

初始方程三层模式的改进试验

纪立人 邢如楠 陈雄山*

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文针对三层初始方程模式^[1]在业务使用中存在的问题,进行了一些改进试验。内容包括提高空间差分精度、缩小网格距离和改进初值风的计算等三个方面。对系统移速偏慢的问题,改进是明显的。对系统发展预报偏弱的问题,也有改进。试验表明,地转参数在低纬的取值,可能是一个敏感的因素。

一、引 言

初始方程三层模式^[1]在中央气象局中央台与北半球客观分析结果相联,曾进行了两年多的业务预报。实际表明,此模式采用大网格距 $d = 540$ 公里,北半球范围,在48小时之内基本上能报出主要槽、脊系统的发展、演变,也能较好地报出大的形势转变,例如冬季的寒潮爆发。但是也存在着两个方面的问题。一是系统的移动速度偏慢,有时48小时预报比实况落后一天。二是低纬度副热带高压活动报得不好,一般是副高东退减弱。这两个问题也是采用差分方法计算的数值预报模式通常存在的问题。

本文针对上述问题,选择若干典型个例,做了改进试验,包括改进初值、提高差分精度和细网格预报等几项试验。为了便于不同试验之间进行比较,文中着重讨论了1965年2月18日这个例子的试验结果。这是一次急流上小槽发展的典型过程,并形成一次东亚寒潮过程。

关于三层模式的基本方程和求解过程,详见参考资料^[1],这里不再给出。

二、改进初值风场

1. 低纬度地转参数 f 的取值

三层初始方程模式在业务使用中,是以地转风作为风场初始值的。对于初始方程模式,地转风初值不太协调,也不够精确。但它只需输入三层高度场,对资料处理和客观分析的要求都比较简单,便于实现,一般也能取得稳定的预报结果,考虑到地转近似在低纬误差较大,通常的做法是,在某一纬度以南取地转参数为常数,我们一般取 $f(<45^\circ) = f(45^\circ)$ 。业务预报实践表明,这样取值对于冬半年是合适的。但在夏季,往往有这样的现象,实况西太平洋副高维持或加强,但预报却都是副高减弱东退。

1978年11月25日收到

* 中央气象局气象科学研究所刘金达同志参加了部分工作。

对此,我们做了一些对比试验,发现地转参数 f 在低纬的取值,对于副热带系统是一个敏感的因子。例如 1975 年 9 月 14 日 12 时(世界时,下同)的例子。如初值地转风取 10°N 以南 f 值不变,即 $f(<10^{\circ}) = f(10^{\circ})$, 24 小时预报同实况相比,日本东部西太平洋副高和海南岛上空副高中心均报出来了,虽然预报的西太平洋副高位置较实况偏南,海南岛上空副高位置偏西(图 1)。而取 20°N 以南 f 值不变,24 小时 500 毫巴预报图上西

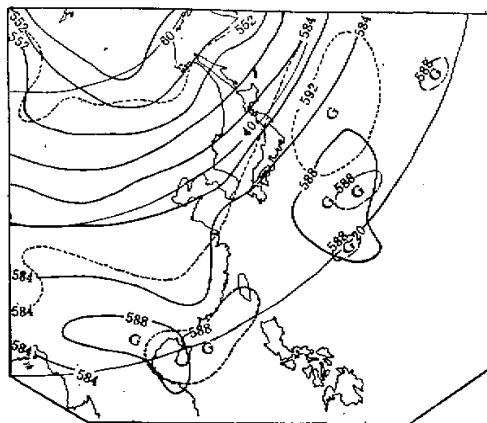


图 1 1975 年 9 月 14 日 12 时 500 毫巴 24 小时预报图,等高线每 8 位势十米一根,下同。—— f 取 10°N 以南不变, - - - f 取 20°N 以南不变, - · - · - 实况。

太平洋副高 588 线只剩下几个破碎的小单体,海南岛上空的副高中心则消失了,如取 45°N 以南 f 值不变,副高全部南退,分析不出 588 线了。上述现象可以这样来解释:按照地转适应理论,在低纬度,主要是高度场向流场调整。当取 $f(<45^{\circ}) = f(45^{\circ})$ 时,低纬度初始风场数值偏小,预报过程中高度场向风场调整,梯度减弱,表现为副高减弱南退。

上面给出的个例说明,使用地转风初值,地转参数在低纬的取值,可能是一个敏感的因子。在不同季节,在较低纬度取不同的值是必要的。冬半年为了保证低纬地区计算稳定,可以把 f 值不变的纬度取高一些;而夏半年,我国东南大部分地区受副热带系统影响,可以把 f 值不变的纬度取低一些。根据我们所做的大量实例试验结果,平均来说,冬、夏半年分别取为 45°N 和 20°N 可能是合适的。

2. 平衡风初值

为了改进对副高的预报,我们又试验在较低纬度采用平衡风初值,由输入的高度场,解平衡方程

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{f} \nabla^2 \phi - \frac{1}{f} \nabla \phi \cdot \nabla f - \frac{2}{f} J(u, v) \quad (1)$$

其中 $\phi = gz$, ϕ 是流函数, f 是地转参数。流函数的初值取为

$$\phi = \phi / \bar{f}$$

$\bar{f}$ 是 f 在 45°N 的值。

(1) 式用迭代法求解,由此得出的风场称为平衡风 V_{ϕ} 。作为近似, (1) 式的后两项,用地转近似代替。

实际预报时,在北半球范围内 32×32 正方形区域内,外边界五圈用 V_{ϕ} ,内 20×20 正方形区域内风场仍用地转风 V_g 。而交界处一圈,用这一圈上的地转风与平衡风的平均值。

实际计算表明,这样处理后,同原来全场用地转风初值比较,中高纬度的预报是一样的,但低纬度统系预报有改进,副热带高压减退现象减少了。

3. “动力”初值试验

这一节给出用“动力”调整方法^[2]形成初值风场的试验结果。我们采用的格式是“欧拉后差”,即对于形如 $\frac{\partial u}{\partial t} = F(u)$ 的微分方程取

$$\begin{cases} u^* = u_0^* + F(u_0^*)\Delta t \\ u_1^* = u_0^* + F(u^*)\Delta t \end{cases} \quad \begin{cases} u^{**} = u_1^* - F(u_1^*)\Delta t \\ u_0^{*+1} = u_1^* - F(u^{**})\Delta t \end{cases} \quad (2)$$

其中 u 代表某一变量,下标“0”和“1”分别代表起始时刻和预报一个时间步长后的值,上标 v 表示循环次数。

当 u 为谐波时,用上述格式往返循环一次将产生在一个衰减因子,对高频波有较强的阻尼作用,和[2]不同的是,由于我们模式的特点,使用(2)式作向前、向后时间外推时,都是在半隐式格式的基础上进行的。可以证明,这时仍具有选择阻尼的性质。往返循环一次产生的放大因子,对于高频波为

$$R^2 = \left[1 - \frac{1}{2}(\omega_2 - \omega_1)^2\Delta t^2 + \frac{1}{16}(\omega_2\Delta t)^4 \right] / \left[1 + \frac{1}{4}(\omega_2 - \omega_1)^2\Delta t^2 \right] \quad (3)$$

其中 $\omega_1 = \frac{2\pi U}{L}$, $\omega_2 = \frac{2\pi C}{L}$, L 为波长, U 为基本气流, C 为波速。当 $\omega_2 \gg \omega_1$ 且 $\omega_2\Delta t < 1$ 时, $R < 1$ 。实际计算中,我们取 $\Delta t = \frac{1}{2}$ 小时,这样既能保证计算稳定,又能得到对高频波较大的阻尼效果。

我们试验了三个例子(表1),每个例子都做了恢复高度场和不恢复高度场二种试验,并分别做了48小时预报。

从三个例子的初步结果看来,从地转风出发,经过处理后得到的初始垂直运动 ω 和地转偏差 V' 的量级和分布是合理的,以1965年2月12时(图2)为例,低层垂直运动 ω_4 的上升运动区,分布在槽前或急流开口区,中心为10毫巴/小时左右(相当约3厘米/秒)。偏差风数值大多数格点在4米/秒以下,只是在气旋曲率很大的地方和急流区,可以超过10米/秒。它的分布,在高压区如乌拉尔山南部和西北欧的高压,偏差风呈反气旋式,而在低压和槽前的南部和前部,偏差风同等高线交角较大,大致同地转风方向相反。而在低槽的后部却出现偏北的偏差风。另外,在槽的前方有一个偏差风的辐合区,有的还表现为气旋式环流。这些特点,同[3]中由实测风分解求得的地转偏差对比,在偏差风和天气统系配置的特点上,二者是一致的。

关于预报效果,首先对于低槽移速偏慢现象有所改进。就三个例子欧亚范围不同纬

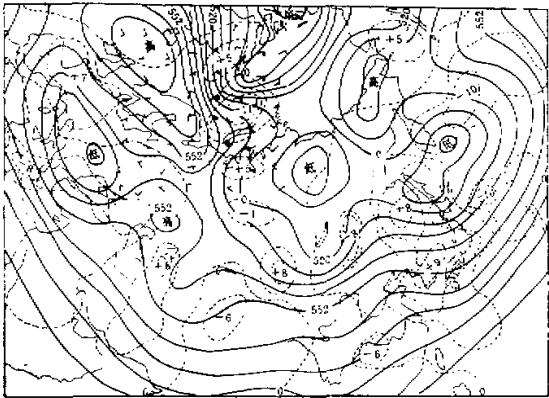


图 2 1965 年 2 月 18 日 12 时 500 毫巴高度图

表 1 低槽移速预报情况。误差：预报—实况，单位：经度。

日 期	初 始 位 置	24 小 时 误 差		48 小 时 误 差	
		地 转	动力初值	地 转	动力初值
1965.2.18	斯岛西北	-20	-7	-16	-16
1965.2.18	高原西南侧	-6	-4	6	6
1965.2.18	贝湖	-4	-4	-6	-2
1973.4.8	黑海	-5	-2	-8	-4
1973.4.8	贝湖	-14	-9	-12	-7
1973.4.8	孟加拉湾	3	7	-5	-3
1973.4.8	高原南侧	5	7	-5	-3
1974.6.11	里海	5	5	7	7
1974.6.11	贝湖	-9	-4	-6	-6
1974.6.11	高原东侧	-1	0	-2	-2

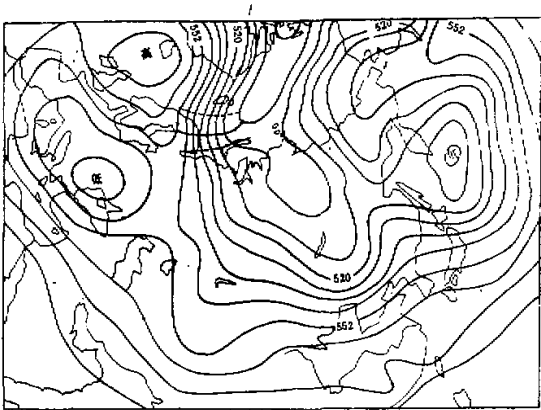


图 3 1965 年 2 月 18 日 12 时 500 毫巴 24 小时预报图。
槽线：——动力初值，---实况，·····地转初值

度的十个低槽预报情况来看(表 1), 24 小时预报移速有改进的(≥ 2 个经度)有 5 个, 改进较明显的(≥ 4 个经度)有 3 个。48 小时移速改进较明显的也有 3 个。图 3 是 1965 年 2 月 18 日 12 时起 24 小时 500 毫巴预报图。图 4 是相应的实况图。可以看出西北欧和贝湖地区槽的移速改进是明显的。这一点可能同低槽前的地转偏差风辐合区有关。由线性理论得到的长波波速公式, 对于东移的波, 考虑了大气散度作用, 是稍为加快的。

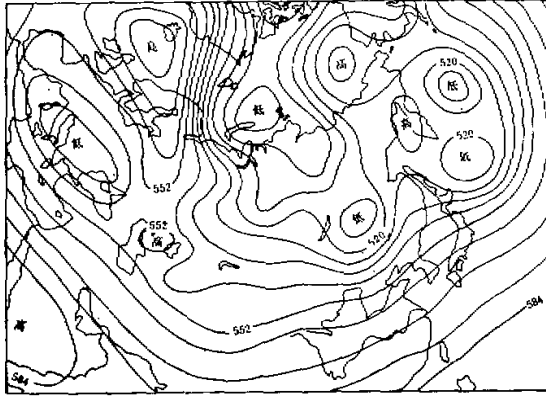


图 4 1965 年 2 月 19 日 12 时 500 毫巴高度图

对于系统的发展预报也有改进。上述例子的 48 小时预报, 在小槽发展的地区——新地岛至乌拉尔山, 误差减少 5 位势米左右。另外一个例子是 1973 年 4 月 8 日 12 时, 这是一次典型的黑海长脊过程。这类过程发生的纬度较低, 一般不易报好。地转初值预报, 黑海脊的发展较实况要慢得多。改用动力初值预报, 是有改进的。这里只给出 48 小时的预报图(图 5)。黑海北面误差减少了, 长脊过程有所加强, 并报出了乌山脊衰退和威海以西的切断过程。

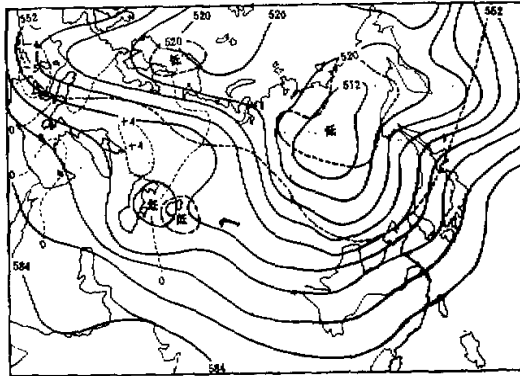


图 5 1973 年 4 月 8 日 12 时 500 毫巴 48 小时预报图。
粗虚线是实况, 只给出 520 和 552 线; 细虚线是高度差,
动力初值预报减地转初值预报。

对于西太平洋副高减弱东退的现象, 改进不明显。原因可能是: 循环迭代是从地转风开始的。地转参数取 $f(<45^\circ) = f(45^\circ)$ 时, 较低纬度风速值只有同纬度地转风速的一半, 也是非地转风。因而, 循环迭代过程, 不是非地转风的激发形成, 而是高度场向风场适应。当循环迭代采取不恢复高度场的方案时, 得到的较低纬度的高度场, 已有明显歪曲。

三、高精度差分

原三层模式中空间差分采用二阶精度差分, 即变数的一阶导数写成

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x} = \bar{\alpha}_x^* + O(\Delta^2) \quad (4)$$

其中

$$\alpha_x = \frac{1}{\Delta} \left[\alpha \left(x_i + \frac{\Delta}{2} \right) - \alpha \left(x_i - \frac{\Delta}{2} \right) \right]$$

$$\bar{\alpha}_x^* = \frac{1}{2} \left[\alpha \left(x_i + \frac{\Delta}{2} \right) + \alpha \left(x_i - \frac{\Delta}{2} \right) \right]$$

但二阶差分截断误差较大, 为了改进移速, 我们试验了四阶差分。在原三层初始方程模式中变数的一阶导数计算, 采用

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{4}{3} \bar{\alpha}_x^* - \frac{1}{3} \bar{\alpha}_{xx}^* + O(\Delta^4) \quad (5)$$

我们进行了实例计算, 仍以 1965 年 2 月 18 日 12 时 (图 1) 为例。用二阶差分计算, 24 小时 500 毫巴预报图上 (图 6), 贝湖以东的低槽比实况偏慢约 10 个经度, 极地附近小槽的预报也偏慢约 10 个经度, 欧洲沿岸的阻塞高压东伸也没有报出来。改用四阶差分计算后, 24 小时 500 毫巴预报 (图 7) 效果大有改进, 不但改进了系统的移速, 并且系统的发展也报得更接近实况 (见图 4)。如贝湖以东的低压槽预报位置与实况很一致, 只是低涡中心强度报得过深。极地附近小槽的发展也报出来了。预报小槽的位置比实况还偏快约 10 个经度。欧洲沿岸阻高的发展也接近实况。

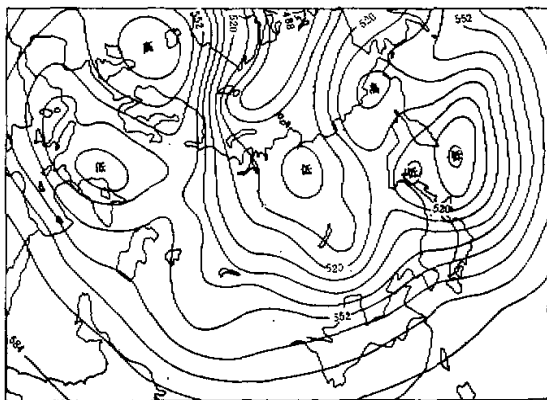


图 6 1965 年 2 月 18 日 12 时 500 毫巴 24 小时预报图
(二阶差分, 地转风初值)

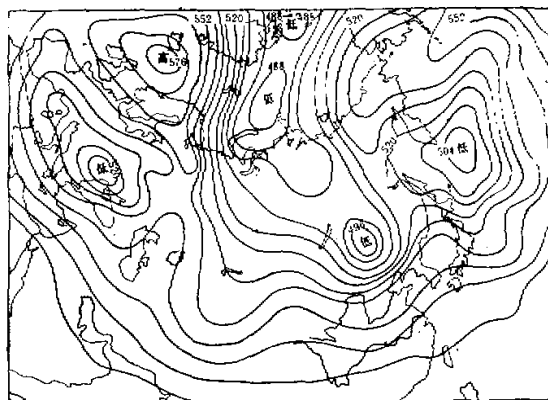


图 7 1965 年 2 月 18 日 12 时 500 毫巴 24 小时预报图
(四阶差分)

上述结果表明,用高精度差分可以改进移速偏慢问题。但用四阶差分计算时须减少时间步长,以保持计算稳定。在我们的计算中,用二阶差分计算时,时间步长取 2 小时,用四阶差分时,时间步长取 1 小时。

此外,我们还试验了样条函数方法。样条函数的计算公式采用 J. H. Ahlbery 等^[4]所给出的

$$\lambda_i m_{i-1} + 2m_i + \mu_i m_{i+1} = 3\lambda_i \frac{y_i - y_{i-1}}{h_i} + 3\mu_i \frac{y_{i+1} - y_i}{h_{i+1}} \quad (6)$$

$$j = 1, 2, \dots, N-1$$

其中

$$\lambda_i = \frac{h_{i+1}}{h_i + h_{i+1}}, \mu_i = 1 - \lambda_i$$

这里, y_i 代表在 i 点上的函数值, m_i 代表在 i 点上函数的一阶导数值, h_i 是网格距。

在等距情况下, $h_i = h_{i+1} = D$, $\lambda_i = \mu_i = \frac{1}{2}$, (6)式可以改写成

$$m_{i-1} + 4m_i + m_{i+1} = 3(y_{i+1} - y_{i-1})/D \quad (7)$$

$$j = 1, 2, \dots, N-1.$$

在周期性边条件下,上述方程组可以用追赶法求解。

就 1965 年 2 月 18 日 12 时这个例子来看,同用二阶差分方法预报的结果相比,对系统移速的改进并不明显(图略),但这只是一个例子的结果,还须作更多的比较。

四、细网格预报试验

原三层初始方程模式在北半球范围,网格距较大,取 540 公里。这样做出的预报,系统移速常常明显偏慢,我们试验将空间步长减半,取为 270 公里。同时,为节省内存和计算时间,范围从北半球缩小到亚欧地区。初始场采用北半球大网格 $d = 540$ 公里的客观分析结果,再插到小网格上去。时间步长取为 1 小时。经过大量实例计算,表明预报效果

显著提高,特别是改进了系统移速。下面给出春季天气系统移动速度较快的三个例子,它们是1976年4月11日12时,1976年4月21日12时和1976年5月2日12时,均做了24小时和48小时预报。这几个例子共同的特点是,初始场500毫巴图上,都在贝湖以南,110°E附近有一个低压槽,以后这个槽以每天七到十几个经距东移。表2给出了这三个例子低压中心24小时和48小时的预报位置 and 实际位置。从表中可以看出,用细网格做预报,24小时预报系统移速,平均只偏慢1—2个经度。

表2 用 $d = 270$ 公里网格预报低压中心位置比较

个 例 日 期	500 毫巴初始场上45°—50°N 低压中心所在位置(东经)	24 小 时			48 小 时		
		实 况	预 报	误 差	实 况	预 报	误 差
1976年4月11日12时	103°	115°	112°	-3°	120°	110°	-10°
1976年4月21日20时	110°	117°	115°	-2°	123°	123°	-5°
1976年5月2日20时	116°	122°	122°	0°	126°	125°	-1°

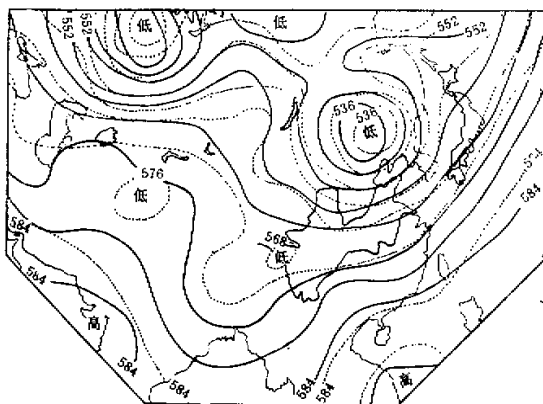


图8 1976年5月2日12时500毫巴24小时预报图
(细网格 $d = 270$ 公里)实线是预报值,虚线是实况。

这里给出1976年5月2日20时24小时500毫巴预报图(图8)。预报的等高线(实线)与实况(虚线)极为接近。东北低压预报的位置和强度与实况基本一致。48小时预报图上(图略),这个低槽的预报也是成功的,但是由于有限区域边界条件的限制,48小时预报乌拉尔山低压槽的东移发展不够。

由上面可以看出,用细网格做预报可以取得和用高精度空间差分同样的效果。但是为了保持计算稳定,时间步长也要相应减少。这样,即使网格点数不增加,所需的计算时间还要增加约一倍之多。

上面这些试验是不够系统的,由于计算的例子还不够多,得到的结果和看法,也需进一步验证。但是通过这些试验说明,在实际预报中,为了改进预报效果,仅仅注意从模式本身下功夫是不够的,还应从多方面努力,例如初值、差分精度等。有些可能只是“技术”性的问题,但对改进预报效果,却是有效的、必要的,也应该给予一定的重视。

参 考 文 献

- [1] 陈雄山等, 初始方程三层模式, 数值预报和数理统计会议论文集, 科学出版社, 1973.
- [2] Nitta T. and Hovermale, J. B. *Mon. Wea. Rev.*, **97**(9), 1969.
- [3] Endlich, R. M. *Jour. Appl. Met.*, **7**(6), 1968.
- [4] Ahlberg, J. H. Nilson E. N. and Nalsh, J. L. *The theory of Splines and Their applications*, Academic Press, New York and London, 1967.

IMPROVING EXPERIMENTS OF A THREE-LEVEL PRIMITIVE EQUATION MODEL

Ji Li-ren Xing Ru-nan Chen Xiong-shan

(*Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica*)

Abstract

Some improving experiments for solving the problems arised in the operational forecasts with the three-level primitive equation model^[1] are carried out. A series of tests are performed on a fourth order space difference scheme, reducing grid distance and improving initial winds.

The improvement in the forecast of displacement of weather systems is obvious. The prediction of the development of weather system is also improved. The experiments also show that the initial winds and subsequent forecasts are sensitive to the value of Coriolis parameter, especilly at low latitudes.