

台 风 的 内 力

钮 学 新

(浙江省气象科学研究所)

提 要

本文给出了台风内力的新定义及其表达式。指出台风的内力是由台风区域内空气相对于台风移动的相对速度和上升运动产生的,其大小和方向决定于这种相对速度和相对加速度的非对称结构、台风的发展情况、上升运动速度和柯氏力随纬度的变化。文中还求得台风在内力作用下移动路径的表达式。从而可以看出台风在内力作用下极为复杂的曲线运动,这种运动是在惯性振荡的基础上叠加上由内力作用引起的波动。当内力为常数的情况下,台风在内力作用下的移动为振幅不同而周期相同的正弦波和余弦波叠加而成的摆动。

一、引 言

四十年代末, Rossby 提出了涡旋内力的概念,指出由于涡旋南北两部分所受柯氏力的不同就有一个向北的净力,人们称之为 Rossby 内力。此后,正野重方^[1]对 Rossby 内力进行分析研究,并解得涡旋在向北的内力作用下是以摆线形式向东移动的。而野本真一、冈村存^[2]和董克勤^[3]亦认为 Rossby 内力促使台风北移的论点是值得怀疑的。谢义炳、陈秋士^[4]首先提出了涡旋中平均垂直上升运动在地转作用下对涡旋的移动有影响。以后还有人^[5,6]对台风的内力继续进行分析研究。本文通过研究和分析,对台风的内力及台风在内力作用的路径提出一些新的看法。

二、台风涡旋的内力

我们在地球上选择两套坐标系: $oxyz$ 坐标系, 原点 o 固定在地球表面上的某一点; $o'x'y'z'$ 坐标系, 原点 o' 取在台风中心, 并且随台风移动。 x 和 x' 轴沿纬圈指向东, y 和 y' 轴沿经圈指向北, z 和 z' 为垂直坐标, 自地面指向上空。设空气在固定坐标系 $oxyz$ 中的速度为 V , 其在三个坐标上的分量为 u, v, w , 这是地球上的实测风。空气在移动坐标系 $o'x'y'z'$ 中的运动速度为 V' , 其在三个坐标上的分量为 u', v', w' , 这是台风区内空气相对于台风移动的相对速度, 以后简称为相对速度, 其对时间的微商简称为相对加速度。台风(亦即移动坐标系的原点 o') 相对于固定坐标系的移速为 V_0 , 在 o 和 o' 相距不远、并且只考虑台风水平运动的情况下, V_0 在 $oxyz$ 坐标系中 z 坐标上的分量 w_0 为 0。这

两套坐标系之间空气运动有以下关系

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}' \quad (1)$$

其标量形式为

$$\begin{cases} u = u_0 + u' \\ v = v_0 + v' \\ w = w' \end{cases} \quad (2)$$

在低纬度地区, 略去摩擦作用和粘性作用的大气运动方程的两个水平分量在标准坐标系中的形式可以写为

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} + fv - \lambda w \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial \phi}{\partial y} - fu \end{cases} \quad (3)$$

其中, $f = 2\Omega \sin \varphi$, $\lambda = 2\Omega \cos \varphi$, 其他符号都是动力气象学中常用的.

(2)式代入(3)式可以得到

$$\begin{cases} \frac{du_0}{dt} - fv_0 = -\frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{du'}{dt} + fv' - \lambda w' \\ \frac{dv_0}{dt} + fu_0 = -\frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{dv'}{dt} - fu' \end{cases} \quad (4)$$

对于 fu_0 和 fv_0 中所含的 $\sin \varphi$ 对台风中心所在纬度 φ_0 作泰勒级数展开, 略去高次项以后得

$$\sin \varphi = \sin \varphi_0 + \frac{r}{R} \cos \varphi_0 \sin \theta \quad (5)$$

式中 R 为地球半径, r 为台风中心到计算点的距离, θ 为台风中心所在纬度与 r 的方向之间的夹角.

(5)式代入(4)式, 并只考虑台风的水平移动, 则将(4)式对整个台风区域求积可得

$$\begin{cases} \frac{du_0}{dt} - f_0 v_0 = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + N_x \\ \frac{dv_0}{dt} + f_0 u_0 = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} + N_y \end{cases} \quad (6)$$

其中 $f_0 = 2\Omega \sin \varphi_0$, 而

$$\Phi = \frac{1}{\sigma} \iint_{\sigma} \phi d\sigma$$

为按台风面积平均的位势空间平均值, σ 为台风的面积, Φ 场称为大型基本气压场.

$$\begin{cases} N_x = \frac{1}{\sigma} \iint_{\sigma} -\left(\frac{du'}{dt} - fv' + \lambda w'\right) d\sigma \\ N_y = \frac{1}{\sigma} \iint_{\sigma} -\left(\frac{dv'}{dt} + fu'\right) d\sigma \end{cases} \quad (7)$$

这里我们定义 N_x 、 N_y 为台风在 x 方向和 y 方向上的内力.

从(7)式可知, 台风在 x 方向的内力是台风区内空气的相对加速度、南北向相对速度

产生的科氏力和垂直运动产生的科氏力综合产生的。台风在 y 方向的内力是由台风区内空气的相对加速度和东西向相对速度产生的科氏力综合产生的。因此我们所定义的内力不同于过去人们从台风本身的流场结构($\mathbf{V}$ 场)来讨论的各种内力,也不同于只考虑 f 作用的方向向北的 Rossby 内力。我们认为台风的内力应该从台风内部空气相对于台风移动的相对流场($\mathbf{V}'$ 场)和垂直运动来计算,并且还要考虑相对加速度的作用。

(6)式表示,影响台风移动的除摩擦力外,有大型基本流场的气压梯度力、台风移动而产生的作用于台风中心的柯氏力以及台风的内力。

三、关于台风内力的一些讨论

下面我们来讨论(7)式定义的台风的内力。把(7)式改写为

$$\begin{cases} N_x = N_{x1} + N_{x2} + N_{x3} \\ N_y = N_{y1} + N_{y2} \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$1) \quad N_{x1} = -\frac{1}{\sigma} \iint \frac{du'}{dt} d\sigma = -\frac{\overline{du'}}{dt} \quad (9)$$

当台风发展时,若平均相对西风 ($\bar{u}' > 0$) 加大,或台风南半部 ($u' > 0$) 发展强于北半部 ($u' < 0$),例如台风南部云带输入加强,赤道高压北上靠近台风,则有

$$\frac{\overline{du'}}{dt} > 0, \quad N_{x1} < 0,$$

即此内力向西。若平均相对东风 ($\bar{u}' < 0$) 加大,或台风北部发展强于南部,例如台风靠近其北侧的副热带高压脊,北侧有东风波并入,则有

$$\frac{\overline{du'}}{dt} < 0, \quad N_{x1} > 0,$$

此内力向东。台风减弱时情况相反。若台风不发展,或

$$\frac{\overline{du'}}{dt} = 0,$$

则 $N_{x1} = 0$, 即无此内力。

$$2). \quad N_{y1} = -\frac{1}{\sigma} \iint \frac{dv'}{dt} d\sigma = -\frac{\overline{dv'}}{dt} \quad (10)$$

当台风发展时,若平均相对南风 ($\bar{v}' > 0$) 加大,或台风东半部 ($v' > 0$) 发展强于西半部 ($v' < 0$),例如副高脊在台风东侧南落或东部输入云带加强,则有

$$\frac{\overline{dv'}}{dt} > 0, \quad N_{y1} < 0,$$

此内力向南。若平均相对北风 ($\bar{v}' < 0$) 加大,或台风西半部发展强于东半部,例如台风靠近西侧的大陆高压,则

$$\frac{\overline{dv'}}{dt} < 0, \quad N_{y1} > 0,$$

此内力向北. 台风减弱时情况相反. 若台风不发展或

$$\frac{dv'}{dt} = 0$$

时, $N_{y1} = 0$, 则无此内力.

可见, 以上两项是由台风区内相对加速度的非对称结构和发展情况决定的.

$$3) \quad N_{x2} = \frac{1}{\sigma} \iint_{\sigma} f v' d\sigma \quad (11)$$

若台风内部相对风速的分布是呈中心对称的, 则这一项为零. 过去人们都是这样考虑的. 但是, 若东部经向风速大于西部, 例如台风东侧有明显的高压脊、云带输入明显, 则 $N_{x2} > 0$, 此内力向东; 若西半部经向风速大于东半部, 则 $N_{x2} < 0$, 此内力向西.

$$4) \quad N_{y2} = -\frac{1}{\sigma} \iint_{\sigma} f u' d\sigma \quad (12)$$

这一项实际上就是罗斯贝内力, 只不过以 u' 代替了 u . 柯氏参数随纬度的变化起了很大的作用. 若台风南北两部分 u' 值呈中心对称或其大小以 x 轴对称, 或者北部大于南部, 例如台风与副高脊靠近, 则由于台风北部 $u' < 0$, $f > 0$, 且台风北侧的柯氏参数大于南侧的, 因此此内力方向向北. 若台风区内 V 场呈中心对称, 则由 V 计算得到的西行台风的 N_{y2} 要小于 Rossby 内力. 并且若南部的 u' 值比北部大得多, 例如赤道高压北上接近台风, 台风西行速度很快, 则此内力也可能向南, 但这种情况在北半球是不太多的.

以上两项是由柯氏力随纬度的变化和台风区内相对风速的非对称结构决定的.

$$5) \quad N_{x3} = -\frac{1}{\sigma} \iint_{\sigma} \lambda w' d\sigma \quad (13)$$

由于 $\lambda > 0$, 台风区中 $w' > 0$, 所以 $N_{x3} < 0$, 此内力是向西的. 这一内力在台风初始阶段因 w' 小而不强, 台风发展到成熟阶段, 这一内力较明显. 这一项是由垂直运动和地转偏向力产生的, 纬度越低, 此项作用越大.

6) 这里还要指出, 为了方便起见, 上述讨论是由相对速度和相对加速度来讨论的. 由 (1) 式可知, 台风区中的相对速度、相对加速度和台风移动的速度、加速度的大小和方向有关. 由于考虑到台风区内相对速度和相对加速度的非对称结构, 而这样的非对称结构是客观存在的, 有时甚至是比较明显的, 因此台风的内力比 Rossby 内力更复杂.

7) 内力表达式中各项的大小是不同的. 为了比较它们的大小, 我们对各项的量纲作一粗略的估算. 设 $O(u', v') \sim 10^4 \text{ m/s}$, $O\left(\frac{du'}{dt}, \frac{dv'}{dt}\right) \sim 10^{-5} \text{ m/s}^2$, $O(f) \sim 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, $O(\lambda) \leq 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $O(w') \sim 10^{-4-2} \text{ m/s}$. 考虑到台风区中相对风速和相对加速度的准中心对称性, 因此有

$$\begin{cases} O(N_{x1}) = O\left(\frac{1}{\sigma} \iint_{\sigma} \frac{du'}{dt} d\sigma\right) \sim 10^{-6} \text{ m/s}^2 \\ O(N_{y1}) = O\left(\frac{1}{\sigma} \iint_{\sigma} \frac{dv'}{dt} d\sigma\right) \sim 10^{-6} \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} O(N_{x2}) = O\left(\frac{1}{\sigma} \iint_{\sigma} f v' d\sigma\right) \sim 10^{-5} \text{m/s}^2 \\ O(N_{y2}) = O\left(\frac{1}{\sigma} \iint_{\sigma} f u' d\sigma\right) \sim 10^{-5} \text{m/s}^2 \\ O(N_{x3}) = O\left(\frac{1}{\sigma} \iint_{\sigma} \lambda w' d\sigma\right) \sim 10^{-(5-6)} \text{m/s}^2 \end{cases}$$

考虑到 f 在同一纬度上数值相等, 因此在一般情况下 N_{y2} 的数值比 N_{x2} 要大一些, 但是 N_{x2} 、 N_{x3} 与它数值接近, 而 N_{x1} 、 N_{y1} 也起到一定的作用, 特别是在相对加速度场非对称结构明显的情况下, 这两项作用可能更显著些。

8) 从上面的分析看来, 台风在一般情况下有一个向北的内力。由于 N_{x2} 和 N_{x1} 的方向随 v' 和 $\frac{du'}{dt}$ 的非对称结构而变化, 因此并不能确定其方向。若考虑 N_{x2} 、 N_{x1} 的方向向东和向西的机率均等, 而 N_{x3} 总是向西的, 这样大致可以认为, 在多数情况下, 台风有一个向西向北的内力。台风在这向西向北的内力作用下, 随着时间的延续, 是向东北方向摆动的(图 1)。

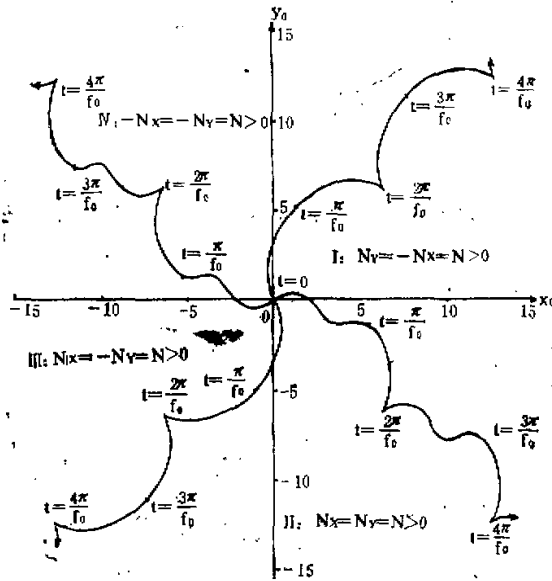


图 1 台风在内力作用下运动路径示意图(单位: N/f_0)。

9) 为了进一步看清内力的作用, 我们再把内力和台风所受的柯氏力、大型流场的气压梯度力进行比较。若台风的移速为 20km/h , 其量级大致可表示为 10^1m/s , $O(f_0) \sim 10^{-5} \text{s}^{-1}$, 这样有 $O(f_0 u_0) \sim 10^{-4} \text{m/s}^2$, 它比 7) 中讨论的各内力要大一个量级左右或以上。因此, 大型流场的气压梯度力亦比各内力大一个量级左右或以上。由此可见, 台风所受的

内力与这两个大的力比较起来是一个小量. 所以在一般情况下, 大型流场的引导作用是主要的.

四、内力作用下的台风路径

若大型基本流场对台风的作用为零, 并且由于只要台风移动, 总会有柯氏力对它作用, 这样(6)式便可写为

$$\begin{cases} \frac{du_0}{dt} - f_0 v_0 = N_x \\ \frac{dv_0}{dt} + f_0 u_0 = N_y \end{cases} \quad (14)$$

若 $N_x = N_y = 0$, 则从上式可以看出, 台风作的是惯性振荡. 由此可知, 在有内力作用下, 台风的运动是在惯性振荡的基础上叠加上由内力引起的波动. 为了进一步看清台风在内力作用下运动的轨迹, 我们以

$$u_0 = \frac{dx_0}{dt}, \quad v_0 = \frac{dy_0}{dt} \quad (15)$$

代入(14)式, 得

$$\begin{cases} \frac{d^2 x_0}{dt^2} - f_0 \frac{dy_0}{dt} = N_x \\ \frac{d^2 y_0}{dt^2} + f_0 \frac{dx_0}{dt} = N_y \end{cases} \quad (16)$$

若把 f_0 作为常数, 用参数变值法可以求得解为

$$\begin{cases} X_0 = (a_1 + A_1) + (a_2 + A_2) \cos f_0 t + (a_3 + A_3) \sin f_0 t \\ Y_0 = (b_1 + B_1) + (b_2 + B_2) \cos f_0 t + (b_3 + B_3) \sin f_0 t \end{cases} \quad (17)$$

其中 $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ 为积分常数, 而

$$\begin{cases} A_1 = \frac{1}{f_0^2} N_x + \frac{1}{f_0} \int N_y dt \\ A_2 = -\frac{1}{f_0^2} N_x \cos f_0 t - \frac{1}{f_0} \int (N_x \sin f_0 t + N_y \cos f_0 t) dt \\ A_3 = -\frac{1}{f_0^2} N_x \sin f_0 t + \frac{1}{f_0} \int (N_x \cos f_0 t - N_y \sin f_0 t) dt \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} B_1 = \frac{1}{f_0^2} N_y - \frac{1}{f_0} \int N_x dt \\ B_2 = -\frac{1}{f_0^2} N_y \cos f_0 t + \frac{1}{f_0} \int (N_x \cos f_0 t - N_y \sin f_0 t) dt \\ B_3 = -\frac{1}{f_0^2} N_y \sin f_0 t + \frac{1}{f_0} \int (N_x \sin f_0 t + N_y \cos f_0 t) dt \end{cases} \quad (19)$$

若把(18)和(19)式中积分号内的 N_x, N_y 看作不是 t 的函数, 则(17)式便简化为

$$\begin{cases} x_0 = a_1 + a_2 \cos f_0 t + a_3 \sin f_0 t + \frac{N_y}{f_0} t + \frac{N_x}{f_0} \\ y_0 = b_1 + b_2 \cos f_0 t + b_3 \sin f_0 t - \frac{N_x}{f_0} t + \frac{N_y}{f_0} \end{cases} \quad (20)$$

若在 $t = 0$ 时, $x_0 = y_0 = 0$, $\frac{dx_0}{dt} = \frac{dy_0}{dt} = 0$, 并取 $a_1 = b_1 = 0$, 则可确定(17)式

中的积分常数为

$$a_2 = -\frac{N_x}{f_0^2}, a_3 = -\frac{N_y}{f_0^2}, b_2 = -\frac{N_y}{f_0^2}, b_3 = \frac{N_x}{f_0^2}$$

从而(20)式进一步可简化为

$$\begin{cases} x_0 = \frac{N_x}{f_0^2} (1 - \cos f_0 t) + \frac{N_y}{f_0} (f_0 t - \sin f_0 t) \\ y_0 = \frac{N_y}{f_0^2} (1 - \cos f_0 t) - \frac{N_x}{f_0} (f_0 t - \sin f_0 t) \end{cases} \quad (21)$$

文献[8]曾得到类似的结果. 若 $N_x = 0$, 则可得

$$\begin{cases} x_0 = \frac{N_y}{f_0^2} (f_0 t - \sin f_0 t) \\ y_0 = \frac{N_y}{f_0^2} (1 - \cos f_0 t) \end{cases} \quad (22)$$

这就是文献[4]的结果.

从(20)和(21)式可以看出, 台风在内力作用下沿一直线作匀速运动的同时又作摆动, 这种摆动是由周期相同、但振幅不同的正弦波动和余弦波动叠加而成. 根据(21)式可以得到台风在内力作用下的移动轨迹(图1). 有趣的是, 由图1可见, 台风在向北的内力作用下并不是向北移动的, 而是向东摆动的; 台风在向东、向西的内力作用下分别向南、向北摆动. 但是, 台风的内力是随时间、地点而变化的, 其本身的形式亦较为复杂. 因此, 从(17)式来看, 台风在内力作用下的移动轨迹是一种极为复杂的曲线.

从量级分析可以看出, 在基本气流存在的情况下, 台风受其引导, 台风受内力作用所作的摆动并不明显. 只有在均压场或准均压场中, 基本引导气流很弱、或甚至几乎为零时, 台风在内力作用下所作的摆动才能显示出来. 但即使在这种情况下, 由于目前探测手段的限制, 台风定位本身还存在着较大的误差^[7-10]; 而台风的内力又是小量, 其使台风的位移也是很小的(24小时位移半个纬距左右或以下), 因此真正要看到台风在内力作用下所作的摆动是极其困难的. 有时西行台风在突然失去基本气流的引导之后, 除了继续向西作惯性运动外, 若受向西向北的内力作用(按图1, 此内力使台风向东北方向摆动), 则台风的移向可折向偏北, 而速度却因失去引导而大大减小. 但是内力的作用毕竟是很小的, 而且其方向也不一定向西北, 因此把台风北上的原因不加分析地统统归于、或主要归于内力的作用是值得讨论的.

五、小 结

(1) 台风的内力是由台风区域内空气相对于台风移动的相对运动和上升运动产生的。它的大小和方向决定于台风区域内空气的这种相对速度和相对加速度的非对称结构、台风的发展情况、柯氏参数随纬度的变化以及上升运动速度。

(2) 台风在内力作用下的移动轨迹是在惯性振荡基础上叠加上由内力引起的波动。在内力为常数的情况下, 台风在内力作用下的路径为由振幅不同而周期相同的正弦波动和余弦波动叠加而成的摆动。

参 考 文 献

- [1] Syono S. *Paper Met. Geo. Japan*. 2. p. 117—128, 1951.
- [2] 野本真一、岡村存, *气象研究*, 一卜, 129, p. 191—236, 1976.
- [3] 董克勤, *气象*, 2, p. 8—11, 1979.
- [4] 谢义炳、陈秋士, *气象学报*, 27, p. 283—305, 1956.
- [5] 斯公望、钮学新, *杭州大学学报*, 4, p. 114—121, 1979.
- [6] 左中道, 关于台风的内力, 台风会议交流材料, 1981.
- [7] Neumann, C. J. NoAA. Tech. Memo. NWS SR-81 15pp, 1975.
- [8] Neumann, C. J., NoAA. Tech. Memo. NWS SR-82, 21pp, 1975.
- [9] 吴中海, 西北太平洋台风定位误差的统计分析, 同[6], 1981.
- [10] 王志烈、李多武, 台风探测和业务定位精度的统计分析, 同[6], 1981.

THE INTERNAL FORCE OF TYPHOON

Niu Xuexin

(Institute of Meteorology, Zhejiang Province)

Abstract

In this paper, a new definition and expression of the internal force of typhoon are given. It is shown that the internal force is produced by the vertical motion and horizontal velocity relative to the movement of typhoon of the ambient air. The internal force depends on the asymmetric structure of the relative velocity and acceleration, development of typhoon, variation of Coriolis parameter with latitudes and vertical motion.

Besides, the equations for the typhoon track under the effect of internal force have been derived. The equations show that the track of typhoon is very complicated. It is a wave that is a inertial oscillation superposed by waves produced by the internal force. When the internal force is constant, the track of typhoon is a curve constructed by a sine wave and a cosine wave with the same period but different amplitudes.