第4卷 第2期　　大 气 科 学　　Vol. 4, No. 2
1980年6月　　SCIENTIA ATMOSPHERICA SINICA　　June, 1979

热带运动的尺度分析

巢纪平　　伍荣生
(中国科学院大气物理研究所)　(南京大学气象系)

提　　要

本文对热带大尺度运动的动力学特征作了尺度分析，与 Charney[1] 不同，在文中首先引进热带经向宽度动力学定义，分析表明，在这种情况下，热带运动的性质将因其纬向尺度与这个经向宽度之比而异。当这个比值的量级为 $O(1)$ 时，运动是层结三维的，当这个比值的量级甚大于 $O(1)$ 时，类似于 Charney 的结果，运动将趋于正压化。

一、引　　言

Charney 对热带大尺度运动的尺度分析指出，运动基本上是准水平和无辐散的，即是准正压的．沿用 Charney 提出的观点，Matsuno[2] 对热带波动的水平特征作过分析．虽然 Charney 也指出发生在赤道辐合带中的上升运动所造成的潜热释放过程对热带运动的重要性，但认为由于它们的尺度很窄，可以看成是热带大尺度准水平运动的内边界层．然而，宽窄的含义是相对的．我们认为，只有当对热带区域的经向尺度给出确切的定义后，与这个经向尺度相比较，才能确定运动的宽窄程度．从观测事实看，发生在热带地区的如东风波、赤道波或热带低压等扰动，都是有垂直结构的，而很多研究指出（参见[3]），热带扰动在垂直方向上的能量传播，将直接影响着平流层中的运动，进而有可能使全球的大气环流产生影响．这种现象显然不是正压过程所能解释的．在另一方面，目前成功的低纬度区域性数值预报模式一般也不是正压的(如[4])．

由此看来，热带大尺度运动的特征还有进一步探索的必要．在本文中，将首先对热带的经向范围给出一个动力学意义下的定义，与这个经向尺度相比，我们将指出，热带大尺度运动的动力学特征，因其纬向尺度的大小而异．

二、运动方程和热带范围的定义

在邻近赤道地区，如不考虑摩擦和加热过程，在 β 平面近似下，运动方程的标量式可以写成

$$\frac{du}{dt}-\beta yv=-\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial p'}{\partial x} \tag{1a}$$

1978年8月20日收到修改稿

$$\frac{dv}{dt}+\beta yu=-\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial p'}{\partial y} \tag{1b}$$

$$0=-\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial p'}{\partial z}+\frac{g}{\bar{\theta}}\theta' \tag{1c}$$

$$\frac{d\theta'}{dt}+\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial y}v+\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}w=0 \tag{1d}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=\frac{1}{H_s}w \tag{1e}$$

其中压力 p'、位温 θ' 都是相对于标准大气某一基准 $\bar{p}$, $\bar{\theta}$ 值的偏差，标准大气中 $\bar{p}$, $\bar{\theta}$ 和密度 $\bar{\rho}$ 的形成是气候学研究的问题，在这里把它们看成是已知的背景场. 符号

$$\frac{d}{dt}\equiv\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}+w\frac{\partial}{\partial z},$$

而 $H_s=-(\partial\ln\bar{\rho}/\partial z)^{-1}\approx c^2/g$, $c=\sqrt{RT}$ 为声速，H_s 是由密度递减率所确定的标准大气的标高. 如取运动的垂直特征尺度为 H, 则当 $H\ll H_s$ 时，方程(1e)的右端可以忽略，这时的运动可以取 Boussinesg 近似，或称准不可压缩近似[5]. 由于 $H_s\approx 10$ 公里，我们所研究的运动其垂直尺度 $H\lesssim H_s$, 所以方程(1e)的右端项保留. 方程(1)中其它符号为常用.

旋转大气中的运动特征，将因水平加速度和柯里奥利加速度之比的大小而异. 如设 V 和 L 是运动的水平特征速度和特征尺度，则这两个加速度之比的量级为

$$R_0=\frac{V}{2\Omega\sin\varphi L},$$

称为 Rossby 数. 在中纬度 $f=2\Omega\sin\varphi\approx10^{-4}$/秒，如 V 取 10 米/秒，则对 $L\gtrsim10^3$ 公里的运动，$R_0\sim O(10^{-1})$. 但在低纬，当 f 已小到 10^{-5}/秒时，R_0 将增大到 $O(1)$ 的量级. 因此可以把 $R_0\gg O(10^{-1})$ (例如 $R_0>0.5$) 的大尺度运动，定义成是热带运动.

如令 $y=l\tilde{y}$, $\tilde{y}$ 为无量纲经向坐标，$u=U\tilde{u}$, 而特征纬向速度 U 的水平变化 $\delta U\sim U$, 则由方程(1a)，定义

$$\beta yv\Big/v\frac{\partial u}{\partial y}\sim\frac{\beta l^2}{U}\equiv R_l^{-1}, \tag{2}$$

R_l 称为经向 Rossby 数. 如按上面的讨论，把 $R_l\gtrsim0.5$ 的运动定义成是发生在热带的，则由此可以定义出热带最大经向宽度为

$$l_t\approx1.4\sqrt{\frac{U}{\beta}} \tag{3}$$

如取 $U\sim10$ 米/秒，则 l_t 约为 15 个纬距左右. 除在赤道这一奇异线附近外，在南北半球这一低纬度带中，R_l 的量级为 $O(1)$.

三、热带运动的尺度分析

1. 经向速度

令 $x=L\tilde{x}$, $v=V\tilde{v}$, 由方程(1a)

$$u\frac{\partial u}{\partial x}\sim\beta y v$$

得到

$$V/U\sim\left(\frac{l}{L}\right)R_l \tag{4}$$

可见，运动的经向速度，将因纬向特征尺度的增加而减小，对于全球尺度的低纬环流，如L已大于150个经度，这时经向速度只有纬向速度的1/10量级。

2. 水平辐散与垂直涡度分量之比

由方程(1a)和(1b)消去p'，得到涡度方程

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}+\left(u\frac{\partial\zeta}{\partial x}+v\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)+(\beta y+\zeta)D+\cdots=0 \tag{5}$$

式中

$$\zeta=\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y},\qquad D=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}$$

如令$\zeta=\xi\tilde{\xi}$，$D=\mathscr{D}\tilde{D}$，以及$\delta\xi\sim\xi$，则由方程(5)中第二、三两项，在考虑了(4)式后，估计得出

$$\mathscr{D}/\xi=\left(\frac{U}{L}+\mathscr{D}\right)\Big/\beta l$$

由于一般来说，$\mathscr{D}\lesssim U/L$，所以有

$$\mathscr{D}/\xi\sim\frac{l}{L}R_l \tag{6}$$

由此可见，对于$L\approx l$的天气系统尺度的扰动(如东风波、热带低压)，有$\mathscr{D}\sim\xi$，即水平辐散与垂直涡度分量同级，这与在中纬度的天气系统中一般$\mathscr{D}<\xi$有所不同．但对$L\gg l$的低纬纬向环流，仍和中纬度的环流一样，有$\mathscr{D}<\xi$。

3. 垂直运动和扰动温度

取$z=H_s\tilde{z}$，$w=W\tilde{w}$，因此$\partial w/\partial z\sim W/H_s$，由方程(1c)，并考虑到(6)式后，得到

$$W/H_s\sim\mathscr{D}\sim\frac{l}{L}R_l\cdot\xi \tag{7}$$

如取$\xi\sim\partial v/\partial x\sim V/L$，则考虑到(4)式后有

$$W/H_s\sim\left(\frac{l}{L}R_l\right)^2\frac{U}{L}, \tag{8a}$$

如取$\xi\sim\partial u/\partial y\sim U/l$，则有

$$W/H_s\sim R_l\frac{U}{L} \tag{8b}$$

联合(8a)、(8b)得到

$$W/H_s\sim\left(\frac{l}{L}R_l\right)^2\frac{U}{L}\lesssim R_l\frac{U}{L}. \tag{9}$$

这是因为研究的是大尺度运动，$L \gtrsim l$，即 L 也只少取千公里的量级．由此得到

$$W/U \sim \left(\frac{l}{L} R_l\right)^2 \frac{H_s}{L} \lesssim R_l \frac{H_s}{L} \tag{10}$$

可见，对于天气系统尺度的扰动，即 $L \sim l$，垂直运动将取 $W \sim R_l \frac{H_s}{L} U$，而当运动的纬向尺度增大时，垂直运动将迅速小于此值．

在另一方面，由 Ooyama 给出的热带大气典型探空资料，在 1000 毫巴到 500 毫巴之间的位温差可达 25℃ 左右(参见 [6])，由算得的 Brunt-Väisälä 频率虽比温带小，但也可达 1.0×10^{-2}/秒左右，因此层结的作用不能事先省略，应视分析结果而定．如取 $\theta' = \theta\tilde{\theta}'$，以及 $\delta\theta \sim \theta$，则由方程 (1d) 估计出

$$\theta \sim \left(\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}\right) \frac{L}{U} W \tag{11}$$

将 (10) 式代入，得到

$$\theta \sim \left(\frac{l}{L} R_l\right)^2 \left(\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}\right) H_s \lesssim R_l \left(\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}\right) H_s \tag{12}$$

可见，当 $L \sim l$ 时，θ 的量级为 $R_l\left(\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}\right) H_s$，在一般情况下，和垂直运动一样，将随着 L 的增大而迅速减小．

由此可见，只有对纬向尺度甚大的热带大气环流，垂直运动和扰动温度才是不重要的，这时运动将趋于正压化．因此 Charney 的结果只适用于 $L \gg l$ 的热带大尺度运动，而对于 $L \approx l$ 的热带天气扰动，准正压性是难于成立的．

4. 气压场水平变化的均匀性

在热带天气分析中，由于风场变化明显，气压场(指扰动量)的水平变化微弱，所以一般分析流线而不分析等压线．这一特征是热带大尺度运动与温带准地转运动的一个重要差异之点，能否从尺度分析得出气压场较均匀的结果，是衡量所建立的尺度分析理论是否正确的一个标志．

Holton[6] 在对热带运动作尺度分析时，取扰动压力的垂直变化 ΔP 与水平变化 δP 同级*，即 $\Delta P \approx \delta P$，其中 $p' = P\tilde{p}'$．在这里 P 为 p' 的特征量．在旋转流体中，由于转动的作用，运动将趋于水平化 (Taylar-Proudman 定理)，因此对某些物理量，其水平和垂直变化不一定具有各向同性的性质．所以一般来讲，这样的取法不一定合适．因为现在考虑的是压力的扰动量，例如在一个垂直波长内，倒可以取 $\Delta P \sim P$，这样由方程 (1c) 估计出

$$P \sim \bar{\rho} H_s \frac{g}{\bar{\theta}} \theta \tag{13}$$

将 (12) 式代入，得到

$$P \sim \bar{\rho} \left(\frac{l}{L} R_l\right)^2 N^2 H_s^2 \lesssim \bar{\rho} R_l N^2 H_s^2 \tag{14}$$

---

* Holton 用的是扰动重力位势 ϕ'．

式中 $N=\left(\frac{g}{\bar{\theta}}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}\right)^{\frac{1}{2}}$ 为 Brunt-Väisälä 频率.

另一方面，在热带大尺度运动中，水平气压梯度需与惯性力平衡[6]，由方程(1a)得到

$$\delta P\sim\bar{\rho}U^2 \tag{15}$$

由(14)、(15)两式，有

$$\delta P/P\sim\left(\frac{l}{L}R_l\right)^{-2}F_0 \tag{16}$$

式中

$$F_0\equiv U^2/C_g^2$$

为内 Froude 数，而 $C_g=\left(\frac{g}{\bar{\theta}}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}H_s^2\right)^{1/2}$ 为重力内波波速. 由于 $N\approx10^{-2}$/秒，$H_s\approx10^4$ 米，所以 $C_g\approx10^2$ 米/秒，如取 $U\sim10$ 米/秒，则 $F_0\sim O(10^{-2})$.

由此可见，对于 $L\sim l$ 的天气系统尺度的扰动，由(16)式估计出

$$\delta P/P\sim F_0\sim O(10^{-2})\ll1 \tag{17}$$

这表明，在这样尺度的天气系统中，扰动气压的水平变化比起扰动气压本身是很小的，也即扰动气压在水平方向上是十分均匀的.

对于全球尺度的纬向环流，这时 $L/l\sim O(10^1)$，所以有

$$\delta P/P\sim O(1) \tag{18}$$

在这类运动中，扰动气压在水平方向的变化才能与扰动气压本身同级. 这是很自然的结果，如沿纬向为一个波，则绕地球一圈后，扰动压力的变化将与扰动压力同级.

5. 斜压性的作用

在中纬度，由热成风关系

$$\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial y}=\frac{\bar{\theta}}{g}f\frac{\partial u}{\partial z}$$

可知在方程(1d)中 $v\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial y}$ 这一项反映了斜压性的作用. 在热带上式不能用，但仍可估计出这一项的相对重要性，为

$$v\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial y}\Big/u\frac{\partial\theta'}{\partial x}\sim\left(\tan\alpha\cdot\frac{l}{H_s}\right)R_l^{-1}\left(\frac{l}{L}\right)^{-2} \tag{19}$$

式中

$$\tan\alpha\equiv\left(\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial y}\right)\Big/\left(\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}\right) \tag{20}$$

α 为等熵面的坡度. 在热带的气候背景场中，等熵面接近与地面平行，即 α 值很小，因此般都有 $\tan\alpha\cdot\frac{l}{H_s}\ll1$.

上面的分析表明，对 $L\sim l$ 的运动，斜压性的作用很小，只有对全球尺度的运动，这一项才变得重要起来，但这时如分析已表明的，温度场的影响已可以忽略了.

四、热带大尺度运动的控制方程

除以上已决定的各物理量的特征值外，并取 $t=\frac{L}{U}\tilde{t}$，于是方程组(1)的无量纲形

式为(略去"～"号):

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+R_l v\frac{\partial u}{\partial y}+\left(\frac{l}{L}R_l\right)^2 w\frac{\partial u}{\partial z}-yv=-\frac{\partial p'}{\partial x} \tag{21a}$$

$$\left(\frac{l}{L}R_l\right)^2\left[\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+R_l v\frac{\partial v}{\partial y}+\left(\frac{l}{L}R_s\right)^2 w\frac{\partial v}{\partial z}\right]+yu=-R_l\frac{\partial p'}{\partial y} \tag{21b}$$

$$0=-\frac{\partial p'}{\partial z}+\theta' \tag{21c}$$

$$\left(\frac{l}{L}R_l\right)^2\left[\frac{\partial \theta'}{\partial t}+u\frac{\partial \theta'}{\partial x}+R_l v\frac{\partial \theta'}{\partial y}+\left(\frac{l}{L}R_l\right)^2 w\frac{\partial \theta'}{\partial z}+\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial z}w\right]$$
$$+\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial y}\cdot\tan\alpha\cdot\frac{l}{H_s}R_l v=0 \tag{21d}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+R_l\frac{\partial v}{\partial y}+\left(\frac{l}{L}R_l\right)^2\left(\frac{\partial w}{\partial z}-w\right)=0 \tag{21e}$$

式中 $\widetilde{\partial\theta}/\partial y$, $\widetilde{\partial\theta}/\partial z$ 均为无量纲量.

1. 对于天气系统尺度的运动 ($L\approx l$)

由于 $R_l\sim O(1)$, 这时除由于 $\tan\alpha\cdot\dfrac{l}{H_s}<1$, 斜压性的作用可以忽略外, 不能再作进一步简化,因此控制这类运动的方程组为

$$\frac{du}{dt}-yv=-\frac{\partial p'}{\partial x} \tag{22a}$$

$$\frac{dv}{dt}+yu=-\frac{\partial p'}{\partial y} \tag{22b}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial p'}{\partial z}\right)+\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial z}w=0 \tag{22c}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=w \tag{22d}$$

可见运动是层结、三维的,这表明对于天气系统尺度的扰动,具有垂直结构,并可以预料,它们在高低空运动的耦合中将起重要的作用.

2. 对于纬向尺度更大的运动 ($L\gg l$)

这时 $\left(\dfrac{l}{L}\right)^2\sim O(10^{-1}-10^{-2})$, 在方程组(21)中略去量级为 $O\left(\left(\dfrac{l}{L}\right)^2\right)$ 的项后,保持同量级项的方程组为

$$\frac{Du}{Dt}-yv=-\frac{\partial p'}{\partial x} \tag{23a}$$

$$yu=-\frac{\partial p'}{\partial y} \tag{23b}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{23c}$$

式中

$$\frac{D}{Dt}\equiv\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}$$

由此可见，对于这一类运动，不仅是正压、水平无辐散的，而且纬向风是地转的．同时，由方程 (21b) 可见，在赤道这一奇异线 ($y=0$) 上，需要有 $\partial p'/\partial y=0$，即通过赤道扰动气压具有经向对称性．如不具有这种对称性，则意味着在赤道两侧存在一窄的粘性边界层，在这一层内，需考虑湍流的侧向混合作用．

或者，由方程 (23c) 引进流函数 ψ，定义成

$$u=-\frac{\partial\psi}{\partial y},\qquad v=\frac{\partial\psi}{\partial x}\tag{24}$$

由 (23a)、(23b) 得到涡度方程为

$$\frac{D}{Dt}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right)+\frac{\partial\psi}{\partial x}=0\tag{25}$$

这基本上类似于 Charney 的结果，不同者，在这里对运动的纬向尺度有个要求：$L>l$．同时在涡度的流函数表达式中，只保留了对 y 的二阶微商项．

以上的结果，是在绝热条件下获得的，这并不意味着在热带像积云加热等非绝热过程可以忽略，在这里只分析了热带大尺度运动动力学的基本特征．

五、热带运动的双时态特征

叶笃正等[7]揭露了在大气运动中普遍存在多时间尺度特征的现象，本文作者之一[8]曾对出现这种现象的物理意义作过一个简单的注释．同样地，在热带运动中也存在类似的现象．

根据上面引进的特征量，热带运动也存在两个时间尺度，即

$$t_1=(\beta l)^{-1},\qquad t_2=R_l\frac{l}{V}=\frac{l}{U}\tag{26}$$

前者是经向 Rossby 波的特征周期，后者是平流过程的特征时间．

这两个时间尺度之比为

$$t_1/t_2=U/\beta lL=\left(\frac{l}{L}\right)R_l\tag{27}$$

由此可以推论，对 $L\approx l$ 的天气系统尺度的扰动运动，当副热带一个经向 Rossby 波进入热带后（或过程反过来），热带运动将发生一次调整，这个调整的特征时间为 t_1，当调整时段基本结束后，热带扰动将进入以平流为主的第二时态，其特征时间为 t_2，由于现在 $t_1\approx t_2$，即第一时态和第二时态同级，这表明，这个副热带波动进入热带后(或过程反过来)，热带区域中的运动需要一段很长的调整、适应时间，因此，对于这类尺度的运动，热带和副热带之间的相互作用，或动力学耦合，是十分重要的．

在另一方面，对于 $L\gg l$ 的纬向运动，其 $t_1\ll t_2$，这表明热带运动对来自副热带的波动，其调整或响应时间很短，运动将很快按本区域中内在的规律而演变．由此也似乎表明，热带全球尺度的纬向环流，受副热带天气扰动的影响并不重要，运动的能源主要在热

带区域内部.

致谢：叶笃正、周晓平两位同志对本文的初稿提出了宝贵的意见，在此谨表谢意.

参 考 文 献

[1] Charney, J. G., *J. Atmos. Sci.*, **20**, 607—609, 1963.
[2] Matsuno T., *J. Meteor. Soc.*, Japan, **44** 25—43, 1966.
[3] Holton J. R., *J. Atmos. Sci.*, **29** 365—375, 1972.
[4] 陈隆勋等，一个四层初始方程热带数值预报模式的初步结果．第二次数值天气预报会议论文集，127—136，科学出版社，1980.
[5] 巢纪平，*Scientia Sinica*, **11**, 1789—1706, 1962.
[6] Holton J. R., Introduction of dynamic Meteorology, 1972.
[7] 叶笃正、李麦村，大气各类运动的多时间尺度特征，同[4]论文集，181—192.
[8] 巢纪平，关于大气各类运动的多时间尺度特征的讨论，同[4]论文集，193—195.

SCALE ANALYSIS OF TROPIC MOTIONS

Chao Jih-ping

(Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica)

Wu Jung-sen

(Department of Meteorology, Nanjing University)

Abstract

The dynamic characteristics of tropic motion are investigated using the method of scale analysis. When a width of the tropic belt is introduced, the types of the tropic motion depend on the ratio of zonal scale and the longitude width of motion. If the order of ratio is $0(1)$, the motion becomes three dimensional and the effects of the static stability can be considered. If the ratio is much greater than $0(1)$, the motion becomes barotropic as that have been indicated by Charney.