



短论

# 大 气 中 的 耗 散 结 构

章 国 材

(江西省气象科学研究所)

## 提 要

大气中的台风、飑线、龙卷等可视为一种耗散结构，本文导出大气中出现耗散结构的判据为：

$$-\iint_{\Sigma} \frac{\vec{J}_Q - \sum_{k=1}^4 p_k \vec{J}_k}{T} \cdot \# d\Sigma - \iiint_V \left\{ \frac{1}{T^2} \vec{J}_Q \cdot \nabla T + \sum_{k=1}^4 \vec{J}_k \cdot \nabla \frac{p_k}{T} - \frac{F}{T} \right\} dv < 0$$

## 一、引言

迄今为止，大气热力学或大气能量学仅用到热力学第一定律，未引进热力学第二定律，因此，不能讨论过程进行方向问题。大气中实际存在的热力学过程是非平衡、不可逆的，这或许是大气热力学方程中未引入热力学第二定律的重要原因。但是，本世纪四十年代建立的“线性非平衡热力学”，特别是六十年代以来，以 I. Prigogin 为首的布鲁塞尔学派建立的“耗散结构热力学”，为我们全面研究大气热力学开辟了道路。

I. Prigogin 提出<sup>[1]</sup>，在远离平衡区，在一定条件下，可能出现稳定化的耗散结构。他建立了一套非线性非平衡热力学方法，并用于解释、描述某些化学反应和生物进化过程，取得了有益的结果。大气中是存在耗散结构的，例如，热对流就很类似于经典的“贝纳特对流”，而贝纳特对流就是有名的耗散结构之一，既然如此，台风、飑线、龙卷等这样一类天气系统也应属于耗散结构。实际上，积云可视为大气中一种最基本的耗散结构。用 I. Prigogin 的耗散结构理论描述这些现象，可望得到一些有益的结果。

本文企图应用“耗散结构理论”探讨大气中出现耗散结构的条件（判据）。

## 二、一般理论

一个可与外界交替能量、又可与外界交换物质的开放系，在时间间隔  $dt$  内，体系熵  $(s)$  的改变  $ds$  应该由两部分所组成：

1983年9月2日收到，1984年6月8日收到再改稿。

$$ds = d_{es} + d_{is} \quad (2.1)$$

其中  $d_{es}$  是由于体系与外界交换能量及物质所引起的熵流,  $d_{is}$  (熵产生) 是由于体系内部的不可逆过程所引起的熵增加。

由热力学第二定律可知

$$d_{is} \geq 0 \quad (2.2)$$

这里,只有当平衡时才等于零。

对于开放系统来说,  $d_{es}$  可为正、零或负,因此,总熵变  $ds$  可以小于零,只要

$$d_{es} + d_{is} < 0 \quad (2.3)$$

或

$$d_{es} < -d_{is} \quad (2.4)$$

可见,负熵流可以使体系的熵减少,形成有序化。或者说,在开放的非平衡耗散状态下,若存在负熵流,则有可能出现耗散的有序化结构——耗散结构。

为了用严格的数学物理方法描述一个非平衡体系的行为,以 I. Prigogin 为首的布鲁塞尔学派引入了局域平衡假设,并把定义在局域内的变量视为空间坐标的连续函数,借用连续介质力学成果来描述宏观体系的行为<sup>[2]</sup>。本文同样也采用这些假定来讨论大气中出现耗散结构的条件。

### 三、大气中出现耗散结构的条件

把大气视为干空气、水汽、液体水及固体水组成的四个组元的体系,由局域平衡假设,局域能量守恒及局域熵 ( $s_v$ ) 的吉布斯关系分别为:

$$\delta u_v = \delta Q - p\delta v \quad (3.1)$$

$$T\delta s_v = \delta u_v + p\delta v - \sum_{k=1}^4 \mu_k \delta p_k \quad (3.2)$$

式中  $u_v$ 、 $s_v$ 、 $T$ 、 $p$  分别为局域(体积为  $v$ ) 的内能、熵、温度和压强,  $\mu_k$ 、 $\rho_k$  为四个组元的化学势和密度,  $\delta Q$  为从外界吸收的热量及不可逆过程产生的摩擦加热 ( $F$ ) 之和,即

$$\delta Q = -\nabla \cdot \vec{J}_Q + F \quad (3.3)$$

式中  $\vec{J}_Q$  为热流矢量。

质量守恒方程分别为:

$$\frac{\partial \rho_d}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{J}_d \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \rho_{VW}}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{J}_{VW} - c_1 + c_1 - c_2 + c_2 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \rho_{LW}}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{J}_{LW} + c_1 - c_1 - c_3 + c_3 \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \rho_{SW}}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{J}_{SW} + c_2 - c_2 + c_3 - c_3 \quad (3.7)$$

(3.4)–(3.7) 式中的  $\vec{J}_k = \rho_k \vec{v}$  为密度流矢量, 下标  $d$ 、 $VW$ 、 $LW$ 、 $SW$  分别表示干空

气、水汽、液体水和固体水， $c_1$  为凝结率， $c_1$  为液体水的蒸发率， $c_2$  为凝华率， $c_2$  为固体水的升华率， $c_3$  为凝固率， $c_3$  为固体水的融化率。

一般地讲，共存相处于热平衡和力学平衡之中，并能进行交换物质，在这些条件下，各相的温度和化学势必须相等，故由(3.4)–(3.7)式可得：

$$-\sum_{k=1}^4 \mu_k \frac{\partial \rho_k}{\partial t} = \sum_{k=1}^4 \mu_k \nabla \cdot \vec{J}_k \quad (3.8)$$

把(3.3)代入(3.1)式，再把所得结果及(3.8)式代入(3.2)式可得局域熵变：

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_\nu}{\partial t} &= -\frac{1}{T} \nabla \cdot \vec{J}_0 + \sum_{k=1}^4 \frac{\mu_k}{T} \nabla \cdot \vec{J}_k + \frac{F}{T} \\ &= -\nabla \cdot \left( \frac{\vec{J}_0 - \sum_{k=1}^4 \mu_k \vec{J}_k}{T} \right) - \frac{1}{T^2} \vec{J}_0 \cdot \nabla T \\ &\quad - \sum_{k=1}^4 \vec{J}_k \cdot \nabla \frac{\mu_k}{T} + \frac{F}{T} \end{aligned} \quad (3.9)$$

局域熵平衡方程为：

$$\frac{\partial S_\nu}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{J}_s + \sigma \quad (3.10)$$

式中  $\vec{J}_s$  为局域熵流， $\sigma$  为局域熵产生。比较(3.9)和(3.10)式可知：

$$\vec{J}_s = \frac{1}{T} \left( \vec{J}_0 - \sum_{k=1}^4 \mu_k \vec{J}_k \right) \quad (3.11)$$

$$\sigma = -\frac{1}{T^2} \vec{J}_0 \cdot \nabla T - \sum_{k=1}^4 \vec{J}_k \cdot \nabla \frac{\mu_k}{T} + \frac{F}{T} \quad (3.12)$$

(3.11)式表明，对于开放系统来说，熵流由二部分组成：一项是“温比热流”  $\vec{J}_0/T$ ，另一项与物质的扩散流  $\vec{J}_k$  有关。(3.12)式表明，局域熵增加是由三部分贡献的，第一项起因于热传导，第二项起因于扩散，第三项是由摩擦这样的不可逆过程引起的熵增加。

在我们所考察的区域 ( $V$ ) 内的总熵变

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= \iiint_V \frac{\partial S_\nu}{\partial t} d\nu = -\iint_{\Sigma} \vec{J}_s \cdot \vec{n} d\Sigma + \iiint_V \sigma d\nu \\ &= -\iint_{\Sigma} \left( \frac{\vec{J}_0 - \sum_{k=1}^4 \mu_k \vec{J}_k}{T} \cdot \vec{n} d\Sigma \right) - \iiint_V \left\{ \frac{1}{T^2} \vec{J}_0 \cdot \nabla T \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^4 \vec{J}_k \cdot \nabla \frac{\mu_k}{T} - \frac{F}{T} \right\} d\nu \\ &= \frac{d_s S}{dt} + \frac{d_i S}{dt} \end{aligned} \quad (3.13)$$

式中  $\Sigma$  为 ( $V$ ) 的边界， $\vec{n}$  为  $\Sigma$  的外法向单位矢量，右端第一项为总熵流，第二项为总熵产生。

这样，我们就得到了某区域大气中总熵变的一般表达式（3.13）。由第二节的讨论可知，欲出现耗散结构，（3.13）式必须小于零。

#### 四、讨 论

下面我们用（3.13）式作一些定性讨论。总熵流中的第一项表示通过边界进入系统的热流对熵流的贡献，如果有净热量流入则使熵增加，反之则使熵减少。因此，显热的输入是使熵增加的，红外辐射冷却使熵减少。凝结加热是一种“内热源”，并不显含在热流之中，但是凝结（凝华）过程是一个相变过程，我们知道，当相变时（例如凝结过程）释放潜热，则熵是减小的，这些释放的能量绝大部分必须向外输出。实际上，象台风这样的开放系统，台风内动能制造仅为台风的潜热释放的3%左右，而大量的能量被高层气流带到别处去了。否则，台风不借外界气流把大量潜热释放能量带走，上升空气尔后在台风外围绝热下沉构成闭合环流，则绝热增暖很快将使台风内外温差消除，台风环流也就很快终止了。由于凝结释放的潜热比显热加热等项都大得多，因此只要凝结释放的能量向外输出量大于其它途径热量的输入，使该项为负（热量的净输出），则有利于台风的生成和发展。

McBride<sup>[3]</sup>从观测资料分析得到，发展和不发展为飓风（或台风）的热带云团，其早期阶段的唯一差别在于：那些发展性的云团其对流层上层和下层环流之间存在很强的对比。在他给出的三组个例在4度半径上的径向风和垂直速度廓线图上，主要一个差别是前期飓风个例中300hPa以上径向流出气流的流速甚大，并伴有较大的平均上升运动；相反，他发现温度场和湿度场几乎无大差别。看来从这些结果可以这样推论，前期飓风个例中较强的径向流出气流与较活跃的积云活动有关，这与我们前面的推论是一致的。

其它强对流天气（例如飑线、龙卷）的发生也总是与高层辐散流场叠置在低层辐合流场上有关，其原因大概也在于此。但是，在高层辐散流场与低层辐合流场的配置上，不同系统又各有差异。对于台风，不仅要求系统中心附近垂直风切变非常小，而且要求在发展系统两侧有符号相反的强的200—900hPa垂直切变区毗邻<sup>[4]</sup>，这种配置使得台风中心附近因水平通风仅失去很少一点水汽，云团在其中央部位可保持高水汽含量，使得有充足的水汽凝结，而周围强的垂直风切变又可维持良好的通风条件，使释放的潜热绝大部分可向外输送，以维持台风环流。在水汽供应充足的条件下，这种配置常可使系统维持较长的生命史。而其他强对流天气，则常在其中心附近发现的垂直风切变，这种系统生命史较短。

总熵流中的第二项表示质量的散度对熵流的贡献。为了确定该项的作用，必须首先确定化学势的符号。化学势<sup>[5]</sup>

$$\begin{aligned}\mu &= k_B T \ln \left[ \frac{\langle N \rangle h^3}{V} (2\pi m k_B T)^{-3/2} \right] \\ &= k_B T \ln \left[ \frac{\langle N \rangle h^3 p}{RT} (2\pi m k_B T)^{-3/2} \right]\end{aligned}\quad (4.1)$$

式中  $k_B$ 、 $h$  分别为玻耳兹曼及普朗克常数， $m$  为分子重量， $\langle N \rangle$  是体积  $V$  中的平均粒子数。在利用状态方程写出（4.1）式的第二个等号时，我们已将物质的量取为一个 mol。一般来说，在对流层大气的气压和温度的域值内，按（4.1）式计算得到的干空气的化学势

总是负的。因此，边界层空气的流入使熵增加，对流层上部和（或）平流层下部空气的流出使熵减少。为了确定二者的综合效应，以确定系统气压降低（或升高）的作用，必须同时考虑  $\frac{\mu}{T}$  及质量通量的相对大小。用下标  $out$  表示流出层， $in$  表示流入层， $I$  表示总流出（或流入）的质量通量的绝对值，则由空气净流出（或流入）引起的熵变为：

$$\begin{aligned}\Delta S_I &= \left(\frac{\mu}{T} I\right)_{out} - \left(\frac{\mu}{T} I\right)_{in} \\ &= \left[\left(\frac{\mu}{T}\right)_{out} - \left(\frac{\mu}{T}\right)_{in}\right] I_{out} + [I_{out} - I_{in}] \left(\frac{\mu}{T}\right)_{in}\end{aligned}\quad (4.2)$$

上式右端第一项的符号由  $\left[\left(\frac{\mu}{T}\right)_{out} - \left(\frac{\mu}{T}\right)_{in}\right]$  决定。由(4.1)式可得：

$$\left(\frac{\mu}{T}\right)_{out} - \left(\frac{\mu}{T}\right)_{in} = k_B \ln \frac{(p/T^{5/2})_{out}}{(p/T^{5/2})_{in}} \quad (4.3)$$

如果  $(p/T^{5/2})_{out} < (p/T^{5/2})_{in}$ ，则(4.3)式小于零，(4.2)式第一项为负，反之第一项为正。根据下面的估算，我们可以确定该项一般是为负的。

取  $p_{in} = 1000$  毫巴， $T_{in} = 300K$ ， $p_{out} = 200$  毫巴，当  $T_{out} = 158K$  时，(4.3)式为零。实际大气中，流出层的温度一般远大于  $158K$ ，因此(4.3)式一般为负。

(4.2)式右端第二项的符号取决于  $(I_{out} - I_{in})$ ，若质量流出大于质量流入，即： $I_{out} > I_{in}$ （表现为气压降低），则该项为负；反之，则第二项为正。由此可知，在一般情况下，气压的降低是有利于大气中耗散结构的出现的。这就不难理解，象台风、龙卷这类系统的产生和加强总是与气压的降低相联系的。

(3.13)式总熵产生中的第一项起因于热传导，第二项起因于扩散，这两种过程都是不可逆过程，它们引起的熵变总是非负的量。第三项是由于摩擦产生的加热 ( $F$ )，总是正的，使熵增加。

在上面的讨论中我们特别强调了流出层的作用，它使热量和质量同时向外输出，以减少系统的熵，它可能是主要的负熵流。当其绝对值大于不可逆过程所产生的熵及由于显热输入等引起的熵增加之和时，系统的总熵变小于零，形成有序化。而且这种效应持续的时间必须大于系统从发生—发展—成熟的时间，其尺度至少不小于我们所考虑的系统的空间尺度，这样才有可能形成耗散结构。

上面我们只是定性地讨论了大气中可能出现耗散结构的条件，式中所含的物理因子较多，为了弄清耗散结构出现的条件，进行数值计算是很有必要的。

## 五、小结

本文应用 I. Prigogine 的耗散结构理论导出了大气中可能出现耗散结构的判据为：

$$\frac{ds}{dt} = - \iint_T \frac{\vec{J}_Q - \sum_{k=1}^4 \mu_k \vec{J}_k}{T} \cdot \vec{n} d\Sigma - \iiint_V \left\{ \frac{1}{T^2} \vec{J}_Q \cdot \nabla T \right\}$$

$$+ \sum_{k=1}^t J_k \cdot \nabla \frac{\mu_k}{T} - \frac{F}{T} \} dv < 0$$

且满足该条件的持续时间必须大于系统从发生至成熟的时间，空间尺度至少不小于我们所考察的系统的空间尺度。

台风、飑线、龙卷一类天气仍然是天气预报的一大难题，借助于耗散结构理论也许能为这类天气的预报提供一种新的途径，看来是值得尝试的。

### 参 考 文 献

- [1] Glansdorff, P. and Prigogine, I. 1971, Stability structure and Fluctuations, Wiley-Interscience, French edition, Masson, Paris.
- [2] Nicolis, G. and Prigogine, I. 1970, Self-organization in Nonequilibrium Systems, Wiley-Interscience, New York.
- [3] McBrede, J. 1979, Observational analysis of tropical cyclone formations. At. Sci. Pr. 308, CSU.
- [4] W. M. Gray, 1981, 关于热带气旋发生的观测事实和理论问题, 上海国际台风学术讨论会译文集, 上海台风研究所.
- [5] L. E. 雷克, 1983, 统计物理现代教程(上册), 285, 北京大学出版社.

## THE DISSIPATIVE STRUCTURES IN ATMOSPHERE

Zhang Guochai

(*Meteorological Institute of Jiangxi*)

### Abstract

In the atmosphere some weather systems, such as typhoons, squall lines, spouts, etc., can be regarded as the dissipative structures. In this paper we have deduced a criterion for the dissipative structures occurring in the atmosphere as follows:

$$\begin{aligned} -\iint_I \frac{\mathbf{J}_0 - \sum_{k=1}^t \mu_k \mathbf{J}_k}{T} \cdot \mathbf{n} d\Sigma - \iiint_V \left\{ \frac{1}{T^2} \mathbf{J}_0 \cdot \nabla T \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^t \mathbf{J}_k \cdot \nabla \frac{\mu_k}{T} - \frac{F}{T} \right\} dv < 0. \end{aligned}$$