

## 重力波对特大暴雨的触发作用

李 麦 村

(中国科学院大气物理研究所)

### 提 要

暴雨是一种中尺度天气现象,但是它是在一定的大尺度背景下发生的,如发展着的锋面、低涡和气旋。由于这些系统的发展总是非地转平衡的,因而会激发出强的重力波。这种重力波在条件不稳定大气中传播时,低层辐合和上升气流能组织积云加热,这种积云加热反过来会促使重力波发展,在地面形成中尺度高低压系统。本文在线性绝热情况下求解大气运动方程,得到了重力波解。这种重力波解在位相上滞后度中心比散度中心落后  $\frac{\pi}{2}$ ,因而暴雨区落在中低压与中高压之间,且由于降水扩散,暴雨中心偏向中高压一边。在垂直结构上在对流层上层可以得到暖性中高压。理论上估计了暴雨团移动的速度和中高低压的强度等。并将理论结果与一次特大暴雨的实例进行了比较,两者是一致的。因而提出重力波在条件不稳定大气中可以是发动暴雨的一种机制。

### 一、引 言

关于暴雨形成的过程,在暴雨预报中是一个占有突出地位的问题,至今并没有明确的看法。大量的中尺度天气分析指出,暴雨是一种中尺度现象<sup>[1]</sup>。暴雨的形成往往在地面上伴有中低压和中高压,而暴雨区并不与中低压重合,往往发生在中低压与中高压之间的辐合中心处,并且由于降水扩散,暴雨区偏向中高压一边。这点与大尺度降水现象是很不一样的。这一突出特点说明暴雨过程必有一种与大尺度降水过程不同的过程存在。在分析了这些资料之后,我们认为重力波对暴雨有发动作用。当大尺度系统发生发展时,由于非地转特性,激发出强振幅重力波。这种重力波,具有频散特点,当向扰动区外传播通过条件不稳定大气中时,它的速度减慢。既然是波,必有上升和下沉运动部分。当波通过这种不稳定地区时在其波动的上升运动部份,组织积云对流,形成巨大的积雨云或超级单体、多单体云团。这种积云加热,反过来又加强了重力波,此外重力波在传播过程中非线性集中使重力波上升运动加强,如此相互助长,形成了强大的辐合辐散和上升气流<sup>[2]</sup>,同时上升气流越强也必然伴随低层辐合越强,水汽辐合量也大大增强,这样就形成了巨大的暴雨中心,有时还伴随大风,闪电等现象。

本文目的在于从理论上揭示这一现象,并指出这一现象的特点,并与实际中分析,进行比较。本文先不考虑积云加热过程和非线性作用,以便清楚地考察重力波的动力结构。关于积云加热对重力波反馈将在下面一文接着讨论。

## 二、重力波运动方程及其解

从中分析的情况来看,特大暴雨中高低压尺度一般在 100—200 公里左右,而时间上约几个小时到十余小时。因此,运动为典型的中尺度运动。但因特大暴雨中存在巨大垂直加速度运动,静力平衡不能应用。非线性、Boussinesq 近似运动方程为:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\rho_0 \partial x} + f v \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\rho_0 \partial y} - f u \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\rho_0 \partial z} + g \theta \\ \frac{\partial \rho_0 u}{\partial x} + \frac{\partial \rho_0 v}{\partial y} + \frac{\partial \rho_0 w}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} + \sigma w &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

方程中  $u, v, w$  分别为  $x, y, z$  方向的风速分量,  $\theta = \theta'_1/\theta_0$ ,  $\rho_0, p_0$  为背景流场的密度和气压,采用小扰动,  $\rho_0, p_0$  仅为高度之函数,即静力平衡。

$$\frac{\partial p_0}{\partial z} = -\rho_0 g. \quad (2)$$

则(1)式变成线性形式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u'}{\partial t} - f v' &= -\frac{\partial p'}{\partial x} \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + f u' &= -\frac{\partial p'}{\partial y} \\ \frac{\partial w'}{\partial t} - g \theta' &= -\frac{\partial p'}{\partial z} \\ \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \theta'}{\partial t} + w' \sigma &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中:

$$u'_1 = \rho_0 u, \quad v' = \rho_0 v, \quad w' = \rho_0 w, \quad \theta' = \frac{\rho_0 \theta'_1}{\theta_0}, \quad \sigma = \frac{\partial \ln \theta_0}{\partial z}$$

经频率分析,方程(3)只有一组重力波解<sup>[3]</sup>,令

$$u' = -\frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v' = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad (4)$$

则(3)式可有:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} + f\varphi &= 0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial t} - f\phi &= -p' \\ \nabla^2 \varphi + \frac{\partial w'}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial w'}{\partial t} &= -\frac{\partial p'}{\partial z} + g\theta' \\ \frac{\partial \theta'}{\partial t} + w'\sigma &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

根据(5)得到方程:

$$\left[ \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \nabla^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2 \right) \right] w' = 0 \quad (5')$$

式中

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad N^2 = g\sigma$$

在边界条件情况下,  $z=0$ ;  $z=H$ ,  $w'=0$  很容易求得解

$$w' = W_0 \sin K_x z \sin(\omega t - K_x x - K_y y) \quad (6)$$

式中  $K_x, K_y, K_z$  分别  $x, y, z$  方向上的波数, 而频率为

$$\omega^2 = \frac{K_x^2 f^2 + (K_x^2 + K_y^2) N^2}{K_x^2 + K_y^2 + K_z^2} \quad (7)$$

由(5)和(7)得到

$$\left. \begin{aligned} \theta' &= \frac{\sigma}{\omega} W_0 \sin K_x z \cos(\omega t - K_x x - K_y y) \\ D &= -K_x W_0 \cos K_x z \sin(\omega t - K_x x - K_y y) \\ \varphi &= (K_x^2 + K_y^2)^{-1} K_x W_0 \cos K_x z \sin(\omega t - K_x x - K_y y) \\ \xi &= -\frac{W_0 f K_x}{\omega} \cos K_x z \cos(\omega t - K_x x - K_y y) \\ \phi &= \frac{f(K_x^2 + K_y^2)^{-1}}{\omega} K_x W_0 \cos K_x z \cos(\omega t - K_x x - K_y y) \\ p' &= -\omega \left( 1 - \frac{f^2}{\omega^2} \right) (K_x^2 + K_y^2)^{-1} K_x W_0 \cos K_x z \cos(\omega t - K_x x - K_y y) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(6)~(8)是我们得到的重力波解。

根据(6)~(8)我们得到重力波结构图。图1可以看到在对流层中地面气压扰动场和流场最清楚, 而位温场则没有扰动, 由此可见中分析在地面所得气压场, 流场在对流层是最清楚的。在地面图上可以看到, 气压场中心与散度中心位相差为  $\frac{\pi}{2}$ , 而与涡度中心重合, 但位相相反, 即高压中心与气旋涡度中心重合, 而反气旋涡度中心与低压中心重合, 这与实况是一致的<sup>[10]</sup>。

与暴雨相联系的上升气流与辐合同相而比低气压中心落后  $\frac{\pi}{2}$ , 所以暴雨中心不落

在低压中心,而是落在低压与高压之间。由于降落到地面过程中的扩散,故暴雨区偏向高压一边。这是特大暴雨中分析一再重复得到的事实。(图 1b, 1c)

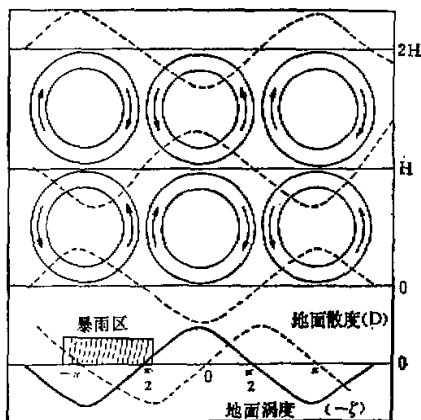


图 1a 暴雨中尺度系统 XZ 平面结构图。图中实线为流线,虚线为等压面分布,图底部为地面散度和涡度与暴雨位相关系。涡度正值为反气旋。图中斜线区为暴雨区。暴雨中发现 200 mb 存在很大中暖高压,就是一个例子。

特别令人感到兴趣的是重力波的垂直结构,由于在暴雨中积雨云顶很高,是属于深对流。此时  $H = 10 \text{ Km}$ , 则我们可以看到,在对流层低层低压为暖中心结构,但到了平流层则为冷低压中心。在对流层上部则为暖高压,与地面高压相对应的在平流层是冷低压,其前方为强下沉气流。最近有人<sup>[1]</sup>认为这种下沉加热是地面中低压形成的原因。我们认为它与地面中低压同为重力波的一个组成部份。

在特大暴雨中当重力波很强时,在对流层上部可以看到强大的中高压中心,如图 1b。再往上到平流层 100 mb 以上,则便成了冷高压。在 1975 年 8 月河南特大

因为(6)式  $w' = \rho_0 w$  而  $\rho_0 \sim e^{-\alpha z}$ , 故(6)和(8)的振幅均随高度以  $\alpha \left( \frac{1}{\alpha} = 8 \text{ km} \right)$  递增,故在平流层的  $w'$  和辐合辐散比对流层要大。因此在平流层的中尺度分析比地面的

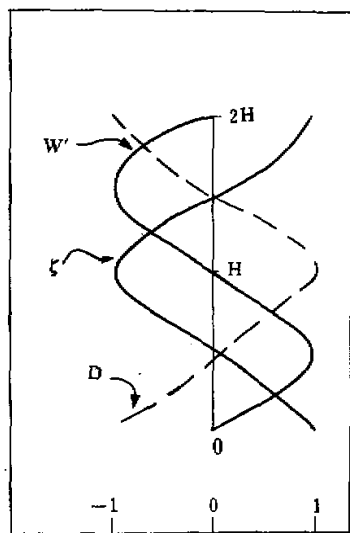


图 1c 地面暴雨中心处  $w', \xi, D$  随高度的分布。

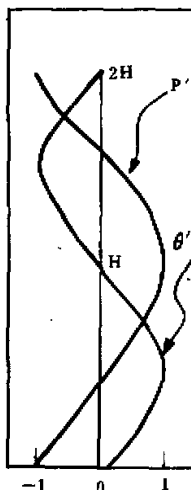


图 1b 地面中低压中心处, 气压和位温随高度分布。

清楚,可惜因为探测手段原因,目前还不能作平流层的中分析。由(7)水平方向重力波波速为

$$c = \frac{\omega}{K_z} = \left[ \frac{K_z^2 f^2 + (K_x^2 + K_y^2) N^2}{(K_x^2 + K_y^2 + \frac{1}{2}) K_z^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

式中

$$K_z = (K_x^2 + K_y^2)^{\frac{1}{2}}$$

在中尺度中  $L_x \sim 100 \text{ km}$ ,  $L_y \sim 10 \text{ km}$

$$N^2 \gg f^2$$

故

$$c \approx \frac{(K_x^2 + K_y^2)^{\frac{1}{2}} N}{K_z K_x} \sim \frac{10^4}{2\pi} N \text{ m/s} \quad (9')$$

在稳定层结时,  $N \sim 10^{-2} \text{ 秒}^{-1}$  因而  $c \sim 10^1 \text{ m/s}$  (10)

$$N \sim 10^{-3} \text{ 秒}^{-1} \quad (11)$$

但在暴雨时,层结接近不稳定

则此时重力波速  $c \sim 10^0 \text{ m/s}$  (12)

当层结不稳定时

$$N^2 < 0 \quad (13)$$

此时重力波在原地发展,不再移动。当存在环境流场时,以环境流场速度,引导行走。故在暴雨中由于层结不稳定,重力波速一般在每秒几十米的量级,即大约相当环境风速的量级比环境风速在量上稍大的速度运动。

现在再看重力波的涡度与散度之比即

$$\frac{\zeta}{D} \sim \frac{f}{\omega} \quad (14)$$

$$\frac{c}{L} \sim \omega \quad (15)$$

$$\therefore \frac{\zeta}{D} \sim \frac{f}{c} L \sim \frac{L}{L_0} \quad (16)$$

$$L_0 = \frac{c}{f} \text{ 为变形半径}$$

$c$  由(9')决定。

$c$  为重力波速,而  $N$  为环境层结值,在暴雨过程中,大气接近条件不稳定,  $N$  很小,有时甚至为负值,一般

$$c \sim 10 \text{ m/s}$$

所以

$$L_0 \sim 10^3 \text{ m} \quad (17)$$

当重力波波长  $L \sim 100 \text{ km}$ , 则由(14)乃有

$$\zeta/D \sim 10^0 \quad (18)$$

即涡度与散度量级相当,这也为中尺度分析所证实。而且层结越不稳定,扰动尺度越小,散度场比涡度场就越大。所以在龙卷风时

$$D > \zeta$$

我们知道

$$\zeta \sim \frac{u}{L_y} - \frac{v}{L_x} \sim \frac{u}{L_x}$$

对中尺度

$$L_x \sim 10^5 \text{m}, u \sim 20 \text{m/s}$$

则

$$\zeta \sim 10^{-5} \text{s}^{-1}$$

$$u' = -\frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{K_x K_z}{K_x^2 + K_y^2} W_0 \cos K_z z [\sin(\omega t - K_x x - K_y y) \frac{f}{\omega} - \cos(\omega t - K_x x - K_y y)] \quad (19)$$

$$\frac{K_x K_z}{K_x^2 + K_y^2} \sim \frac{K_z}{2K_x} \sim \frac{L_x}{2H} \sim \frac{10}{2} \sim 10^1 \quad (20)$$

在中尺度中特征水平速度为

$$\frac{K_x K_z}{K_x^2 + K_y^2} W_0 \sim 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

则上升气流的速度可达  $W_0 \sim 10^0 \text{m/s}$ , 因此暴雨中当水平风速强大时, 垂直气流亦很强。

让我们估计运动的周期。取中尺度系统的尺度为 100km, 高度为 15km, 并取  $30^\circ \text{N}$  处的科氏力, 即

$$f \sim 7.3 \times 10^{-5} \text{秒}^{-1}$$

并取接近条件不稳定层结的  $N$  值, 即  $N \sim 10^{-3} \text{秒}^{-1}$ , 得到

$$\omega^2 \sim 1.5 \times 10^{-8} \text{秒}^{-2}$$

由此得周期  $T \sim 14$  小时, 所以中尺度系统在中低纬的生命史应为 6—8 小时。这与中分析所得到中尺度系统的生命史是一致的。

现在让我们估计由重力波产生的可能降水率, 设空气中饱和比湿为

$$q_s = \rho_w / \rho \quad (21)$$

$\rho_w$  和  $\rho$  分别为饱和水汽密度和空气密度, 则单位时间单位面积可能降水率为<sup>[11]</sup>

$$P = - \int \frac{dq_s}{dt} \rho dz = - \int \frac{dq_s}{dz} \frac{dz}{dt} \rho dz = - \int \frac{\partial q_s}{\partial x} \rho w dz \quad (22)$$

取  $q_s$  随高度指数递减<sup>[11]</sup>

$$q_s = \frac{\rho_{w0}}{\rho_0} e^{\gamma z} = q_{s0} e^{\gamma z} \quad (23)$$

$$\gamma = - \frac{3 \text{km}^{-1}}{40}, q_{s0} \text{ 为地面饱和比湿}$$

(22)中取  $\rho w \approx \rho_0 w$ , 将(6)代入(22)积分得到

$$P = - \rho_0 W_0 q_{s0} \gamma \int_0^H e^{\gamma z} \sin \alpha z dz = - \rho_0 W_0 q_{s0} \gamma \alpha \left( \frac{e^{\gamma H} + 1}{\gamma^2 + \alpha^2} \right) \quad (24)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{H}, \quad H \text{ 取 } 10\text{km}, \quad \text{则 } \alpha \approx \frac{3}{10}, \quad \frac{\gamma}{\alpha} = -\frac{1}{4},$$

取下列暴雨中常见参数  $\rho_{00} = 1.3 \times 10^{-3}$  克/cm<sup>3</sup>,  $q_{s0} = 15$  克/仟克,  $W_0 \sim 10^3 \text{cm s}^{-1}$ , 则有

$$P \approx 10\text{mm/小时} \quad (25)$$

所以单纯由重力波就能产生比大尺度降水率大几十倍的中尺度降水率。(天气尺度降水率约为  $3 \times 10^{-1} \text{mm/小时}^{[1]}$ ), 所以重力波至少是特大暴雨一种发动机制。

现在再看气压扰动的振幅, 由(8), (19)和(9')

$$\begin{aligned} p'_0 &\sim W_0 \left(1 - \frac{f^2}{\omega^2}\right) (K_x^2 + K_y^2)^{-1} K_x \omega \sim \frac{\omega}{K_x} \left(1 - \frac{f^2}{\omega^2}\right) u_0 \rho_0 \sim \frac{u_0 \rho_0}{\omega K_x} \frac{(K_x^2 + K_y^2)}{K_x^2} N^2 \\ &\sim \rho_0 u_0 c \frac{N}{\omega} \frac{K_x}{K_y} \sim \rho_0 u_0 c \end{aligned} \quad (26)$$

在暴雨中  $u_0 \sim c \sim 10 \frac{m}{s}$  故,  $\omega \geq f$ ,  $\frac{NK_x}{\omega K_y} \sim 1$

$$p'_0 \sim \rho_0 u_0 c \sim 10^\circ \text{mb} \quad (27)$$

即几个毫巴的中尺度扰动气压。这也是符合实际的, 我们不再继续进行估计了, 由上面计算显然温度扰动也是几度的量级。

### 三、一个实例

暴雨中分析, 特别对特大暴雨中分析中, 经常可以看到实例与上述理论结果定性符合。这里举一个典型例子, 即 1959 年 6 月 9 日湖北汉口地区发生了特大暴雨, 这次有三次暴雨过程, 王作述、张锡福等<sup>[7]</sup>作了分析, 这里将采用第三次暴雨过程, 它的总雨量中心为 300 mm 以上。这个例子中发表的结果有风场, 而且中尺度系统比较清楚, 容易说明我们上述理论结果。

这次在一个天气尺度低压中心附近, 出现一串中高低压(见图 2)。图中我们减去了天气尺度气压 960 mb 气压, 求出其差, 共有两高两低, 以黄冈附近中低压最深, 为 1.5 mb,

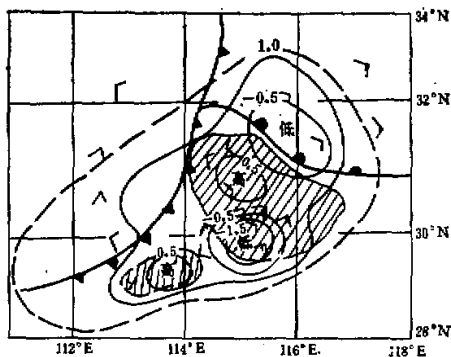


图 2 1959 年 6 月 9 日 08 时地面中分析图。图中斜线部分为暴雨区, 数字为气压距平值(已减去 960mb)

高压较弱, 为 0.5 mb, 故振幅均为 2.0 mb. 图中整个天气尺度低压中均为降水区, 而其中斜线区为暴雨区. 显然暴雨是中尺度引起, 而一般降水则为天气尺度低压所引起. 由图显见, 暴雨区位于中高压和低压之间, 比较偏向高压一边而不在中低压中心. 我们利用原来图中风场用三角法估计涡度和散度, 得到了图 3. 图中涡度和散度量级均为  $10^{-4} s^{-1}$ , 反气旋涡度中心与中低压相配合, 而气旋涡度与中高压相配合, 但散度中心却不与气压中心相配合, 位相差约为  $\frac{\pi}{2}$ , 特别是辐合中心与暴雨中心大致相重合, 这一现象在松本诚一等人<sup>[5,6]</sup>梅雨暴雨分析中和美国乌里斯<sup>[2,3]</sup>所得出的结果一致. 而这一现象正如前面理论上所指出, 这正是重力波的一个表现.

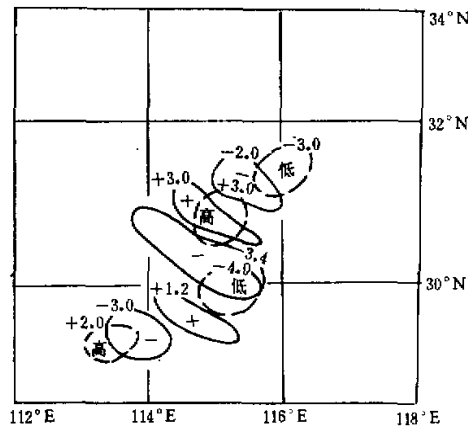


图 3 1959 年 6 月 9 日 08 时地面图. 虚线为涡度, 实线为散度. 图中只划了最大值一根闭合线

再从图 4 来看, 从单站时间演变来看, 汉口这次暴雨高潮是在 4 时余, 而中低压则在 5 时余到达, 落后了将近一个小时.

而且 
$$\frac{\partial p}{\partial t} = +\omega \left(1 - \frac{f^2}{\omega^2}\right) (K_x^2 + K_y^2)^{-1} K_z W_0 \cos K_z \sin(\omega t - K_z x - K_y y) \quad (28)$$

由(28)可知正变压中心与辐合中心一致, 由图可见, 黄冈、黄石、英山诸站暴雨是在变压最强出现时间附近. 不过这里由于天气尺度气旋的变压掩盖了中尺度变压.

另外, 汉口最大降水出现的时间是 4 时 40 分, 黄冈约 6 时 50 分, 而在黄石则接近 08 时, 故暴雨移动速度约为  $10-50 m/s$ , 这是条件不稳定大气中重力波的速度, 与(9)式估计的值相符. 由此可见这次大暴雨是条件不稳定大气中一次重力波活动的结果.

关于暴雨中的中低压与中高压形成, 存在许多不同观点. 滕田<sup>[4]</sup>认为是降水蒸发冷却的结果, 产生了中高压. 有些人认为水汽凝结加热的结果产生了中低压. 而荷希特<sup>[1]</sup>认为是高空下沉气流加热结果产生了中低压. 我们认为中高压和中低压的形成应当一并来考虑, 它们不过是重力波的波峰和波谷的反映. 潜热加热肯定对中系统加强有作用, 但从本文讨论来看, 重力波的动力过程则是形成这种中系统的最本质过程, 以后我们将要对



这点详细讨论。

这次强重力波产生是与汉口附近 850mb 天气尺度低涡和地面天气尺度气旋强烈发展的结果。大家知道天气尺度系统在其猛烈发展过程必然是非地转平衡的,因而必然激发起强的重力波。而重力波组织积云对流,积云加热使重力波得到加强,因而重力波反过来又加强了天气尺度发展。暴雨就是在这样相互作用中形成的。因而作为暴雨预报问题,按照我们观点仍然应抓住天气尺度系统发展,再考虑非地转特性、大气层结、水汽条件、以判断重力波可能出现和加强地区,以便预报中尺度系统的出现和暴雨的落点。

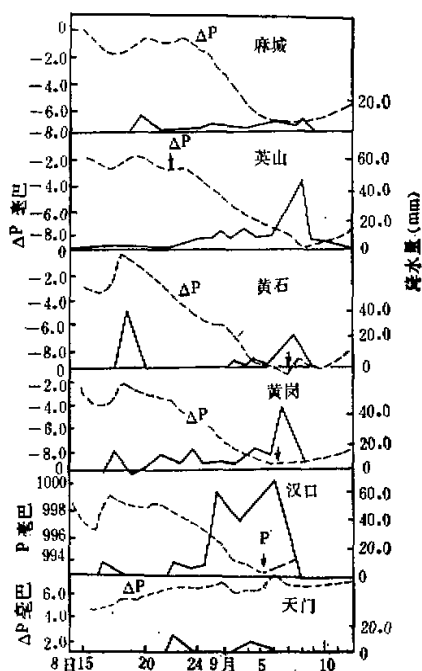


图 4 暴雨过程中沿重力波传播沿线各站雨量(实线)及气压演变。

### 参 考 资 料

- [1] Lee, R. Hoxit, C. F. Chappell and J. M. Fritsch, *Mon. Wea. Rev.* 1976 V. 104, 1419—1428.
- [2] J. K. EOM, *Mon. Wea. Rev.* 1975, V. 103, 217—226.
- [3] L. M. Uccellini, *Mon. Wea. Rev.* 1975, V. 103, 471—493.
- [4] T. Fujita *J. Meteor.* 1959, 16, 454—466.
- [5] S. Matsumoto, and T. Akiyama, *J. Meteor. Soc. Japan.* 1969, 47, 255—266.
- [6] S. Matsumoto and Y. Tsuneoka *J. Meteor. Soc. Japan.* 1969, 47, 267—278.
- [7] 张锡福、王作述, 1959年6月8—9日湖北省东部的大暴雨分析, 载于“中国夏季副热带天气系统若干问题研究” 科学出版社 1963。
- [8] 陶诗言, 有关暴雨分析预报的一些问题, *大气科学* 1976, N. 2, 64—72。
- [9] 叶笃正、李麦村, 大气运动中的适应问题, 科学出版社, 1965。
- [10] K. Ninomiya, Objective Analysis of a Mesoscale disturbance developed under cold vortex, *Papers in meteorology and geophysics* 1975, V. 26, 149—165.
- [11] 北京大学地球物理系气象教研室编, 天气分析和预报, 科学出版社, 1976, pp. 13, 455。
- [12] 李麦村, 飑线形成的非线性过程, *中国科学*, 1976, 6, 592—601。