

对“对二维气候能量平衡模式中辐射和动力学参数化的一些看法”的回答

陈英仪 巢纪平

(国家海洋环境预报研究中心)

《大气科学》编辑部转来了朱迅先生写的“对二维气候能量平衡模式中辐射和动力学参数化的一些看法”一文的一稿、二稿和三稿。在查看了我们过去发表的一些文章后，发现确实存在一些疏忽，也有未交待清楚的地方，致使读者(如朱迅先生)花了不少精力去复算，对此我们表示歉意，并对朱迅先生的兴趣表示感谢。

一、关于光学厚度

我们所定义的光学厚度为^[1]:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{\alpha''}{\alpha_s \xi_0} \int_z^\infty \alpha_s \rho_c dz \approx \frac{\alpha''}{\xi_0} \int_z^\infty \rho_c dz \\ \xi_0 &= \alpha'' \int_0^\infty \rho_c dz \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

事实上，在所有的文章中对水汽和CO₂的分布都是取

$$\rho_{CH_2O} = 6 \times 10^{-6} e^{-0.4z} g/cm^3 \quad (2)$$

$$\rho_{CCO_2} = 10^{-7} e^{-0.1z} g/cm^3 \quad (3)$$

由上述分布算得 $\xi_0 = 0.4$ 。正是应用这样的公式算的，所以才能“在各篇论文的数学推导中不断重复”地得到。计算光学厚度并不费劲，是用不着花劲去编造的。但文章确有未交待清楚之处，致使朱迅先生算不出文[2]中的表1。另一处未说清楚的是在(2)、(3)两式的指数中， z 的单位是公里。现再根据(1)、(2)和(3)式算得 z 和 ξ 的关系表示在表1中，并同时给出原文[2]中的 ξ 和 z 的关系(原文为表1，现为表2)。比较这两张表，可以看出两者是完全一致的。既然引进了光学厚度，模式自然不“是在 $\rho_c = \text{常数}$ 的前提下导出”的。模式导出后，在最后方程中的系数(文[1](10)式之 D ， k ， $\tilde{S}$ 和 N^2)如出现 ρ_c 时，则这时 ρ_c 是取常数值。这种做法是常见的，也是允许的。

表 1

z	0	0.5	1	2	5	10	14	15	∞
ξ	1	0.827	0.68	0.47	0.16	0.04	0.019	0.016	0

1987年5月15日收到。

表 2

ξ	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0.08	0.06	0.04	0.02	0
α	0	0.6	1.4	2.5	4.4	7.4	8.5	10.0	14.0	∞

二、是否“是一个没有考虑任何反馈过程的一维模式”

朱文认为我们的模式“在形式上虽然是二维的,实质上仅是一个没有考虑任何反馈过程的一维模式”。这是一个很费解的论断。在模式的下边界条件,即地表的热量平衡条件中,已给出反照率 τ 依赖于温度,构成了极冰(通过反照率)和温度之间的反馈。朱文所以能得出无反馈的论断,看来可能是出自他认为在我们的数值计算中水平湍流交换系数相对地取小了的缘故。如果果真是出自这一原因,我们不妨多花点篇幅来回答。

(1) 一个气象学的模式应包含描写大气中某种或某些物理过程的方程,以及为定解方程所需的边界和初值条件。但这要与应用模式作数值计算结果时,由于参数的选取而使得模式中某些项,或相应的某些物理过程的作用偏大或偏小相区别,因这是两个不同的概念。比如 North^[3] 的水平一维能量平衡模式中(见原文(3)式),

$$D \frac{d}{dx} (1 - x^2) \frac{dl}{dx} - l = -QS(x)a(x, x_s) \quad (4)$$

D 取 0.31, 比其它两项小一个量级。再如 Блинова^[4] 的三维模式中, 水平湍流交换项也比垂直湍流交换项小一个量级等。

(2) 模式是否二维和是否具有反馈, 这又是两个不同的概念。即使大气方程是一维的, 即完全去掉水平湍流交换过程, 也并不是说就没有反馈了。由于太阳辐射是具有纬向分布的, 算出的温度也是有纬向分布的, 而根据对反照率大小的假定, 对不同的纬度反照率仍将随温度而改变, 这样反馈过程也仍然存在。只不过由于在大气中少掉了一种联结相邻纬度间物理量相互依存的过程。在我们所给模式情况下, 这样会造成温度的纬向分布在冰界两侧可能分布不太连续或不大均匀, 但仍然不能说“计算的温度南北分布实质上主要是由太阳辐射的南北分布决定的”, 因为反照率也是有南北分布的——虽然是不连续的分布。具体地讲, 这时文[1]中解(49)及系数 $b^{(n)}$ 将简化成

$$E^{(n)}(\xi) = a^{(n)}e^{-q_0\xi} + b^{(n)}e^{q_0\xi} + \frac{\tilde{S}\bar{Q}_0\xi_0}{q_0^2 - \xi_0^2} e^{-\xi_0\xi} S^{(n)} \quad (5)$$

及

$$b^{(n)} = \frac{\tilde{S}^*\bar{Q}_0}{2q_0} \left\{ \left[-\frac{\xi_0 q_0}{q_0^2 - \xi_0^2} + \frac{\alpha''}{\alpha_w} + \frac{q_0^2}{q_0^2 - \xi_0^2} \right] S^{(n)} - e^{-\xi_0 h^{(n)}} \right\} \quad (6)$$

可见, 温度的纬向分布是由太阳辐射 $S^{(n)}$ 和反照率 $h^{(n)}$ 同时决定的。

(3) 水平湍流交换项是根据大尺度水平湍流运动的半经验理论而引入的, 既然是半经验的, 水平湍流交换系数 K 就不是一个确定的值。事实上, 早在 50 年代顾震潮就指出^[5], 在文献中常用的 K 值可以相差两个量级。但通常它和垂直湍流交换系数 k_v 之比约

为 $K/k_t \sim 10^5-10^6$ 。我们在文[1]中取了 $K/k_t \approx 0.6 \times 10^5$ ，可能 K 值相对于 k_t 来取得小了一点，但也不是小很多。在另一方面，也是众所周知的，水平湍流扩散后的作用，是使得物理量的水平分布趋于均匀化，而这对尺度较小的不均匀性起的平滑作用相对要大，对于大尺度的分布，水平湍流的作用一般是不大的。实际上在文[1]中的 D 、 N^2 和 $\bar{\epsilon}$ 等都是些综合量，在允许的范围内，把 K 增大一下，再把其它的参数调整一下也同样是可以得到较好的计算结果的。朱迅先生如有兴趣不妨试一下。

三、郭晓岚长波辐射计算的简化方案是否可用

郭晓岚^[6]提出红外辐射谱可以分成强吸收和弱吸收两个部分，其分割原则为：

$$\alpha_w^2 \rho_c^2 \ll \frac{\partial^3}{\partial z^3} \ll \alpha_s^2 \rho_c^2 \quad (7)$$

这只是对强、弱吸收区给出了一个划分标准，这与介质对短波辐射的吸收而引出的所谓“标高”（按朱文）不是一个含义。郭晓岚方案的贡献，在于把一个本来要计算整个辐射谱的带有繁重计算量的问题，简化成只要计算强、弱两个吸收带。事实上，早在 20 年代，在 Brunt 的经典著作^[7]中就已经指出，强吸收带的作用很像热传导过程，而弱吸收带的作用则取牛顿冷却形式，而郭晓岚用上述分割方法后，把强、弱吸收带的作用统一在一个方程中了。至于这样的简化会带来多大的误差，我们应用众所周知的 Кибель^[8] 和 Блинова^[9] 模拟全球温度分布的理论（在这个理论中没有将长波辐射分成强、弱吸收区），重新计算极冰反馈的效应，其结果见附录。可见原结论不变。

四、关于平均经圈环流

大气能量南北输送是由大型涡动同时也由平均经圈环流来完成的。前者在唯象理论中可以借引进水平湍流交换系数来表征，因此，陈文[2]中把这两种过程都考虑进去了。但在引进经圈环流时，把方程写成原文(5)式的形式，这意味着经圈输送只是在近地层和对流层顶附近才是重要的，即在那些地区可以省去对动量的水平湍流交换项，而只保留垂直湍流交换项。这当然是一个近似。也正因为这样一个简单的模式，因此没有算出实际的南北方向存在的三圈环流结构。

至于边界条件的相容问题，众所周知，在行星边界层中热成风关系是不成立的，因此不能由 $z=0$ ， $\partial u/\partial z=0$ 而得出 $z=0$ ， $\partial T/\partial \theta=0$ 的结论。但公式确如朱文所说少写了一个负号。

朱迅从图 2 推不出图 3，从图 1 推不出图 4，其原因之一是在画图时把计算结果作了平滑有关，最明显是图 2 的直线，是作了平滑的结果。其次，我们是用数值法解的，因此，在求解析解时假设随纬度和高度变化不大的一些参数都可以给出其变化。比如，垂直湍流交换系数 k_z 和灰体系数 F 随高度和纬度都有分布，一般说， F 在近地面及云层处要大一些，在地面的冰雪区更大， k_z 在近地层比高层大。

下面可以用文[1]的解析解定性地看看图 3 的低层是否会出现北风，由于

$$v_B = \frac{-g\nu}{f^2 T_a} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_B \approx A(1-x)^{1/2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial E^{(0)}}{\partial \xi} + P_2(x) \frac{\partial E^{(2)}}{\partial \xi} \right]_B$$

$$\approx A(1-x^2)^{1/2} \cdot 3x \frac{\partial E^{(2)}}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} \quad (8)$$

x , A 和 $(1-x^2)^{1/2}$ 均大于零, 根据文 [1] 中 $E^{(2)}(\xi)$ 的解析表达式及文 [2] 所给参数, 并假定总的等效水平湍流交换项的系数 $D \approx 6$, 可算得 $q_0 = 0.937$, $q_1 = 1.19$, $\bar{S}^* = 0.5$, 最后得 $\frac{\partial E^{(2)}}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} = -0.24 \bar{Q}_0$, 可见 $v_B < 0$, 这是北风。

文 [2] 图 4 中靠近极地边界层所以出现微弱东风, 这是由于该处位于冰面上, k_t 和 F 在纬向和垂直方向上都有较大的变化, 产生冰面纬度上低层较强的逆温之故。

参 考 文 献

- [1] 巢纪平、陈英仪, 1979, 中国科学, 12 期, p. 1198.
- [2] 陈英仪, 1984, 大气科学, 8 卷 1 期, p. 76.
- [3] North, G. R., 1975, *J. Atmos. Sci.* Vol. 32, p. 1301.
- [4] Блинова, Е. Н., 1947, *АН СССР сер Географическая и Геофиз.* ПО. XI, No. 1.
- [5] 顾震潮, 1957, 气象学报, 28 卷, p. 319.
- [6] 郭晓岚 (H. L. Kuo), 1973, *Pure & Appl. Geophys.*, Vol. 109, p. 1870.
- [7] Brunt, David, 1934, *Physical and dynamical meteorology*, Cambridge, at the University Press, 411.
- [8] Кибель, И. А., 1943, *ДАН. СССР.*, XXXIX, No. 1.

附 录

一、模式

把辐射只分成短波和长波两部份, 热通量方程及传输方程为:

$$\frac{K}{\mu^2} \Delta T + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_t \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \alpha' \rho_c (A + B - 2E) + \alpha'' \rho_c S = 0 \quad (A1)$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \alpha' \rho_c (A - E) \quad (A2)$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} = \alpha' \rho_c (E - B) \quad (A3)$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \alpha'' \rho_c S \quad (A4)$$

其中 Δ 为球坐标中水平拉普拉斯算子, S 为太阳辐射通量, 其它符号与文 [1] 同。

边界条件为:

(1) 大气上界, 没有向下的长波辐射通量, 即

$$x \rightarrow \infty \quad A = 0 \quad (A5)$$

(2) 大气上界, 入射的短波辐射与出去的长波辐射在整个球面上平衡。

(3) 大气上界, 温度沿经圈方向变得均匀。

(4) 地球表面的辐射只有长波辐射,

$$x = 0 \quad B = qE \quad (A6)$$

q 为一比例常数。

(5) 地面上满足热量平衡,

$$x = 0 \quad A + (1 - \Gamma)S = B - k_t \frac{\partial T}{\partial x} \quad (A7)$$

其中 Γ 为地表面的反照率。

引入光学厚度:

$$\xi = \frac{1}{\xi_0} \int_z^{\infty} \alpha' \rho_C dz \quad \xi_0 = \int_0^{\infty} \alpha' \rho_C dz \quad (\text{A8})$$

因此

$$\frac{\partial}{\partial z} = -\frac{\alpha' \rho_C}{\xi_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \quad (\text{A9})$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial E} \cdot \frac{\partial E}{\partial z} = -\frac{\alpha' \rho_C}{\xi_0} \frac{1}{\frac{dE}{dT}} \frac{\partial E}{\partial \xi} \quad (\text{A10})$$

令

$$M = \frac{K}{\alpha' \alpha' \rho_C \frac{dE}{dT}} \quad \frac{2}{m^2 - 1} = \frac{k, \alpha' \rho_C}{\frac{dE}{dT}} \quad (\text{A11})$$

消去 (A1)–(A4) 式中的 A 和 B , 运用上述边界条件, 最后把问题归结为:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\xi_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{2}{m^2 - 1} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) - \frac{2}{\xi_0^2} \frac{\partial^2 E}{\partial \xi^2} - \frac{1}{\xi_0^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{2}{m^2 - 1} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) \\ & - \left(1 - \frac{1}{\xi_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) \Delta M E = b(1 - b^2)(1 - \Gamma_0) Q_0(x) e^{-b\xi_0} \end{aligned} \quad (\text{A12})$$

其中 Γ_0 为大气的行星反照率, 且

$$b = \alpha'' / \alpha' \quad (\text{A13})$$

A 和 B 的表达式为:

$$\begin{aligned} A = & \frac{1}{\xi_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{1}{m^2 - 1} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{\xi_0^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{m^2 - 1} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) \\ & + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\xi_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \right) (2E - M\Delta E - bS) \end{aligned} \quad (\text{A14})$$

$$\begin{aligned} B = & -\frac{1}{\xi_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{1}{m^2 - 1} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{\xi_0^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{m^2 - 1} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) + \left(\frac{1}{\xi_0} \frac{\partial}{\partial \xi} + 1 \right) E \\ & - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\xi_0} \frac{\partial}{\partial \xi} + 1 \right) (M\Delta E + bS) \end{aligned} \quad (\text{A15})$$

边界条件为:

$$\begin{aligned} \xi = 0, & \quad \int_0^{\infty} \left\{ -\frac{1}{\xi_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{1}{m^2 - 1} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{\xi_0^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{m^2 - 1} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\xi_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \right) (2E - M\Delta E) \right\} d\xi = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} (2 + b - b^2) Q'_0(x) d\xi \end{aligned} \quad (\text{A16})$$

$$\begin{aligned} \xi = 0, & \quad \frac{1}{\xi_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{1}{m^2 - 1} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{\xi_0^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{m^2 - 1} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) \\ & + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\xi_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \right) (2E - M\Delta E) = \frac{b}{2} (1 + b) Q'_0(x) \end{aligned} \quad (\text{A17})$$

$$\begin{aligned} \xi = 1, & \quad -\frac{1}{\xi_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{1}{m^2 - 1} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{\xi_0^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{m^2 - 1} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\xi_0} \frac{\partial E}{\partial \xi} \\ & - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\xi_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \right) M\Delta E = \frac{b}{2} (1 + b) Q'_0(x) e^{-b\xi_0} \end{aligned} \quad (\text{A18})$$

$$\begin{aligned} \xi = 1, & \quad \frac{1}{\xi_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{2}{m^2 - 1} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) - \frac{2m^2}{(m^2 - 1)} \frac{1}{\xi_0} \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi_0} \frac{\partial}{\partial \xi} M\Delta E \\ & = (b^2 - 1 - \Gamma(x)) Q'_0(x) e^{-b\xi_0} \end{aligned} \quad (\text{A19})$$

其中

$$Q'_0(x) = (1 - \Gamma_0) Q_0(x) \quad (\text{A20})$$

二、问题的解

对 E 和 $\Gamma Q'_0(x)$ 用勒让德多项式作展开

$$A(\xi, x) = \sum_{n=0}^{\infty} A^n(\xi) P_n(x) \quad (\text{A21})$$

(A11) 式中的 dE/dT 取其平均值, 即 $dE/dT \approx 4\sigma \bar{T}^3$, 并作如下简化: 认为参数 M 对纬度的依赖性很弱, 而且 $\left(\frac{1}{m^2-1}\right)$ 及 M 随高度的变化很小, 则展开后的方程组为:

(1) $n=0$ 时,

$$\frac{d^4 E_0}{d\xi^4} - m^2 \xi_0^2 \frac{d^2 E_0}{d\xi^2} = \frac{m^2-1}{2} \xi_0^2 \bar{Q}_0 (1-b^2) b e^{-b^2 \xi_0^2} \quad (\text{A22})$$

$$\begin{aligned} \xi=0, \quad & -\frac{1}{\xi_0^3} \frac{d^3 E_0}{d\xi^3} - \frac{1}{\xi_0^2} \frac{d^2 E_0}{d\xi^2} + (m^2-1) \left(1 + \frac{1}{\xi_0} \frac{d}{d\xi}\right) E_0 \\ & = \frac{(m^2-1)}{2} (2+b-b^2) \bar{Q}_0 \end{aligned} \quad (\text{A23})$$

$$\begin{aligned} \xi=0, \quad & \frac{1}{\xi_0^3} \frac{d^3 E_0}{d\xi^3} - \frac{1}{\xi_0^2} \frac{d^2 E_0}{d\xi^2} + (m^2-1) \left(1 - \frac{1}{\xi_0} \frac{d}{d\xi}\right) E_0 \\ & = \frac{(m^2-1)}{2} b(1+b) \bar{Q}_0 \end{aligned} \quad (\text{A24})$$

$$\begin{aligned} \xi=1, \quad & -\frac{1}{\xi_0^3} \frac{d^3 E_0}{d\xi^3} - \frac{1}{\xi_0^2} \frac{d^2 E_0}{d\xi^2} + \frac{(m^2-1)}{\xi_0} \frac{dE_0}{d\xi} + (m^2-1)(1-q) E_0 \\ & = \frac{(m^2-1)}{2} b(1-b) \bar{Q}_0 e^{-b^2 \xi_0^2} \end{aligned} \quad (\text{A25})$$

$$\xi=1, \quad \frac{1}{\xi_0^3} \frac{d^3 E_0}{d\xi^3} - \frac{m^2}{\xi_0} \frac{dE_0}{d\xi} = \frac{(m^2-1)}{2} (b^2-1+h^{(0)}) \bar{Q}_0 e^{-b^2 \xi_0^2} \quad (\text{A26})$$

(2) $n \neq 0$ 时,

$$\frac{d^4 E_n}{d\xi^4} - \xi_0^2 (m^2 + M_n) \frac{d^2 E_n}{d\xi^2} + \xi_0^2 M_n E_n = \frac{(m^2-1)}{2} \xi_0^2 S^{(n)} \bar{Q}_0 \times (1-b^2) b e^{-b^2 \xi_0^2} \quad (\text{A27})$$

$$\xi=0, \quad E_n = 0 \quad (\text{A28})$$

$$\begin{aligned} \xi=0, \quad & \frac{1}{\xi_0^3} \frac{d^3 E_n}{d\xi^3} - \frac{1}{\xi_0^2} \frac{d^2 E_n}{d\xi^2} + \left(1 - \frac{1}{\xi_0} \frac{d}{d\xi}\right) [(m^2-1) + M_n] E_n \\ & = \left(\frac{m^2-1}{2}\right) b(1+b) \bar{Q}_0 S^{(n)} \end{aligned} \quad (\text{A29})$$

$$\begin{aligned} \xi=1, \quad & -\frac{1}{\xi_0^3} \frac{d^3 E_n}{d\xi^3} - \frac{1}{\xi_0^2} \frac{d^2 E_n}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi_0} [(m^2-1) + M_n] \frac{dE_n}{d\xi} \\ & + [M_n + (m^2-1)(1-q)] E_n = \left(\frac{m^2-1}{2}\right) b(1-b) \bar{Q}_0 S^{(n)} e^{-b^2 \xi_0^2} \end{aligned} \quad (\text{A30})$$

$$\begin{aligned} \xi=1, \quad & \frac{1}{\xi_0^3} \frac{d^3 E_n}{d\xi^3} - (m^2 + M_n) \frac{1}{\xi_0} \frac{dE_n}{d\xi} = \left(\frac{m^2-1}{2}\right) \bar{Q}_0 e^{-b^2 \xi_0^2} \\ & \times [(b^2-1) S^{(n)} + h^{(n)}] \end{aligned} \quad (\text{A31})$$

其中

$$Q'_0(x) = \bar{Q}_0 \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} S^{(n)} P_n(x)\right] \quad (\text{A32})$$

$$M_n = Mn(n+1) \frac{(m^2-1)}{2} \quad (\text{A33})$$

$$\Gamma Q'_0(x) = \sum_n h^{(n)} P_n(x) \quad (\text{A34})$$

容易得出四阶常微分方程的解

$$E_0 = R_0 e^{-b^2 \xi_0^2} + C_{10} + C_{20} \xi + C_{30} e^{-m^2 \xi_0^2} + C_{40} e^{m^2 \xi_0^2} \quad (\text{A35})$$

其中

$$\begin{aligned} R_0 &= \left(\frac{m^2-1}{2} \right) \frac{(1-b^2)}{b} \frac{\bar{Q}_0}{(b^2-m^2)} \\ C_{10} &= K_1 \bar{Q}_0 + \frac{(m+1)}{(m^2-1)} C_{40} - \frac{(m-1)}{(m^2-1)} C_{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{30} &= -\frac{\xi_0}{m^2} \frac{(m^2-1)}{2} h^{(0)} \bar{Q}_0 e^{-b\xi_0} \\
 C_{30} &= C_{40} + \frac{(m^2-1)}{m} \left[\frac{\bar{Q}_0}{2} (K_1 - K_2) - \frac{C_{30}}{\xi_0} \right] \\
 C_{40} &= \frac{(m^2-1)\bar{Q}_0}{m(P_2 - P_1)} \left\{ \frac{P_1}{2} (K_1 - K_2) - \frac{m}{m^2-1} (K_1 - K_3 e^{-b\xi_0}) \right. \\
 &\quad \left. - C_{30} \left[\frac{P_1}{\xi_0} - \frac{m}{m^2-1} \left(\frac{1}{\xi_0} - 1 - \frac{1}{\xi_0(1-q)} \right) \right] \right\} \\
 P_1 &= \frac{m-1}{m^2-1} - \left[1 - \frac{m}{1-q} + \frac{m^2(m-1)}{(m^2-1)(1-q)} \right] e^{-m\xi_0} \\
 P_2 &= \frac{m+1}{m^2-1} + \left[1 + \frac{m}{1-q} - \frac{m^2(m+1)}{(m^2-1)(1-q)} \right] e^{m\xi_0} \\
 K_1 &= \frac{1}{2} \left[2 + b - b^2 - \frac{(1-b)(1-b^2)(m^2-1-b^2)}{b(b^2-m^2)} \right] \\
 K_2 &= \frac{1}{2} \left[b(b+1) - \frac{(1+b)(1-b^2)(-b^2+m^2-1)}{b(b^2-m^2)} \right] \\
 K_3 &= \frac{1}{2(1-q)} \left\{ b(1-b) - \frac{(1-b)[b^2(b-1) + (m^2-1)(1-q-b)]}{b(b^2-m^2)} \right\}
 \end{aligned} \tag{A36}$$

为节省篇幅, E_m 的解的表达式没有引出。当 m 取 0, 2 两项, 参数值取 $K = 10^7 \text{ cal/cm} \cdot \text{s} \cdot \text{k}$, $h_e = 15 \text{ cal/cm} \cdot \text{s} \cdot \text{k}$, $\alpha'' = 1.6 \text{ cm}^2/\text{g}$, $\alpha' = 3.5 \text{ cm}^2/\text{g}$, $\rho_e = 6 \times 10^4 e^{-0.42g/\text{cm}^2}$, $q = 1.15$, 灰体系数一般为 0.6—0.65, 有冰雪的地方取 1.0, $\Gamma_0 = 0.3$, 地表反照率如文 [1]。得到地面温度随纬度的分布如表 A₁ 所示 (T_1), T_0 为实况。表 A₁ 同时给出冰界纬度与太阳常数相对量 (Q) 的关系, 这时的 x 应理解为冰界纬度, ΔQ 为使冰界纬度从现在的 72°N 南移到 50°N 太阳常数应减小的量。可见, 即使不采用郭晓岚方案, 结论也仍不变。

表 A₁ 地面温度的分布及冰界纬度与太阳常数相对量的关系

X	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	ΔQ
T_0	26.7	26.4	26.2	25.0	22.5	19.7	15.0	10.0	3.5	-4.0		
T_1	26.7	26.5	26.0	25.0	22.2	20.0	15.5	10.5	4.0	-5.0	-12.2	
Q	0.65	0.66	0.65	0.67	0.69	0.72	0.76	0.80	0.86	0.95	1.05	16%

更 正

本刊 10 卷 2 期“一个同时采用两种地图投影坐标系的大气环流模式”一文, 在第 124 页的方程 (1)–(4) 中, 等号右边方括号内第一项应分别为: $\nabla \cdot (p_0^* u \mathbf{V}/m)$ 、 $\nabla \cdot (p_0^* v \mathbf{V}/m)$ 、 $\nabla \cdot (p_0^* T \mathbf{V}/m)$ 和 $\nabla \cdot (p_0^* q \mathbf{V}/m)$ 。作者在抄稿时疏漏了一地图投影放大系数 m , 特向读者致歉!