

积云对流在非地转非线性斜压扰动 发展中的作用

陆汉城

(中国科技大学研究生院)

提 要

本文得到积云对流潜热释放和非地转非线性效应控制增幅斜压扰动解析式及 CISK-斜压联合不稳定性对波长的选择机制。以一个包含了 Ekman 层效应的二层模式分析表明:

(1) 在适宜的积云对流情况下,由平流扩散, Ekman 层摩擦、静力稳定性和加热系数等物理因素相互制约,扰动最大增长率的波长是属中型扰动范围,即 2000—4000 公里波长的扰动是联合不稳定的最不稳定的波。

(2) 积云对流潜热是引起中型扰动不稳定的主要能量源,它既是扰动发展的驱动机制,又对发展的爆发提供了比从基本气流得到的能量大得多的有效位能,它激发了斜压不稳定性。

(3) 非地转非线性效应影响着 CISK-斜压系统中由均匀纬向流小扰动按指数发展的两层斜压波,实际天气图上的若干特征是这种效应下扰动发展的标志。

一、引 言

Charney 和 Eliassen (1964) 等证明了热带气旋是 CISK 机制驱动的强迫环流;温带气旋生成的基本机制是斜压不稳定性。目前积云对流对温带气旋的重要性也得到重视: Aubert (1957) 认为积云对流潜热导致对流层低层气旋的加深; Danard (1964) 证实潜热能供给产生气旋的有效位能和增加动能; Tracton (1968) 说明伴随气旋的积云对流雨多于大尺度斜压过程斜坡式上升运动雨,而且数值预告往往失败于非饱和大气中系统发展的爆发是没有计算积云对流潜热释放的缘故;数值模拟表明凝结潜热作用促进气旋生成,这是一种“凝结反馈不稳定”^[1],凝结作用包括了积云对流雨。直接地精确地联系积云对流和斜压过程的困难在于方程是非线性的,难以跟踪它们相互作用的结果,而且尺度选择的机制也不清楚,本文使用 Saltzman 模式^[2]加入积云对流,讨论 CISK-斜压联合不稳定性。

准地转运动中纯斜压波最不稳定波的波长是 4000—5000 公里,加入积云对流,波长向短波移动,但以往的工作认为最大增长率的波长是数百公里的扰动^[3,4,5],而水平尺度 2000—4000 公里的中型扰动如短波槽脊、温带气旋、季风低压等是中低纬常见的天气系统,研究它们的发生和发展与短、中期预报及揭露大气环流的基本特征是有益的。

二、基本方程组

设(1)积云对流参数化方案为 $\frac{dQ}{dt} = \frac{-\rho c_p}{R} \eta(p) \omega_D \sigma$, 其中 $\eta(p)$ 是加热系数, 取决于积云对流潜热的垂直分布, 根据 Ooyama (1969)、Hayashi (1970) 的分析 $\eta(p)$ 在对流层低层随高度线性变化, 在 300mb 可达最大值 2.5, 至 200mb 处又剧烈下降到零. 实际观测值为 2—3; σ 是静力稳定度参数, ω_D 是 Ekman 层顶垂直速度. 我们取 $\eta(p)$ 和 σ 为常数.

(2) 包括了积云对流作用的斜压模式是 P 坐标下的流体动力学方程组 (只考虑了 Ekman 层的摩擦作用):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi + \mathbf{V}_\phi \cdot \nabla (\nabla^2 \phi) + \beta \frac{\partial \phi}{\partial x} - f \frac{\partial \omega}{\partial p} + T &= 0 \\ f \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} + \frac{1}{f} \nabla^2 (\sigma \omega) - \nabla^2 \left(\frac{\sigma}{f} \eta \omega_D \right) - \frac{\partial}{\partial p} [\mathbf{V}_\phi \cdot \nabla (\nabla^2 \phi)] \\ &\quad - \beta \frac{\partial^2 \phi}{\partial p \partial x} + \nabla^2 \left[\mathbf{V}_\phi \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} \right] - E = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{V}_x &= - \frac{\partial \omega}{\partial p} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中

$$\begin{aligned} T &= \mathbf{V}_x \cdot [\nabla (\nabla^2 \phi)] + \beta v_x + \omega \frac{\partial}{\partial p} \nabla^2 \phi - \nabla^2 \phi \frac{\partial \omega}{\partial p} + \mathbf{K} \cdot \nabla \omega \times \frac{\partial \mathbf{V}_\phi}{\partial p} \\ E &= \left[\frac{\partial T}{\partial p} - \nabla^2 \left(\mathbf{V}_x \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right]. \end{aligned}$$

三、模式的简化及方程的展开

在南北宽度为一个波长的 β 平面上用两层模式将(1)式展开, 近地面是极薄的 Ekman 层, 它被认为充满水汽, 边界上取 $p = 0$ 时 $\omega = 0$, $\omega_D = \omega_4$. 而

$$\omega_4 = -\rho_4 g \sqrt{\frac{\nu}{2f}} \nabla^2 \phi_3 = -F \nabla^2 \phi,$$

ν 是涡动粘滞系数, ρ_4 是密度. 此时得到纬向平均场及扰动场方程组:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \bar{\phi}_1}{\partial y^2} \right) + \overline{\mathbf{V}'_{\phi 1} \cdot \nabla (\nabla^2 \phi'_1)} - \frac{f}{p_1} \bar{\omega}_2 + \bar{T}_1 &= 0 & \frac{\partial^2 \bar{x}_1}{\partial y^2} &= - \frac{\bar{\omega}_2}{p_1} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \bar{\phi}_3}{\partial y^2} \right) + \overline{\mathbf{V}'_{\phi 3} \cdot \nabla (\nabla^2 \phi'_3)} + \frac{f}{p_2} \bar{\omega}_2 + \bar{T}_3 &= 0 & \frac{\partial^2 \bar{x}_3}{\partial y^2} &= \frac{\bar{\omega}_2 - \bar{\omega}_4}{p_2} \\ - \frac{2f}{p_1^2} \bar{\omega}_4 + \frac{1}{f} \sigma \nabla^2 \bar{\omega}_2 - \left\{ \frac{f F \nabla^2 \bar{\phi}_3}{p_1^2} - \frac{\sigma F}{f} \nabla^2 (\eta \nabla^2 \bar{\phi}_3) - \frac{4}{p_2} [\overline{\mathbf{V}'_T \cdot \nabla (\nabla^2 \phi'_1)}] \right. \\ &\quad \left. - \mathbf{K} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{V}'_{\phi 2}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{V}'_T}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{V}'_{\phi 2}}{\partial y} \times \frac{\partial \mathbf{V}'_T}{\partial y} \right) + \bar{E} \right\} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi'_1 + \bar{u}_1 \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \phi'_1 + \left(\beta - \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \phi'_1}{\partial x} \\
& - \frac{f \omega'_2}{p_2} + [\mathbf{V}'_{\phi_1} \cdot \nabla (\nabla^2 \phi'_1)]' + T'_1 = 0 \\
& \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi'_3 + \bar{u}_3 \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \phi'_3 + \left(\beta - \frac{\partial^2 \bar{u}_3}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \phi'_3}{\partial x} \\
& + \frac{f \omega'_2}{p_2} - \frac{f \omega'_4}{p_2} + [\mathbf{V}'_{\phi_3} \cdot \nabla (\nabla^2 \phi'_3)]' + T'_3 = 0 \\
& - \frac{2f}{p_1^2} \omega'_2 + \frac{1}{f} \sigma \nabla \omega'_2 + \frac{2}{p_2} \left(\beta - 2 \frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \phi'_1}{\partial x} \\
& - 2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \phi'_2 + \frac{4}{p_2} \left\{ [\mathbf{V}'_T \cdot \nabla (\nabla^2 \phi'_2)]' \right. \\
& - \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial y} \frac{\partial v'_r}{\partial y} - \frac{\partial v'_{\phi_2}}{\partial y} \frac{\partial \bar{u}'_r}{\partial y} \right) - \mathbf{K} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{V}'_{\phi_2}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{V}'_T}{\partial x} \right. \\
& \left. \left. + \frac{\partial \mathbf{V}'_{\phi_2}}{\partial y} \times \frac{\partial \mathbf{V}'_T}{\partial y} \right) \right\} - E' \\
& = \frac{-\sigma F}{f} \nabla^2 (\eta \nabla^2 \phi'_3) + \frac{f F}{p_2^2} \nabla^2 \phi'_3 \\
& \nabla^2 x'_1 = \frac{-\omega'_2}{p_2} \quad \nabla x'_3 = \frac{-\omega'_4 + \omega'_2}{p_2}
\end{aligned} \tag{3}$$

使用方程无因次化时的特征参数 $|\Delta|$ ($0 < |\Delta| < 1$) 将方程组 (2)、(3) 用多尺度扰动法^[1]展开得到:

(i) $O(|\Delta|^0)$ 阶问题

设 $\bar{v}^{(0)} = \bar{w}^{(0)} = 0$ 有 $\bar{u}^{(0)} = -\frac{\partial \bar{\phi}^{(0)}}{\partial y}$, 这是随纬度均匀变化、斜压的符合地转关系的初始基本纬向流, 因此还有

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial p} = -\frac{2}{p_2} \bar{u}_T^{(0)} = \frac{R}{p_2 f} \frac{\partial \bar{T}^{(0)}}{\partial y}.$$

(ii) $O(|\Delta|^{1/2})$ 阶问题

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi_1^{(1)} + \bar{u}_1^{(0)} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \phi_1^{(1)} + \beta \frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial x} - \frac{f}{p_2} \omega_2^{(1)} = 0 \\
& \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi_3^{(1)} + \bar{u}_3^{(0)} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \phi_3^{(1)} + \beta \frac{\partial \phi_3^{(1)}}{\partial x} + \frac{f}{p_2} \omega_2^{(1)} + \frac{Ff}{p_2} \nabla^2 \phi_3^{(1)} = 0 \\
& - \frac{2f}{p_1^2} \omega_2^{(1)} + \frac{1}{f} \sigma \nabla^2 \omega_2^{(1)} + \frac{2}{p_2} \beta \frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial x} - 2 \frac{\partial \bar{u}^{(0)}}{\partial p} \frac{\partial \nabla^2 \phi_2^{(1)}}{\partial x} \\
& = \frac{-F\sigma}{f} \nabla^2 [\eta \nabla^2 \phi_3^{(1)}] + \frac{Ff}{p_2^2} \nabla^2 \phi_3^{(1)} \\
& \nabla^2 x_1^{(1)} = \frac{-\omega_2^{(1)}}{p_2} \quad \nabla^2 x_3^{(1)} = \frac{F \nabla^2 \phi_3^{(1)} + \omega_2^{(1)}}{p_2}
\end{aligned} \right\} \tag{4}
\end{aligned}$$

这是满足准地转关系的一级扰动场,它与不稳定增幅斜压波关系最密切.

(iii) $O(|\Delta|^1)$ 阶问题

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \bar{\phi}_1^{(1)} &= \frac{f\bar{\omega}_1}{p_2} - \frac{\mathbf{V}_{\phi_1}^{(1)} \cdot [\nabla(\nabla^2 \bar{\phi}_1^{(1)})]}{p_2} & \frac{\partial^2 \bar{x}_1^{(1)}}{\partial y^2} &= \frac{-\bar{\omega}_1^{(1)}}{p_2} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} \bar{\phi}_3^{(1)} \right) &= \frac{-f\bar{\omega}_3^{(1)}}{p_2} - \frac{fF}{p_2} \nabla^2 \bar{\phi}_3^{(1)} - \frac{\mathbf{V}_{\phi_3}^{(1)} \cdot [\nabla(\nabla^2 \bar{\phi}_3^{(1)})]}{p_2} \\ &\quad \frac{\partial^2 \bar{x}_3^{(1)}}{\partial y^2} = \frac{\bar{\omega}_3^{(1)} + F \nabla^2 \bar{\phi}_3^{(1)}}{p_2} \\ -\frac{2f\bar{\omega}_1^{(1)}}{p_1^2} + \frac{1}{f} \sigma \nabla^2 \bar{\omega}_1^{(1)} &= -\frac{fF \nabla^2 \bar{\phi}_3^{(1)}}{p_1^2} - \frac{F\sigma}{f} \nabla^2 (\eta \nabla^2 \bar{\phi}_3^{(1)}) \\ &\quad - \frac{4}{p_2} \left[\frac{\mathbf{V}_r^{(1)} \cdot \nabla(\nabla^2 \bar{\phi}_2^{(1)})}{p_2} - \mathbf{K} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{V}_{\phi_2}^{(1)}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{V}_r^{(1)}}{\partial x} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial \mathbf{V}_{\phi_2}^{(1)}}{\partial y} \times \frac{\partial \mathbf{V}_r^{(1)}}{\partial y} \right] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

这是由一级扰动场相互作用产生的纬向平均强迫场.

(iv) $O(|\Delta|^{3/2})$ 阶问题

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi_1^{(2)} + \bar{u}_1^{(0)} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \phi_1^{(2)} + \beta \frac{\partial \phi_1^{(2)}}{\partial x} &= M'_1 - T'_1 \\ \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi_3^{(2)} + \bar{u}_3^{(0)} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \phi_3^{(2)} + \beta \frac{\partial \phi_3^{(2)}}{\partial x} + \frac{Ff}{p_2} \nabla^2 \phi_3^{(2)} &= M'_3 - T'_3 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中

$$\begin{aligned} M'_{1,3} &= M_{1,3} + \bar{M}_{1,3}, \quad M_{1,3} = -[\mathbf{V}_{\phi_{1,3}}^{(1)} \cdot \nabla(\nabla^2 \phi_{1,3}^{(1)})], \\ \bar{M}_{1,3} &= -\left[\bar{u}_{1,3}^{(1)} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \phi_{1,3}^{(1)} - v_{\phi_{1,3}}^{(1)} \frac{\partial^3 \bar{\phi}_{1,3}^{(1)}}{\partial y^3} \right], \\ T'_{1,3} &= T_{1,3} + T_{1,3}^* + \bar{T}_{1,3}^{(1)}, \quad T_{1,3} = \beta v_{x1,3}^{(1)} - \frac{\partial \omega_{1,3}^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial \bar{u}^{(0)}}{\partial p}, \\ T_{1,3}^* &= [\mathbf{V}_{\phi_{1,3}}^{(1)} \cdot \nabla(\nabla^2 \phi_{1,3}^{(1)})] + \omega_{1,3}^{(1)} \frac{\partial}{\partial p} \nabla^2 \phi^{(1)} - \nabla^2 \phi_{1,3}^{(1)} \frac{\partial \omega^{(1)}}{\partial p} \\ &\quad + \frac{\partial \omega_{1,3}^{(1)}}{\partial x} \cdot \frac{\partial v_{\psi}^{(1)}}{\partial p} - \frac{\partial \omega_{1,3}^{(1)}}{\partial y} \cdot \frac{\partial u_{\psi}^{(1)}}{\partial p} \\ \bar{T}_{1,3}^{(1)} &= \bar{v}_{x1,3}^{(1)} \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 \phi_{1,3}^{(1)} + v_{x1,3}^{(1)} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \bar{\phi}_{1,3}^{(1)}}{\partial y} \right) + \omega_{1,3}^{(1)} \frac{\partial}{\partial p} \nabla^2 \phi^{(1)} \\ &\quad + \omega_{1,3}^{(1)} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial^2 \bar{\phi}^{(1)}}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial^2 \phi_{1,3}^{(1)}}{\partial y^2} \frac{\partial \omega^{(1)}}{\partial p} - \nabla^2 \phi_{1,3}^{(1)} \frac{\partial \omega^{(1)}}{\partial p} \\ &\quad + \frac{\partial \omega_{1,3}^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \bar{v}_{\psi}^{(1)}}{\partial p} - \frac{\partial \omega_{1,3}^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial u_{\psi}^{(1)}}{\partial p} - \frac{\partial \omega_{1,3}^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial \bar{u}_{\psi}^{(1)}}{\partial p} \end{aligned}$$

这是非地转非线性作用产生的二级扰动场. 显然只要给出 $u_{1,3}^{(0)}$ 、 β 、 f 、 σ 、 η 及 F 的值上述各阶问题是可解的, 原则上还可得到更高阶的问题, 我们截至 $O(|\Delta|^{3/2})$ 阶问题.

四、一级扰动场和稳定性问题

准地转系统 (4) 有谐波解(使用常规符号):

$$\phi_1^{(1)} = \text{Re} [\Psi_1 e^{iK(x-ct)}] \sin l_y, \quad \omega_1^{(1)} = \text{Re} [Q e^{iK(x-ct)}] \sin l_y,$$

因此

$$c = \left[\bar{u}_2^{(0)} - B \left(1 - \frac{r}{2} \right) \right] - \frac{Fr}{4\lambda K} \left[\lambda^2 \left(\frac{1}{r^2} - 1 \right) - \sigma\eta m^2 \right] i \\ \pm \left[\sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{a^2 + b^2} + a)} + \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{a^2 + b^2} - a)} i \right]$$

其中 $K = \frac{2\pi}{L}$, $l = \frac{2\pi}{D}$ (D 是 y 方向取的宽度), $B = \frac{\beta}{m^2}$

$$m^2 = K^2 + l^2, \quad r = \frac{2f^2}{2f^2 + p_2^2 m^2 \sigma}, \quad \lambda = \frac{f}{p_2},$$

$$a = \frac{1}{4} r^2 B^2 - [(\bar{u}_T^{(0)})^2 (2r - 1)] - \frac{F^2 r^2}{16\lambda^2 K^2} \left[\lambda^2 \left(\frac{2}{r} - 1 \right) - \sigma\eta m^2 \right]^2$$

$$b = \frac{Fr}{2\lambda K m^2} \left[\left(\frac{2\lambda^2 m^2}{r} - 3\lambda^2 m^2 - \sigma\eta m^4 \right) \bar{u}_T^{(0)} + \frac{1}{2} r B \lambda^2 - \frac{1}{2} \sigma\eta r \beta m^2 \right]$$

因此斜压不稳定有二个复共轭解, 我们只取指数增长解:

$$\delta = K c_i = K \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{a^2 + b^2} - a)} - \frac{Fr}{4\lambda} \left[\lambda^2 \left(\frac{2}{r} - 1 \right) - \sigma\eta m^2 \right] \quad (7)$$

增长率与积云对流潜热、风的垂直切变、Ekman 层摩擦耦合、静力稳定度及 β 效应的相互制约有关。

1. Ekman 效应引起的积云对流强弱对增长率随波长变化的影响

积云对流潜热调正了温压场结构又使垂直速度比绝热时增加几倍, 从而斜压不稳定加强, 我们得到与以往工作的不同结论, 即: Ekman 层的摩擦耦合提供水汽凝结潜热, 同时它本身消耗了部分不稳定能量。这正是 CISK 机制作用的两个方面, 因而最大增长率的波长不再是数百公里的了。设在 (4) 式中令 $\frac{Ff}{p_2} \nabla^2 \phi_1^{(1)} = 0$, 即考虑 Ekman 抽吸效应而不计摩擦消耗的增长率

$$\delta' = K c'_i = K \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{a_1^2 + b_1^2} - a_1)} - \frac{Fr}{4\lambda} (-\sigma\eta m^2) \quad (8)$$

式中

$$a_1 = \frac{r^2 B^2}{4} - [(\bar{u}_T^{(0)})^2 (2r - 1)] - \frac{F^2 r^2}{16\lambda^2 K^2} (-\sigma\eta m^2)^2$$

$$b_1 = \frac{Fr}{2\lambda K m^2} \left[-m^4 \sigma\eta \bar{u}_T^{(0)} + \frac{1}{2} \sigma\eta m^2 r \beta \right]$$

为着和纯斜压波比较, 参数取下列值

$$\sigma = 137.77 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-4} \cdot \text{sec}^{-2} \cdot \text{g} \cdot \text{m}^{-2}, \quad \beta = 1.62 \times 10^{-13} \text{ cm}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1},$$

$$\nu = 5 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{sec}^{-1}, \quad F = 1.9481 \times 10^4 \text{ cm}^{-1} \cdot \text{sec}^{-2} \cdot \text{g} \cdot \text{m}$$

(取 ρ_0 为 1000mb 标准状态值) 计算 δ, δ' 随波长变化曲线有:

(a) 在相同的积云对流条件下 $\delta' > \delta$, 这种差别在短波以下尺度范围更明显.

(b) δ 在大尺度范围内有一个最大增长率对应的波动 ($\eta \leq 3$), 而在小尺度范围有次最大增长率(图 1). δ' 的最大值只出现在中小尺度范围.

(c) $\eta \geq 4$ 时, 潜热作用被夸大而掩盖了其它因素对增长率的影响.

因此同时计算 CISK 机制两个方面影响的 δ 分布得到大尺度的最不稳定波.

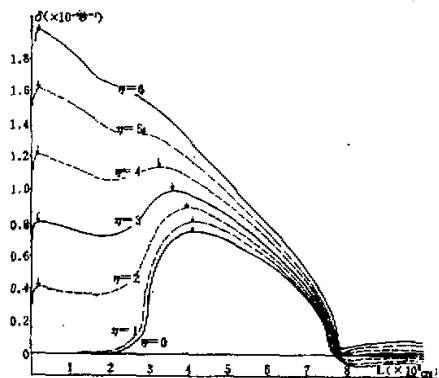


图 1 δ 随波长变化曲线, 箭头所指处为最大(或次大)增长率点

2. 积云对流情况下 σ 和 β 效应改变了增长率随波长的变化

在纯斜压波中, σ, β 对扰动发展具有稳定作用, 而 σ 对短波的稳定性更明显. 由于参数化方案中, 积云潜热释放与 σ 有关, 因此 σ 对不同波长的增长率影响不一样; 计算结果是: 减小 σ , 则大尺度波增长率明显增加, 而中小尺度运动的增长率变化甚小.

总之, 由于斜压性、 σ, β 及 Ekman 效应的相互制约, 当 $\eta \leq 3$ 时, 最不稳定的扰动波长是大尺度的, 且在小尺度区域(约 100 公里左右)有次最不稳定的扰动. 当 $\eta \geq 4$ 时, 最不稳定的扰动波长仅在几十—几百公里区域. 取与观测值相符的 η 值, 则最不稳定的波长为 3000 公里左右, 这种波在扰动发展中占支配地位, 其不稳定性既与斜压性有关, 又受到积云对流影响, 这种尺度选择的机制, 能说明季风低压等系统的发展问题.

五、二级扰动场

增辐斜压波的纬向平均强迫场及它和一级扰动场相互作用产生的二级扰动场是由 (5)、(6) 式决定的. 设 $\phi_{13}^{(1)} = \phi_2^{(1)} \pm \phi_T^{(1)}$, $X = x - ct$, 从而有

$$\phi_2^{(1)} = (\phi_{2c} \cos KX - \phi_{2s} \sin KX) \sin l_y e^{\delta t}$$

$$\phi_T^{(1)} = (\phi_{Tc} \cos KX - \phi_{Ts} \sin KX) \sin l_y e^{\delta t}$$

$$\omega_2^{(1)} = (Q_c \cos KX - Q_s \sin KX) \sin l_y e^{\delta t}$$

$$x_1^{(1)} = \frac{\omega_2^{(1)}}{m^2 p_2} \quad x_3^{(1)} = - \frac{F \nabla^2 (\phi_2^{(2)} - \phi_1^{(1)}) + \omega_2^{(1)}}{m^2 p_2}$$

1. $O(|\Delta|)$ 阶问题解

$$\bar{\phi}_1^{(1)} = \frac{-f c_3 c_4}{8 \beta p_2 l^2} \sin 2l_y e^{2\delta t}, \quad \bar{\phi}_3^{(1)} = c_4 \sin 2l_y e^{2\delta t}, \quad \bar{\omega}_2^{(1)} = c_3 c_4 \sin 2l_y e^{2\delta t}$$

$$\bar{x}_1^{(1)} = \frac{c_3 c_4}{4 l^2 p_2} \sin 2l_y e^{2\delta t}, \quad \bar{x}_3^{(1)} = \left[\frac{F c_4}{p_2} - \frac{c_3 c_4}{4 p_2 l^2} \right] \sin 2l_y e^{2\delta t}$$

2. $O(|\Delta|^{3/2})$ 阶问题解

(i) 一级扰动场和纬向平均强迫场产生的非线性强迫函数:

$$\bar{M}_{1,3}^{(1)} = \mp (m_{1,3}^* \cos KX - n_{1,3}^* \sin KX) (\sin 3l_y - \sin l_y) e^{3\delta t}$$

(ii) 由非地转作用产生的非线性强迫函数:

$$T_{1,3}^I = (m_{1,3}^I \cos KX + n_{1,3}^I \sin KX) \cos l_y e^{\delta t}$$

$$T_{1,3}^{\pi} = (m_{1,3}^{\pi} \cos 2KX + n_{1,3}^{\pi} \sin 2KX) (K^2 - m^2 \cos 2l_y) e^{2\delta t} \\ - S_{1,3}^{\pi} l^2 \cos 2l_y \cdot e^{2\delta t}$$

$$\bar{T}_{1,3} = [(I_{1,3}^* \cos KX + II_{1,3}^* \sin KX) \cos 3l_y + (III_{1,3}^* \cos KX \\ + IV_{1,3}^* \sin KX) \cos l_y] e^{3\delta t}$$

因此二级扰动场的分量解为:

$$\left. \begin{aligned} \phi_{1,3}^{(2,1)} &= (A_{1,3}^1 \cos KX + B_{1,3}^1 \sin KX) \cos l_y e^{\delta t} \\ \phi_{1,3}^{(2,2)} &= [K^2 (A_{1,3}^2 \cos 2KX + B_{1,3}^2 \sin 2KX) \\ &\quad - m^2 (C_{1,3}^2 \cos 2KX + D_{1,3}^2 \sin 2KX) \cos 2l_y + E_{1,3}^2 \cos l_y] \cdot e^{2\delta t} \\ \phi_{1,3}^{(2,3)} &= [(A_{1,3}^3 \sin 3l_y + B_{1,3}^3 \sin l_y) \cos KX \\ &\quad + (C_{1,3}^3 \sin 3l_y + D_{1,3}^3 \sin l_y) \sin KX] e^{3\delta t} \\ \phi_{1,3}^{(2,4)} &= [(A_{1,3}^4 \cos 3l_y + B_{1,3}^4 \cos l_y) \cos KX \\ &\quad + (C_{1,3}^4 \cos 3l_y + D_{1,3}^4 \sin l_y) \sin KX] e^{3\delta t} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

上面各式中 Q_r , Q_i , $c_{1,2,3,4}$, $m_{1,3}^*$, $n_{1,3}^*$, 及 $A_{1,3}^{1,2,3,4}$ 等是一组与所取参数有关的系数。二级扰动场的合成解为:

$$\phi_{1,3}^{(2)} = \sum_{i=1}^4 \phi_{1,3}^{(2,i)}$$

六、积云对流作用下斜压波的演变

将积云对流和大尺度运动联系起来且只考虑积云对流潜热的宏观效果而不追究对流单体的微观机制, 用 $\eta = 0, 3, 4$ 分别代表积云对流的强弱, 用前已取的参数值并取 x 方向一个半波而 y 方向一个波长 (即取 $D = L$) 的区域计算, 初始振幅 $K|\phi_1| = 0.5 \text{ m/sec}$, 将叠加场 $\phi = \phi^{(1)} + \phi^{(2)} + \bar{\phi}^{(1)} + \bar{\phi}^{(2)}$ 演绎最不稳定的斜压波, 得到 $250 \text{ mb}(\phi_1)$ 和

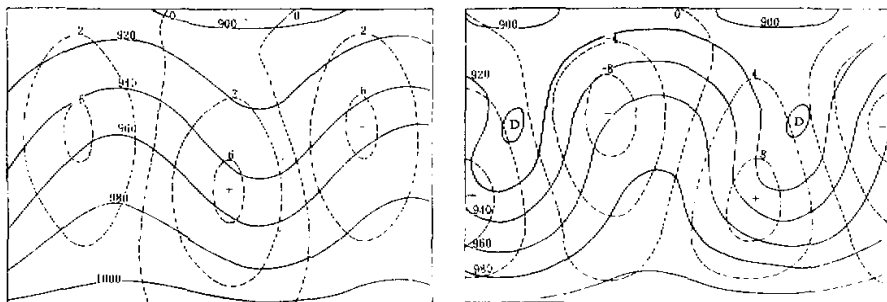


图 2a $t = 4.5$ 天时气旋波形成时的 ϕ_1 (实线, 单位: $\times 10^4 \text{m}^2/\text{sec}$) 和 ω_1 (虚线, 单位: $\times 10^{-3} \text{mb}/\text{sec}$)

750mb(ϕ_1) 合成的“天气图”。 $\eta = 3$ 时最不稳定波的波长 $L = 3600$ 公里, 斜压波初始为平直气流, 直到第 4 天成为小扰动, 此后仅隔 0.5 天就发展为完整的气旋波(图 2a), 第 5 天气旋得到加强(图 2b), 这与 $\eta = 0$ 的纯斜压情况比较, 有积云对流的斜压波从小扰动形成到发展的爆发只需更短的时间是积云对流潜热释放大增加了不稳定的缘故。分析 $\phi^{(1)}$ 场最大振幅值变化看到在有积云对流潜热时比纯斜压时发展的爆发提前 2 天左右, 而且不稳定发展的强度也大得多, 而数值预告中常因不能充分估计积云对流的贡献, 致使预报系统初始发展, 发展的爆发落后于真实大气。计算还表明在积云对流潜热作用下垂直运动确比纯斜压的大, 它又改变了温度场分布, 产生了大尺度温度差异, 激发了斜压不稳定性, 合成“天气图”中伴随着的温度锋区就是这一结果。

七、积云对流作用下斜压波的能量

对 $O(|\Delta|^{1/2})$ 阶、 $O(|\Delta|^1)$ 阶问题讨论能量问题有:

$$\begin{aligned} \frac{dK'}{dt} &= -\varepsilon' + (P', K') - (K', \bar{K}) & \frac{d\bar{K}}{dt} &= -\bar{\varepsilon} + (\bar{P}, \bar{K}) + (K', \bar{K}) \\ \frac{dP'}{dt} &= -(P', K') + (\bar{P}, P) + (Q', P') & \frac{d\bar{P}}{dt} &= -(\bar{P}, \bar{K}) + (\bar{Q}, \bar{P}) - (\bar{P}, P') \end{aligned}$$

P' 、 K' 、 ε' 、 Q' 、 $\bar{P}$ 、 $\bar{K}$ 、 $\bar{\varepsilon}$ 、 $\bar{Q}$ 分别是扰动的、平均的有效位能、动能、Ekman 摩擦消耗及积云对流潜热能可以证明 $(K', \bar{K}) \cong 0$ 。完整的能量关系还应包括高阶问题, 这里取近似的结果, 从而在能量关系中略去了一些非线性项。在 $\eta = 3$ 时的计算表明: 扰动的有效位能向扰动动能转换, 平均有效位能向扰动有效位能转换与纯斜压情况比较, 这种转换率是很大的(图 3), 即扰动迅速发展对能量的需求是很大的, 积云对流潜热释放产生的有效位能比纯斜压中基本气流提供的要大得多, 积云对流潜热这种“外力”补偿了斜压波的垂直运动, 使有效位能释放得到持续, 在纯斜压波中垂直运动既是不稳定发展的必要条件, 也同时制造了不稳定波消灭的因素^[9], 而加入的积云对流潜热提供的垂直运动使这种消灭不稳定的因素被抵消了一部分。

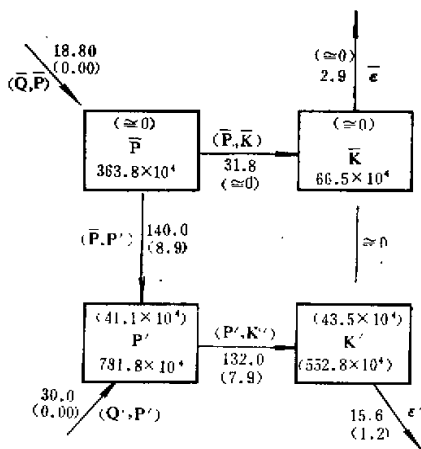


图 3 能量关系图 ($\eta = 3, t = 5$ 天)。括号中数字为 $\eta = 0$ 的情况。箭头旁数字是转换率(单位: 尔格/秒), 方框内数字为能量(单位: 尔格)

八、非地转非线性作用对斜压扰动的影响

由 $O(|\Delta|^{1/2})$ 阶问题决定的准地转系统的斜压扰动是均匀对称的, 图 2 是叠加了的扰动, 较为符合实际的情形, 这是二级扰动起了调正作用: $\phi^{(2,1)}$ 是非地转效应中的线性项, 来自位势运动及垂直运动的经向梯度, 使扰动的高、低值中心向南北二端移动。 $\phi^{(2,2)}$ 与 $\phi^{(2,4)}$ 是非地转效应中的非线性项, 分别来自一级扰动场和纬向平均强迫场涡度的平流输送、垂直输送及涡管扭转, 使得扰动振幅极值增加并使极值中心发生偏移。 $\phi^{(2,3)}$ 则是准地转系统的非线性项, 它使得扰动中心振幅加大。 $\bar{\phi}^{(1)}$ 是纬向平均强迫场, 它也是准地转系统的非线性项, 但它使初始基本流场由南北向均匀的水平变化变为波状扰动, 而且它对系统的移动有控制作用。

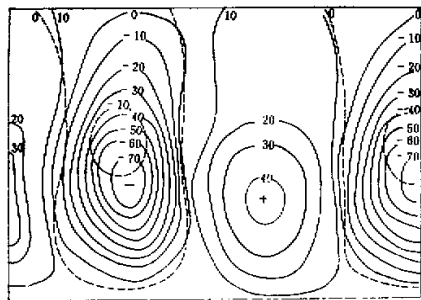


图 4 气旋加强时的叠加扰动场。实线: $\eta = 3$, 虚线: $\eta = 0$ 。单位: $\times 10^4 \text{ m}^2/\text{sec}$

由于各扰动场分量对发展的影响不同,将二级扰动与一级扰动叠加得到 ϕ' (图4)。叠加了的扰动场改变了准地转运动的均匀对称性,又保留了准地转的若干特征。由于非地转非线性作用使扰动的下层涡度向极地移动,上层涡度向赤道移动;气旋性环流加强和收缩,反气旋环流减弱和扩张;这些特征使扰动的发展逼近真实大气。

非地转非线性项的出现,加强了涡度和散度的相互制约,使扰动不出现一方面强烈发展而另一方面保持微弱的现象^[10]。在加入了积云对流后的斜压扰动,这种制约作用更显著,从而使波动的发展机制更符合于实际大气。

由于采用了多尺度扰动法展开方程,非线性作用是较小的。

本文是作者在中国科学院大气物理研究所朱抱真教授指导下完成的研究生学位论文。

参 考 文 献

- [1] Saltzman, B. and Tang, C. M., Analytical study of the Evolution of an amplifying Baroclinic wave, *J. A. Soc.*, **29**, 1972.
- [2] Murakami, T., Balance model in a conditionally unstable tropical Atmosphere, *J. A. Soc.*, **29**, 1972.
- [3] Nitta, T., On the Development of the relatively small scale cyclone due to the release of latent heat by the condensation, *J. Met. Soc. J.*, **42**, 1964.
- [4] Rasmussen, E., The polar law as an Extratropical CISK disturbance, *Q. J. R. met. Soc.*, **105**, 1979.
- [5] Tracton, M. S., The role of cumulus convection in the Development of Extratropical, *M. W. R.*, **101**, 1973.
- [6] Shukla, J., CISK-Barotropic-Baroclinic Instability and the growth of monsoon Depressions, *J. A. Soc.*, **35**, 1978.
- [7] Krishnamurti, T. N., Study of A monsoon Depressions (II) Dynamical structure, *J. Met. Soc. J.*, **54**, 1976.
- [8] 叶笃正、朱抱真,大气环流的若干基本问题,科学出版社,1958.
- [9] 陈嘉宾等,一次降水气旋的数值模拟,暴雨文集,吉林出版社,1978.
- [10] 曾庆存,大气中的适应过程和发展过程,气象学报,2—3,1963.
- [11] 谢应齐,多尺度扰动法在气象上的运用,云南大学地球物理系讲义.

THE ROLE OF CUMULUS CONVECTION IN THE DEVELOPMENT OF NON-GEOSTROPHIC AND NON-LINEAR BAROCLINIC DISTURBANCE

Lu Hancheng

(Graduate School, University of Science and Technology of China)

Abstract

By analyzing a two-layer model including the Ekman effect, an analytic solution to amplifying baroclinic disturbance which is controlled by the release of latent heat in cumulus convection as well as the non-geostrophic and non-linear effect, and a mechanism for scale selection of a combined CISK-baroclinic instability are obtained. The main results are briefly described as follows:

I. In the proper cumulus convection, the maximum growth rate of baroclinic wave occurs in the medium-sized disturbance, as a result of the interaction among advective diffusion, Ekman's friction, static stability, heating coefficient and other physical parameters, and this means that the wave having the wave-length of 2000—4000 km is the most unstable.

II. The latent heat release of cumulus convection may be the most important source of energy to make the medium-sized disturbance unstable. Not only stimulates the released latent heat as a driving source the developments of eddies it also provides much more potential energy than that obtained from the basic flow; therefore it gives rise to the baroclinic instability.

III. The non-geostrophic and non-linear effect has an influence on the two-layer model baroclinic as may be found in the CISK-baroclinic system, which is developed in terms of an exponential function by a small even latitudinal disturbance. Some features in the weather maps are just the symbols for the development of the disturbance under the action of the effect.