

专题评述

旋转大气中运动适应过程问题的研究(二)

曾庆存 叶笃正

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文试图对旋转大气中运动适应过程问题的研究作一全面的评述,这里是全文的第二篇,包括三方面的内容,即球面上大气的地转适应过程和旋转适应过程;快波的激发以及涡旋和快波的相互作用问题;适应过程理论结果在天气分析和预报以及数值天气预报等方面的应用问题。

四、球面上大气运动的地转适应过程和旋转适应过程

在上述各节的理论中都用了平面地面近似,因此只适用于运动水平尺度不过分大的情况。但在球面上大气里,对于尺度更大的运动(例如超长波)实际上是地转风关系更好。因此,即使在球面上,很大尺度的运动也是有适应过程的,而且受地球旋转的影响甚至更为明显。若研究正压二维大气的小扰动,则其能量只可能沿水平方向传播及弥散,而球面的面积是有限的,因此不能指望这种能量弥散过程来达到完全的地转适应。超长波运动的准地转平衡关系是通过另外的物理机理达到的。曾庆存^[10,11]研究了这些问题,指出:在球面上的斜压大气运动中存在着内波向宇宙空间弥散过程;此外,无论在正压大气或斜压大气中,又存在着旋转适应过程,正是这些过程使得球面上大气运动有很好的准地转风关系,以及常有恢复到带状环流的趋势。下面介绍这些结果。

1. 球面上大气的特征波动

球面上正压大气小扰动方程就是有名的 Laplace 潮汐方程

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + 2\omega \cos \theta \kappa^0 \times \mathbf{v} = -\nabla_2 \phi, \\ \kappa \frac{\partial \phi}{\partial t} = -c_0^2 D_2(\mathbf{v}), \end{cases} \quad (30)$$

其中 $\mathbf{v} = \theta^0 v_\theta + \lambda^0 v_\lambda$ 为风速向量, κ^0 为垂直于地面向上的单位向量, ∇_2 和 D_2 为球面上的梯度算子和散度算子, c_0^2 取为常数, κ 取为零或 1。人们熟知:当取 $\kappa = 0$ 时, (30) 式

有特解: 惯性波; 取 $\kappa = 1$ 时有三族特解: 惯性波、东传和西传的重力-惯性波。除此之外, (30) 式还有常定特解, 它组成纬圈带状环流。我们不妨统称上述特解为特征波动。在斜压大气中, 如果我们按第三节方法, 引入垂直坐标 ξ (公式 (18)) 并将各函数按垂直方向的谱函数展开, 则问题亦归结为求解 (30) 式, 只是对不同的 $\bar{v}$, 有不同的 $c_{mr}^2(\bar{v})$ 罢了。因此, 研究和 (30) 式对应的初值问题的适定性、能否按特征波动展开以及展开的公式如何等等, 这是有基本意义的。就小扰动的适应过程问题来说, 只有这些问题得到彻底解决, 才能完全从数学上给出内波弥散的证明, 否则只能算是物理上的猜测罢了。早在 1964 年我们^[25]即已求得了 (30) 式相应的初值问题解的正确表达式, 并按此和应用第二节相类似的方法证明了内波最后消失。在 [10] 中我们又给出了 (30) 式的特征波动组成完备正交基底的证明, 从而完全解决了上述基本问题。在 [10] 中为此专门构造了定义在球面上的广义函数空间和广义向量空间, 引入广义梯度、广义散度和广义涡度等概念, 用此作为广义微商的表达式, 证明由此构造出来的泛函空间是完备的, 证明了相应的表现定理和嵌入定理。在这基础上, 就可证明潮汐方程组广义初值问题有解且唯一, 特征波动组成完备正交基底, 并求得解按特征波动展开的具体公式。于是有

$$\begin{cases} \mathbf{v}(\theta, \lambda, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{r=1}^3 c_{mr} \mathbf{v}_{mr}(\theta) e^{i(m\lambda - \sigma_{mr}t)}, \\ \phi(\theta, \lambda, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{r=1}^3 c_{mr} \phi_{mr}(\theta) e^{i(m\lambda - \sigma_{mr}t)}, \end{cases} \quad (31)$$

其中 $\mathbf{v}_{mr}(\theta)$ 和 $\phi_{mr}(\theta)$ 就是特征波动沿子午圈的结构, c_{mr} 为展开系数, 由初始场 $\mathbf{v}(\theta, \lambda, 0)$ 和 $\phi(\theta, \lambda, 0)$ 决定; $r = 1, 2, 3$ 分别对应于惯性波、东传和西传重力-惯性波, 常定纬圈环流包括在 $r = 1$ 之内, 即取 $\sigma_{01} = 0$ 。

关于斜压大气的小扰动问题, 亦可先抽出常定纬圈环流部分, 并将非常定部分 $\partial \mathbf{v} / \partial t$ 和 $\partial \phi / \partial t$ 写成:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = W(\xi) \mathbf{V}(\theta, \lambda, \xi, t), \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} = W(\xi) H(\theta, \lambda, \xi, t), \quad (32)$$

$$\begin{cases} \mathbf{V} = \theta^0 U(\theta, \lambda, \xi, t) + \lambda^0 V(\theta, \lambda, \xi, t) \\ = \mathbf{V}_s(\theta, \lambda, t) \tilde{G}_s(\xi) + \int_0^\infty \mathbf{V}_v(\theta, \lambda, t) \tilde{G}_v(\xi) d\bar{v}, \\ H = H_s(\theta, \lambda, t) \tilde{G}_s(\xi) + \int_0^\infty H_v(\theta, \lambda, t) \tilde{G}_v(\xi) d\bar{v}, \end{cases} \quad (33)$$

于是 $(\mathbf{V}_s, H_s)$ 以及 $(\mathbf{V}_v, H_v)$ 就可按 (31) 式展开。由此可知: 在斜压大气中, 除常定的纯纬圈环流之外, 特征波动分为惯性波和重力-惯性波, 每种波又可再分为内波和表面波。若取整层无辐散近似, 就没有表面重力-惯性波, 但仍有表面惯性波。

2. 内波的弥散·高空流场的准纬圈环流特性

在没有外源和摩擦消耗情况下, 球面上大气小扰动有总能量守恒和总加速度能守恒。就斜压小扰动来说, 由于线性问题解的可加性, 可知表面波和内波各自的总能量和总加速度能亦分别为守恒量。由此即知: 由表面波组成的解不趋向于常定、也不趋向于地转平衡

(这结论当然也适用于正压大气), 只当有局地扰动时运动才趋于准地转平衡. 今研究内波部分, 以下标“ b ”表之, 并将 $\partial v_\theta / \partial t$ 改写成 v_θ 等等, 则按封闭性方程, 有

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[v_{\theta b}^2 + v_{\lambda b}^2 + \left(\frac{z}{c} \frac{\partial \phi_b}{\partial \xi} \right)^2 \right] a^2 \sin \theta d\zeta d\theta d\lambda + \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \kappa \alpha_i \left(\frac{\dot{\phi}_{ib}}{c_i} \right)^2 a^2 \sin \theta d\theta d\lambda \\ &= \frac{c_0 a^2}{c_i} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[U_i^2 + V_i^2 + \left(\frac{a}{c} \sqrt{\bar{v} + Q_\infty} H_\theta \right)^2 \right] \sin \theta d\bar{v} d\theta d\lambda \\ &= \text{常数}. \end{aligned} \quad (34)$$

其中 c_0 , c , c_i , κ 等的定义同第三节, 且设 $\alpha > 0$, $c > 0$.

利用 (30) 式的特征值和 $\sigma_{mr}(\bar{v})$ 的关系式, 可证垂直方向的群速度 c_{gr} 只在有限个离散点 $\bar{v}_i (i = 1, 2, \dots)$ 上为零, 于是利用和第二节相似的方法即可证明: 对每一 (m, r, s) 来说, 内波能量向宇宙空间弥散. 其次, 由于总能量有限, 故在 (31) 式中还可预先取出 $|m| \geq M$, $s \geq S$ 的项, 使其能量小于任给的小数. 由此即证明整个内波能量弥散掉. 故当 $t \rightarrow \infty$ 时, 在任何有限高度的气柱内, 只剩下常定运动及表面波.

在高空, 表面波的能量很小, 故运动主要是由纯纬圈环流(常定部分)组成, 而很高的高空中流场具有准带状环流的性质. 这是与事实相符的. 平流层以上大气环流大都比较平直, 偏离绕极涡旋状态是由热源(例如爆发性增温)等因子所形成.

3. 旋转适应过程

当 f 为常数时, 上面几节证明的非线性完全适应, 其实就是旋转适应过程. 但对于球面上大气来说, 旋转适应过程更为突出, 也更为重要. 正是由于在考虑到非线性项时有旋转适应过程, 使得在一定条件下正压大气中的扰动能够最后趋于常定的纯纬圈环流状态. 其实, 在非线性情况下, 散度场的能量和涡度场的能量可以相互转换, 而涡度场中非带状扰动和纯纬圈环流之间又有能量转换, 于是在一定条件下, 快波能量为惯性波这样的非带状扰动所吸收, 后者又为纯纬圈环流吸收, 最后运动就趋向于常定的纯纬圈环流状态. 我们推得^[10,11]:

在球面上二维流动中, 若无能源及无粘性消耗, 而初始扰动满足条件: (a) 位涡度 Ω ,

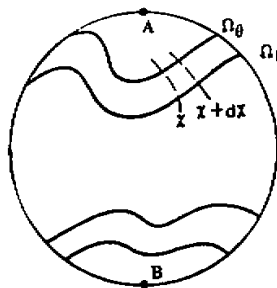


图 3

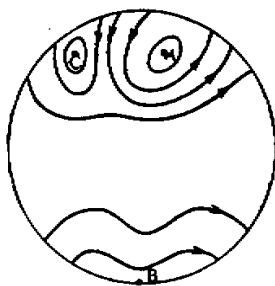


图 4

的等值线只有两个中心, (b) 总位涡度为零(即 $\int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\phi/g) Q_0 a^2 \sin \theta d\theta d\lambda = 0$), 则流场最终趋向于纯纬圈环流; 若 (a) 不满足, 则必不趋向于带状环流。这里位涡度 $Q_0 = (Q + 2\omega \cos \theta)/\phi$, Q 为大气运动的涡度, ω 为地球自转角速率。所谓“位涡度等值线只有两个中心”, 其确切含义是: 若位涡度 Q_0 在全球面上某些孤立的点或不封闭的曲线段上达到极大或极小值, 就这些点和线段的总数为 2。如果两半球没有相互作用, 则可以研究半球问题, 此时“只有两个中心”应改为“只有一个中心”, 而且要去掉条件 (b)。

上述论断可用图 3 和图 4 表示。图 3 为只有两个中心 A, B , 有完全的旋转适应。图 4 中有三个中心 A, B, C , 此三中心永远存在, 故运动不趋向于纯纬圈环流。

按照下述方法即可由初始场决定最终的纯纬圈环流。注意到此时位涡度 Q_0 为保守量, 于是 v_θ 随时间变化的方程、位涡度守恒方程和连续方程就是三个基本方程:

$$\frac{dv_\theta}{dt} = -\frac{\partial \phi}{a \partial \theta} + 2\omega \cos \theta v_\lambda + \frac{v_\lambda^2}{a} \operatorname{ctg} \theta, \quad (35)$$

$$\frac{dQ_0}{dt} = 0, \quad (36)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{a \sin \theta} \left(\frac{\partial \phi v_\theta \sin \theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \phi v_\lambda}{\partial \lambda} \right) = 0. \quad (37)$$

既然 Q_0 为保守量, 就可将连续方程方便地写成两个等 Q_0 线之间的总质量守恒的形式。记点 A, B 的位涡度值各为 Q_{0A} 和 Q_{0B} , 记由 Q_{0B} 到 Q_{0A} 的区域内的质量为 $m(Q_{0A})$, 则 $m(Q_{0A})$ 就是总质量, 它是一个常数。注意到平衡时为纯纬圈环流, $v_\lambda^{(\infty)}$, $Q_0^{(\infty)}$ 和 $\phi^{(\infty)}$ 只是 θ 的函数, 故有

$$-\frac{dm(Q_0^{(\infty)})}{dQ_0^{(\infty)}} \frac{dQ_0^{(\infty)}}{d\theta} = \frac{\rho}{g} \phi^{(\infty)} a^2 \sin \theta, \quad (38)$$

$$Q_0^{(\infty)} = -\frac{1}{a^2 \phi^{(\infty)}} \frac{d}{dx} [M^{(\infty)}(x) + a^2 \omega (1 - x^2)], \quad (39)$$

$$-\frac{\partial \phi^{(\infty)}}{a \partial \theta} + 2\omega \cos \theta v_\lambda^{(\infty)} + \frac{v_\lambda^{(\infty)2}}{a} \operatorname{ctg} \theta = 0, \quad (40)$$

其中 $x = \cos \theta$, $M^{(\infty)}(x) = a v_\lambda^{(\infty)} \sin \theta$ 为平衡时的角动量。利用 $m(Q_{0A})$ 为常数以及边界条件: 当 $x \rightarrow \pm 1$ 时 $M^{(\infty)} \rightarrow 0$, 以及条件 (b), 即可由上述三方程求得一个决定 $m(Q_0^{(\infty)}(\theta))$ 的非线性第二类 Volterra 积分方程。

在斜压大气中, 也有类似的结论, 就是:

在球面上斜压大气中, 如果初始扰动满足下列诸条件: (a) 层结是稳定的, (b) 位涡度 Q_0 等值线只有两个中心, (c) 没有横过赤道的气流, 且南北两半球均满足一定条件 (在简化处理之后, 这条件化为初始时刻满足 $x Q_0^{(0)} > 0$, $x \approx 0$), (d) 地表面处大气为等熵面或等 Q_0 线与等 s (熵) 线重合, 且 Q_0 只有两个中心: 则运动最终趋向于带状纯纬圈环流。若 (b) 和 (d) 中任一个条件不满足, 则必不趋向于常定带状纯纬圈环流。

在这里, 不需作任何简化, 即不必作静力平衡近似, 重力加速度 g 也可取为随高度而变并计入惯性离心力项; 位涡度按 Ertel 公式给出, 即 $Q_0 = \rho^{-1} \nabla_s \cdot (Q_0 + 2\omega)$, 其中 ∇_s

为三度空间梯度算子, ω 和 Ω_3 为三维向量 (Ω_3 为三维涡度)。

在斜压大气中旋转适应的条件还应再作深入研究, 例如条件 (c) 可以弱化。

最近, 我们对正压大气半球问题作过一系列数值试验^[41], 完全证实上述理论论断。在一类试验中, 只有一个位涡度中心, 结果是都逐渐趋向于纯纬圈环流, 所需的时间随地球自转的角速率、扰动的空间尺度和结构而定。为便于比较, 在试验中都取槽脊为南北方向, 在初始时刻没有角动量传递, 于是适应所需的时间就由前两个因子决定。事实上, 如记旋转适应的特征时间为 t^* , 并记 $\varepsilon = \omega t^*$, 则应有 $\varepsilon = F(\mu^2, R_0)$, 其中 μ^2 和 R_0 定义同第二节公式 (2)。我们的数值试验结果是 ε 主要依赖于 μ^2 , R_0 只有较小影响, 一般是 ε 差不多正比于 μ^{-2} , 即波长越短, 所需的适应时间 t^* 越小。当沿纬圈的波数为 2—8 时, t^* 一般为 17—3 天, 这和大气环流由低指数转为高指数的时段相当吻合。由于木星的 ω 很大, 且 L_0 很大 (大气层很深厚), 故在木星上 t^* 很小, 这大概也可解释木星大气运动的带状分布的特点。在另一类试验中, 有多个位涡度中心存在, 结果是这些位涡度中心永远存在, 流场变化还有韵律现象。

不管理论分析和数值试验都证实: 利用通常的准地转模式有可能得不到旋转适应过程。由此可见, 完整地考虑大气的三维和二维可压缩性是重要的, 在旋转适应过程中要考虑到地转适应过程的影响, 虽然在旋转适应过程中起主要作用的是能量非线性转换的机理。

4. 非线性相互作用·“指数循环”和中长期演变过程

Fjørtoft^[42] 最早研究了各种尺度运动的非线性相互作用问题, 他取 $\omega = 0$, 得到正压无辐散大气的运动有“尺度守恒”, 能量只可能同时由中等波长的波 (M) 流出到长波 (L) 和短波 (S), 记作 $L \leftarrow M \rightarrow S$; 或者反过来, 即 $L \rightarrow M \leftarrow S$ 。这结果虽然广泛引用, 但和大气运动实况不符, 在实际大气中沿纬圈的平均波数是可变的。后来, 曾庆存^[10]考虑了 $\omega \neq 0$ 和角动量传递的作用, 得到: 在旋转大气中只是平均经圈波数守恒, 在纬圈上的平均尺度不守恒, 可以有 $L \leftarrow (M, S)$ 的过程; 球面上旋转力场迫使大气很大尺度运动不具有各向同性。旋转适应过程的存在则更进一步说明^[10, 11]: 不仅在一定时段内可有 $L \leftarrow (M, S)$, 而且还有能量最终向纬圈环流集中的过程, 这就是所谓“负粘性”机理。在实际大气中, 由低指数环流向高指数环流转变的过程即是如此。

在斜压大气中也有类似情况。Charney^[43] 应用准地转模式并设地面为等熵面, 在 β 平面近似下求得三度空间的“平均尺度”守恒。曾庆存^[10]推广到球面问题, 仍然得到沿子午面 (y, z 平面) 的“平均尺度”守恒, 在纬圈上仍有 $L \leftarrow (M, S)$ 的过程存在, 而在有旋转过程的条件下则使扰动能量最后全部转到纯纬圈环流中去。

为使环流由高指数状况转变为低指数状况, 热力因子起着重要作用, 使有效位能积累起来。到一定程度之后, 就会达到斜压不稳定或正压不稳定状态, 扰动得到发展, 有效位能释放出来, 注意到在非绝热过程中位涡度不再是守恒量, 因而可以产生新的涡旋中心, 此外, 地面附近亦有平流, 于是扰动发展起来, 大气环流转化为低指数状态。然后在摩擦等因子作用下大气运动恢复到存在旋转适应过程的条件, 于是又转到高指数环流状态。这是一种理想化的“指数循环”机理。在实际大气中, 较少见到这种简单的全球型的指数循

环。实际情况比这要复杂得多,往往是局地性的指数循环,这是因为有多个强的涡旋中心存在之故。按照我们的理论,这时在动力学上破坏了完全的旋转适应的条件,故从纯动力学上也可以出现指数循环、韵律现象等等。

按照旋转适应过程问题各方面的分析研究可以推知:从全球规模的大气运动中期或中长期演变过程来说,决定的因素有三个,一是纬圈环流的结构;二是高空强涡旋中心和地面平流分布状况;此外,还要注意热源的强弱及它和涡旋中心的配置。在实际大气中,高空强涡旋中心往往和凝结作用等热源有很紧密的联系,地面上的平流则和近地面层的感热分布相一致,热力因子进一步加强动力因子的作用。至于在低纬度地带,则越过赤道的气流也是一个重要因素。

五、快波的激发和吸收

这里我们只扼要地介绍有关不适应问题的研究结果。

1. 重力波能量的集中

叶笃正和李麦村^[8,44]指出:由几个源地产生的重力波向同一地区传播,可以造成重力波能量在这地区短时间的集中,造成强烈的非地转风。他们还作了许多数值试验,取正压线性化方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} = f v - \frac{\partial \phi}{\partial x}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial x} = -f u - \frac{\partial \phi}{\partial y}, \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} + U \frac{\partial \phi}{\partial x} = f U v - c_0^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right), \end{cases} \quad (41)$$

并设初始扰动不依赖于 y 和沿 x 作周期分布,于是在任一点 x 上,将有扰动自前后两方向同时传来,重力波能量在某时某地集中。图 5 是一个计算例子, h_s 表 $h = \phi g^{-1}$ 的地转偏差部分,由图可见 $t = 35$ 小时附近时段内在这一点的重力波能量很大。

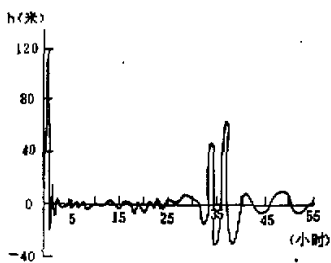


图 5

其后,叶笃正和李麦村^[8]又用特征线方法计算了非线性一维问题。当初始场中风速达到临界值 c_0 时,产生激波现象,能量集中于波锋区,沿气流传播,非地转风很强烈。这是非线性激发所造成的重力波能量集中的机理。

在一般的非线性情况下,即使 $U^* \ll c_0$,也可以由于演变过程和适应过程的相互作用而产生不平衡,这些已在第二节中讲过,不另述。

2. 非地转不稳定

曾庆存^[46]从运动不稳定性的观点研究快波的激发问题,称之为“非地转不稳

定^[46]。仍取(41)式,其中 U , f 和 c_0^2 都可以是 y 的函数。设扰动扩展到全平面并设总能量有限;或设扰动限于 $y_1 \leq y \leq y_2$ 之内,在边界上 $v = 0$,有有限总能量或沿 x 作周期分布,则由(41)式可推得广义能量关系式

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_S \frac{c_0^2}{2} \left[\left(1 - \frac{U^2}{c_0^2}\right) u^2 + v^2 + \left(\frac{\phi + Uu}{c_0}\right)^2 + \frac{c_0^2 U}{-dQ_s/dy} Q_s^2 \right] dx dy = 0, \quad (42)$$

其中 S 为上述区域,

$$Q_s = \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\phi}{c_0^2} \left(f - \frac{dU}{dy} \right) \right\} c_0^{-2}, \quad (43)$$

$$\frac{dQ_s}{dy} = \frac{d}{dy} \left(\frac{f - dU/dy}{c_0^2} \right). \quad (44)$$

故若 $U^2/c_0^2 < 1$ 和 $U^{-1}dQ_s/dy < 0$,则由(42)可知:小扰动能量永远为有限值,扰动为稳定的。但若在某些点上满足下列二条件中的一个:

$$U^2/c_0^2 > 1, \quad (45)$$

$$\frac{-U}{dQ_s/dy} < 0, \quad (46)$$

则小扰动能量有可能无限增长,出现不稳定现象,故在某些点上满足(45)或(46)是不稳定的必要条件。我们将称和(45)相应的不稳定为“超高速不稳定”;而(46)则是“正压不稳定”条件(在某些点上 $dQ_s/dy = 0$)^[45]的推广,但在另一些条件下(带状扰动)则它退化为“惯性不稳定”,这在[10]中有详细分析。

还在1962年曾庆存^[46]设扰动不依赖于 y 来求解(41),在条件 $U^2/c_0^2 < 1$ 时就是Hinkelmann^[47]的结果;但当 $U^2/c_0^2 > 1$ 时出现不稳定,此时条件(46)不起作用。在不稳定的波中非地转风的特性很明显。若设扰动不依赖于 x (带状扰动),则(45)不起作用,而条件(46)可以准确化,就是除(46)之外,还必须在某些点上有

$$f \left(f - \frac{dU}{dy} \right) < \left(\frac{c_0^2}{U} \right) \frac{d}{dy} \left(f - \frac{dU}{dy} \right). \quad (47)$$

且此时没有慢波,出现惯性振动的不稳定现象,故称为惯性不稳定。当 $f - dU/dy$ 为常数时,(47)退化为一般的惯性不稳定条件 $f - dU/dy < 0$ 。

在低空急流区,条件 $U^2/c_0^2 > 1$ 有可能满足;在高空反气旋周围有时有 $f - dU/dy < 0$,在低纬东风带内亦较常能满足惯性不稳定条件,这些就是由动力学因子产生非地转风和快波的主要源地。

3. 层结不稳定

很明显,如果层结是不稳定的($\alpha < 0$),则扰动中慢波和快波都可能是不稳定的。陈秋士^[48]曾以此说明台风发展的初始阶段。

此外,曾庆存^[10]讨论过 $\alpha = 0$ 即中性层结的情况。这时没有因层结作用形成的重力

* 国外研究长波(慢波)的不稳定性时也引入了“非地转稳定性”(non-geostrophic stability)一词,那是指采用非通常的准地转模式所得的结果,与我们这里的不同。

波,而当 $f \approx 0$ 时则有惯性振动和惯性内波存在.但在赤道地区, $f = 0$, 动能可随时间线性增长,出现不稳定现象.

中国科学院大气物理研究所模拟实验组^[49]亦讨论到 $\alpha \leq 0$ 的情况,其中不取静力平衡近似,计入浮力作用,得到和上述基本相同的结果.但在考虑浮力作用之后还有对流运动,当 $f \approx 0$ 时它又受柯氏力的影响,因此称为“惯性对流”.在转盘模拟实验中,当层结为中性和不稳定时,惯性对流十分明显,它表现为随时间作低频率和大振幅的振动,和 $\alpha > 0$ 时高频小振幅的重力波有明显的差别.这些结果可以解释青藏高原夏季强盛的大尺度对流现象.

4. 涡旋和快波的相互作用

在非平直气流情况下,可用 WKBJ 方法讨论快波波包的传播以及它和基流(涡旋)的相互作用问题^[50].设有快波波包

$$(u, v, \phi) = (A(x, y, \tau), \theta(x, y, \tau), \hat{\phi}(x, y, \tau))e^{is^{-1}\theta(x, y, \tau)}, \quad (48)$$

其中 $\tau = \varepsilon^{-1}t$, ε 可取为第二节中的小参数, u, v, ϕ, x, y, τ 等均为无量纲量.令

$$\begin{cases} A = u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \cdots, \\ \theta = v_0 + \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2 + \cdots, \\ \hat{\phi} = \phi_0 + \varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2 + \cdots, \end{cases} \quad (49)$$

结果求得快波波包的广义总能量改变公式为:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \iint \varepsilon_0 \frac{\sqrt{\mu^2(m^2 + n^2)}}{\xi^2} dx dy = \iint \frac{|\phi_0|^2}{\sqrt{\mu^2(m^2 + n^2)}} G(U, V, m, n) dx dy, \quad (50)$$

其中 $m = \partial\theta/\partial x$ 和 $n = \partial\theta/\partial y$ 为局地瞬时波数, $O(G) \leq O(\varepsilon)$, 以及

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2} \{ \mu^2(|u_0|^2 + |v_0|^2) + |\phi_0|^2 \}, \quad (51)$$

$$\xi = \pm [(f\varepsilon)^2 + \mu^2(m^2 + n^2)]^{1/2}. \quad (52)$$

此外,我们还能求得沿波射线方向的波数 $\sqrt{m^2 + n^2}$ 的演变方程如下:

$$\left(\frac{\partial}{\partial \tau} + \mathbf{c}_r \cdot \nabla \right) (m^2 + n^2) = -2\varepsilon \left(m^2 \frac{\partial U}{\partial x} + mn \left[\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right] + n^2 \frac{\partial V}{\partial y} \right). \quad (53)$$

其中 $\mathbf{c}_r$ 为局地瞬时群速度.

通过对以上两式的分析可知:快波波包在传播过程中,能量增强伴随有波长缩短,能量衰减时伴随着波长增加.当快波波包顺风由强风区传到弱风区或逆风由弱风区传到强风区,能量增加,且因其时波长变短,比较容易观测到.在其余情况下,快波能量将被涡旋基流吸收,很快变得不明显.

波长短而振幅大的波容易破碎也易为摩擦和湍流等所消耗,故强的重力波只能维持较短时间.其次,在实际大气中涡旋众多,快波在传播过程中总可碰到被吸收的机会,特别是顺风进入气旋强风带内,能量被吸收.这些也就说明:在大气运动中快波只是局部地区和短时间内才比较显著.

值得指出的是,用 WKBJ 方法也可以研究慢波波包的演变过程,卢佩生等^[50,51]曾用

原始方程和准地转模式进行研究, 结果得到: 慢波(指移动性短波槽或脊)发展时波长变长, 衰减时波长变短, 和快波的演变正好相反。上述慢波演变的特点和天气分析的实况吻合。

为了更全面地研究快波和涡旋流场的相互作用, 还应建立相互作用方程, 在[10]中提出了这样的方程组, 尚须进一步研究。

六、应 用

在上面各节我们都涉及到应用适应过程理论研究结果来解释一些大气动力过程, 此外, 陈秋士^[52]还用来解释天气系统演变的物理机理。本节扼要地讲一下在天气分析和预报中以及数值天气预报中的应用。

1. 在天气分析预报中的应用

由于地转偏差一般不大, 纵使有局部地区较大的非地转风出现, 由于地转适应过程完成得很迅速, 所以在中尺度运动的分析上, 在中高纬地带可以有效地应用地转风关系, 这已为众所周知。至于中小尺度系统的分析问题, 目前尚缺乏有效的工具。此时地转风关系不成立, 风场和温、压场应该同时兼顾。按照第二节中关于中小尺度系统的适应过程理论研究结果可知, 这时等能量 $P = \phi + (u^2 + v^2)/2$ 线是表示其结构的重要方面, 因而用于中小尺度系统分析中, 至少是可以用于分析发展成熟的中小尺度系统。叶笃正和李麦村等曾作过大量的分析试验, 表明有一定效力; 最近包澄澜等^[53]也试用来分析台风雨区分布与台风结构的关系, 也表明有一定效果, 值得继续试验, 而且尚须研究斜压系统的分析方法。

我们已一再说明过, 对于高空系统的分析中风场应该给以更多的注意。同样地, 对于发生于逆温层以下的中小尺度系统, 由于有效的 L_0 减小, 风场仍然是十分重要的。

关于旋转适应过程、指数循环机理以及控制中长期演变过程的因子等, 或许可以为中长期天气预报提供一些应该注意的线索。

2. 锋生过程

锋生过程是天气预报中很重要的对象, 它和地转适应过程以及演变过程都有密切关系, 地转适应过程理论有很好的应用。试看东亚地区横过高空槽的剖面图上, 常可发现有多层锋面的结构, 其概要图

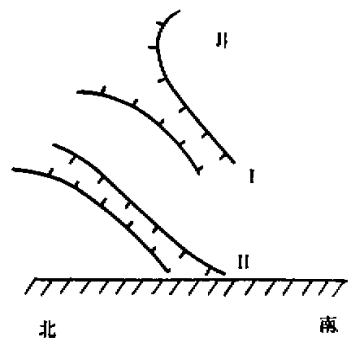


图 6

如图 6。在高空急流 J 下面有高空锋(锋 I), 在它的下方冷区有另一低空锋面 II, 锋面 II 就是常见的极锋。谢义炳等^[54]和张钹^[55]用天气学方法详细地研究了这类过程。但是, 锋 I 的形成是难于用通行的锋生理论来解释的。骆启仁^[56]和曾庆存^[56]后来用适应过程理论作了解释。在[56]中直接按[13]的结果进行计算, 取两个具有一定宽度的初始均匀斜压扰

动,南边的只有风速垂直切变,北面的只有温度梯度,经过适应过程之后,南边的那个扰动在高空维持了下来,温度场向它适应,产生强烈锋区;北边的那个温度场扰动在低空维持下来,并有与之平衡的风场。在[10]中为了计算简便,取分层正压流体,其界面就是锋面。计算结果表明:若在中高层有风场扰动,就可在那里诱发出“锋生”——界面倾斜甚陡;但若有初始界面倾斜而无与之平衡的风场,则界面最后变得很平缓——“锋消”;在低层则与此相反,初始界面倾斜能够维持下来。因此,这些计算似乎可以说明:大气低层锋面的形成显然是冷暖气团接近后的结果(“热力成因”);但高空锋生则是气流演变的动力学过程所致,即先有高空的平流和演变过程造成了动量的集中,生成急流,再通过适应过程的不断作用产生高空强温度梯度,形成高空锋区。

3. 数值天气预报模式和计算方案的设计

地转适应过程理论研究的结果在数值预报中有很重要的应用。应用准地转模式的可能性正是因为地转适应过程完成得很迅速,以致于可以近似地认为在瞬间之内完成,从而可以只考虑或突出演变过程,60年代以前在业务数值天气预报中和在大气环流研究中都广泛地应用准地转模式,取得了很大成绩。但按地转小参数 ϵ 展开法只可能是渐近收敛的,^[57]故进一步的发展就要改用原始方程,这时就要既考虑到适应过程的作用而又能突出演变过程的特点。Киберъ^[52]最初提出应用象(7)那样的公式,取 ϵ 足够大,这样可认为初始非地转风引起的适应过程已经完成,而演变过程的影响又已经比较明显;曾庆存^[5]也有相类似的建议。但上述方案需要较大的计算机内存和较大的计算量,所以没有具体地实现。后来,Киберъ^[58]和曾庆存^[59]提出用隐式差分 and 半隐式差分法来实现,这是最早的一些应用原始方程的成功计算方案。在此基础上,Марчук^[60]又利用适应过程和演变过程的可分性,提出“分解算法”,大大减小了计算量。后来,陈秋士^[61]以及曾庆存和袁重光^[62]再加以发展,在计算了几个时间步长适应过程之后,再总的计算一次平流项等所带来的演变过程,这样既更符合物理过程的特点,又可再进一步减小计算量。

还需指出,曾庆存、季仲贞等^[63,64](1964—1965)提出的“灵活性全隐式格式”中早已将平流项和其余的“动力作用项”(线性项,反映适应过程)区分开来,分别乘以“灵活性参数”,这也是利用适应过程和演变过程在一定程度上的可分性的方法,并且还可灵活地调整参数,以便提高计算精度、控制计算稳定性和计入经验订正因子。[62]的方法就是这种格式的一种特殊情况。在不考虑计算量问题时,似乎灵活地选用合适的“灵活性参数”还会得到更好的计算结果。上述方案在实际应用中都得到良好结果^[15,41,62,64]。

4. 初始场问题

在准地转模式中,略去了适应过程的影响,流函数 ψ 或等压面的位势 ϕ 满足同样的预报方程。但按第二、三节的结果可知,一般是 ϕ 场受适应过程影响比较显著,而 ψ 场则比较小。为此,曾庆存^[43]曾提出用实测风场求 ψ 作为初始场,并按准地转模式预报 ϕ 的演变,这比通常的用实测 ϕ 场作初始场应更好些。一些实例计算支持了这种提法。不过,现行的日常的客观分析方案中大量应用了实测风场并按地转风关系或平衡方案来求初始 ϕ 场,因此这种 ϕ 场实际上已经在很大程度上反映了 ϕ 场,已经没有必要再作上述区分了。

在应用原始方程时, 初始场的整理是个很严重的问题。以往人们曾认为用实测风场或地转风场作初始场都是不行的。可是, 曾庆存^[7, 51](1960)指出: 经过适应过程之后, 局地非地转风会减弱, 所以上述看法是不正确的。在[59]中就第一次大胆地使用地转风初始场, 效果良好, 并无计算不稳定现象, 这也为以后各国的大量应用所证实。不过, 地转风不够精确, 直接应用实测风场或寻求较高精度的近似方法是很必要的, 在这些方法中, 都应在一定程度上自觉或不自觉地将适应过程方面的理论结果, 消去大振幅的快波, 并在计算格式中允许快波能量得到充分的弥散, 才会有好结果。现在已有一些试用方法^[65, 66]。

5. 四维分析和全球观测网的设计问题

在现代, 气象卫星已成为全球观测系统的最重要的一环, 但气象卫星目前还只能提供不完全的和非定时非定点的观测资料, 需要研究四维分析问题。这与适应过程的研究有密切关系。我们^[14]作过数值试验, 在预报场中引入局部地区(相当于卫星绕地球一圈的观测范围)资料更新, 结果是: 若只更新气压场而不同时更新风场或对风场作相应的处理, 则对以后的预报场几乎没有影响; 若作风场更新则有明显改进。这就说明风场观测或者风场更新方法的重要性。此外, Smagorinsky 等^[67]还作了许多数值试验, 研究各种场的观测值在预报中的相对重要性, 指出有些量是占主导地位的, 有些量则可通过适应过程或别的过程由主导性的场派生出来。国外还有一些试验, 说明过于频繁地引入不完全的(从而往往是不协调的或不适应的)资料反而激发出虚假的快波, 在过短时段内其能量无法弥散, 造成“冲击现象”, 得到很坏的结果。所有这些都说明: 观测项目、观测精度、观测频数以及四维分析方法等都是既迫切需要解决的实用课题, 又是重大的理论研究课题, 它为适应过程的研究开辟了新的方面和重要的应用领域。

本文初稿在 1977 年夏写完, 自始至终, 作了几次修改。在这过程中, 陶诗言、谢义炳、朱抱真、李麦村、周晓平、黄荣辉、袁重光等同志阅读了原稿, 并提供宝贵意见, 谨此致谢。

参 考 文 献 (续)

- [41] 曾庆存、袁重光、李荣风, 半球旋转适应过程的数值试验, 中国科学, 1980 年第 7 期。
- [42] Fjørtoft R., On the changes in the spectral distribution of kinetic energy for twodimensional nondivergent flow.
- [43] Charney J. G., Geostrophic turbulence, *J. Atmos. Sci.*, **28**, 1087—1095, 1971.
- [44] Yeh T. C. and Li M. S. (叶笃正, 李麦村), A process of generation of strong nongeostrophic motion by gravitational waves, *Scientia Sinica*, XIII, No. 7, 1964.
- [45] Kuo H. L. (郭晓辰) Dynamic instability of two-dimensional nondivergent flow in a barotropic atmosphere, *J. Met.*, **6**, 105—122, 1949.
- [46] 曾庆存, 正压大气运动的频率方程(1962)(未刊)。
- [47] Hinkelmann K., Der Mechanismus des meteorologischen Lärmes, *Tellus*, **3**, No. 4, 1951.
- [48] 陈秋士, 惯性波的对流不稳定和台风形成初期阶段的物理分析, 气象学报, **34**, 4 期, 1964。
- [49] 中国科学院大气物理研究所模拟实验组, 非静力平衡层结大气中的重力惯性波和惯性对流, 大气科学, **2**, 1 期, 1978。
- [50] 卢佩生、曾庆存, 正压大气中扰动的演变, 大气科学, **5**, 1 期, 1981。
- [51] 曾庆存、卢佩生, 非均匀基流上扰动的演变(1979), (即将发表)。
- [52] 陈秋士, 中纬度大尺度系统发生发展的物理过程, 数值预报和数理统计预报会议论文集, 科学出版社, 1974。
- [53] 包登渊、黄觉炯, 一种低纬分析方法——用压能场分析台风降水, 大气科学, 第 2 期, 1977。
- [54] Hsieh Yi-ping, Chen yü-chau (谢义炳, 陈玉樵), On the wind and temperature fields over Western

- Pacific and Eastern Asia in winter, *J. chinese Geoph. Soc.*, 2, 272—298, 1951.
- [55] 张佩, 东亚寒潮结构的个例分析, *气象学报*, 29, No. 4, 1958.
- [56] 骆启仁, 斜压大气中的地转适应过程和高空锋生过程, 中国科学技术大学毕业论文, 1963.
- [57] 曾庆存, 大气运动的特征参数和动力学方程, *气象学报*, 33, 4 期, 1963.
- [58] Кибель И. А., Конечно-разностная схема решения полной системы уравнений краткосрочного прогноза по годе и соотношения квазигеострофичности, *ДАН СССР*, 132, No. 319, 1960.
- [59] Цзян Цин-цунь (曾庆存), Применение полной системы уравнений термо-гидродинамики к краткосрочному прогнозу погоды в двухуровневой модели, *ДАН СССР*, 137, No. 1, 1961. (全文见 *Scientia Sinica*, 1963, XII, No. 3).
- [60] Марчук Г. И., Численные методы в прогнозе погоды, Л. Гидрометео-издат., 1967.
- [61] 陈秋士, 分析天气形势变化物理过程的显式分解计算方法, 全国第二次数值预报会议论文集, 科学出版社, 1979.
- [62] 曾庆存, 袁重光, 求解天气预报方程组的一种分解算法, *科学通报*, 1980 年 18 期.
- [63] 曾庆存, 论原始方程差分格式的构造, 1965 年 2 月在中国科学院地球物理所的学术报告.
- [64] 曾庆存, 季仲贞, 袁重光, 原始方程差分格式的设计, 全国第二次数值预报会议论文集, 科学出版社, 1979.
- [65] Sasaki Y., Some basic formalisms in numerical variational analysis, *M. W. R.*, 98, No. 12, 1970.
- [66] 曾庆存, 实测风场在数值天气预报中的应用, *大气科学*, 第 3 期, 1977.
- [67] Smagorinsky J., Miyakoda K., and Strickler F., The relative importance of variables in initial conditions for dynamical weather prediction, *Tellus*, 22, No. 2, 1970.

THE ADVANCE IN INVESTIGATION OF THE PROBLEMS OF THE ADAPTATION PROCESSES IN THE ROTATING ATMOSPHERE, II.

Zeng Qing-cun Ye Du-zheng

(Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica)

Abstract

In this paper a systematic review of advances in investigation of problems of adaptation processes in the rotating atmosphere is made. This is the second part of the all paper including the three sections, i.e., the geostrophic adaptation process and the rotational adaptation process of atmospheric motions on the rotating sphere, the exciting of rapid gravitational-inertial waves and their interaction with vortices, and applications of theoretical results in various aspects, such as in weather analysis and forecast, as well as in numerical weather prediction.