

稳定行星边界层相似性函数 *A, B, C* 的实验研究

叶 阳 佳

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文使用位于粗糙和不均匀地形上北京320米气象塔夜间边界层风速、风向和温度资料，用行星边界层“分量第一个极值高度作为行星边界层高度尺度，用边界层内的平均风速和平均位温作为速度和位温特征尺度，分析得到在稳定条件下相似性函数 A_m 、 B_m 和 C_m 以及行星边界层高度的参数化表达式。

分析表明，可以将广义相似性理论推广到粗糙而不均匀地形上的大气边界层中。

一、引 言

近年来，有许多作者讨论了在行星边界层中的地转阻力系数和热迁移系数，为大尺度数值预告模式提供一个简单准确地估算地面湍流通量方法，同时也是为了对行星边界层相似性理论作系统的试验。

Kazanski-Monin [1960] 认为，对平稳和水平均匀的正压大气边界层，它的结构完全由高度 Z 、摩擦速度 u_* 、地面热通量 Q_0 、浮力参数 g/θ 和科氏参数 f 确定。这就是 Kazanski-Monin 相似性理论。实际大气经常表现出非平稳性和水平非均匀性。其原因是自然界广泛地存在着种种破坏平稳和水平均匀因素。如由于辐射的结果使大气下层周期性加热和冷却；由于天气尺度影响使大气存在着热量、水汽和动量的大尺度平流和垂直输送；各种中尺度环流的存在；以及地面粗糙度的不均匀分布都使大气难于达到平稳和水平均匀状态，使得 Kazanski-Monin 相似性理论很少得到场地大气边界层实验资料的足够支持。后来，有许多研究者对这个理论作了进一步的研究和改进。

Zilitinkevich 和 Deardorff^[1]，Melgarejo 和 Deardorff^[2] 采用实际边界层高度 h 代替 u_*/f 作尺度高度参数。他们认为，非平稳和非均匀因素必然对 h 产生影响，因而通过这种方法，则这些因素的影响也就在相似性理论中得到了足够的注意^[6]。Yamada^[3] 采用垂直平均地转风和温度代替用某一高度的风速和温度作速度和温度尺度。Arya^[4] 认为，用风速和温度的整层平均量比起用它们的局部值作尺度参数可减少取样误差的影响，而且计算的相似性函数对大气斜压性的灵敏度比 K-M 相似性理论的结果要小得多，人们将作了改进。

1981年1月3日收到修改稿。

的行星边界层相似性理论称为广义相似性理论。

目前，行星边界层相似性理论的实验研究大都是从场地较为均匀平坦的大气边界层实验资料做的^[2,3]。本文目的是验证在粗糙而不均匀的地形上广义相似性理论的适用性。

二、理论和公式

对于平稳和水平均匀的大气边界层，从相似性理论可以得到

$$\begin{aligned}\frac{k\hat{u}}{u_*} &= -(\ln \hat{Z}_0 + A), \\ \frac{k\theta}{u_*} &= -B \operatorname{sign} f, \\ \frac{k}{Pr_0} \cdot \frac{(\hat{\theta} - \theta_0)}{\theta_*} &= -(\ln \hat{Z}_0 + C),\end{aligned}\quad (1)$$

其中 \hat{u} 、 θ 和 $\hat{\theta}$ 分别为平均风速的两个水平分量和位温特征尺度。 \hat{Z}_0 为无量纲粗糙度，粗糙度 Z_0 从中性层结地面层风廓线确定。 Pr_0 为湍流普朗特数， k 为卡曼常数，根据 [5]， $Pr_0 = 0.74$ ， $k = 0.35$ 。 θ_0 为在 Z_0 高度上的位温。 A 、 B 和 C 为无量纲相似性参数的普适函数，它随使用的相似性假设的不同而有所区别。

当无量纲粗糙度为 $\hat{Z}_0 = Z_0/h$ ，其中 h 为实际边界层高度时，用边界层内水平速度和位温的平均值作为速度和位温的特征尺度，这便是广义相似性理论，以下标 m 示之。从 (1) 得

$$\begin{aligned}A_m &= -\left(\ln \frac{Z_0}{h} + k \frac{u_m}{u_*}\right), \\ B_m &= -k \frac{u_m}{u_*} \operatorname{sign} f, \\ C_m &= -\left(\ln \frac{Z_0}{h} + \frac{k}{Pr_0} \frac{\theta_m - \theta_0}{\theta_*}\right),\end{aligned}\quad (2)$$

其中

$$\phi_m = \int_{Z_0}^h \phi(Z) dZ / (h - Z_0). \quad (3)$$

$\phi(Z)$ 为 $u(Z)$ 、 $v(Z)$ 和 $\theta(Z)$ 。 θ 为位温，从下式近似求得

$$\theta(Z) = T(Z) + TdZ, \quad (4)$$

Td 为空气干绝热递减率。

从 (2) 式容易得到阻力系数 C_D 和热迁移系数 C_H

$$\begin{aligned}C_D &= \frac{u_*}{v_m} = k \left\{ \left[\ln \left(\frac{h}{Z_0} \right) - A_m \right]^2 + B_m^2 \right\}^{-1/2}, \\ C_H &= \frac{\theta_*}{\theta_m - \theta_0} = \frac{k}{Pr_0} \left[\ln \left(\frac{h}{Z_0} \right) - C_m \right]^{-1}.\end{aligned}\quad (5)$$

三、相似性函数 A_m 、 B_m 和 C_m 的估算

本文使用了 12 个晚上资料。仪器和实验过程在 [4] 中已简略叙述。所使用资料满

足：(1) 只用 20^h 到 06^h 资料，(2) 48 米以内风速和位温为高度的单调增函数，(3) 在行星边界层内第一个风速极值高度不高于 280 米，(4) 无凝结现象，无锋面系统过境。我们做法是：

1° 对符合上述条件资料，由(4)式计算各高度的位温 $\theta(Z)$ 。根据 9.7 米和 32.7 米的 10 分钟平均风速和位温由下式计算大气稳定度参数 Ri

$$Ri = \frac{g}{T} \frac{\partial \theta / \partial Z}{(\partial V / \partial Z)^2} = \frac{g}{T} \sqrt{Z_1 Z_3} \ln \frac{Z_3}{Z_1} \frac{\theta_3 - \theta_1}{(V_3 - V_1)^2}, \quad (6)$$

其中 $V = (u^2 + v^2)^{1/2}$ ，下标 1, 3 为塔的层次。规定

$|Ri| \leq 0.005$ 为中性层结稳定度

$Ri > 0.005$ 为稳定层结稳定度。

2° 从中性层结大气地面层（高度低于 80 米）风廓线资料计算(2)式中所需要的地面粗糙度 Z_0 。根据 4 次偏北风和 8 次偏南风资料得到

$$Z_0 = 0.50 \text{ 米(北风)},$$

$$Z_0 = 0.71 \text{ 米(南风)}.$$

图 1 为其中两次(南北各一次)廓线例子。从图 1 看出，中性风廓线资料能较好地符合对数分布规律。

3° 因为我们没有通量的测量值，在稳定层结大气中，摩擦速度 u_* ，位温尺度 θ_* 是通过近地面层风速和温度测量值，应用在稳定层结中由地面层相似性理论建立的通量—廓线关系式：

$$\begin{aligned} u(Z) &= \frac{u_*}{k} \left(\ln \frac{Z}{Z_0} + \beta_* \frac{Z - Z_0}{L} \right), \\ \theta(Z) &= \theta_0 + Pr_0 \frac{\theta_*}{k} \left(\ln \frac{Z}{Z_0} + \beta_* \frac{Z - Z_0}{L} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\beta_* = \beta_0 / Pr_0$ ， β_* 、 β_0 分别为风速廓线和位温廓线参数， L 为 Monin-Obukhov 长度，它定义为

$$L = u_*^2 \theta_0 / (kg \theta_*). \quad (8)$$

然后从(7)式经简单变换后用最小二乘法直接从廓线测量中求出 u_* 和 θ_* ，详细情况看[4]。于是从(8)式就能计算出 L 。

4° 取第一层高度的实测风方向为地面应力方向，并作为坐标的 X 方向。然后将塔层各高度的平均风速分解为 u , v 两个分量

$$\begin{aligned} u &= V \cos(\alpha - \alpha_0), \\ v &= -V \sin(\alpha - \alpha_0), \end{aligned} \quad (9)$$

其中 α_0 为第一层高度的实测风向。在作风速分解之前，为减少随机因素的影响，我们对风向在垂直方向分布作了滑动平均处理。方法是：

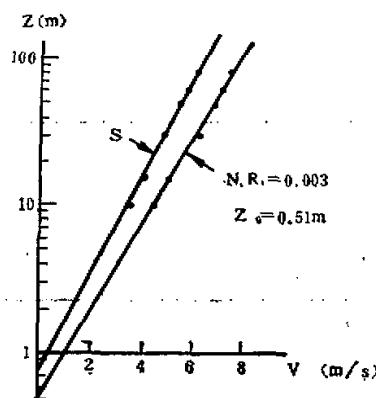


图 1 中性对数风廓线

$$\alpha_k = (2\alpha_k + \alpha_{k-1} + \alpha_{k+1})/4. \quad (10)$$

5° 当 Z_0, u_*, θ_*, L, u 和 v 求出后, 我们取 u 分量第一个最大值高度为行星边界层高度 h . 于是就能从(3)式计算出每次样品的 u_m, v_m 和 θ_m . 从(2)式计算出在不同的无量纲稳定性参数 h/L 时的 A_m, B_m 和 C_m .

四、 A_m, B_m, C_m 的结果和讨论

我们将求出的 A_m, B_m 和 C_m 值按 h/L 将它们分成 7 个区间, 求出每个区间的平均无量纲稳定性参数 h/L 和平均的 A_m, B_m 和 C_m 值列在表 I.

表 I

h/L	1.6	2.5	5.0	9.4	18.3	30.0	49.2	a	b
A_m	-0.86	-2.0	-3.6	-4.0	-4.6	-7.3	-9.9	0.18	-2.3
B_m	1.0	1.6	2.7	3.7	5.3	7.7	18.0	1.2	0.22
C_m	-0.56	-0.81	-1.7	-1.9	-2.9	-4.3	-7.8	0	-0.24

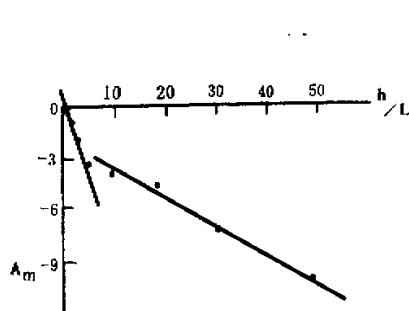
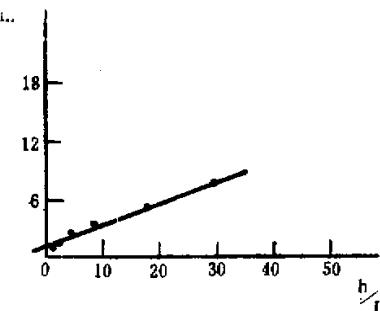
图 2 相似性函数 A_m 随 h/L 变化图 3 相似性函数 B_m 随 h/L 变化

图 2、3、4 为相似性函数 A_m, B_m 和 C_m 随 h/L 变化图. 从图看出: A_m 和 C_m 随无量纲稳定性参数 h/L 的增加而减小, B_m 则随 h/L 的增加而增大. 用最小二乘法求 $y=a+b(h/L)$ 中的参数 a 和 b 列在表 I. 其中 y 分别代表 A_m, B_m 和 C_m . 于是我们便得到下述经验内插公式:

$$A_m = \begin{cases} 0.18 - 0.80h/L & 1.6 \leq h/L \leq 5 \\ -0.23 - 0.16h/L & 5 < h/L \leq 49.2, \end{cases} \quad (11)$$

$$B_m = 1.2 + 0.22h/L \quad 1.6 \leq h/L \leq 30,$$

$$C_m = \begin{cases} -0.34h/L & 1.6 \leq h/L \leq 5 \\ -0.24 - 0.15h/L & 5 < h/L \leq 49.2. \end{cases}$$

Arya^[6] 和 Yamada^[3] 也给出类似的关系式.

$$\text{Arya: } A_m = 2.5 - 0.96h/L$$

$$B_m = 1.1 + 0.80h/L$$

$$C_m = 4.7 - 2.0h/L$$

$$\text{Yamad: } A_m = \begin{cases} 1.855 - 0.38h/L & h/L \text{ 为 } 0 \sim 35 \\ -2.94(h/L - 19.94)^{1/2} & h/L > 35, \end{cases}$$

$$B_m = \begin{cases} 3.02 + 0.3h/L & h/L \text{ 为 } 0 \sim 35 \\ 2.85(h/L - 12.47)^{1/2} & h/L > 35, \end{cases}$$

$$C_m = \begin{cases} 3.665 - 0.829h/L & h/L \text{ 为 } 0 \sim 18 \\ -4.32(h/L - 11.21)^{1/2} & h/L > 18. \end{cases}$$

在相应的稳定性范围内，我们的结果与 [3] 和 [4] 的结果比较看出： A_m 和 B_m 大致相近， C_m 差别较大。造成这些差别的原因是由于边界层高度 h 和风、温特征尺度选用引起的。

如前面指出的，有许多因子影响边界层高度。因而不同的场地和不同季节影响 h 的因素不会相同；对同一场地，用不同方法确定 h 也会得到不同的 h 值。另外正压相似性理论并未考虑斜压性因子 M_0 和 β_0 对相似性函数 A 和 B 的影响，也未考虑辐射对 C 的影响。不同场地不同季节斜压性因子和辐射因子的影响会发生变化。此外，

不同的作者使用不同的风速和温度值作风速和温度尺度。例如在 [3] 中用整层平均地转风 $\langle u_z \rangle$ 和 $\langle v_z \rangle$ 作水平风速尺度，而我们是采用整层实测风的平均值作特征尺度。这两种方法之间的差别造成相似性函数 B 彼此不同。这可从积分平稳和水平均匀的平均运动方程看出：将平均运动方程从 Z_0 到 h 积分，令在 $Z = Z_0$ 处 $\tau_z = 0, \tau_x = \rho u_*^2$ ，在 $Z = h$ 处 $\tau_x = \tau_z = 0$ 得

$$u_m = \langle u_z \rangle,$$

$$v_m = \langle v_z \rangle + \frac{u_*^2}{f/h} \text{ sign} f. \quad (12)$$

上述理由是造成相似性函数 A, B 和 C 根据不同的场地实验资料，得到不同的函数关系式的一部分原因。这也是相似性理论局限性的表现。因为行星边界层相似性理论仅指出相似性函数为无量纲相似性参数的普遍函数，普遍函数的具体形式要由实验资料去确定。

我们计算 A_m, B_m 和 C_m 与 h/L 的函数关系中，采用了按 h/L 的数值分区间，求在每个区间的各相似性函数的平均值。这样做的原因是结果较离散。资料点离散是普遍现象。正如 Arya 在 [6] 中指出的，在计算相似性函数 A, B, C 中，资料点是如此离散，以至目前还没有一个满意的确定 A, B, C 的实验。人们只能看到各相似性函数随稳定性变化的近似倾向，而不能确定具有任何置信度的关于这些相似性函数的具体形式。造成离散的原因是多方面的。很明显，在前面讨论到的那些造成在不同的场地实验资料得到不同的相似性函数关系式的原因也是造成资料离散的原因。此外，连稳定边界层中，垂直方向的湍流交换比不稳定边界层弱，使风场和温度场在垂直方向相关减少，使在稳定条件的结

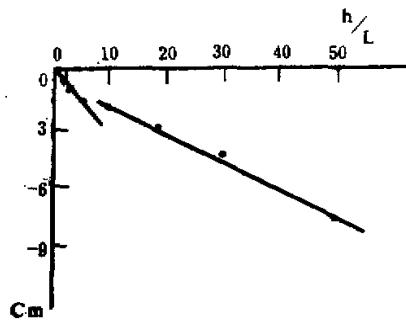


图 4 相似性函数 C_m 随 h/L 变化

果更离散。

从上面分析讨论可以认为,广义相似性理论可以在粗糙的不均匀的地面边界层应用。本文用风速 u 分量第一个极大值的高度作为行星边界层高度是一个确定夜间行星边界层高度的有效方法。

五、夜间边界层高度的参数化

当求出了作为无量纲稳定性 b/L 的函数的相似函数 A_m , B_m 和 C_m 的表达式(11)后,就能从(5)式预测阻力系数和热迁移系数。然而要在实际工作中能应用这两个式子,必须对(11)式和(5)式中包含的 h 作参数化处理。

Businger 和 Arya^[8] 通过数值模拟试验,理论地研究了夜间边界层。他们通过采用不同的方法定义的边界层高度作试验,得到了下述表达式:

$$h = 0.72 \left(L \frac{u_*}{|f|} \right)^{1/2},$$

Businger 和 Arya 的结果意味着,夜间行星边界层高度与 L 和 $\frac{u_*}{|f|}$ 的几何平均值成正比。

综上所述,我们从平均风速 u 分量的第一个极大值高度得到 h ,从地面层风和温度廓线计算得到 u_* 和 L ,我们就可以计算每次观测样品的 $(u_* L / |f|)^{1/2}$ 和 $\mu = u_*/(|f|L)$ 值。

用最少二乘法求出

$$h = 106 + 0.15 (u_* L / |f|)^{1/2} \text{ 当 } \mu > 20, \quad (13)$$

和 $h = 119 + 0.11 (u_* L / |f|)^{1/2} \text{ 当 } \mu > 2.6. \quad (14)$

(13)式的相关系数为 0.68,(14)式的相关系数为 0.50。

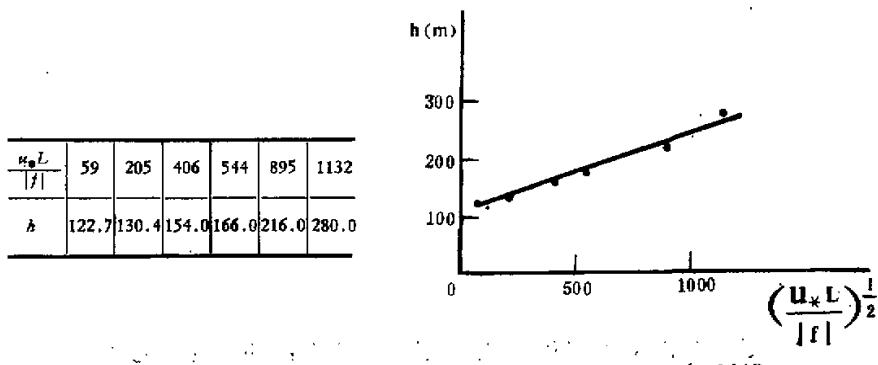
Tsarm-Wang Yu^[7] 根据 Wangara 场地大气边界层资料对稳定边界层高度 h 的各种预报公式和诊断公式作了详细验证。指出 $h \propto \left(\frac{u_* L}{|f|} \right)^{1/2}$ 为最满意公式。他用风速第一个极大值高度作为行星边界层高度与 $\left(\frac{u_* L}{|f|} \right)^{1/2}$ 之间的相关系数在不同的 μ 值区间见下表:

μ	> 78	$78 > \mu > 45$	$45 > \mu > 27$	$27 > \mu > 5$	$\infty > \mu > 5$
r	0.46	0.04	0.42	0.92	0.46

可见,虽然这是一个较好的诊断公式,但除在 $27 > \mu > 5$ 这个较窄的范围内有较大的相关系数外,其余的相关系数也是极低的。

造成诊断公式与实际资料离散的原因是多方面的,部份原因前面已讨论过。除此之外,[6] 中指出,这种离散现象是由于夜间边界层上部观测到的湍流在强度上是非常弱的,在空间和时间上是间歇的,边界层顶部不如白天边界层那样明显地确定。

我们又将这些资料按 $(u_* L / |f|)^{1/2}$ 的数值分成六个区间,它们的均值列在下表:

图5 行星边界层高度 $h \sim (\frac{u_* L}{|f|})^{1/2}$ 的关系

行星边界层高度 h 随 $(\frac{u_* L}{|f|})^{1/2}$ 变化如图 5 所示。用最小二乘法拟合表中资料得：

$$h = 101 + 0.14(\frac{u_* L}{|f|})^{1/2}. \quad (15)$$

六、结 论

1° 广义相似性理论可以推广应用到粗糙、不均匀地形上的大气边界层中。

2° 用风速 u 分量的第一个极大值高度作为行星边界层高度是一个确定夜间行星边界层高度的可行方法。

3° 相似性函数 A_m 和 C_m 在稳定条件下随 h/L 的增加而减小，相似性函数 B_m 随 h/L 的增加而增大。其参数化公式为：

$$\begin{aligned} A_m &= \begin{cases} 0.18 - 0.80h/L & 1.6 \leq h/L \leq 5 \\ -2.3 - 0.16h/L & 5 < h/L \leq 49.2, \end{cases} \\ B_m &= 1.2 + 0.22h/L \quad 1.6 \leq h/L \leq 30, \\ C_m &= \begin{cases} -0.34h/L & 1.6 \leq h/L \leq 5 \\ -0.24 - 0.15h/L & 5 < h/L \leq 49.2. \end{cases} \end{aligned}$$

4° 夜间边界层高度 h 与 M-O 长度 L 和长度尺度参数 $u_*/|f|$ 的几何平均值成正比，其比例系数为 0.14。它的参数化公式为

$$h = 101 + 0.14(Lu_*/|f|)^{1/2}.$$

本工作得到周明煜、李兴生的指导，特此致谢。

参 考 文 献

- [1] Zilitinkevich, S. S., Deardorff, J. W., Similarity theory for the planetary layer of time-dependent height, *J. Atmos. Sci.*, 31, 1449—1452, 1974.
- [2] Melgarejo, J. W. and Deardorff, J. W., Stability functions for the boundary-layer resistance laws based upon observed boundary-layer heights, *J. Atmos. Sci.*, 31, 1324—1333, 1974 a.
- [3] Tetsuji Yamada, On the similarity function A, B and C of the planetary boundary layer, *J. Atmos.*

- Sci.*, **33**, 781—793, 1978.
 [4] 叶卓佳, 稳定大气地面层的风和温度廓线(待发表).
 [5] Businger, J. A., Wyngaard, J. C., Izumi, Y., and Bradley, E. F., Flux profile relationships in the atmospheric surface layer, *J. Atmos. Sci.*, **28**, 181—189, 1971.
 [6] Arya, S. P. S., Suggested revisions to certain boundary layer parameterization schemes used in atmospheric circulation models, *Mon. Wea. Rev.*, **105**, 215—227, 1976.
 [7] Tsarm-Wang Yu, Determining height of the nocturnal boundary layer, *J. Appl. Meteor.*, **17**, 28—33, 1978.
 [8] Businger, J. A. and Arya, S. P. S., Height of the mixed layer in the stably stratified planetary boundary layer, *Advances in geophysics*, **18A**, 73—91, 1974.

AN EXPERIMENTAL STUDY OF THE SIMILARITY FUNCTION A,B AND C IN THE STABLY STRATIFIED PLANETARY BOUNDARY LAYER

Ye Zhuo-jia

(Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica)

Abstract

In this paper, using the observational data of nocturnal boundary layer, including temperature, wind speed and wind direction, obtained from the 320 meters meteorological tower over a rough and inhomogeneous terrain in Beijing, an empirical parameterized relation of the similarity function A, B, C and the height of the planetary boundary layer (PBL) under stable stratification is obtained by using the lowest maximum of \bar{u} -component as the height scale of the PBL and the mean winds and potential temperature of the PBL as the characteristic scales of winds and potential temperature.

The analytical results indicate that the generalized PBL similarity theory can be extended to atmospheric boundary layer over rough and inhomogeneous terrain.