

短时间尺度周期性热力强迫下 流型的低频振荡 *

罗哲贤

(南京气象学院)

摘要

本文在正压涡度方程中引进短时间尺度周期性热力强迫项，在一定的参数范围内，该强迫项可以引起环流指数准两至三周的低频振荡。

关键词：低频振荡；非周期演变；周期性热力强迫。

一、引言

地球大气中存在着一类其周期长度小于约5天的短时间尺度的热力强迫源，如深厚积云对流引起的凝结潜热释放等。这种强迫源不仅会直接影响到短时间尺度的大气运动，而且可能对较长时间尺度大气运动的种种属性产生影响，这是大气科学的又一类非线性作用，即不同时间尺度过程之间的非线性作用。

最近，卢理和曾庆存^[1]用两层大气环流模式，试验了太阳辐射日变化对气候模拟的影响。他们指出，太阳辐射日变化通过复杂的非线性反馈过程，影响到整个大气运动过程和降水、蒸发、湿度等要素的月平均值，因而影响到中、长期数值预报以及气候模拟的准确性。李崇银^[2]指出，当有垂直切变基流存在的情况下，通过积云对流的反馈作用，可以产生一种移动性CISK波。CISK波的振荡周期约为34天。这就在短时间尺度热力过程（对流凝结加热）和较长时间尺度运动（低频振荡）之间建立了一种内在的联系。Orlanski^[3]对热带云量的变化做过谱分析。结果表明，在2天和4天左右，有两个峰值。如所知，组织完好的积云对流所释放的潜热是大气非绝热加热的一个重要来源。Salby^[4]等分析了这些短时间尺度非定常热源的动力响应。

本文在正压涡度方程中引进短时间尺度的周期性热源强迫项，试图讨论这类强迫作用与较长时间尺度低频振荡之间的联系。

二、模 式

将正压涡度方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla^2 \psi - \frac{\psi}{\lambda^2} \right) + J \left(\psi, \nabla^2 \psi - \frac{\psi}{\lambda^2} + f_0 \frac{h}{H} + \beta y \right) = f_0 \frac{D_E}{2H} \nabla^2 (\psi^* - \psi) \quad (1)$$

1988年10月28日收到，1989年9月6日收到再改稿。

* 大气科学和地球流体力学数值模拟开放研究实验室和国家气象局气候基金资助课题。

无量纲化后, 用低谱途径^[5]展开, 得到谱展式方程组:

$$\dot{\psi}_A = -k_{01}(\psi_A - \psi_{A*}) + h_{01}\psi_L, \quad (2)$$

$$\dot{\psi}_k = -(\alpha_{n1}\psi_A - \beta_{n1})\psi_L - \delta_{n1}\psi_c\psi_N - k_{n1}(\psi_k - \psi_{k*}), \quad (3)$$

$$\dot{\psi}_L = (\alpha_{n1}\psi_A - \beta_{n1})\psi_k + \delta_{n1}\psi_c\psi_M - k_{n1}(\psi_L - \psi_{L*}) - h_{n1}\psi_A, \quad (4)$$

$$\dot{\psi}_c = \varepsilon_n(\psi_k\psi_N - \psi_L\psi_M) - k_{02}(\psi_c - \psi_{c*}) + h_{02}\psi_N, \quad (5)$$

$$\dot{\psi}_M = -(\alpha_{n2}\psi_A - \beta_{n2})\psi_N - \delta_{n2}\psi_c\psi_L - k_{n2}(\psi_M - \psi_{M*}), \quad (6)$$

$$\dot{\psi}_N = (\alpha_{n2}\psi_A - \beta_{n2})\psi_M + \delta_{n2}\psi_c\psi_k - k_{n2}(\psi_N - \psi_{N*}) + h_{n2}\psi_c. \quad (7)$$

将 $\psi_i^*(i=A, K, C)$ 分为定常强迫与瞬变强迫, 即令

$$\psi_i^*(t) = \psi_{i0}^* + \psi_{ii}^*(t),$$

$\psi_{i0}^* = 0$, $\psi_{ii}^* = 0$ ($j=K, C$), ($i=A, K, C$) 时, (2)–(7) 与文献[5] 的关于 ψ_k ($k=A, K, L, C, M, N$) 的非线性系统完全相同. 推导过程与 [5] 类似, 这里从略,

并限定 $\lambda^{-2}=0$. 参数: $K_{01}=K_{n1}=K_{02}=K_{n2}=0.01$, $h_{01}=\frac{h_0}{2H}r_{n1}$, $\frac{h_0}{2H}=0.1$,

$r_{n1}=\frac{40\sqrt{2}}{15\pi}n$, n 为 β 平面内沿纬圈方向的波数, $n=2$, $\alpha_{n1}=\frac{n^2}{n^2+1}r_{n1}$,

$\beta_{n1}=\frac{n}{n^2+1}\frac{L}{a}\cot\varphi_0$, 令 $L/a=1/4$, $\varphi_0=45^\circ\text{N}$, $\delta_{n1}=\frac{n^2}{n^2+1}r_{n1}$,

$r_{n3}=\frac{64\sqrt{2}}{15\pi}n$, $h_{n1}=\frac{1}{n^2+1}h_{01}$, $\varepsilon_n=\frac{3}{4}r_{n3}$, $h_{02}=\frac{r_{n3}}{4}\frac{h_0}{2H}$, $\delta_{n2}=\frac{n^2-3}{n^2+4}r_{n3}$,

$h_{n2}=\frac{r_{n3}}{n^2+4}\frac{h_0}{2H}$. 本文参数取值与文献[5] 相同.

令

$$\psi_{ii}^*(t)=S_i^*\cos\omega t, \quad (i=A, K, C).$$

S_i^* 为周期性热力强迫项的振幅, ω 为周期性热力强迫项的圆频率, 取 ω 相应于周期长度为 4 天的振动. S_i^* 取值不同, 反映了短时间尺度周期性热力强迫作用的不同强度. 下面, 我们将数值分析, 在短时间尺度周期性热力强迫使下, 流型演变的几种类型, 及其对参数取值的依赖性.

三、计算结果

方程组(2)–(7)是一个常微分方程组. 现用 Asselin^[6] 方案对其进行数值积分, 时步

为3小时，热源强迫的周期 T_w 取为4天。除说明外，所有试验的初值均为 $(\psi_{A0}, \psi_{K0}, \psi_{L0}, \psi_{C0}, \psi_{M0}, \psi_{N0}) = (0.0335, -0.0384, -0.0007, 0.0077, 0.0099, 0.0156)$ ，记为初值1。求出诸谱系数 ψ_i 后，再计算 ψ 场及其环流指数 I 。这里，定义 $I = \sqrt{(\psi_A^2 + \psi_C^2) / (\psi_K^2 + \psi_L^2 + \psi_M^2 + \psi_N^2)}$ ， I 愈大(小)，纬(经)向环流愈强。

本文主要关心的是，短时间尺度热源的振动对较长时间尺度流型的演变有什么影响。为了更清楚地分析这个问题，先将短时间尺度流型演变的成份除去。通常有两种方法。一是平均法，即相应于热源振动的4天周期，对 ψ_i ($i = A, K, L, C, M, N$)和环流指数 I ，求4天的平均值。一是频闪法，即从热源振动的某个相位开始，对数值积分输出，每隔一个周期 T_w 读取一次 ψ_i 和 I 的瞬时值(以下记这些瞬时值为环流指数的频闪值 I_n)。然后再分析 I_n 构成的时间序列，以及平均值构成的时间序列。显然，若 I_n 不随时间改变，则有两种情况。第一，流型准定常。第二，流型演变过程中，不包含任何周期大于 T_w (T_w 为短时间尺度热力强迫的周期)的较长时间尺度的低频变化。若 I_n 随时间而改变，也有两种情况。第一，流型演变过程中，含有周期大于 T_w 的某些较长时间尺度的低频振动成份。第二，流型演变过程中，不存在统计意义上显著的低频周期振动成份，但具有较长时间尺度的不规则变化的成份。下面对此加以讨论。

1. 短时间尺度周期性热力强迫下，流型演变的几种形态

(a) 准定常流型(图1a)

方程组(2)—(7)中，如令周期性热力强迫项的系数 S_i^* ($i = A, K, C$)均为零，这时，不包含短时间尺度周期性强迫作用，结果：环流指数频闪值及环流指数都不随时间变化(图1a纵坐标为环流指数 I)。

(b) 外源锁相

$S_A^* = 0.0, S_K^* = -0.205, S_C^* = 0.20$ 时，环流指数频闪值 I_n 随时间的变化趋于定常(图1b)，而相应环流指数 I 随时间的变化为短周期(4天)振荡(图略)。说明在一定的参数范围，(2)—(7)描述的系统的流型振荡周期与外源振荡周期相同，这称为外源锁相。

(c) 准周期振荡

图1c中， I_n 随时间的变化显示出振幅阻尼的准16天周期振荡。说明：在一定的参数范围和一定的时间范围内，短时间尺度周期性热力强迫的引入，可以使流型变化的过程中，包含有准16天周期振荡的成份。

图1e上， I_n 随时间的变化表明，经过一段暂态过程以后，流型的变化显示出振幅不阻尼的准12天的周期振荡。

另外， $S_A^* = 0.45, S_K^* = -0.205, S_C^* = 0.20$ 时， I_n 随时间的变化过程中，显示出了振幅准定常的准24天的周期振荡(图略)。

(d) 非规则的演变

图1d上，第(50—100)个模式日期间，频闪值 I_n 的变化大致具有周期为20天的低频振动。但这种振动在第(120—220)个模式日期间不再显现，转为不规则的演变阶段。在第(240—300)个模式日期间， I_n 的变化似乎又是周期性的振动，但其振动周期明显地长于第(50—100)个模式日期间的振动周期。第(300—440)个模式日期间， I_n 的

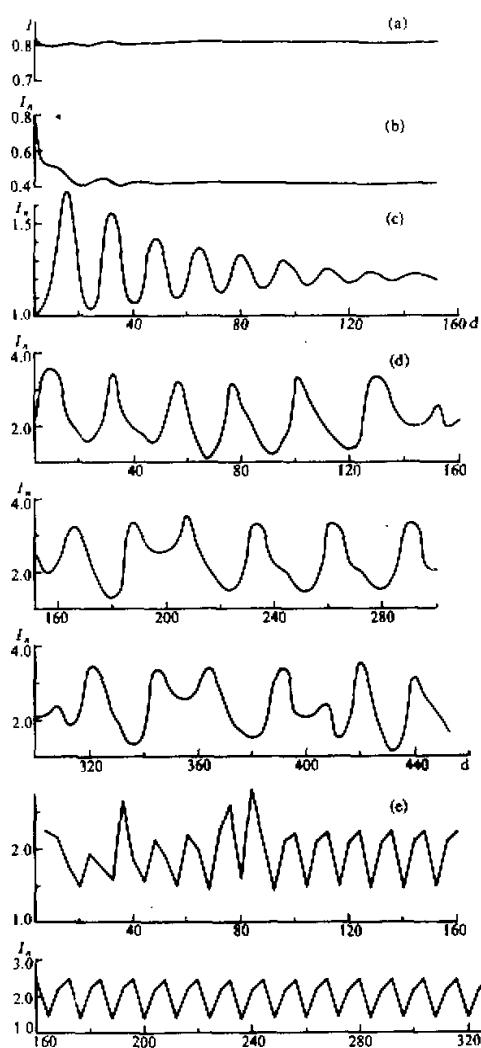


图 1 环流指数 I 和环流指数频闪值随时间的变化
(a) $S_A^* = S_K^* = S_C^* = 0.0$, (b) $S_A^* = 0.0$, $S_K^* = -0.205$, $S_C^* = 0.20$
(c) $S_A^* = 0.25$, $S_K^* = -0.205$, $S_C^* = 0.42$, (d) $S_A^* = 0.50$,
 $S_K^* = -0.205$, $S_C^* = 0.20$, (e) $S_A^* = 0.45$, $S_K^* = 0.00$,
 $S_C^* = 0.20$.

指数频闪值 I_n 演变周期的长度。如 $T=2$, 表示 I_n 演变周期的长度有 2 个外源周期那样长, 即 8 天的振动周期, 记为周期 2。类似地, $T=4$, 表明 I_n 的演变周期为 16

变化又不规则了。从图 1d 上 I_n 440 个模式日积分总的演变特征来看, 很象是一种非规则的演变。

以上主要分析了频闪值 I_n 随时间演变的情况, 对于 T_ω 周期内的四天平均值序列, 我们也做了分析, 得到了类似的结果。

图 1 所示几种演变形态是数值积分过程中显示出来的现象。一般而言, 对于长时间数值积分过程中显示出来的现象, 应尽可能地进一步做些分析, 从而判别, 这些现象是非线性系统本身固有性质的反映, 还是计算性的。这时, 一个比较有用的方法, 是考察一下, 这些数值积分过程中显示出来的现象与参数值的渐变之间有什么联系。现在我们就此做些分析。

2. 准周期低频振荡的出现和破坏

S_i^* ($i = A, K, C$) 的不同取值, 反映了短时间尺度周期性热力强迫的不同强度。我们选取了几十组 S_i^* 的参数值进行数值积分。从这些积分结果来看, 随着参数 S_i^* 的渐变, 流型演变特征似乎是有一些规律的, 而不是随意的。在一定的参数范围, 准周期低频振荡逐渐清楚地显示出来。在另一些参数范围, 准周期低频振荡又会逐渐地被破坏, 或者出现其它周期的低频振荡形态。

图 2 给出了 S_C^* 不同取值的情况下, 环流指数频闪值 I_n 的周期图。这些周期图是根据 148 个模式日的 I_n 的时间序列计算的。图上, 横坐标 $T = T_f / T_\omega$, T_ω 为外源周期长度, $T_\omega = 4$ 天, T_f 为环流

天, 记为周期 4. 纵坐标为相应周期成份的振幅值. $S_C^* = 0.03$ (图2a)时, $T=2$ 处的振幅值相对最大, 但未达到0.05信度. 随着 S_C^* 的加大, 周期 2 的振幅值愈来愈小, 如 $S_C^* = 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.10$ 时, 振幅值分别为(1.31, 1.21, 1.13, 1.02, 0.87) $\times 10^{-3}$. 表明周期 2 的振动成份愈来愈弱. $S_C^* = 0.15$ (图2b)时, 在 $T=4$ 处, 开始出现一个弱的峰值, $T=2$ 处, 振幅继续减小. $S_C^* = 0.20$ (图2c)时, 周期 4 的振幅值已超过了周期 2 的振幅值. $S_C^* = 0.30$ 时, $T=2$ 处已无任何峰值的痕迹, 在 $T=4$ 处出现了一个显著的峰值(图 2d). $S_C^* = 0.40$ 时, $T=4$ 处的峰值更加显著(图 2e). 由此可见, 在 $0.03 \leq S_C^* \leq 0.40$ 的范围内, 随着 S_C^* 的逐渐增加, 周期 2 的振动成分愈来愈弱, 周期 4 的振动成份即准 16 天周期低频振荡的成份愈来愈强. $S_C^* = 0.42, 0.44$ 时, 增强的趋势仍然维持. $S_C^* = 0.50$ 时, 周期 4 相应的振幅又减小了(图2f).

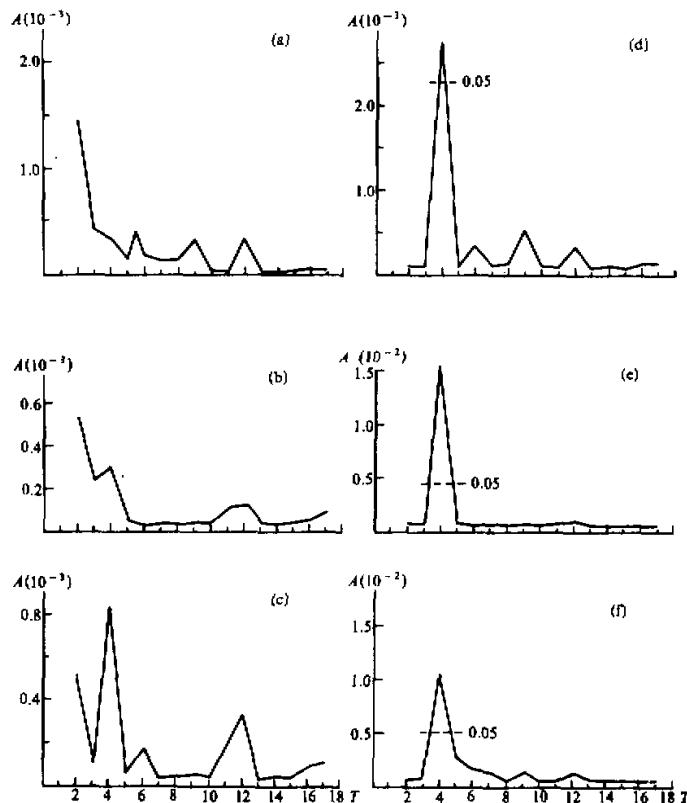


图 2 不同 S_C^* 取值时, 环流指数频闪值 I_n 的周期图. $S_A^* = 0.25, S_K^* = -0.205$
(a) $S_C^* = 0.03$, (b) $S_C^* = 0.15$, (c) $S_C^* = 0.20$, (d) $S_C^* = 0.30$, (e) $S_C^* = 0.40$, (f) $S_C^* = 0.50$.

图 3 给出了 S_A^* 不同取值情况下, 环流指数频闪值 I_n 的周期图. 它们也是根据148个模式日的 I_n 的时间序列计算的. $S_A^* = 0.05$ 时, $T=4$ 处出现一个振幅峰值, 信度达到

0.05, 表明周期 4, 即准 16 天周期低频振荡的成份存在. $S_A^* = 0.10, 0.15$ 时, 周期 4 处峰值更为显著. $S_A^* = 0.20$ 时, 周期 4 处峰值开始减弱, 达不到 0.05 信度(图略). $S_A^* = 0.30$ (图3a)时, 周期 4 处峰值继续减小, 周期 6 处出现另一峰值. $S_A^* = 0.35$ (图 3b)时, 周期 6 处峰值已大于周期 4 处峰值. $S_A^* = 0.40$ (图3c)时, 周期 4 处峰值完全消失, 在周期 5、周期 7 处出现了两个新的显著峰值. $S_A^* = 0.45$ (图3d)时, 周期 4 处仍无峰值, 周期 6 处有一显著峰值. $S_A^* = 0.50$ (图3e)时, 不存在任何达到 0.10 信度以上的峰值. 图3f

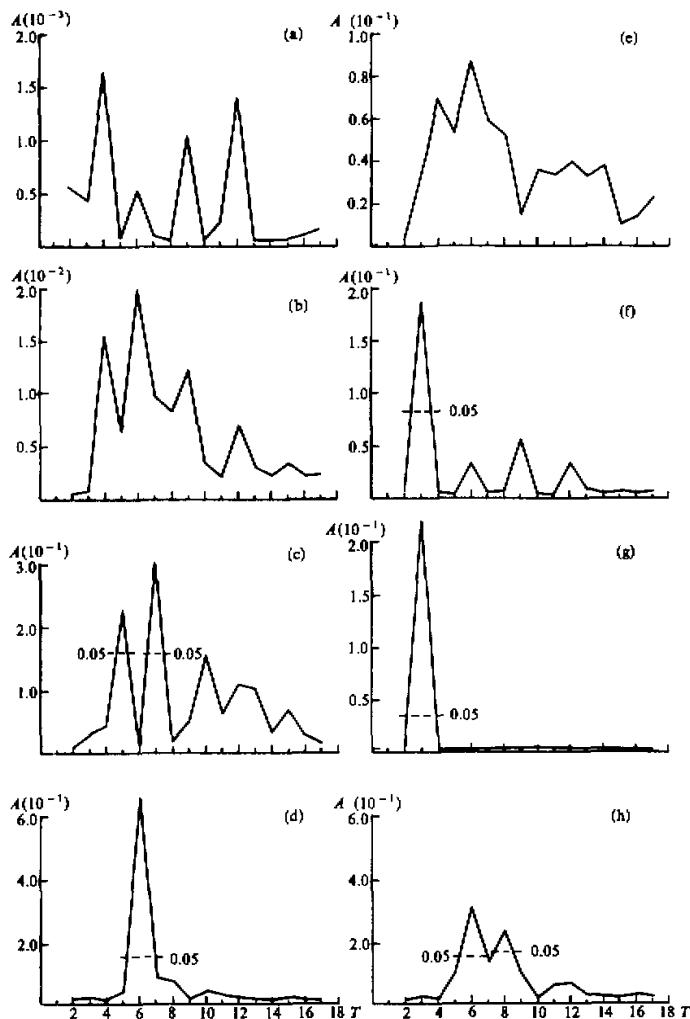


图 3 不同 S_A^* 取值时, 环流指数频闪值 I_n 的周期图 $S_C^* = 0.20, S_K^* = -0.205$
(a) $S_A^* = 0.30$, (b) $S_A^* = 0.35$, (c) $S_A^* = 0.40$, (d) $S_A^* = 0.45$, (e) $S_A^* = 0.50$, (f-h) 参值文内说明.

给出了周期 3 处存在显著峰值的结果。

概括而言，在 $0.05 \leq S_A^* \leq 0.50$ 的范围内，随着 S_A^* 的逐渐增加，周期 4 即准 16 天的低频振动成份先是逐渐增强，愈来愈显著。 $S_A^*=0.20$ 以后，准 16 天周期的低频振动成份逐渐减弱，不再显著了；而周期 6 或者相邻的周期 5、周期 7 即准 24 天、20 天、28 天的低频振动成份变得显著起来。

值得指出的是，在出现周期 5、周期 7 峰值(图 3c)和周期 6 峰值(图 3d)相应参数值的两侧，即 $S_A^*=0.35, 0.50$ (图 3b, 3e)处，流型的演变均无显著周期成份，显示了某种非周期演变的特征。

由图 2、图 3 可见，随着热力强迫参数的变化，存在着两种不同的演变过程。一是周期 2 的振动成份逐渐减弱，同时周期 4 的振动成份逐渐增强的过程。一是周期 4 的振动成份逐渐减弱，周期 6 或周期 5、周期 7 逐渐增强的过程。前者是周期 K ($K=2^n, n=1, 2$)振动成份之间的转换；后者是周期 K_2 ($K_2=2^n$)向周期 J ($J \neq 2^n, n$ 为正整数)的转换。这一点与混沌理论中的周期倍化以及混沌区内周期窗口的现象似乎有些相似之处。如所知，系统的演变在进入混沌区以前，有时可存在周期倍化过程，即周期 K ($K=2^n, n=1, 2, 3, \dots$)之间的逐次转换过程。而周期 J ($J \neq 2^n$)一般只在混沌区的周期窗口中才能显现。周期 K 之间的转换意味着在混沌区外的变化，周期 K_2 向周期 J 的转换意味着混沌区外向混沌区内窗口区的转换。图 2、图 3 的结果与混沌理论的某些概念之间有某些相似，说明：图 1 所示的几种准周期低频振荡及非规则振荡的数值结果，可能是非线性系统(2)—(7)固有性质的反映，而不是计算性的。

3. 初值的影响及低频振荡的周期性在时间序列中的变化

为了试验不同初值的影响，在 $S_A^*=0.45, S_C^*=0.20, S_k^*=0.00$ 的情况下，分别用初值 1 和初值 2 启动。这里，初值 2 取为静止流场，即 $\psi_i=0$ ($i=A, K, L, C, M, N$)。从初值 1 启动的 I_n 的周期图如图 3f 所示。从初值 2 启动的 I_n (不计暂态过程)的周期图如图 3g 所示。这两个图上， $T=3$ 处均为一个峰值，表明，从不同初值场启动的积分过程中，准 12 天周期振动的成份都是显著的。

在实测气象要素时间序列的周期分析中，往往会遇到周期性在时间序列中发生变化的现象。用来做周期分析的资料年限不同，某些周期的强度和周期图的结构也不同。图 3d 是根据 $S_A^*=0.45, S_C^*=0.20, S_k^*=-0.205$ 时，从初值 1 启动后，第(1—148)个模式日 I_n 的时间序列计算得到的周期图。图上有一个强的周期 6 的峰值。但是，用第(149—296)个模式日 I_n 的序列来分析，周期 6 的峰值明显变弱，另出现一个周期 8 的弱的峰值(图 3h)，说明准 24 天周期低频振动的强度在时间序列中也会改变。

四、讨 论

目前，不只限于大气科学，在多种其它学科，都已积累了一批非线性系统周期倍化及混沌区内存在周期窗口的例子。既然大尺度大气运动受到非线性方程组的约束，大气之中又存在着一类短时间尺度的准周期变化的热源，我们猜测，在一定的条件下，存在

着周期倍化过程以及类似于混沌区窗口现象的可能性。相应地，流型就有可能显示出时间尺度较热源变化要长的准周期低频振荡。本文的数值结果说明，在一定的参数范围，短时间尺度周期性热力强迫的引入，从现象上看是能够引起流型的低频振荡的，振荡周期大多为准 2—3 周。不过，这只是在十分有限的参数空间之中的数值结果，还需要进一步的理论分析。另外，热源与流场之间的相互作用，不同截谱方式的影响等均未考虑，这里只是初步结果，上述问题都需要继续研究。

参 考 文 献

- [1] 卢理、曾庆存, 1987, 太阳辐射日变化对气候模拟的影响, 大气科学, **11**, 351—358.
- [2] 李崇银, 1985, 南亚夏季风槽脊和热带气旋的活动与移动性 CISK 波, 中国科学, B 集, No. 7, 668—675.
- [3] Orlanski, I. and Polinsky, L. J.; 1977, Spectral distribution of cloud cover over Africa, *J. Meteor. Soc. Japan*, **55**, 483—493.
- [4] Salby, M. L. and Garcia, R. R., 1987, Transient response to localized episodic heating in the tropics. Part I., *J. Atmos. Sci.*, **44**, 458—494.
- [5] Charney, J. G. and Devore, J. G., 1979, Multiple flow equilibria in the atmosphere and blocking, *J. Atmos. Sci.*, **36**, 1205—1216.
- [6] Asselin, R., 1972, Frequency filter for time integrations, *Mon. Wea. Rev.*, **100**, 487—490.

LOW-FREQUENCY OSCILLATIONS DEDUCED BY FOUR-DAY PERIODIC THERMAL FORCING

Luo Zhexian

(*Nanjing Institute of Meteorology, Nanjing*)

Abstract

The results of the numerical integrations by the barotropical vortical equation with four-day periodic thermal forcing show low-frequency oscillations whose periods are about two weeks can be caused by the forcing.

Key words: Low-frequency oscillations; Periodic thermal forcing; Chaotic behaviour.