

专题评述

## 近年来统计预报和统计动力预报的发展

李麦村 姚棣荣

### 一、引言

概率统计方法，对分析和研究气象随机过程是一种重要的手段，对天气预报业务（特别是气象要素的预报）和科研工作是一种有效的数学工具。最近二十多年，特别是近十年来，统计预报有了较大的发展，各国都很重视这方面的工作，而且在业务预报中已经得到了广泛的应用，取得了一定的成效<sup>[1]</sup>。

经过多年的实践之后，目前一致认为统计预报应当与天气动力学分析结合起来，只有这样，才能将概率统计方法正确地运用到天气预报这个具体领域中去，使得统计预报更具有物理内容。因而，从1972年以来，出现了统计预报物理化的新趋势，力求使统计预报方案具有比较明确的物理基础，特别在统计-动力结合方面，发展更为迅速，正在由理论探讨变成业务预报的一种方法。

本文就近年来有关统计预报的发展情况和几个理论问题作一评述。

### 二、因子选择

目前，国内外统计预报工作中都认识到预报因子的选择具有关键意义，从近年来的进展情况看，在选取预报因子时注意到了它们的物理内容和采用一种有效的筛选因子的方法，这对于提高统计预报的效果是重要的。

**（1）用统计方法揭露天气演变的因子和规律** 采用统计方法对气象资料或气象场的分析已经广泛开展，除了大家所熟知的相关场分析外，主要的还有如下两种方法：

1. 谱分析 谱分析在气象资料的处理和分析中用得很普遍，一般采用谱图或周期图来估计功率谱。后来有人提出了另一种谱估计—最大熵方法<sup>[2]</sup>，已经在气象中被采用<sup>[3]</sup>，计算结果表明，最大熵谱分析具有对周期（或频率）分辨率高的性能，尤其适用于样本资料短和资料中只存在少数几个周期时的情况。

另外，交叉谱分析方法在对影响副高和降水因子的分析中进行了试验<sup>[4]</sup>。交叉谱分析不仅可以给出两个时间序列之间固有的关系，而且还有可能给出一个序列和另一个序列不同后延的交叉相关，从而对选择预报因子提供依据。

采用统计功率谱分析在揭露大气过程的优势周期运动，已经取得了很好的结果，例如在我国长江流域春季<sup>[5]</sup>和夏季，特别在季风区的热带，近年来采用谱分析发现存在两周的周期振动（或称半月振动），这是一种明显的中期过程，它对于中期预报是很有意义的。

2. 自然正交函数展开 由于自然正交函数收敛快，只需取前几个分量等优点，所以在统计预报中，自然正交函数展开已被广泛采用。对天气形势、气象要素场的分析、提取场的主要分量、对梅雨的雨量、连阴雨形势、副热带高压的进退、青藏高压活动等进行了分析，取得了较好的结果。最近，Weare<sup>[6]</sup>对大西洋海面温度作了自然正交函数分解，其结论与另一些人（Weare 等<sup>[7]</sup>、Barnett 和 Davis<sup>[8]</sup>）对太平洋海面温度作自然正交函数分解时所得到的结论是类似的。这一结果无疑对于寻找海气关系的因子作预报是重要的。

**(2) 因子筛选方法** 由于天气现象相当复杂，各种不太重要的因子在计算中相互干扰，使少数重要的因子有可能被大量次要因子所淹没。所以，如何从大量可能因子中挑选真正有效的、合理的和物理意义清晰的因子，是一个很重要的问题。两段筛选法<sup>[9]</sup>就是近年来解决筛选因子而出现的新思路。这种方法我们已多次介绍<sup>[1,9]</sup>，这里不再重复。

### 三、统计预报方法不断深入和新方法引进

**(1) 判别分析** 判别分析是一个较老的方法，也是一个基本的统计方法。最近几年，多种准则的判别分析相继出现，其中逐步判别<sup>[10,11,12]</sup>、非参数方法<sup>[13]</sup>在理论上十分活跃，但是在实际上，受到广泛重视的是逐步判别分析。这种方法，目前已经在气象预报中被采用，并取得了一定的效果<sup>[14]</sup>。实际上，它也是两段筛选中精选预报因子的一种方法。实践表明，它是一种挑选重要变量的新算法，已经受到国内外的重视。

在台风路径预报中，我们采用这一方法所得到的预报方案，其历史拟合率为 90%，在对 1975、1976 和 1977 年进入预报区域的 14 个台风，作了 42 次预报，预报准确率达  $38/42 = 90\%$ <sup>[15]</sup>。这说明这种方案的预报效果是稳定的。

**(2) 聚类分析** 聚类分析（又称群分析）是近年来发展起来的一种新的统计分类方法，它与判别分析不同，主要用于解决事先并不知道分类类别和分类数，更不知道样本属于何类的这种分类问题。

聚类分析在气象中的应用，是使相似分析走向客观、定量的一个明显的进展。它主要用于气候分类、环流形势分型、气象要素（或气象场）的分类和制作天气预报，但目前用得最多的是制作天气预报。主要有以下几种：

1. 选出相似，直接根据历史上的相似作出预报；
2. 根据分型，对不同类型分别采用统计方法作预报，即形成分类与预报相配套；
3. 将相似分类和预报问题同时考虑，即在作预报量相似分类的同时，考虑预报因子的作用。

在选择相似（分类）时，一般采用相关系数和距离系数作为分类准则<sup>[16-18]</sup>，也有采用欧氏距离和相关系数相结合的相似指数<sup>[19]</sup>。

在进行聚类分析中，算法也很多<sup>[18,20-22]</sup>。

**(3) 多变量回归** 逐步回归分析是目前统计预报中比较重要的方法之一。多预报量双重筛选逐步回归<sup>[23]</sup>在计算中对预报因子和多个预报量同时进行逐步回归筛选。这一方法在水文气象预报中进行了试验，取得了一定的效果。这些方程不仅可以用来作预报，而且有可能为大范围旱涝的成因分析提供一些线索。

**(4) 非线性映象** 非线性映象是多元分析图法的一种，有它独特的思路，它能将高维空间中的图象变为低维的直观图象，给使用带来了方便；另外，这一方法还能使其具有增加类间分离度的性能，在图象识别中是研究得较多的，这对一些类别判定、分类预报，无疑是很有需要的。

这一方法已经在天气预报中得到应用，收到了一定的效果<sup>[24,25]</sup>。

**(5) 持续法** 为了把考虑气候学性质的台风路径主观的外推法进行客观化，提出了气候学持续预报方法，在美国称为 CLIPER 法<sup>[26]</sup>，在日本称为 PC 法<sup>[27]</sup>，两者做法基本上一致，在预报因子的选择上稍有差异。这两种方法对台风路径预报的效果都比较好。

**(6) 物理统计模型** 苏联地球物理观象总台动力气象室于 1970 年起采用物理一统计预报模型作日常业务长期预报<sup>[28]</sup>，1970—1975 年预报效果比 1965—1970 年有明显提高，这种方法梗概如图 3.1 所示。

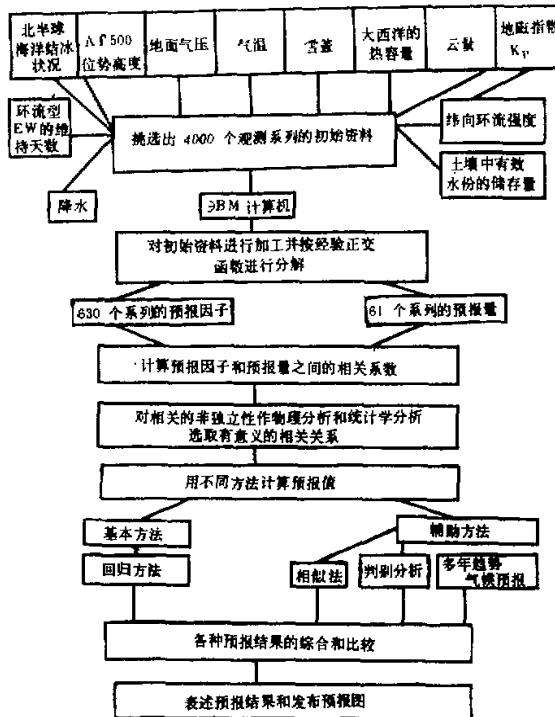


图 3.1 长期天气预报的物理一统计学综合方法示意图

由此可见，所谓物理统计预报模型，实际上是在选择因子上重视物理内容，其它与一般统计预报并无特殊之处。这一方法中所选的如此浩大的可能因子，只有美国 Lund<sup>[29]</sup>的降水预报可以比拟。

**(7) 指数模型和三角级数模型** 最近几年在气候变化的预报中采用了一些常用的统计方法，如自回归模型、多元线性回归等。但有些则是不常见，即指数模型<sup>[30]</sup>和三角级数模型<sup>[31]</sup>。在南非降水试验中<sup>[31]</sup>效果很好。

**(8) 非线性模型** 近年来逐渐注意引入非线性模型，Lorenz<sup>[32]</sup> 利用 500 毫巴球函数展开的系数，采用拟线性回归模型，预报效果与动力正压模型相当。而 Абщаев<sup>[33]</sup> 则利用拟线性 (Quasi-Linear) 判别函数识别冰雹回波，效果也较好。

#### 四、统计动力预报

目前统计动力预报比较活跃，它包括如下四个方面：

**(1) 完全预报方法** 这一方法首先由美国的 Klein<sup>[34]</sup> 提出，利用当时观测到的环流与天气求相关系数，然后用数值预报结果代替观测环流，制作预报。在美国和其它许多国家广泛进行了试验，但是目前各国利用这种方法不如 MOS 方法普遍。

苏联水文气象中心的中期预报方法<sup>[35]</sup>基本上属于这类。它是将同时环流与天气（如降水或气温）展开成自然正交函数，取其二者的自然正交分量求相关，用这种相关系数来“复制”天气。例如：流场和天气的自然正交时间分量分别为  $T_{hi}(H)$ ， $T_{hi}(R)$ ，回归系数为  $a_h$ ，且有

$$a_h T_{hi}(H) \sim T_{hi}(R) \quad (4.1)$$

则复制的天气可以写成

$$R_{ij} = \bar{R}_{ij} + \sum_{h=1}^N a_h T_{hi}(H) T_{hi}(R) \quad (4.2)$$

在使用时根据数值预报得出的流场，再分解成自然正交系数，代入 (4.2) 式便可作预报。

**(2) MOS 方法** 这种方法是利用数值预报得出的形势与当时天气的相关，在实用时采用数值预报的结果来预报天气。此法目前已在各国普遍使用。自 Glahn<sup>[36]</sup> 提出这种方法以来，美国已广泛用于业务预报中，特别是天气现象的预报，如降水、冻雨条件概率、地面风、云高、能见度和最高温度等等。以降水预报为例，最近 Bernowitz<sup>[37]</sup> 运用 MOS 方法对 233 个城市进行降水分级预报，与我国中央台的统计预报相似，将降水量分成五级。以海军六层模式和技术改进局轨迹模式中数值预报的结果，利用逐步回归选择因子，得到每类的事件概率回归方程，由此估计各级降水出现的概率，已在 12—24 小时业务预报中使用，以 58 个城市作 78 天的预报，准确率约为 95%。对于一般的降水令人满意，但大雨或暴雨的效果要差一些。此外，还采用上述方法作 6 小时降水量预报，计算的是降水量而不是概率。在冬季的试验已经检验，效果良好，而 1976 年夏季的试验结果尚未发表。

上述方案中数值预报是采用大网格计算的，而暴雨的发生与中小尺度有关，因此，近年来日本采用小网格数值预报的结果来作暴雨的预报，取得了较好的结果<sup>[38]</sup>。

图 4.1 是预报的结果。图中纵坐标为暴雨发生的概率  $\frac{A}{A+C}$ , 而横坐标为暴雨预报的相对频率  $\frac{A}{A+B}$ .  $A$  为预报正确的次数,  $B$  为漏报的次数, 而  $C$  为空报的次数。

图中说明因子  $F_{R06}$  (数值预报 6 小时降水量) 是比较好的因子。相反,  $\theta_{e900}$  (900mb)

相当位温) 这一因子预报效果很差。但是, 由筛选出的 5 个因子的模式输出统计 (MOS), 再增加两个因子 (即盲区指数  $BKBK$  和  $F_{R06}$ ) 时, 则效果有显著提高, 这表明这两个因子对暴雨预报有显著作用。上述例子说明组合因子方法是改进 MOS 预报的一条有效途径。

MOS 方法在英国、法国和瑞士等许多国家也广泛使用, 在实践中取得了很好的效果。美国的天气运算和服务的自动化网 (AFOS)<sup>[39]</sup> 是这方面突出的例子。这个计划于 1974 年提出, 现已正式成为完整方案, 拟定于 1976—1981 年五年完成。它的 MOS 预报采用如下程序:

首先由 00 时或 12 时的资料, 用六层初始方程 (海军模式 HMC) 或轨迹模式 (TT) 或有限地区小网格模式 (LFM) 进行预报, 得到预报因子, 然后作出统计预报, 再把 MOS 系统预报由 48 个雷达站回收资料, 用 0—9 级数字编码, 输入到自动预报服务电路中, 更新预报, 如此每天预报两次。这个程序适用于所有天气现象的

图 4.1 MOS 方法暴雨预报检验结果

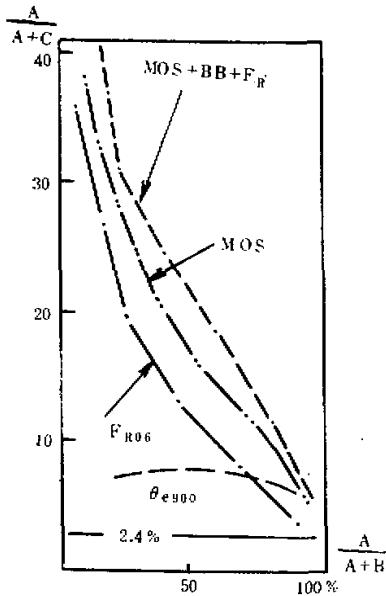
预报, 如最高最低气温、地面风、高云量、能见度、一般降水概率和雷暴等。可以预期这个计划的实现, 将会使预报天气大大走向现代化, 会使 MOS 方法大大提高一步。

MOS 方法的缺点是不能预报在采用数值预报历史结果这段时间中没有出现的天气, 由于它是统计的, 所以异常的天气预报, 也将大大地受到光滑, 这些都是它的局限性。

(3) 统计动力预报 统计动力预报是目前天气预报中最为活跃的分支之一, 将目前流行的数值预报与统计预报有机地结合, 取长补短, 这是统计预报发展必然的合乎逻辑的结果。由于相互结合涉及到两个学科的边缘, 有一定的难度, 因而进展较慢, 但从目前试验的情况来看, 是相当令人鼓舞的。

数值预报中初始场存在误差, 这一误差对于数值预报, 特别是短期预报结果, 影响甚大, 因而近年来进行了许多对初值问题的研究, 形成了“初始同化”技术, 但是许多人认为初始场存在统计结构, 初始场的误差具有随机起伏特性, 因而可以作统计处理, 这样也就要求原来大气决定性的动力学方程统计化, 以适应初值提法, 这就是统计动力预报问题最先的思想。

正如统计流体动力学目前经常进行的那样, 在统计动力预报中采用气象要素的相空



间方法，将场的运动方程转变成具有  $N$  个自由度的相空间运动方程，这样，天气动力学方程可写成<sup>[40]</sup>：

$$\dot{x}_i = \sum_{j,k} a_{ijk} x_j x_k - \sum_j b_{ij} x_j + c_i \quad (4.3)$$

$a_{ijk}$ ,  $b_{ij}$ ,  $c_i$  都是独立于  $x_i$  的常数， $x_i$  为相空间的分量。现在的问题是在相空间（以  $\beta$  代表  $x_i$  的向量）上已知初始时刻  $t_0$  的概率密度分布  $\Phi(\beta, t_0)$ ，求出未来时刻  $t$  的  $\Phi(\beta, t)$ 。在很早就有人<sup>[41]</sup>提出所谓刘维方程来描写概率密度  $\Phi(\beta, t)$  的变化，即

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial x_i} (\dot{x}_i \Phi) = 0 \quad (4.4)$$

这相似于三度空间质量（空气密度  $\rho$ ）守恒方程。虽然 (4.3) 为线性方程，但很难找到分析解，而数值计算工作量很大，难以实现，所以有许多人（Татарский<sup>[42]</sup>, Epstein<sup>[43]</sup>）提出预报“最大概率”状态（或对实际大气的“最佳逼近”状态），也就是预报数学期望和它的方差，即一阶、二阶和三阶矩。它们的定义分别为：

$$\mu_i = E(x_i) \quad (4.5)$$

$$\sigma_{ii} = E[(x_i - \mu_i)(x_i - \mu_i)] = E(x_i x_i) - \mu_i \mu_i \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} \tau_{ijk} &= E[(x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j)(x_k - \mu_k)] \\ &= E(x_i x_j x_k) - \mu_i \sigma_{jk} - \mu_j \sigma_{ik} - \mu_k \sigma_{ij} \end{aligned} \quad (4.7)$$

这里， $\mu_i$  是均值， $\sigma_{ii}$  是方差 ( $i = j$ ) 或协方差 ( $i \neq j$ )，而  $\tau_{ijk}$  为三阶矩。根据

$$\frac{d}{dt} E[f(\beta)] = E\left[\frac{df(\beta)}{dt}\right]$$

式中

$$E[f(\beta)] = \int f(\beta) \Phi(\beta, t) d\beta \quad (4.8)$$

于是有

$$\dot{\mu}_i = \sum_{j,k} a_{ijk} (\mu_j \mu_k + \sigma_{jk}) - \sum_j b_{ij} \mu_j + c_i \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ii} &= E(x_i x_i + x_i x_i) - \dot{\mu}_i \mu_i - \mu_i \dot{\mu}_i \\ &= \sum_{k,l} [a_{ikl} (\mu_k \sigma_{il} + \mu_l \sigma_{ik} + \tau_{ikl}) \\ &\quad + a_{ilk} (\mu_k \sigma_{il} + \mu_l \sigma_{ik} + \tau_{ikl})] \\ &\quad - \sum_k (b_{ik} \sigma_{ik} + b_{ik} \sigma_{ik}) \end{aligned} \quad (4.10)$$

方程 (4.8)、(4.9) 和 (4.10) 由 Epstein<sup>[43]</sup> 和 Татарский<sup>[42]</sup> 所得，其后由 Fleming<sup>[44]</sup>、Leith<sup>[45]</sup> 和 Pitcher<sup>[46]</sup> 等所应用。方程 (4.8)–(4.10) 并不闭合，求解二阶矩需要有三阶矩，只有在特殊假定下才能求解。Fleming 假定预报时效不超过 10 天的中期预报中，三阶矩可以假设为零，于是当  $\tau_{ijk} = 0$  时，解 (4.9)、(4.10) 的初值问题，便可作出预报。一般在气象中，目前已作的预报试验是根据正压涡度方程：

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \zeta - \frac{r^2}{a^2} \psi \right) = -\mathbf{V} \cdot \nabla (\zeta + f + ch) \quad (4.11)$$

式中  $\zeta = \nabla^2 \psi$ ,  $f$  为科氏参数， $h$  为地形， $a$  为地球半径， $c = 2.4 \times 10^{-9} \text{ m}^{-1} \text{s}^{-1}$ ,  $r =$

5.6.

用球函数将(4.11)式展开为谱形式:

$$\psi(\varphi, \lambda, t) = \sum_{m=-J}^J \sum_{n=|m|}^{|m|+J} a^2 \psi_n^m(t) y_n^m(\varphi, \lambda) \quad (4.12)$$

$$y_n^m = P_n^m(\sin \varphi) e^{im\lambda} \quad (4.13)$$

$P_n^m$  是 Legendre 函数。利用球函数性质得:

$$\begin{aligned} \zeta_n^m &= -n(n+1)\psi_n^m \\ \dot{\psi}_n^m &= D_n [\sum \phi_q^p (c_p \psi_q^p + c_h \psi_q^h) L_{q,n}^{pm} + 2Qm \psi_n^m] \end{aligned} \quad (4.14)$$

求和是对所有的  $p, q, r, p+r=m$ ,  $D_n = i(c_n + r^2)^{-1}$ ,  $c_n = n(n+1)$ . 并且

$$L_{q,n}^{pm} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} P_n^m \left( p P_q^p \frac{dP_r^r}{d\varphi} - r P_r^r \frac{dP_q^p}{d\varphi} \right) d\varphi \quad (4.15)$$

由方程(4.14)和相应的(4.9)、(4.10),便可以进行预报和理论研究。最近 Peugle<sup>[47]</sup> 研究了三分量的涡度方程的统计行为。但是在实际预报中,(4.11)或(4.14)式则过于简单,需要增加统计订正,这方面目前在方程(4.14)中引入随机项,但是随机项的处理则各有不同, Faller<sup>[48]</sup> 和上海台风协作组<sup>[49]</sup>等主要利用历史资料的方法,用最小二乘法来定出参数,而 Pitcher<sup>[46]</sup> 则不然,采用统计假定,在方程中引入两种参数  $\alpha_1(t) \psi_n^m$  和  $\alpha_2(t)$ 。第一种情况强调低频的作用,而第二种情况则各种波一视同仁。而  $\alpha$  的确定不是用一般的小均方方法,而是采用简单的马尔可夫过程,即

$$\tau \ddot{\alpha} + (\alpha - \tilde{\alpha}) = z(t) \quad (4.16)$$

式中  $\tau$  为时间常数,  $\tilde{\alpha}$  为  $\alpha$  的气候平均常数, 在关于白噪声  $z(t)$  的某些统计假定下,由(4.16)式很容易求出  $\alpha(t)$ , 把求得的  $\alpha(t)$  代入(4.14)式后,(4.9),(4.10)式便相应改变,根据新的方程和一定的初值,便可作出预报。Pitcher 的试验结果,在几天的短期预报中,第二种参数方案较好。从试验结果来看,是相当令人满意的,看来统计动力预报是一种有前途的方法。当然这一方法的工作量还是太大,参数的选取存在一系列问题。但是 Knudsen<sup>[50]</sup> 提出二阶矩可以线性化;另外, Leith<sup>[51]</sup> 提出采用 Monte Carlo 方法可以大大减小自由度  $N$ ,这样,这种方法的前途是令人鼓舞的。

近年来苏联在这方面也取得了进展<sup>[52]</sup>,其出发方程与(4.11)式稍有不同:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi'' + (J_\varphi)'' = \varepsilon \frac{\partial \psi''}{\partial t} + \mu_\varphi \nabla^4 \psi'' \\ \nabla(f \nabla \psi'') = \nabla^2 \varphi \end{cases} \quad (4.17)$$

边界条件和初始条件为:

$$\begin{cases} \psi|_{\varphi=0} = 0, \psi(\lambda + 2\pi, \varphi, t) = \psi(\lambda, \varphi, t) \\ \psi(\lambda, \varphi, t_0) = \psi(\lambda, \varphi) \end{cases} \quad (4.18)$$

(4.17)式与(4.11)式的不同在于没有考虑地形,但考虑了摩擦作用。与(4.17)式相应的(4.9)、(4.10)式在形式上与(4.11)式没有不同,但 Курбаткин<sup>[53]</sup> 等人采用另外一种“完全”模式来检验这一模式的结果,使这一模式的结果更为可信。这一方法已用于业务预报中,特别是 10 天左右的中期预报。图 4.2 是最近发表的结果。

从方程(4.11)或(4.17)出发,不用球函数而用自然正交展开也可以得到预报方程,郑

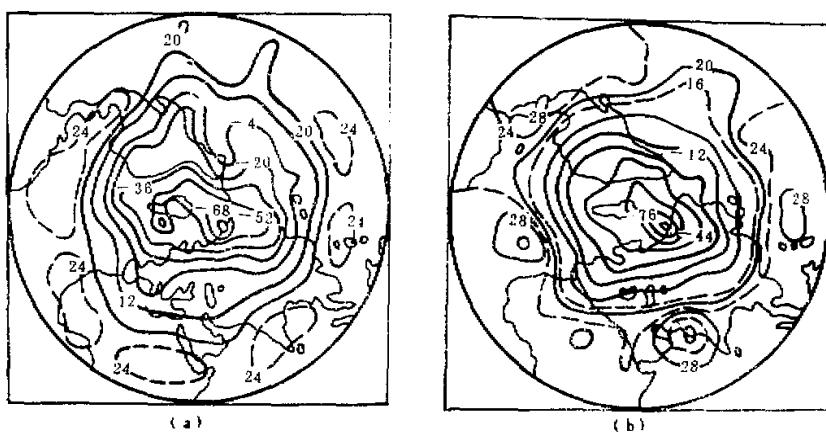


图 4.2 五天的预报例子 (1968 年 10 月 17 日—21 日)

(a)  $AT_{500}$  实况场 (21 日) (b)  $AT_{500}$  预报场 (21 日)

庆林、杜行远<sup>[54]</sup>等在这方面作了试验。丑纪范<sup>[55]</sup>将完全的初始方程利用最小均方原理出发, 将历史资料引入方程, 这也是属于统计动力预报范畴。

以上所谈到的统计动力模型, 都是以最小均方为基础的, 但是最近 Gleeson<sup>[56]</sup>指出, 这种以最小均方为基础求解所谓与实况接近的最佳状态是以事件的正态分布为基础的, Gleeson 指出对大尺度天气(如长波运动)是不符合这种基本假定的, 这当然不只是统计动力预报, 也是其它一切统计预报至今未能解决的基本问题, 但是统计预报实践证明, 这种假定在很多场合是可行的。另外, 许多人, 例如 Pitcher 则对此辩护, 认为这样的假设在理论上也是行得通的。总之, 这是一个理论问题, 值得进一步研究。

**(4) 气候变迁预报的统计动力方法** 气候预报是目前气象研究的中心问题之一。众所周知, 气候变化主要受外源和太阳辐射的影响, 而太阳辐射变化除了天文因子外, 大气中成分(如  $CO_2$ ) 和下垫面状态变化也起着巨大的作用, 但是近年来也出现把气候变迁看成随机过程, 即在气候定向(一般是决定性过程, 如太阳辐射变化)变化的趋势上, 迭加一个随机扰动, 这个扰动也可能是天文因素引起, 也可以是大气内力的随机变化所引起。

决定性的气候变化模式, 不管是 Budyko<sup>[57]</sup> 模式还是 Sellers<sup>[58]</sup> 模式, 主要是考虑太阳辐射及地球下垫(如冰和雪的反射率)反馈机制, 而且这种反馈正如 Budyko 和 Sellers 所发现, 微小的太阳辐射加热对气候平均状态的影响非常敏感。然而, 这些模式对于短期天气起伏对大气过程的反馈和对热量(感热、潜热)的子午输送, 予以略去, 因此, 在这种模型中气候变化唯一可能是大气外参数(external parameters)的变化。然而, 由于天气快的随机起伏作为总的累积效应, 必然影响缓慢的气候变化, 因而气候变化不再纯粹是决定性过程, 而应当看成随机过程, 这方面最近有不少人作了研究<sup>[59-63]</sup>, 一般决定性气候模型对温度垂直积分可有

$$\int C_p \rho \frac{\partial}{\partial t} T(r, \theta, \varphi, t) dr = R(T) + A(T) \quad (4.19)$$

$r$  为地球半径,  $R(T)$  为辐射平衡, 有

$$R(T) = Q(1 - \alpha(T)) - I(T) \quad (4.20)$$

式中  $\alpha$  为反照率,  $Q(\theta)$  是在纬度  $\theta$  单位面积进入的太阳辐射的年平均,  $I(T)$  是红外吸收, 而  $A$  为:

$$A = \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (F \cos \theta) \quad (4.21)$$

$F$  为垂直积分子午热量流,  $a$  为地球平均半径.

由于天气起伏不仅能对热量子子午输送, 而且能通过云和湿度的变化而改变反照率和红外吸收, 所以

$$R + A = \langle R \rangle + \langle A \rangle + S' \quad (4.22)$$

$$S' = R' + A' \quad (4.23)$$

于是, (4.19) 式变成

$$\int C_p \rho \frac{\partial}{\partial t} T(r, \theta, \varphi, t) = \langle R \rangle + \langle A \rangle + S' \quad (4.24)$$

$S'$  是随机项, 它的出现使气候模式便变成随机模式了, 由于海洋比热比空气大得多, 所以 (4.24) 式积分主要对海洋积分, 在一层海洋和两层海洋情况下, 对  $S'$  作了某些统计假定, Lemke<sup>[62]</sup> 得到很有趣的结果. 目前, 这方面的工作正在广泛开展.

## 五、结 束 语

如前所述, 统计预报近年来已有迅速发展, 特别是统计动力相结合上已展现出光明前景, 但是在理论上存在一系列问题, 只有解决了这些问题, 统计预报将会得到更为顺利的进展.

1. 在统计预报中, 对历史资料的拟合率高, 而预报效果下降, 这主要是预报方程的不稳定性, 这是统计预报中目前急待解决的课题, 这方面林学椿<sup>[64]</sup>对实际资料已作了一些分析, 但在理论上是否可以找到一些判据, 特别是回归分析, 在理论上较为成熟, 应该可以从理论上得出判据, 这方面期待深入研究.

2. 目前气象中统计预报所应用的数理统计模型很多, 各种多元分析方法, 无论是线性的或非线性的都用得很普遍, 有些新的发展也很快用到气象中来(如逐步判别、聚类分析等), 但是各种模型各有其优缺点, 如何结合气象规律创造出有特色的数理统计模型, 目前并未取得结果.

3. 统计—动力相结合的研究, 目前十分活跃, 但是大气在多大程度上可以视为随机过程, 现在尚有争论, 已有不少气象学者研究大尺度湍流过程, 这方面的研究可能在理论上给统计动力预报打下基础, 可是在我国在这方面开展较少.

4. 在随机动力预报模型中, 随机项的处理及参数的决定, 如何才算恰当, 需要广泛研究. 有些人考虑历史资料, 采用最小均方方法来决定, 但近来则引用简单马尔可夫过程.

5. 从长期天气预报性质来看, 统计动力预报是比较合适的方法. 但长期预报中三阶

矩是否必须考虑？采用准地转的涡度方程还是初始方程？这些都是面临的重大问题，期待我们从理论上突破。

总之，统计预报需要在理论上不断前进的基础上，逐步得到发展，并且日益成为天气预报中的一种客观、定量的方法，它的前景是令人感到乐观的。

### 参 考 资 料

- [1] 李麦村，近代气象学若干问题的进展，科学出版社，p. 46—74, 1975.
- [2] D. E. Smylie, G. K. Clark and T. J. Ulryck, *Methods in computational physics*, New York, Academic Press, 1973, Vol. 13.
- [3] 曹鸿兴、罗乔林，科学通报，1979, 第8期, p. 351—355.
- [4] 南京大学气象系，1977年长江流域长期预报讨论会材料。
- [5] 中国科学院大气物理研究所二室，春季连续低温阴雨天气的预报方法，科学出版社，1977, p. 37—52.
- [6] B. C. Weare, *Q. J. R. Met. Soc.*, 1977, 103, p. 467—478.
- [7] B. C. Weare, A. B. Navato and R. E. Newell, *J. Phys. Ocean.*, 1976, 6, p. 671—678.
- [8] T. Barnett, and R. Davis, Proceeding of the WMO/IAMAP symposium on long-term climatic fluctuation, Norwich, England, 1975.
- [9] 李麦村、姚棣荣，气象科技资料，1976, 第7期。
- [10] A. A., Afifi, S. P. Azen, *Statistical analysis*, Chap. 5, Academic Press, New York and London, 1972.
- [11] W. J. Dixon, *BMD Biomedical computer programs*, University of California press, London, 1973, p. 233—254.
- [12] 李麦村、姚棣荣、杨自强，应用数学学报，1977, 第4期, p. 58—73.
- [13] 施能，气象科技资料，1978年，第3期。
- [14] 李麦村、姚棣荣、杨自强，科学通报，1976, 第12期, p. 542—545.
- [15] 李麦村、姚棣荣，气象，1978, 第10期。
- [16] J. N. Paegle, *J. Appl. Meteor.*, 1974, 13, p. 205—212.
- [17] J. A. Hartigan, *Clustering Algorithms*, John Wiley and Sons, 1975.
- [18] 中国科学院数学研究所概率统计室，多元分析资料汇编（III），1977。
- [19] 江苏省气象台，南京大学数学系，全国多元统计分析学术讨论会材料，1977。
- [20] M. R. Anderberg, *Cluster Analysis of Applications*, Academic Press, 1973.
- [21] 林正炎、陆传荣、周诚、刘为伦、姚棣荣，杭州大学学报，1977, 第2期, p. 43—51.
- [22] 游景炎，应用数学学报，1976, 第2期。
- [23] 张亮廷、赵藻，1978年长江流域预报讨论会材料。
- [24] 曹鸿兴、陈国范，大气科学，1979, 第2期, p. 158—164.
- [25] 安徽省气象台，安徽大学数学系，同[23]。
- [26] C. J. Neumann, NOAA Tech. Memo, NWS, 1972, SR-62, 24 pp.
- [27] 青木孝，天气，1977, 24, p. 82—85.
- [28] М. И. Юдин, А. В. Мещерская, *Метеор. и Гидрол.*, 1971, 1.
- [29] I. A. Lund, *J. Appl. Meteor.*, 1971, 10, p. 892—902.
- [30] Dyer, T. G. J., *Q. J. Roy. Meteor. Soc.*, 1977, 103, p. 177—189.
- [31] L. L. Kupper, *J. R. Statist. C.*, 1972, 21, p. 121—130.
- [32] E. N. Lorenz, *Mon. Wea. Rev.*, 1975, 105, p. 590—602.
- [33] M. T. Абсаев, Д. М. Сонечкин, А. А. Виноградская, П. М. Макитов, *Метеор. и Гидрол.*, 1978, 3, p. 30—36.
- [34] W. H. Klein, *Amer. Meteor. Soc.*, 1968, p. 20—28.
- [35] 章基嘉，气象科技资料，1975, 第10期。
- [36] H. R. Glahn, and D. A. Lowry, *J. Appl. Meteor.*, 1972, 11, p. 1203—1211.
- [37] B. J. Barmowitz, *Mon. Wea. Rev.*, 1975, 103, p. 149—153.
- [38] R. Tatehira, and T. Nakayama, WMO symposium on the experimentation of Broad-Scale NWP products for local forecasting purposes warsaw, 11—16, October, 1976, p. 121—126.
- [39] W. H. Klein, *Mon. Wea. Rev.*, 1976, 104, p. 1494—1512.
- [40] G. W. Platzman, *J. Meteor.*, 1960, 17, p. 635—644.
- [41] T. A. Gellison, *J. Appl. Meteor.*, 1970, 9, p. 333—344.

- [42] Татарский, Физика Атмосферы и Океана, 1969, V, p. 293—297.
- [43] E. S. Epstein, *Tellus*, 1969, b., 21, p. 739—759.
- [44] R. J. Fleming, *Mon. Wea. Rev.*, 1971, 99, I. p. 851—872; II. p. 927—938.
- [45] C. E. Leith, The GARP programme on numerical experimentation, Copenhagen, GARP Rep., 1974b, 7, p. 445—467.
- [46] E. J. Pitcher, *J. Atmos. Sci.*, 1977, 34, p. 3—21.
- [47] J. Peagle, and E. Robl, *J. Atmos. Sci.*, 1977, 34, p. 979—990.
- [48] A. J. Faller, and D. K. Lee, *Mon. Wea. Rev.*, I. 1975, 103, p. 845—855; II. 1977, 105, p. 37—56.
- [49] 上海台风协作研究组, 1974 年台风会议文集, 上海人民出版社, p. 76—82.
- [50] J. H. Knudsen, *Geofys. Publ.*, 1973, 30, p. 1—4.
- [51] C. E. Leith, *Mon. Wea. Rev.*, 1974, a, 102, p. 409—418.
- [52] Г. И. Марчук, Г. П. Курбаткин, *Метеор. и Гидрол.*, 1977, 11, p. 25—33.
- [53] Г. П. Курбаткин, М. Ш. Эйхер, Б. Ф. Абдурахимов, *Метеор. и Гидрол.*, 1978, 3, p. 5—12.
- [54] 郭庆林、杜行远, 中国科学, 1978, 第 3 期, p. 289—297.
- [55] 兰州大学青藏高原天气数值预报研究班长期组, 兰州大学学报, 1977, 第 2 期, p. 91—115.
- [56] T. A. Gleeson, *J. Atmos. Sci.*, 1977, 34, p. 1138—1139.
- [57] M. I. Budyko, *Tellus*, 1969, 21, p. 611—619.
- [58] W. D. Sellers, *J. Appl. Meteor.*, 1969, 8, p. 392—400.
- [59] K., Hasselmann, *Tellus*, 1976, 28, p. 473—485.
- [60] C. Frankignoul, and K. Hasselmann, *Tellus*, 1977, 29, p. 289—305.
- [61] C. Frankignoul, *J. Atmos. Sci.*, 1977, 34, p. 1827—1831.
- [62] P., Lemke, *Tellus*, 1977, 29, p. 385—392.
- [63] J. A. Lauermann and W. L. Gates, *J. Atmos. Sci.*, 1977, 34, p. 1187—1199.
- [64] 林学椿, 大气科学, 1978, 第 1 期, p. 55—68.