这里取 $N=31$ 。由第 4 节可知, $N=31$ 意味着针对每个个例, 每个组合 E_i ($i=1, 2, \dots, 24$) (见表 1), 从 40 个正交 CNOPs (或 SVs) 中取前 15 个 CNOPs (或 SVs) 生成对称的 30 个集合初始场, 形成 30 个集成员, 与控制预报一起, 共同组成集合预报的 31 个集成员。然后, 针对 500 个个例进行预报时间为 10 d 的集合预报试验。综合每个个例, 对每个组合 E_i , 以及它们在每一预报时刻 (6 h、12 h、18 h、24 h、 \dots 、10 d) 的预报结果, 我们计算了集合平均预报的 RMSE 和 ACC。如果将每个个例中对每个变量 X_k 的预报看做一次预报过程, 即共有 $40 \times 500 = 20000$ 次预报过程。针对 20000 次预报过程, 我们也计算了这些预报过程基于每一个预报时刻和每一组合 E_i 的二分类事件的 BS 评分、BSS 评分和 ROCA 评分。

图 1 给出了对于每个组合 E_i , 500 个个例在 10d 内所有预报时刻的 RMSE 和 ACC 平均值, 以及 BS 评分、BSS 评分和 ROCA 评分的平均值。结果表明, 无论优化时间 T 为多少天, CNOPs 集合预报技巧 (无论是 RMSE、ACC、BS、BSS 还是 ROCA) 随着初始扰动振幅的增加而增加, 达到一个最大值之后, 开始出现下降现象。然而, SVs 集合预报技巧则随着初始扰动振幅的增加而最终趋于饱和。两者对比发现, CNOPs 集合预报的最高技巧显著高于 SVs 集合预报的最高技巧; CNOPs 方

法在初始扰动振幅小于初始分析误差时取得最高预报技巧, 而 SVs 方法在初始扰动振幅大于初始分析误差大小时取得最高预报技巧。从图 1 还可以看出, 当初始扰动振幅大于初始分析误差大小时, CNOPs 集合预报技巧低于 SVs 方法。因此, 当使用正交 CNOPs (SVs) 方法构造集合预报初始扰动时, 初始扰动振幅适当小于 (大于) 初始分析误差大小将有利于集合预报获得更高的预报技巧。此

外, 在所有 24 种组合中, CNOPs 集合预报的最高技巧显著高于 SVs 方法, 这意味着 CNOPs 集合预报对控制预报的改善程度更大。

以上结果是在固定集合样本数时得到的。那么, 我们自然会问, 当集合样本数变化时, 以上结论是否仍然成立? 为了回答这个问题, 下面取集合样本数为 $N=3, 7, 11, 15, \dots, 79$ (共 20 种情形)。对于每一种情形, 我们重复了 $N=31$ 时的试验。图 2

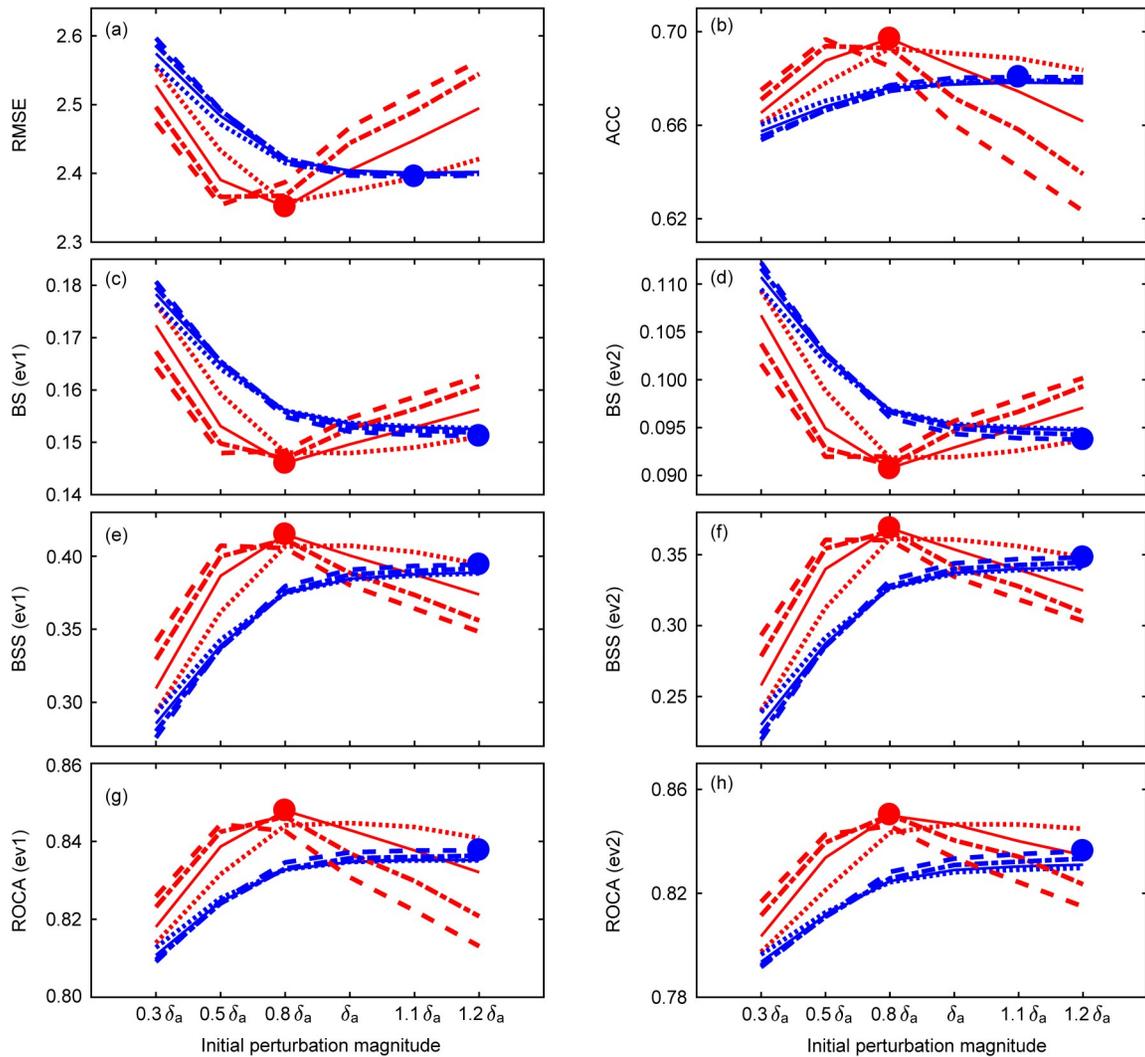


图1 正交 CNOPs (红) 和正交 SVs (蓝) 集合预报技巧随初始扰动振幅的演变: (a) RMSE; (b) ACC; (c) 事件 ev1 的 BS 评分; (d) 事件 ev2 的 BS 评分; (e) 事件 ev1 的 BSS 评分; (f) 事件 ev2 的 BSS 评分; (g) 事件 ev1 的 ROCA 评分; (h) 事件 ev2 的 ROCA 评分。图中所有技巧评分是针对 500 个个例和 10 天内所有预报时刻的平均值。点线、实线、链线和虚线分别对应于优化时间 T 为 2 天、3 天、4 天和 5 天。实心圆点对应于 CNOPs (红) 和 SVs (蓝) 集合预报的最高预报技巧

Fig. 1 Skills of ensemble forecasts based on orthogonal CNOPs (orthogonal conditional nonlinear optimal perturbations) and SVs (singular vectors) as a function of the initial perturbation magnitude. (a) RMSE, (b) ACC, (c) BS (Brier score) for the event ev1, (d) BS for the event ev2, (e) BSS (Brier skill score) for the event ev1, (f) BSS for the event ev2, (g) ROCA (the area under the relative operating characteristic curve) for the event ev1, and (h) ROCA for the event ev2. The skills are estimated by averaging over 500 cases with all the lead times within 10 days. The dotted, solid, chain dashed, and dashed lines represent the optimization time intervals (T) of 2 d, 3 d, 4 d, and 5 d, respectively. The big solid dots indicate combinations of T and δ that correspond to the highest skills of the ensemble forecasts based on orthogonal CNOPs (red) and SVs (blue)

给出当优化时间分别为2 d、3 d、4 d和5 d时，集合平均预报误差RMSE随集合样本数的演变。结果表明，对于所有的集合样本数、优化时间和初始扰动振幅，正交CNOPs方法在优化时间 $T=4$ d，初始扰动振幅 $\delta=0.8\delta_a$ ，集合样本数 $N=43$ 时获得最高预报技巧；而正交SVs方法在 $T=5$ d， $\delta=1.2\delta_a$ ， $N=39$ 时具有最高技巧。由这些结果可以看出，当集合样本数变化时，CNOPs (SVs) 方法在初始扰动振幅适当小于 (大于) 初始分析误差大小时取得最高预报技巧这一结论仍然成立，而且CNOPs集

合预报的最高技巧仍然显著高于SVs集合预报的最高技巧 (图2)。关于ACC评分，其结果和RMSE类似 (为简单起见，这里未给出细节)。

针对两个二分类事件，我们也计算了20种集合样本数 ($N=3, 7, 11, 15, \dots, 79$) 各自对应的BS评分、BSS评分和ROCA评分均值。结果表明，CNOPs (SVs) 集合预报在较小 (较大) 扰动振幅时取得最高预报技巧，并且CNOPs集合预报的最高技巧总是高于SVs集合预报的最高技巧。为了避免重复，这里也不再给出相关图表。事实上，SVs

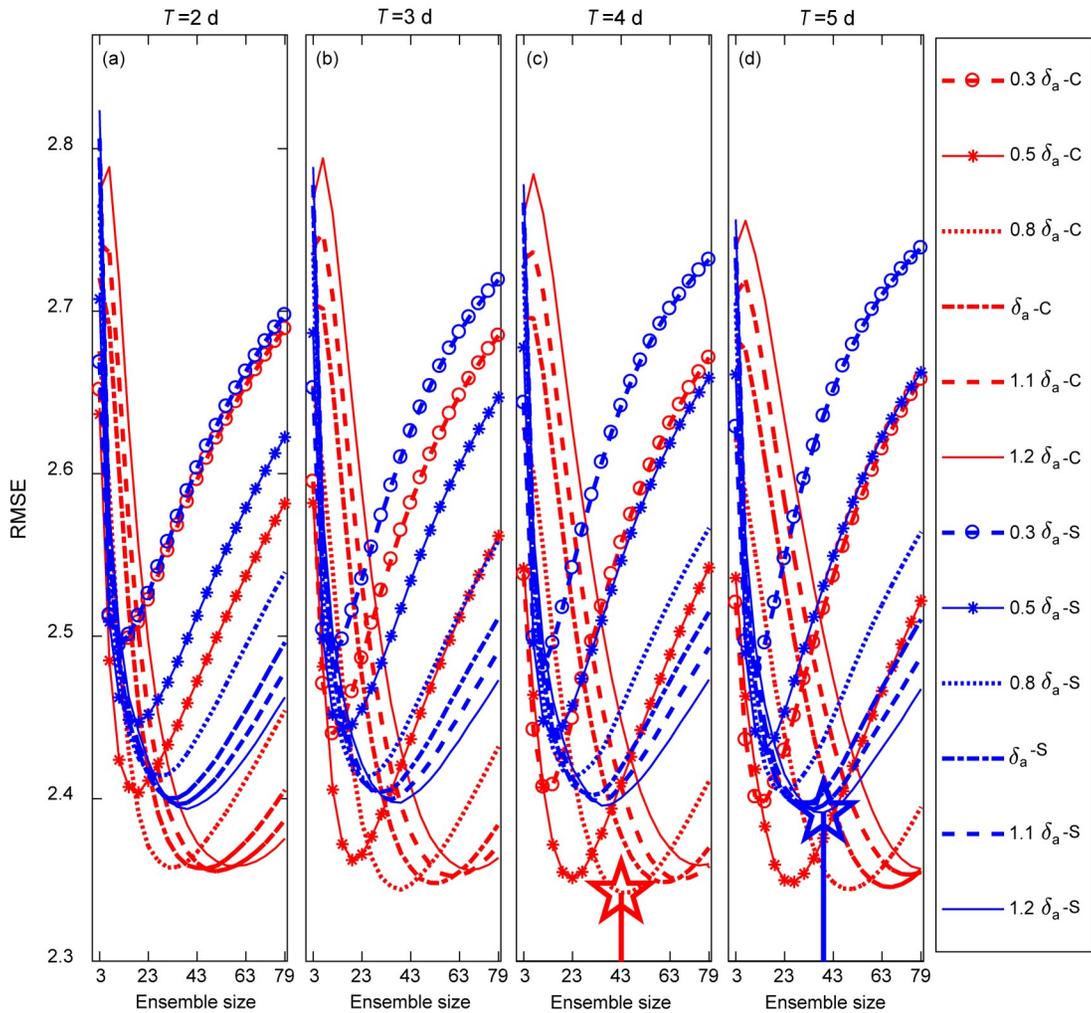


图2 不同优化时间下正交CNOPs (红) 和正交SVs (蓝) 集合平均预报误差RMSE随集合样本数 N 的演变: (a) $T=2$ 天; (b) $T=3$ 天; (c) $T=4$ 天; (d) $T=5$ 天。预报误差RMSE是针对500个个例和10天内所有预报时刻的均值。圆圈虚线、圆点实线、点线、链线、虚线和实线分别对应于初始扰动振幅 $\delta=0.3\delta_a$, $0.5\delta_a$, $0.8\delta_a$, δ_a , $1.1\delta_a$ 和 $1.2\delta_a$ 。五角星符号对应于CNOPs (红) 和SVs (蓝) 集合预报的最高预报技巧

Fig. 2 Evolution of the RMSEs of the ensemble mean forecasts based on orthogonal CNOPs (red) and SVs (blue) with optimization time intervals of (a) $T=2$ d, (b) $T=3$ d, (c) $T=4$ d, and (d) $T=5$ d with respect to ensemble sizes N . The vertical axis represents the RMSE which is calculated by averaging over all 500 cases and all lead times within 10 d. The dashed lines with circles, solid lines with dots, dotted, dashed chain, dashed, and solid lines represent the initial perturbation magnitudes δ of $0.3\delta_a$, $0.5\delta_a$, $0.8\delta_a$, δ_a , $1.1\delta_a$, and $1.2\delta_a$, respectively. The stars denote the T , δ , and N that correspond to the highest skills of the ensemble forecasts based on orthogonal CNOPs (red) and SVs (blue)

是切线性模式中的最快增长扰动, 而 CNOPs 是非线性模式中的最快增长扰动; 上述控制试验, 以及在其基础上开展的集合预报试验也是基于非线性系统。因此, CNOPs 集合预报具有更高的预报技巧的主要原因可归结为 CNOPs 刻画了非线性最优初始扰动的特征, 能够更好地描述初始分析误差对预报结果的非线性影响。CNOPs 作为非线性系统中的最快增长扰动的性质, 使其在具有较小振幅时, 能够比具有较大振幅的 SVs 扰动增长更快。也就是说, 相对于具有较大振幅的 SVs 来说, 尽管此时 CNOPs 的振幅较小, 但其更加快速增长的行为使得它们生成的集合成员有着更大且合适的离散度 (即集合成员的标准差), 也就有更大的可能性抓住真值, 从而获得更高的集合预报技巧。因此, CNOPs 的非线性特征使得 CNOPs 集合预报能够在较小扰动振幅时取得最高预报技巧。

另外, 图 2 表明无论是 CNOPs 方法还是 SVs 方法, 随着集合样本数的增加, 集合预报技巧都逐渐增加到一个最大值然后降低。这意味着, 对于由最快增长初始扰动生成的集合预报来说, 并非集合样本数越大集合预报技巧越高, 而是合适的集合样本数才有利于集合预报达到最高的预报技巧。

5.2 CNOPs 集合预报系统的可靠性

从第 5.1 节可知, 当初始扰动振幅适当小于初始分析误差且具有合适的集合样本数时, CNOPs 集合预报能够获得最高预报技巧。那么, 该结果是否可靠呢? 当然, 这要取决于 CNOPs 集合预报系统在取得最高预报技巧时, 是否能够揭示集合预报的可靠性。如第 4 节所述, 一个可靠的集合预报系统, 其集合离散度和集合平均预报误差 RMSE 在整个预报时间内应大致相当。为了检验 CNOPs 集合预报的可靠性, 图 3 分别给出了 CNOPs 和 SVs 集合预报取得最高预报技巧时的集合离散度和集合平均预报误差 RMSE 的关系。结果表明, CNOPs 集合预报的离散度关于 RMSE 的函数图像几乎与离散度—RMSE 坐标系第一象限角平分线重合, 呈线性关系, 即离散度越大, 集合平均预报误差越大, 而且 CNOPs 集合预报的离散度在整个预报时间段内几乎都与 RMSE 相等, 所以 CNOPs 集合预报的离散度可用来更好地估计其集合平均预报误差。相比之下, SVs 集合预报的离散度关于 RMSE 的函数曲线则趋向于更加偏离角平分线, 即 SVs 集合预报的离散度未必能够更好地揭示集合平均预报误差的大小。所以, CNOPs 集合预报系统比 SVs 集合预报系统更加可靠。

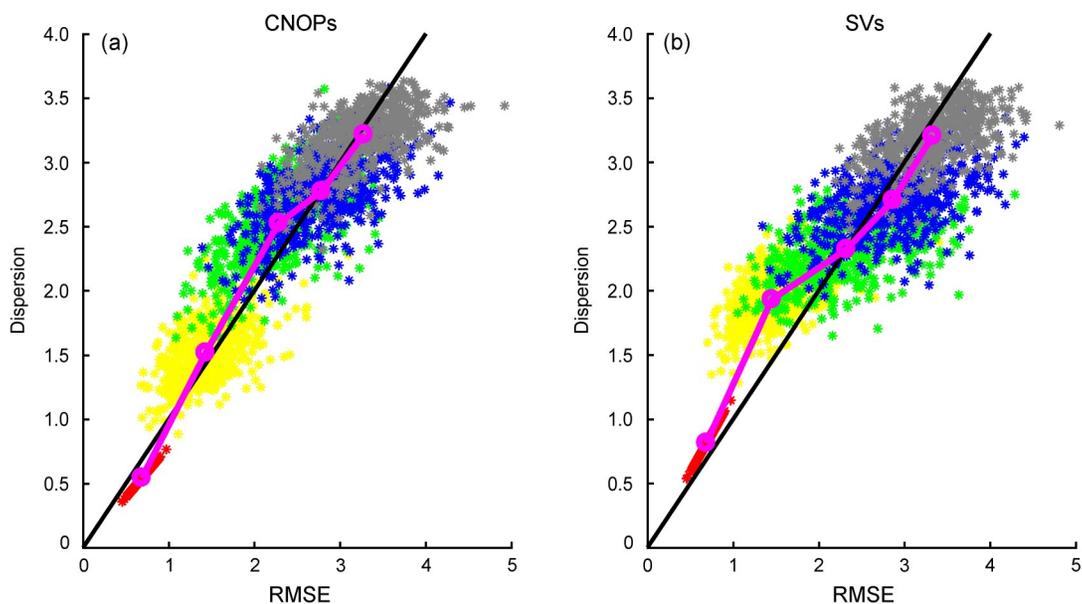


图3 (a) 正交 CNOPs 和 (b) 正交 SVs 集合预报取得最高预报技巧时, 对应于 500 个个例在第 0 天 (红)、第 2 天 (黄)、第 4 天 (绿)、第 6 天 (蓝) 和第 10 天 (灰) 的预报结果的离散度作为预报误差的函数的散点图。黑色实线代表坐标系第一象限的角平分线

Fig. 3 Scatter diagrams of the Dispersion - RMSE of the ensemble forecasts for all the 500 cases at lead times of 0 (red), 2 (yellow), 4 (green), 6 (blue), and 10 days (gray) when (a) orthogonal CNOPs and (b) orthogonal SVs are used to achieve the highest forecast skills. The black solid line denotes the diagonal line in the plane of the Dispersion - RMSE

图4给出了CNOPs和SVs集合预报各自取得最高预报技巧时不同预报时刻对应的 Talagrand 图。该 Talagrand 图是针对 40 个变量、以及每个变量的 500 次观测（即本文中的 500 个个例）进行分析计算的,即有效观测样本数一共是 $40 \times 500 = 20000$ 个。从图4可以看出,在整个预报时间段内,CNOPs 集合预报的 Talagrand 图均比 SVs 集合预报更平坦。虽然在初始时刻出现了两端值比较大的情况（说明此时观测值落在了样本之外,样本的范围相对较

小),这可能与初始时刻的扰动振幅较小有关 ($\delta = 0.8\delta_0$),但是从预报的第二天开始,随着预报时间的增加,CNOPs 的非线性性在集合预报技巧中迅速发挥了作用,使得集合离散度快速增大,因此观测落在样本外的概率越来越小,预报样本的分布图越来越平直,而且几乎与理想状态下的平均概率相等。因此,CNOPs 集合预报系统总体上较 SVs 集合预报系统更可靠。以上事实进一步夯实了 CNOPs 集合预报在初始扰动振幅适当小于初始分

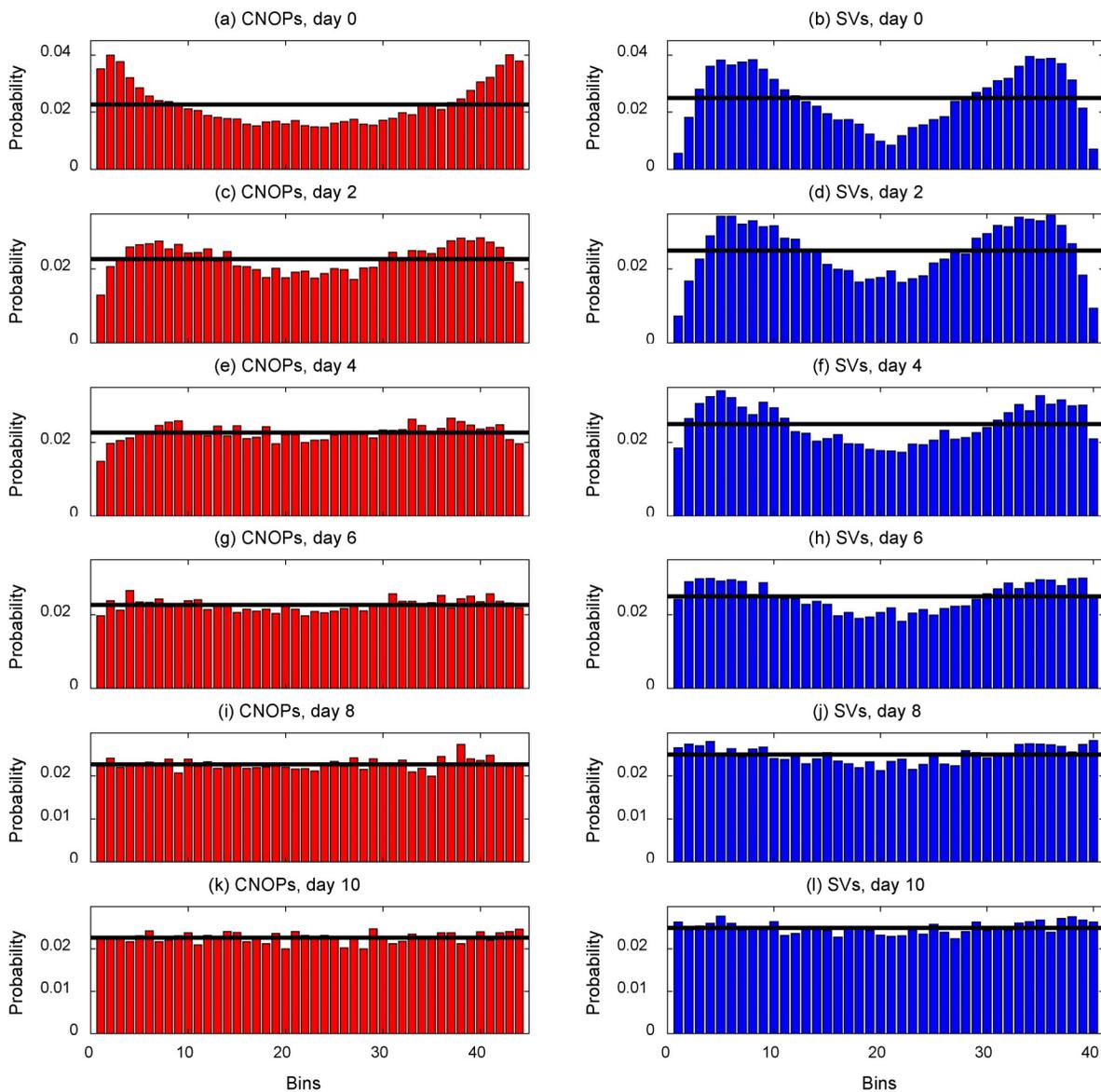


图4 正交 CNOPs (左列) 和正交 SVs (右列) 集合预报取得最高技巧时,在预报时间的 (a, b) 第0天、(c, d) 第2天、(e, f) 第4天、(g, h) 第6天、(i, j) 第8天和 (k, l) 第10天对应的 Talagrand 图。黑色实线代表平均概率的期望值

Fig. 4 Talagrand diagrams of ensemble forecasts when orthogonal CNOPs (left column) and orthogonal SVs (right column) are used to achieve the highest forecast skills at lead times of (a, b) 0, (c, d) 2, (e, f) 4, (g, h) 6, (i, j) 8, and (k, l) 10 days, respectively. The black horizontal lines indicate the expected values of the probability

析误差大小且集合样本数合适时取得最高预报技巧这一结论的正确性。

6 原因分析

上述结果表明 CNOPs 集合预报系统比 SVs 集合预报系统更加可靠, 且当初始扰动振幅适当小于初始分析误差大小且集合样本数合适时, CNOPs 集合预报能够获得最高预报技巧。第 5.1 节已经阐明了 CNOPs 在较小扰动振幅时取得最高集合预报技巧的原因, 本节将进一步解释为什么合适的集合样本数有利于集合预报获得更高的预报技巧。

从正交 CNOPs 的定义可知, 正交 CNOPs 的非线性发展满足以下规律: $\text{CNOP}_1 > \text{CNOP}_2 > \text{CNOP}_3 > \dots > \text{CNOP}_n$ (见第 2 节)。也就是说, 排序在前的 CNOPs 具有更大的非线性发展, 是快速增长的初始扰动; 而排序在后的 CNOPs 则具有较小的非线性发展, 是慢速增长或不增长的初始扰动。在上述集合预报中, 我们将这些 CNOPs 叠加到了控制预报的初始场上产生集合成员, 期望这些成员能够捕捉真实大气的演变, 即上述集合预报是建立在控制预报和真实大气之间存在较大的预报误差基础之上。所以, 我们只有在控制预报上叠加增长型初始扰动, 才能保证集合成员能够更加接近真值, 从而刻画真值。然而, CNOPs 的个数取决于模式的自由度, 其中快速增长的 CNOPs 的个数则可能和吸引子的维数有关, 而吸引子的维数又通常远远小于模式相空间的维数, 因此快速增长的 CNOPs 的个数是有限的。所以, 当采用快速增长的 CNOPs 进行集合预报时, 有用的集合样本是有限的。即是说, 只有合适的集合样本数才会使得集合预报获得最高的预报技巧。为了验证上述推论, 我们进行如下数值试验。

由第 5.1 节可知, 当优化时间 $T=4 \text{ d}$ 和初始扰动振幅 $\delta=0.8\delta_0$ 时, CNOPs 集合预报的技巧在集合样本数 $N=43$ 时达到最大值 (这里的 43 个集合成员是由控制预报和前 21 个正交 CNOPs 生成的 42 个对称初始场形成的)。以下我们通过两组试验 (即试验 A 和 B) 来验证上述推论。在试验 A 中, 初始扰动集合设为 $S1 = \{\text{CNOP}_1, \text{CNOP}_2, \dots, \text{CNOP}_{21}, \text{CNOP}_{22}, \text{CNOP}_{23}, \dots, \text{CNOP}_{39}\}$, 将集合 S1 中的 39 个初始扰动取正负扰动对, 叠加到控制预报的初始场上, 构成 78 个集合成员, 与控制预报一起, 构

成集合预报的 79 个集合成员。试验 B 是基于试验 A 设计的, 思路如下: 取 S1 中前 10 个正交 CNOPs, 将其记为 y_j ($j=1, 2, \dots, 10$), 假设 β_{ij} ($j=1, 2, \dots, 10$) 是服从标准正态分布 $N(0,1)$ 的相互独立的高斯随机数, 令

$$z_i = \sum_{j=1}^{10} \beta_{ij} y_j, \quad (10)$$

取 $i=1, 2, \dots, 18$, 构造 18 个扰动向量 z_i ($i=1, 2, \dots, 18$)。将集合 S1 中前 21 个正交 CNOPs 和这 18 个构造的扰动向量组成一个新的初始扰动集合, 记为 $S2 = \{\text{CNOP}_1, \text{CNOP}_2, \dots, \text{CNOP}_{21}, z_1, z_2, \dots, z_{18}\}$, 将集合 S2 中的 39 个初始扰动, 取正负扰动对叠加到控制预报的初始场上产生 78 个集合成员, 与控制预报一起, 构成试验 B 集合预报的 79 个集合成员。

对比试验 A 和 B 发现, 它们的前 21 个初始扰动是相同的 (即排序在前的 21 个 CNOPs), 因而由它们产生的 42 个集合成员也是相同的。进一步考虑控制预报作为集合成员, 试验 A 和 B 则存在 43 个集合成员是相同的, 而剩余的 36 个集合成员不同。试验 A 中的这 36 个集合成员是由排序在后的 18 个正交 CNOPs ($\text{CNOP}_{22}, \text{CNOP}_{23}, \dots, \text{CNOP}_{39}$) 产生, 而试验 B 中的 36 个集合成员是由 18 个扰动向量 z_i ($i=1, 2, \dots, 18$) 产生。由正交 CNOPs 的定义可知, 排序在前的 10 个 CNOPs 较排序在后的 CNOPs 具有更大的非线性发展, 当然也比 S1 中排序在后的 18 个 CNOPs ($\text{CNOP}_{22}, \text{CNOP}_{23}, \dots, \text{CNOP}_{39}$) 的非线性发展更大。由此我们推测, S2 中的 18 个扰动向量 z_i 较 S1 中排序在后的 18 个正交 CNOPs 增长更快, 原因是这 18 个扰动向量是由排序在前的 10 个 CNOPs 线性组合而生成的。事实上, 数值试验也证实了这一点。图 5 给出了 S1 中排序在后的 18 个 CNOPs 和 S2 中 18 个扰动向量 z_i 在优化时间末端的非线性发展的盒须图。结果表明, 上述 18 个扰动向量 z_i 的非线性发展远远大于排序在后的 18 个 CNOPs 的非线性发展。因此, 试验 A 和 B 中存在 43 个集合成员相同, 而其余 36 个集合成员不同, 且不同之处在于试验 B 中对应于这 36 个集合成员的初始扰动较试验 A 中相应的初始扰动增长更快, 即, 试验 B 包含了更多的快速增长型初始扰动。那么, 是否这些快速增长型初始扰动有利于 CNOPs 集合预报技巧的提高? 是否更多的快速增长型初始扰动能够进一步提高集合预报技巧? 这些

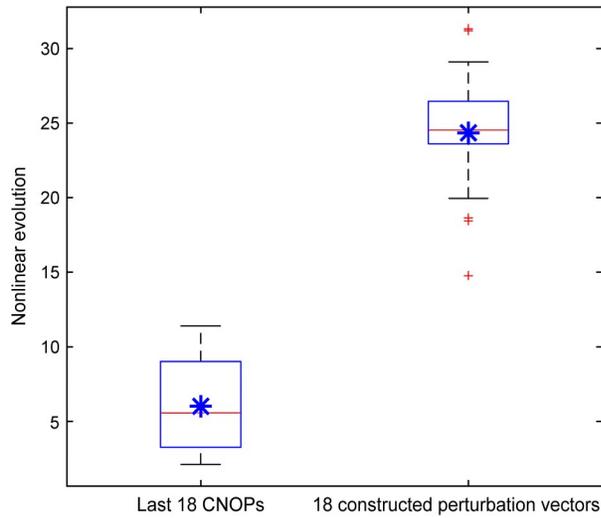


图5 试验A中后18个正交CNOPs和试验B中18个构造的扰动向量,在优化时间末端非线性发展的盒须图。红线代表中位数,蓝星代表均值
Fig. 5 Box-whisker plot of the nonlinear evolution for the last 18 CNOPs of the 39 CNOPs in Experiment A and the 18 constructed perturbation vectors in Experiment B at the end of the optimization time interval. The red lines denote the medians, and the blue asterisks represent the means

问题的回答有助于解释为什么合适的集合样本数有利于CNOPs集合预报达到最高的预报技巧。

对于试验A和B,我们针对500个个例进行预报时间为10d的集合预报试验。在试验A中,按照S1中初始扰动的顺序,取前 n 个扰动对应的 $2n$ 个集合成员,与控制预报一起,共组成 N ($N=2n+1$)个集合成员。这里分别取 $N=3, 7, 11, 15, \dots, 79$ 。例如, $N=3$ 表示集合预报有3个集合成员,包含控制预报和通过CNOP₁的正负扰动对生成的2个集合成员; $N=7$ 则表示集合预报有7个成员,包含控制预报和由CNOP₁、CNOP₂,以及CNOP₃的正负扰动对生成的6个成员。类似地,在试验B中,我们也针对这20种集合样本数($N=3, 7, 11, 15, \dots, 79$)进行了集合预报试验。

图6给出了试验A和B的集合预报技巧评分随集合样本数的演变。结果表明,两组试验中的集合预报技巧均随着集合样本数 N 的增加而增加,但是当集合样本数大于43时,试验B的技巧趋于饱和,而试验A的技巧开始下降。可见,试验A和B中集

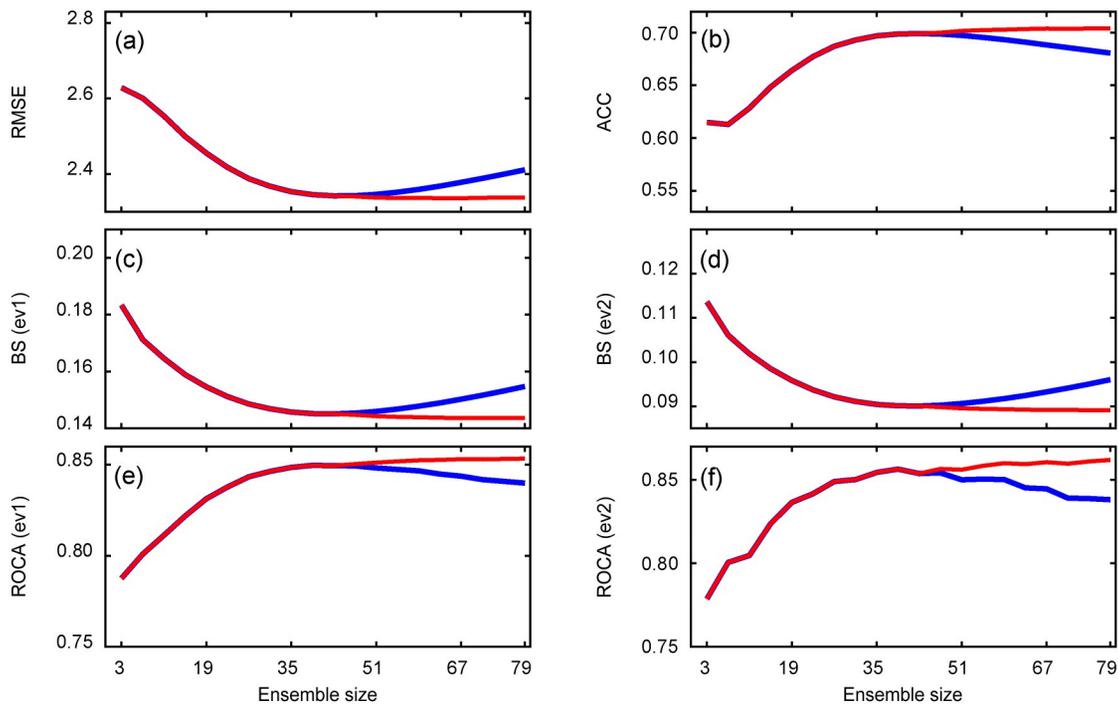


图6 试验A(蓝)和试验B(红)对应的集合预报技巧评分随集合样本数的演变:(a) RMSE;(b) ACC;(c)事件ev1的BS评分;(d)事件ev2的BS评分;(e)事件ev1的ROCA评分;(f)事件ev2的ROCA评分。图中所有技巧评分是取500个个例,及10天内所有预报时刻的统计平均值

Fig. 6 Evolution of the skill scores of the ensemble forecasts for Experiment A (blue) and Experiment B (red) with respect to ensemble sizes: (a) RMSE, (b) ACC, (c) BS for the event ev1, (d) BS for the event ev2, (e) ROCA for the event ev1, and (f) ROCA for the event ev2. The skill scores are calculated by averaging over 500 cases and all lead times within 10 days

合预报技巧存在差异性,而这种差异性显然是由它们的集合成员的差异所导致的。如前所述,试验 A 和 B 的排序在后的 36 个集合成员存在差异性,即试验 A 中这 36 个成员是由排序在后的 18 个正交 CNOPs 生成,而试验 B 中的 36 个成员是由 18 个扰动向量 z_i ($i=1, 2, \dots, 18$) 生成,而且图 5 表明这 18 个扰动向量比排序在后的 18 个正交 CNOPs 增长更快。根据试验 A 和 B 中集合初始扰动的差异性,图 6 的结果实际表明了更多的快速增长初始扰动有利于提高集合预报的技巧,但并非快速增长扰动越多集合预报技巧越高,而是集合预报技巧最终达到饱和。另外,在试验 A 中,排序在前的 CNOPs 是更加快速增长的初始扰动,因而随着集合样本数的增加,集合预报技巧增加;但当集合预报技巧达到最大时,如果继续增加集合样本数,此时形成集合样本的初始扰动逐渐成为排序在后的 CNOPs。这些 CNOPs 拥有较慢的增长率,属于慢速增长型或不增长型扰动,当它们被叠加在控制预报上形成集合成员时,此时的集合平均预报会开始偏离真值,使得集合预报技巧开始下降。对比试验 B 的结果,则说明试验 A 中使得集合预报技巧达到最高的集合初始扰动是最有效的初始扰动,即使在试验 B 中使用更多的快速增长型初始扰动,预报技巧也不会再有显著增加。因此,如果初始扰动取得合理有效,合适的集合样本数即可使得集合预报获得最高的预报技巧。从上述可知, CNOPs 可以作为产生集合预报有效初始扰动的一个有效方法。

7 总结和讨论

SVs 已被应用于集合预报的相关研究中,但 SVs 的线性近似限制了其在集合预报中的进一步广泛应用。正交 CNOPs 是一组相互独立的非线性最优初始扰动,是正交 SVs 在非线性的推广。Duan and Huo (2016) 已将正交 CNOPs 方法初步应用于集合预报的研究中,强调了 CNOP 特定的空间结构对集合预报的影响,本研究则进一步探讨了初始扰动振幅和集合样本数对集合预报技巧及其原因。结果表明,正交 CNOPs 相对初始分析误差具有较小振幅时,集合预报取得最高预报技巧;SVs 方法则在初始扰动振幅比初始分析误差较大时,取得最高的集合预报技巧,但无论如何, CNOPs 集合预报的最高技巧总是高于 SVs 集合预

报的最高技巧。究其原因,这是由于 CNOPs 充分考虑了非线性物理过程的影响,使其能够更好地描述初始不确定性对预报结果的非线性影响,从而具有更高的集合预报技巧。同时,也正是由于 CNOPs 是非线性最快增长扰动这一特性,使其在相对初始分析误差具有较小扰动振幅时就能够取得最高的集合预报技巧。

进一步试验表明,叠加到控制预报上的初始扰动分为两类:快速增长型和慢速增长或不增长型初始扰动。集合预报建立在控制预报与真实状态存在较大预报误差的情形之上,所以只有快速增长的初始扰动才能使得集合成员更加接近真实状态,从而能够更好地捕捉到真实状态。本文结果表明,如果初始扰动取得合理有效,即保证属于增长型初始扰动,且扰动之间相互独立,则一个合适的集合样本数就可使得集合预报获得最高预报技巧,而不是集合样本数越大,预报技巧越高。从本文结果可以看出, CNOPs 可以作为产生集合预报合理有效的初始扰动的方法之一。

总之,相对初始分析误差较小的初始扰动振幅和合适的集合样本数,最有可能使 CNOPs 集合预报取得最高预报技巧。CNOPs 集合预报协调的离散度—集合平均预报误差关系和更为平坦的 Talagrand 图进一步夯实了该结论的可靠性。从文中原因分析可以看出,该结论本质上是由于大气运动的非线性不稳定性所决定的,因此从定性的角度,该结论是不依赖于数值模式的。至于针对某个具体模式,初始扰动相对初始分析误差小到什么程度,集合样本取多少,才能使 CNOPs 集合预报达到最高技巧,则需要通过大量数值试验来确定。另外,正交 CNOPs 方法需要与其他集合初始扰动生成方法(如集合卡尔曼滤波,集合转换卡尔曼滤波,和繁殖向量法等)进行对比,从而彰显 CNOPs 集合预报方法的优越性。事实上,正如引言所述,作者已经将 CNOPs 初步应用于台风路径的集合预报,并与 SVs 和繁殖向量法进行了对比,初步表明了 CNOPs 集合预报的优势,从而也激励作者进一步开展关于 CNOPs 集合预报在实际天气预报中的应用研究。另外,我国学者近来也提出了一种基于快速增长扰动的非线性局部 Lyapunov 向量集合预报方法 (Feng et al., 2014; Ding et al., 2017; Hou et al., 2018),那么 CNOPs 集合预报方法与其有何区别,各自的优势在哪里,这些问题都需

要进一步通过理论分析和数值试验加以研究。总之, 期望通过努力, 最终为天气预报和气候预测提供一个具有较好理论基础且具有较高预报技巧的集合预报方法。

参考文献 (References)

- Anderson J L. 1997. The impact of dynamical constraints on the selection of initial conditions for ensemble predictions: Low-order perfect model results [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 125(11): 2969–2983. doi: 10.1175/1520-0493(1997)125<2969:TIODCO>2.0.CO;2
- Basnarkov L, Kocarev L. 2012. Forecast improvement in Lorenz 96 system [J]. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 19(5): 569–575. doi: 10.5194/npg-19-569-2012
- Birgin E G, Martínez J M, Raydan M. 2000. Nonmonotone spectral projected gradient methods on convex sets [J]. *SIAM Journal on Optimization*, 10(4): 1196–1211. doi:10.1137/S1052623497330963
- Bowler N E. 2006. Comparison of error breeding, singular vectors, random perturbations and ensemble Kalman filter perturbation strategies on a simple model [J]. *Tellus A*, 58(5): 538–548. doi: 10.1111/j.1600-0870.2006.00197.x
- Branković Č, Palmer T N, Molteni F, et al. 1990. Extended-range predictions with ECMWF models: Time-lagged ensemble forecasting [J]. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 116(494): 867–912. doi: 10.1002/qj.49711649405
- Brier G W. 1950. Verification of forecasts expressed in terms of probability [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 78(1): 1–3. doi:10.1175/1520-0493(1950)078<0001:VOFEIT>2.0.CO;2
- Buckingham C, Marchok T, Ginis I, et al. 2010. Short- and medium-range prediction of tropical and transitioning cyclone tracks within the NCEP global ensemble forecasting system [J]. *Wea. Forecasting*, 25(6): 1736–1754. doi:10.1175/2010WAF2222398.1
- Buizza R, Palmer T N. 1995. The singular-vector structure of the atmospheric global circulation [J]. *J. Atmos. Sci.*, 52(9): 1434–1456. doi:10.1175/1520-0469(1995)052<1434:TSVSOT>2.0.CO;2
- Buizza R, Palmer T N. 1998. Impact of ensemble size on ensemble prediction [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 126(9): 2503–2518. doi: 10.1175/1520-0493(1998)126<2503:IOESOE>2.0.CO;2
- Buizza R, Tribbia J, Molteni F, et al. 1993. Computation of optimal unstable structures for a numerical weather prediction model [J]. *Tellus A*, 45(5): 388–407. doi:10.3402/tellusa.v45i5.14901
- Buizza R, Houtekamer P L, Pellerin G, et al. 2005. A comparison of the ECMWF, MSC, and NCEP global ensemble prediction systems [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 133(5): 1076–1097. doi:10.1175/MWR2905.1
- Candille G, Talagrand O. 2005. Evaluation of probabilistic prediction systems for a scalar variable [J]. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 131(609): 2131–2150. doi:10.1256/qj.04.71
- Daron J D, Stainforth D A. 2013. On predicting climate under climate change [J]. *Environ. Res. Lett.*, 8(3): 034021. doi: 10.1088/1748-9326/8/3/034021
- Descamps L, Talagrand O. 2007. On some aspects of the definition of initial conditions for ensemble prediction [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 135(9): 3260–3272. doi:10.1175/MWR3452.1
- Ding R Q, Li J P, Li B S. 2017. Determining the spectrum of the nonlinear local Lyapunov exponents in a multidimensional chaotic system [J]. *Adv. Atmos. Sci.*, 34(9): 1027–1034. doi:10.1007/s00376-017-7011-8
- Duan W S, Huo Z H. 2016. An approach to generating mutually independent initial perturbations for ensemble forecasts: Orthogonal conditional nonlinear optimal perturbations [J]. *J. Atmos. Sci.*, 73(3): 997–1014. doi:10.1175/JAS-D-15-0138.1
- Eckel F A, Mass C F. 2005. Aspects of effective mesoscale, short-range ensemble forecasting [J]. *Wea. Forecasting*, 20(3): 328–350. doi:10.1175/WAF843.1.
- Epstein E S. 1969. Stochastic dynamic prediction [J]. *Tellus*, 21(6): 739–759. doi:10.3402/tellusa.v21i6.10143
- Feng J, Ding R Q, Liu D Q, et al. 2014. The application of nonlinear local Lyapunov vectors to ensemble predictions in Lorenz systems [J]. *J. Atmos. Sci.*, 71(9): 3554–3567. doi:10.1175/JAS-D-13-0270.1
- Gilmour I, Smith L A. 1997. Enlightenment in shadows [C]// AIP Conference Proceedings. AIP, 411: 335–340. doi:10.1063/1.54200
- Hamill T M, Snyder C, Morss R E. 2000. A comparison of probabilistic forecasts from bred, singular-vector, and perturbed observation ensembles [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 128(6): 1835–1851. doi: 10.1175/1520-0493(2000)128<1835:ACOPFF>2.0.CO;2
- Hoffman R N, Kalnay E. 1983. Lagged average forecasting, an alternative to Monte Carlo forecasting [J]. *Tellus A*, 35(2): 100–118. doi:10.3402/tellusa.v35i2.11425
- Hollingsworth A. 1979. An experiment in Monte Carlo forecasting [C]// Proceedings Workshop on Stochastic Dynamic Forecasting. Reading, UK, 65–85.
- Hou Z L, Li J P, Ding R Q, et al. 2018. The application of nonlinear local Lyapunov vectors to the Zebiak–Cane model and their performance in ensemble prediction [J]. *Climate Dyn.*, 51(1–2): 283–304. doi:10.1007/s00382-017-3920-6
- Huo Z H, Duan W S. 2018. The application of the orthogonal conditional nonlinear optimal perturbations method to typhoon track ensemble forecasts [J]. *Sci. China Earth Sci.*, 62(2): 376–388. doi:10.1007/s11430-018-9248-9
- Jiang Z N, Mu M. 2009. A comparison study of the methods of conditional nonlinear optimal perturbations and singular vectors in ensemble prediction [J]. *Adv. Atmos. Sci.*, 26(3): 465–470. doi: 10.1007/s00376-009-0465-6
- Kalnay E. 2003. *Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 341pp.
- Kalnay E, Toth Z. 1995. The breeding method [C]// Proceedings of the ECMWF Seminar on Predictability. Reading, UK, 69–82.
- Koyama H, Watanabe M. 2010. Reducing forecast errors due to model imperfections using ensemble Kalman filtering [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 138(8): 3316–3332. doi:10.1175/2010MWR3067.1
- Kumar A, Hoerling M P. 2000. Analysis of a conceptual model of seasonal climate variability and implications for seasonal prediction

- [J]. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 81(2): 255–264. doi: 10.1175/1520-0477(2000)081<0255:AOACMO>2.3.CO;2
- Kumar A, Barnston A G, Hoerling M P. 2001. Seasonal predictions, probabilistic verifications, and ensemble size [J]. *J. Climate*, 14(7): 1671–1676. doi: 10.1175/1520-0442(2001)014<1671: SPPVAE>2.0.CO;2
- Leith C E. 1974. Theoretical skill of Monte Carlo forecasts [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 102(6): 409–418. doi: 10.1175/1520-0493(1974)102<0409:TSMCF>2.0.CO;2
- Leutbecher M, Palmer T N. 2008. Ensemble forecasting [J]. *J. Comput. Phys.*, 227(7): 3515–3539. doi:10.1016/j.jcp.2007.02.014
- Lorenz E N. 1963. Deterministic nonperiodic flow [J]. *J. Atmos. Sci.*, 20(2): 130–141. doi: 10.1175/1520-0469(1963)020<0130: DNF>2.0.CO;2
- Lorenz E N. 1995. Predictability: A problem partly solved [C]// *Proceedings of Seminar on Predictability*. Shinfield Park, Reading: ECMWF, 40–58.
- Lorenz E N, Emanuel K A. 1998. Optimal sites for supplementary weather observations: Simulation with a small model [J]. *J. Atmos. Sci.*, 55(3): 399–414. doi: 10.1175/1520-0469(1998)055<0399: OSFSWO>2.0.CO;2
- Mason I. 1982. A model for assessment of weather forecasts [J]. *Aust. Meteor. Mag.*, 30(4): 291–303.
- Mason S J. 2004. On using “climatology” as a reference strategy in the Brier and ranked probability skill scores [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 132(7): 1891–1895. doi:10.1175/1520-0493(2004)132<1891:OUCAAR>2.0.CO;2
- Mason S J, Graham N E. 1999. Conditional probabilities, relative operating characteristics, and relative operating levels [J]. *Wea. Forecasting*, 14(5): 713–725. doi: 10.1175/1520-0434(1999)014<0713:CPROCA>2.0.CO;2
- Molteni F, Buizza R, Palmer T N, et al. 1996. The ECMWF ensemble prediction system: Methodology and validation [J]. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 122(529): 73–119. doi:10.1002/qj.49712252905
- Mu M, Jiang Z N. 2008. A new approach to the generation of initial perturbations for ensemble prediction: Conditional nonlinear optimal perturbation [J]. *Chinese Science Bulletin*, 53(13): 2062–2068. doi: 10.1007/s11434-008-0272-y
- Mu M, Duan W S, Wang B. 2003. Conditional nonlinear optimal perturbation and its applications [J]. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 10(6): 493–501. doi:10.5194/npg-10-493-2003
- Murphy A H, Epstein E S. 1989. Skill scores and correlation coefficients in model verification [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 117(3): 572–582. doi:10.1175/1520-0493(1989)117<0572:SSACCI>2.0.CO;2
- Otsuka S, Miyoshi T. 2015. A Bayesian optimization approach to multimodel ensemble Kalman filter with a low-order model [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 143(6): 2001–2012. doi: 10.1175/MWR-D-14-00148.1
- Revelli J A, Rodríguez M A, Wio H S. 2010. The use of rank histograms and MVL diagrams to characterize ensemble evolution in weather forecasting [J]. *Adv. Atmos. Sci.*, 27(6): 1425–1437. doi:10.1007/s00376-009-9153-6
- Scaife A A, Arribas A, Blockley E, et al. 2014. Skillful long-range prediction of European and North American winters [J]. *Geophys. Res. Lett.*, 41(7): 2514–2519. doi:10.1002/2014GL059637
- Talagrand O, Vautard R, Strauss B. 1997. Evaluation of probabilistic prediction systems [C]// *Workshop on Predictability*, European Center for Medium Range Weather Forecasts. Reading, UK.
- Toth Z, Kalnay E. 1993. Ensemble forecasting at NMC: The generation of perturbations [J]. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 74(12): 2317–2330. doi:10.1175/1520-0477(1993)074<2317:EFANTG>2.0.CO;2
- Toth Z, Kalnay E. 1997. Ensemble forecasting at NCEP and the breeding method [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 125(12): 3297–3319. doi:10.1175/1520-0493(1997)125<3297:EFANAT>2.0.CO;2
- Wang X G, Bishop C H. 2003. A comparison of breeding and ensemble transform Kalman filter ensemble forecast schemes [J]. *J. Atmos. Sci.*, 60(9): 1140–1158. doi: 10.1175/1520-0469(2003)060<1140: ACOBAE>2.0.CO;2
- Wilks D S. 2011. *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences* [M]. 3rd ed. Oxford: Academic Press, 467pp.
- Yoden S. 2007. Atmospheric predictability [J]. *J. Meteor. Soc. Japan*, 85: 77–102. doi:10.2151/jmsj.85B.77