

一个有大地形影响的初始方程数值预报模式

钱永甫 颜 宏 路启仁 王谦谦*

(中国科学院兰州高原大气物理所)

一、前 言

大地形对大尺度大气运动的动力和热力作用早已为人们所注意。尤其是青藏高原，国内外气象工作者对它的研究工作越来越多。至于对大地形附近的局地天气系统的模拟和预报，则更有必要考虑地形的作用。

目前，国内外大多数模式在解决地形问题时，都采用了 σ 座标系，因为这样一来，地形面就成为一个座标面，计算很方便。但是，根据一般坐标变换的原理，气压梯度力项变成两大项的余差，在差分计算时，尤其在地形的陡坡附近会出现很大的误差。因此，不得不采取一系列技术措施，诸如将 σ 座标系中的资料垂直内插到 P 座标系中去计算气压梯度力(Smagorinsky等1967)^[1] (Kurihara 1968)^[2]，用专门的有限差分方法来计算静力订正项 $RT\nabla(\ln P_s)$ (Corby 1972)^[3]，引进平均气压分布扣除静力分量(Gary 1973)^[4](Phyllips 1973)^[5](中国科学院大气物理所中期组)^[6]，或者在垂直方向增加层次提高插值精度，甚至对地形作种种处理等等。虽然在理想情况下，上述技术处理对预报有所改进，但在实际模式中，特别是垂直分层较少时，尚不能得到明显的效果。因此，有必要进一步研究如何合理使用 σ 座标系的问题。

与 σ 座标系相比，用气压作垂直坐标来描述大气运动的 P 座标系具有不少优越性。但是，引入地形后， P 座标系下层的某些坐标面会被地形面切割，因此下边界的计算处理相当复杂，弄得不好，会产生计算波，造成预报失败(冈村存 1976)^[7]。

因此，最好是将 P 座标系和 σ 座标系结合使用，取长补短。在下层采用 σ 座标系，避免坐标面与地形面相交，在上层取 P 座标系，以保持明确的物理意义和计算精度，根据这一思想，我们在模式中采用了 $P-\sigma$ 混合座标系来引入地形，并对 σ 座标系中气压梯度力的计算提出了一种比较简便的方法。通过近二年来的试验，证明用上述混合座标系及气压梯度力的计算方法来解决地形问题是有效的，即使垂直分层少和水平网格粗，预报结果也较好。

本文主要阐明模式的基本思想以及一些关键性问题的处理方法，最后列举了一个试报结果。

二、垂直座标系和基本方程

根据座标系结合使用的观点，我们在模式中地形的最高点 H_m 以上固定一个等压面

1977年11月17日收到修改稿。

* 参加本工作的还有胡银燕、王又凯、苏玉亭、郭宏彪。

P_* ,于是整个大气被 P_* 划分为两部分,在 P_* 以上的称为上部大气,在 P_* 以下的称为下部大气。

在上部大气中,用气压 P 作垂直坐标,对是干空气的大气动力学方程组可直接应用于上部大气,即

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (u \mathbf{V}) + \frac{\partial(u\omega)}{\partial P} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} + fv + F_x \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \nabla \cdot (v \mathbf{V}) + \frac{\partial(v\omega)}{\partial P} = -\frac{\partial \phi}{\partial y} - fu + F_y \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (T \mathbf{V}) + \frac{\partial(T\omega)}{\partial P} = \frac{\lambda T}{P} \omega + \frac{\varepsilon}{c_p \rho} \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} + \frac{\partial \omega}{\partial P} = 0 \quad (2.4)$$

$$T = -\frac{1}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \ln P} \quad (2.5)$$

$$P = \rho RT \quad (2.6)$$

式中符号为常用的。 F_x 和 F_y 为水平摩擦力分量, ε 为单位容积加热率, $\lambda = R/c_p = 0.288$ 。

为求得两等压面 P_1 和 P_2 ($P_2 > P_1$) 间的平均流场和温度场的预报方程, 我们将 (2.1) —(2.3) 式在 P_1 和 P_2 间积分, 可得:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot (u \mathbf{V}) + (u_1 \omega_1 - u_2 \omega_2)/\Delta P - \frac{\partial \phi}{\partial x} + fv + F_x \quad (2.1')$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\nabla \cdot (v \mathbf{V}) + (v_1 \omega_1 - v_2 \omega_2)/\Delta P - \frac{\partial \phi}{\partial y} - fu + F_y \quad (2.2')$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\Delta \cdot (T \mathbf{V}) + (T_1 \omega_1 - T_2 \omega_2)/\Delta P + \frac{\lambda T}{P} \omega + \frac{\varepsilon}{c_p \rho} \quad (2.3')$$

式中 $\Delta P = P_2 - P_1$, 为气层厚度, 带有下标 1 和 2 的量属于 P_1 和 P_2 层, 其余各量均为两等压面间的平均量(下同)。

同理可得:

$$\omega_1 = \omega_1 - \nabla \cdot \mathbf{V} \times \Delta P \quad (2.4')$$

$$\phi_1 = \phi_1 + RT \ln(P_2/P_1) \quad (2.5')$$

在下部大气中,用 σ 作垂直坐标,定义

$$\sigma = \frac{P - P_*}{P_s - P_*} = P'/P_s^* \quad (P' = P - P_*, P_s^* = P_s - P_*) \quad (2.7)$$

式中 P_s 为地面气压,是空间和时间的函数:

$$P_s = P_s(x, y, t) \quad (2.8)$$

因此当 $P = P_*$ 时, $\sigma = 0$, $P = P_s$ 时, $\sigma = 1$, 这样等压面 P_* 和地形面都是坐标面。下部 σ 座标系通过 P_* 与上部 P 座标系有机地联系起来了。

根据地形面上的刚体边界条件,有

$$\dot{\sigma} = 0 \quad (\text{当 } \sigma = 1 \text{ 时}) \quad (2.9)$$

将(2.7)式对时间 t 求全导数, 得

$$\dot{\sigma} = \frac{\omega}{P_t^*} - \frac{\sigma}{P_t^*} \left(\frac{\partial P_t^*}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla P_t^* \right) \quad (2.10)$$

当 $\sigma = 0$ 时, 得下部 σ 座标系的上边界条件 $\dot{\sigma} = \omega/P_t^*$ 。 (2.11)

现在, 将(2.1)–(2.5)式在两个坐标面 σ_1 和 σ_2 ($\sigma_2 > \sigma_1$) 之间对 P 积分, 并利用(2.10)和一般坐标变换公式, 即可得到 σ_1 和 σ_2 之间平均流场和温度场的预报方程和诊断方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} (P_t^* u) = -\nabla \cdot (P_t^* u \mathbf{V}) + P_t^* \left(f v - \frac{\partial \phi}{\partial x} + F_x \right) + P_t^* (u_1 \dot{\sigma}_1 - u_2 \dot{\sigma}_2) / \Delta \sigma, \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (P_t^* v) = -\nabla \cdot (P_t^* v \mathbf{V}) - P_t^* \left(f u + \frac{\partial \phi}{\partial y} - F_y \right) + P_t^* (v_1 \dot{\sigma}_1 - v_2 \dot{\sigma}_2) / \Delta \sigma, \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (P_t^* T) = -\nabla \cdot (P_t^* T \mathbf{V}) + P_t^* \left(\frac{\lambda T}{P} \omega + \frac{\epsilon}{c_{pp}} \right) + P_t^* (T_1 \dot{\sigma}_1 - T_2 \dot{\sigma}_2) / \Delta \sigma, \quad (2.14)$$

$$\dot{\sigma} = \left[\omega_* - \sigma \left(\frac{\partial P_t^*}{\partial t} + \nabla \cdot \int_0^\sigma P_t^* \mathbf{V} d\sigma \right) \right] / P_t^*. \quad (2.15)$$

$$\phi_1 = \phi_2 + RT \ln [(\sigma_2 + P_* / P_t^*) / (\sigma_1 + P_* / P_t^*)], \quad (2.16)$$

式中 $\Delta \sigma = \sigma_2 - \sigma_1$, ω_* 为 P_* 面上的垂直速度。为计算气压梯度力的方便, $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial \phi}{\partial y}$ 仍保留 P 座标系中的形式, 留待以后处理。

在(2.15)中令 $\sigma = 1$, 由边界条件(2.9), 得:

$$\frac{\partial P_t^*}{\partial t} = \omega_* - \nabla \cdot \int_0^1 P_t^* \mathbf{V} d\sigma, \quad (2.17)$$

即为地面气压倾向方程。

至此, 已得到 $P-\sigma$ 混合座标系中的所有基本方程, 它们可分别应用于上部大气和下部大气中。

三、垂直分层和一些具体计算方案

1. 垂直分层、通量方案和平流方案

为突出地形的处理方法和简单起见, 我们先采用了两层模式, 分层法见图 1。

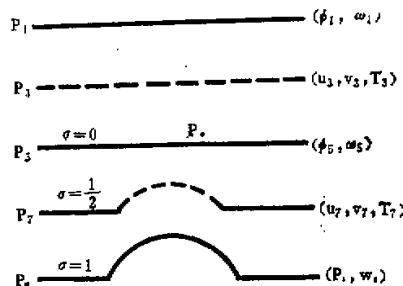


图 1. $P-\sigma$ 座标系分层示意图

图中 P_* 取为 500mb, 并用 P_5 表示, 它的上部为一层, 取 $P_1 = 100mb$, (2.5')式中的 P_1

即为 P_* (或 P_5)，平均层相当于 $P_3 = 300\text{mb}$ 。下部也取一层， $\sigma_1 = 0$ ，即为 P_5 层， $\sigma_2 = 1$ ，即为地形面，平均层 $\sigma = \frac{1}{2}$ ，其气压用 P_7 表示，显然 $P_7 = \frac{1}{2}(P_5 + P_s)$ 。各层上的变量写在括号内。

令模式大气顶部等压面 P_1 上的 $\omega_1 = 0$ ，且不考虑水平摩擦和加热项，则由 (2.1')—(2.5') 可得上部大气中的预报方程组：

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} = -\nabla \cdot (u_3 \mathbf{V}_3) - u_3 \omega_5 / 400 - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_3 + f v_3, \quad (3.1.1)$$

$$\frac{\partial v_3}{\partial t} = -\nabla \cdot (v_3 \mathbf{V}_3) - v_3 \omega_5 / 400 - \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_3 - f u_3, \quad (3.1.2)$$

$$\frac{\partial T_3}{\partial t} = -\nabla \cdot (T_3 \mathbf{V}_3) - T_3 \omega_5 / 400 + \frac{\lambda T_3}{P_3} \omega_3, \quad (3.1.3)$$

$$\omega_5 = -400 \nabla \cdot \mathbf{V}_3, \quad (3.1.4)$$

$$\phi_1 = \phi_5 + R T_3 \ln 5, \quad (3.1.5)$$

式中 $\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_3$ 和 $\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_3$ 表示上部大气的平均气压梯度力。

为求得下部大气中的预报方程组，可由 (2.12)—(2.14)，并利用 (2.9) 和 (2.11)，得出：

$$\frac{\partial}{\partial t} (P_i^* u_7) = -\nabla \cdot (P_i^* u_7 \mathbf{V}_7) + P_i^* \left(f v_7 - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_7\right) + u_5 \omega_5, \quad (3.1.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (P_i^* v_7) = -\nabla \cdot (P_i^* v_7 \mathbf{V}_7) - P_i^* \left(f u_7 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_7\right) + v_5 \omega_5, \quad (3.1.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (P_i^* T_7) = -\nabla \cdot (P_i^* T_7 \mathbf{V}_7) + P_i^* \frac{\lambda T_7}{P_7} \omega_7 + T_5 \omega_5, \quad (3.1.8)$$

由 (2.9) 和 (2.10) 得出：

$$\omega_i = \frac{\partial P_i^*}{\partial t} + \mathbf{V}_i \cdot \nabla P_i^*. \quad (3.1.9)$$

由 (2.17) 得出：

$$\frac{\partial P_i^*}{\partial t} = \omega_5 - \nabla \cdot (P_i^* \mathbf{V}_7), \quad (3.1.10)$$

由 (2.16) 得出：

$$\phi_5 = g z_i + R T_7 \ln(1 + 0.002 P_i^*), \quad (3.1.11)$$

式中 z_i 为地形高度。(3.1.1)—(3.1.11) 共 11 个方程即为 $P-\sigma$ 座标系中的全部预报方程和诊断方程。预报量也是 11 个，因此方程组可闭合求解。对于非预报量的 u_5, v_5 等，用线性插值方法从 P_3 和 P_7 层上的相应量求得。

使用方程 (3.1.1)—(3.1.11) 的预报方案，我们称为通量方案。

若将 (3.1.6)—(3.1.8) 式的时间导数项拆开，可简化为下述形式：

$$\frac{\partial u_7}{\partial t} = -\mathbf{V}_7 \cdot \nabla u_7 + \left(f v_7 - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_7\right) + (u_5 - u_7) \omega_5 / (P_i^* + 400), \quad (3.1.12)$$

$$\frac{\partial v_7}{\partial t} = -\mathbf{V}_7 \cdot \nabla v_7 - \left(f u_7 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_7\right) + (v_5 - v_7) \omega_5 / (P_i^* + 400), \quad (3.1.13)$$

$$\frac{\partial T_7}{\partial t} = -\mathbf{V}_7 \cdot \nabla T_7 + \frac{\lambda T_7}{P_7} \omega_7 + (T_3 - T_7) \omega_5 / (P_7^* + 400), \quad (3.1.14)$$

下部大气中用(3.1.12)—(3.1.14)来代替(3.1.6)—(3.1.8)的预报方案, 我们称为平流方案。

2. 气压梯度力项的计算方法

$$\text{等压面 } P_1 \text{ 和 } P_2 \text{ 间的平均气压梯度定义为 } \overline{\nabla_P \phi} = \frac{1}{\Delta P} \int_{P_1}^{P_2} \nabla_P \phi dP, \quad (3.2.1)$$

$$\text{利用部分积分法和中值定理, 可将上式化为 } \overline{\nabla_P \phi} = (\nabla_P \phi_1 + \nabla_P \phi_2)/2, \quad (3.2.2)$$

式中 ∇_P 表示沿等压面的水平微分算子。

$$\text{将(3.2.2)用于上部大气, 可得 } (\overline{\nabla_P \phi})_3 = (\Delta_P \phi_1 + \nabla_P \phi_3)/2, \quad (3.2.3)$$

$$\text{将(3.2.2)用于下部大气, 可得 } (\overline{\nabla_P \phi})_7 = (\nabla_P \phi_5 + (\nabla_P \phi)_{P_7})/2. \quad (3.2.4)$$

从上二式可见, $\nabla_P \phi_1$ 和 $\nabla_P \phi_5$ 都是在 P_1 和 P_5 等压面上计算的, 不存在任何困难。 $(\nabla_P \phi)_{P_7}$ 的计算方法如下:

$$\text{令 } (\nabla_P \phi)_{P_7} = \frac{1}{\rho_s} (\nabla_s P)_{x_s}, \text{ 则由图2可见:}$$

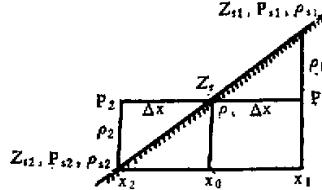


图2. $(\frac{\partial P}{\partial x})_{z_s} = z_s$ 的求法

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_{z_s} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta x} (P_1 - P_2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta x} (P_1 - P_{z_1} + P_{z_1} - P_{z_2} + P_{z_2} - P_2) \\ &= \frac{\partial P_1}{\partial x} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g}{2\Delta x} [(\rho_1 z_{z_1} - \rho_2 z_{z_2}) + z_s (\rho_2 - \rho_1)], \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

$$\text{写成微分形式有: } \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_{z_s} = \frac{\partial P_s}{\partial x} + g \left(\frac{\partial}{\partial x} (\rho z_s) - z_s \frac{\partial \rho}{\partial x} \right). \quad (3.2.6)$$

上二式中的密度 ρ_1, ρ_2 是 z_{z_1}, z_{z_2} 点附近的平均值, 计算时令 $\rho_1 = (\rho_1 + \rho_{z_1})/2$ 和 $\rho_2 = (\rho_2 + \rho_{z_2})/2$ 。

$$\text{将(3.2.6)代入(3.2.4)可得 } (\overline{\nabla_P \phi})_7 = \left[\nabla_P \phi_5 + \frac{1}{\rho_s} \nabla P_s + \frac{1}{\rho_s} (\nabla (\rho z_s) - z_s \nabla \rho) \right] / 2, \quad (3.2.4')$$

式中 ∇ 算符表示沿地形面的运算。

具体计算时将(3.2.4')一律化为中央差。

值得指出的是, 将(3.2.6)式等号后的第二项微分式拆开, 则可得:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_{z_s} = \frac{\partial P_s}{\partial x} + \rho_s g \frac{\partial z_s}{\partial x}, \quad (3.2.7)$$

此即为一般变换公式。但若用它来直接计算气压梯度时，预报明显失败。因此，当用差分来代替微分计算时，应注意提高它们的精度。

3. 绕流调整方案

众所周知，气流在平缓地形下可以爬越山脊，在较陡地形下又爬又绕，而在更陡的地形下，则以绕流为气流运动的主要特征。

为反映此种情况和消除计算中产生的风向上的误差，我们设计了一种绕流调整方案。即设地形梯度大于某一值后，必须使风矢与地形梯度相垂直，且要求风矢的调整角度最小，调整前后动能守恒。根据上述条件可得三个方程

$$\mathbf{V}_s \cdot \nabla z_s = 0, \quad (3.3.1)$$

$$\text{sign}(\mathbf{V}_s \times \nabla z_s) = \text{sign}(\mathbf{V}_{s_0} \times \nabla z_s) \quad (3.3.2)$$

$$|\mathbf{V}_s| = |\mathbf{V}_{s_0}|, \quad (3.3.3)$$

式中 \mathbf{V}_s 为地面风矢， \mathbf{V}_{s_0} 为调整前的地面风矢。

将上面三式联列求解，可得调整后的风矢分量为

$$u_s = \text{sign}(\mathbf{V}_{s_0} \times \nabla z_s) |\mathbf{V}_{s_0}| \frac{\partial z_s}{\partial y} / |\nabla z_s|, \quad (3.3.4)$$

$$v_s = -\text{sign}(\mathbf{V}_{s_0} \times \nabla z_s) |\mathbf{V}_{s_0}| \frac{\partial z_s}{\partial x} / |\nabla z_s|. \quad (3.3.5)$$

但 u_s 和 v_s 不是预报量，因此可根据 \mathbf{V}_s 和 \mathbf{V}_{s_0} 之间的关系，求出调整 \mathbf{V}_s 的相应公式。

计算时，先确定绕流条件，即梯度多大才绕流，这可以用程序控制，我们取 $|\nabla z_s| \geq 0.002$ 为绕流条件，每 3 小时进行一次绕流调整。试验证明，绕流可改进高原及其周围地区予报场的细微结构。

4. 水平坐标系和空间差分格式

水平坐标系用球面坐标系，以经纬作为水平坐标轴，网格距取 $5^\circ \times 5^\circ$ 。

在将(3.1.1)–(3.1.11)和(3.1.12)–(3.1.14)化为差分方程时，凡线性项一律取中央差，通量项如 $\nabla \cdot (P_r^* \mathbf{V}_r)$ 等一律取半点中央差，如

$$\nabla \cdot (P_r^* \mathbf{V}_r) = \frac{1}{a \cos \varphi} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (P_r^* u_r) + \frac{\partial}{\partial \phi} (P_r^* v_r \cos \phi) \right], \quad (3.4.1)$$

化为差分时为

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (P_r^* \mathbf{V}_r) = & \frac{1}{2a \cos \phi DD} [(P_{r,i,j+1}^* + P_{r,i,j}^*)(u_{r,i,j+1} + u_{r,i,j}) - (P_{r,i,j}^* + P_{r,i,j-1}^*) \\ & (u_{r,i,j} + u_{r,i,j-1}) + (P_{r,i+1,j}^* + P_{r,i,j}^*)(v_{r,i+1,j} \cos \phi_{i+1} + v_{r,i,j} \cos \phi_i) \\ & - (P_{r,i,j}^* + P_{r,i-1,j}^*)(v_{r,i,j} \cos \phi_i + v_{r,i-1,j} \cos \phi_{i-1})]. \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

式中 $DD = 2\Delta\lambda = 2\Delta\phi = 10^\circ$ 。图 3 是水平网格系统示意图。

对于平流项如 $\mathbf{V}_r \cdot \nabla T_r$ 等，我们设计了一种顺流线差分法，称为平流格式。图 4 是平流格式推导的示意图。图中 \mathbf{V} 表示风矢， a 和 b 分别是 x 和 y 方向的网格长度，显然

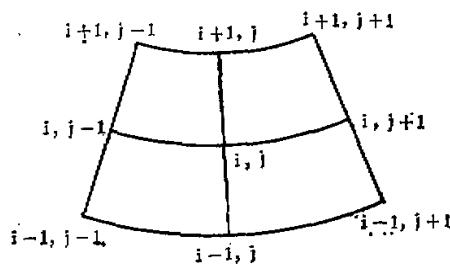


图3. 球面网格示意图

$$a = A \cos \phi \Delta \lambda = A \cos \phi D D / 2, \quad (3.4.3)$$

$$b = A \Delta \phi = ADD / 2, \quad (3.4.4)$$

式中 A 为地球半径, λ 和 ϕ 为经纬度。

设 \mathbf{V} 与椭圆交于 B 点, 延长 OB 与椭圆又交于 A 点, 则 $OB = OA = d$, 于是

$$\mathbf{V} \cdot \nabla P = |\mathbf{V}|(P_B - P_A)/2d, \quad (3.4.5)$$

式中 P 为 u_7 、 v_7 和 T_7 中任何量, P_B 和 P_A 分别为 P 在 B 和 A 点的值。根据椭圆方程以及相似三角形原理, 可求得 d 的表达式为:

$$d = |\mathbf{V}| \cdot A / \left[(u^2 + v^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}} / \cos \phi \right] \left(\frac{1}{2} DD \right], \quad (3.4.6)$$

代入(3.4.5)有

$$\mathbf{V} \cdot \nabla P = (u^2 + v^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}} (P_B - P_A) / (ADD \cos \phi). \quad (3.4.5')$$

B 点和 A 点相对于 (i, j) 点的坐标为

$$i_B = -i_A = v \cos \phi / (u^2 + v^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}}, \quad (3.4.7)$$

$$j_B = -j_A = u / (u^2 + v^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.4.8)$$

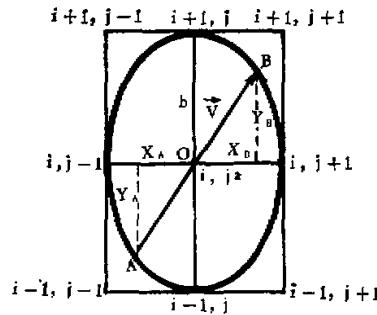


图4. 平流格式推导示意图

有了 B 和 A 点的相对坐标, 即可用四点平面均匀插值法求进 P_B 和 P_A , 代入(3.4.5')即可求出平流项的值。

实例试报指明, 平流格式至少与半点中央差格式具有同样的稳定性, 在克服高纬线性不稳定性方面比半点中央差格式更好¹⁾

1) 兰州高原大气所数值预报总结材料四

5. 初值处理方法

一个较好的数值模式,不仅要求予报结果符合实际天气过程,而且要求初值处理尽可能简单,否则很难在业务中使用。为此,在我们的模式中,初始时刻只输入三个场,即 100 mb 和 500mb 高度场 z_1 和 z_5 , 海平面气压与 1000mb 的偏差 P'_0 。输入这三个场后,利用静力平衡关系及地转关系求出

$$T_3 = 0.2121(z_1 - z_5) \quad (3.5.1)$$

$$u_3 = -\frac{g}{f} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_3 = -0.0527 \Delta_\phi (z_1 + z_5) / \sin \varphi / DD, \quad (3.5.2)$$

$$v_3 = \frac{g}{f} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_3 = 0.1055 \Delta_\phi (z_1 + z_5) / \sin 2\phi / DD. \quad (3.5.3)$$

同理可求得 u_7 和 v_7 , 不再赘述。

为了求得地面气压 P_7 或 P_7^* , 先求出无地形时 P_5 至海平面间的平均温度, 设为 T_{70} , 则

$$T_{70} = 0.3415 z_5 / \ln(2 + 0.002 P'_0), \quad (3.5.4)$$

然后根据 T_3 和 T_{70} 内插进有地形时的 T_7 , 即

$$T_7 = T_3 + (T_{70} - T_3)(1 - z_5/z_1). \quad (3.5.5)$$

最后由(3.1.11)可反演出

$$P_7^* = 500 \{ \exp [0.3415(z_5 - z_1)/T_7] - 1 \}, \quad (3.5.6)$$

于是初值处理完毕。

6. 时间积分方法、平滑处理和地形资料

时间积分采用一小时欧拉后差和五小时中央差交替进行的方法, 步长 $DT = 15$ 分钟。

每一步对东和南边界内二圈, 对北和西边界内一圈进行五点平滑, 平滑量为 u_3 、 v_3 、 T_3 、 u_7 、 v_7 、 z_5 等, 平滑系数取 0.05。此外, 每六小时对 z_1 、 z_5 和海平面气压 P_0 进行一次全场平滑, 平滑系数取 $s = 0.16(1 + 0.001 z_5)$ 。每六小时还对 $P_7^* u_7$ 和 $P_7^* v_7$ 全场平滑一次, 平滑系数取 $s_u = 0.01(1 + |u_7|)$ 和 $s_v = 0.01(1 + |v_7|)$ 。全场平滑后, 为保证垂直方向的静力平衡, 要对 T_3 和 T_7 等作一次类似初值处理的调整。

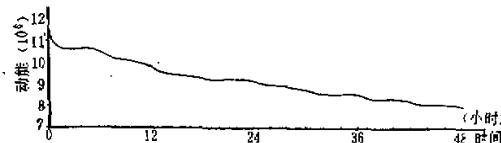


图 5. 48 小时预报的动能曲线
(1 小时后差, 5 小时中央差交替进行, $DT = 15$ 分)
初始场: 1971 年 8 月 13 日 20 时

图 5 上述时间积分和平滑处理情况下予报场的动能曲线, 由图可见, 计算是很稳定的。关于时间积分和平滑处理对予报效果的影响可参阅兰州高原大气所数值予报总结。

图 6 和图 7 是预报中使用的地形场和地形梯度场。地形最高点为 4700 米，最大地形梯度为 0.0054。

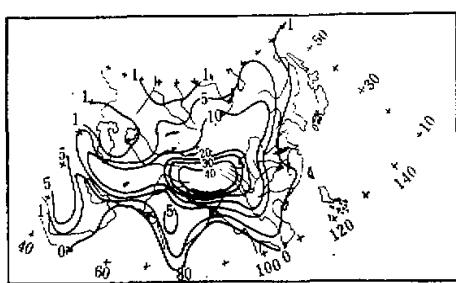


图 6. 球面网格中的地形高度(单位: 100 米)

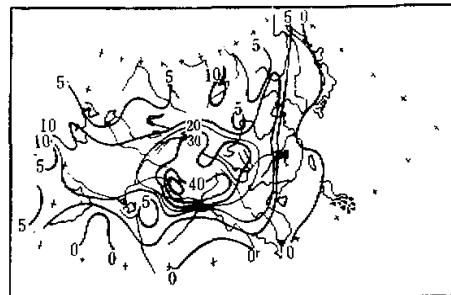


图 7 球面网格地形梯度图(单位: 10^{-4})

四、个例试报概况

在 1976 年对 1974 年 8 月 6 日和 8 日, 1972 年 6 月 19 日, 1971 年 8 月 13 日四个例子进行了预报试验。每个例子都用通量方案和平流方案对无地形、有地形无绕流和有地形有绕流共六种情况进行对比试验。为简单起见, 此处只给出 1974 年 8 月 6 日平流方案三种情况的 24 小时预报结果。

1. 实况演变过程

图 8 是 8 月 6 日 20 时 500mb 高度形势, 500mb 有两个主要系统, 一是高压中心在上海附近的西太平洋上, 二是中心在 $55^{\circ}\text{N}, 65^{\circ}\text{E}$ 处的低压系统, 槽线呈东北西南向倾斜, 平均位置在 62°E 。

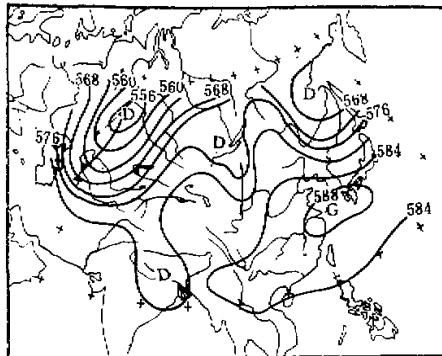


图 8 1974 年 8 月 6 日 20 时 500mb 初始场

图 9 是 8 月 7 日 20 时的实况。从图 9 可见, 付高 584 位势十米线 (以后均简称 584

线,其余位势十米类推)的范围已缩小,在 30°N 以南,584线从 95°E 撤到 103°E ,东撤了

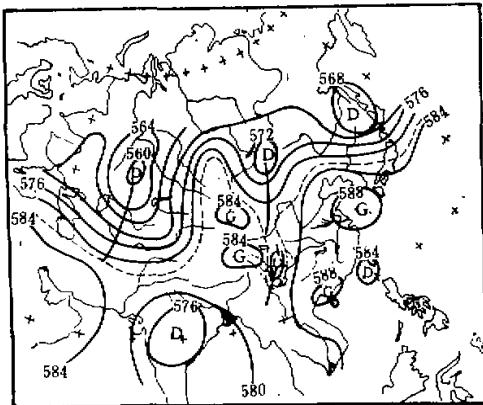


图 9. 1974 年 8 月 7 日 20 时 500mb 实况图

出来。以 576 线所达到的纬度看,无地形的报得太深,有地形时有明显改进;对于西太付高 584 线,无地形时报得比实况要强,584 线一直西伸到了西宁、兰州一带。加了地形后,584 线报得与实况非常一致。对于 95°E 附近的高压脊,三种情况都报得比实况弱。但加了地形和绕流后,这一带的高度比无绕流时有所升高,且小波动减少。这说明绕流对高原附近的预报质量有所改善。但对实况图上高原东侧的小槽都没有报好,看来 500mb 预报的主要问题是高原东北侧偏高,使得贝湖东南的低槽太弱。

地面图的实况和预报图这里没有给出，但结果也是好的。对于东北的冷高压南下、冷锋南移到 32°N 附近这一演变过程，三种情况都报了出来，且与实况吻合。对于巴湖冷高沿 35°N 侵入高原这一过程，无地形时不能报出(图略)。加了地形之后，这个冷高压明显地伸入高原西端，并在 35°N , 80°E 处形成一个高压中心，这与实况的趋势是一致的，但中心强度比实况要强(图略)。有绕流时，这个高压与实况相符，强度大为减弱(图略)。这说明，这个高压系统的演变过程受地形影响很大，而绕流调整对于这种

我们还分析了无绕流情况下的地面和500mb垂直运动 ω_z 和 ω_s ,发现上述高压是一个很浅薄的动力性系统。在地面,高压南沿是上升运动,高压所在处为下沉运动,到了500mb,高压所在的范围全是下沉运动(图略)。

限于篇幅,对于其他例子及通量方案的预报情况可参阅我所工作总结。

2. 平流方案的预报结果

图 10、11、12 分别是用平流方案计算的无地形、无绕流和有绕流的 24 小时 500mb 预报图。可以看出，三种情况下咸海一带槽的移动报得与实况均很一致，巴湖分裂小槽基本上报了

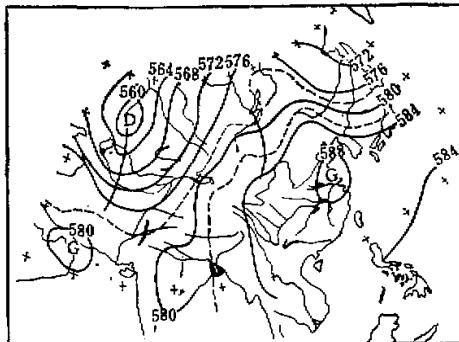


图 10. 平流无地形 24 小时 500mb 预报图
(8月7日20时)

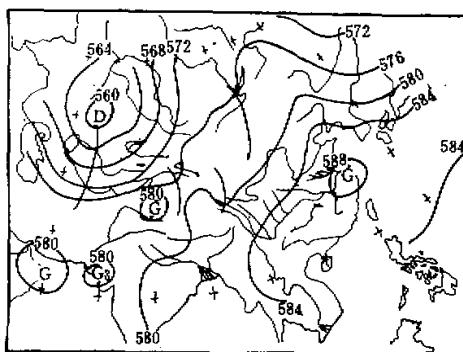


图 11. 平流无绕流 24 小时 500mb 预报图(8月7日 20时)

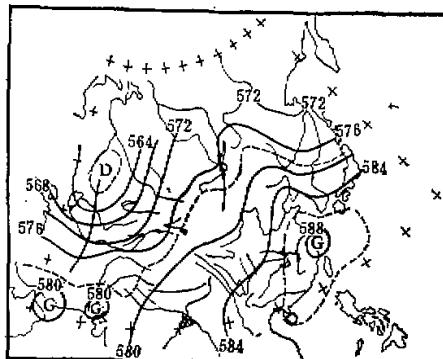


图 12. 平流有绕流 24 小时 500mb 预报图(8月7日 20时)

五、总 结

本文介绍了模式和一些处理方法，从上面四部分的叙述可以大致总结出几个特点：

1. 本模式采用 $P-\sigma$ 混合坐标系来引进地形，综合了两种坐标系的优点。
2. 用地面风矢的绕流调整进一步处理地形，使模式的稳定性和预报能力有所改善。试验证明，本模式在无地形时，对一些天气形势也具有一定预报能力，地形加入后，预报效果明显改进，绕流调整对高原附近的地面形势改进较大。
3. 模式中提出了计算 σ 坐标系气压梯度力的一种简便方法以及不同于一般坐标变换公式的微分差分相一致的变换公式¹⁾，个例试报证明这种方法是可行的。
4. 本模式对于高原地区的预报来说，仍然存在着系统偏高的现象，在某些天气形势下，这种系统误差比较明显。现已初步查明，这种误差似乎主要与高原地区的初值处理方法和差分方法的计算精度有关。因此，在今后的工作中，如何较准确地分析高原地区初始场以及提高计算精度应作为一个重要问题来看待。

1) 详细情况见另文(待发表)。

参 考 资 料

- [1] J. Smagorinsky et al., Prediction Experiments With a General Circulation Model, Proc. International Symp. Dynamics of Large Scale Atmos. Processes, Moscow, USSR 23—30, June, 1965.
- [2] Y. Kurihara, Note on finite difference expressions of the hydrostatic relation and pressure gradient force, Mon. Wea. Rev., 1968, 96, pp. 654—656.
- [3] G. A. Corby, A general circulation model of the atmosphere suitable for long period integrations, Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 1972, 98, pp. 809—832.
- [4] J. M. Gary, Estimate of truncation error in transformed coordinate primitive equation atmospheric model, J. Atmos. Sci., 1973, 30, pp. 223—233.
- [5] N. A. Phillips, Principles of large scale numerical weather prediction, In dynamical meteorology, Ed, p, Morel, Dordrecht-Holland, D. Reidel Publishing Co. 1973, pp. 1—96.
- [6] 中国科学院大气物理所中期组,青藏高原对东亚大型天气过程动力影响的初步研究,青藏高原气象会议文件,1976。
- [7] 冈村 存 Numerical experiments of orographic effect on the large scale motion of the atmosphere, Papers in Met. and Geo., 1947, 27(1).