

22° 晕的光强度和颜色分布

胡 波

(西北纺织工学院, 西安 710048)

提 要

本文首次提出了 22° 晕的折射—衍射理论, 计算了几种冰晶大小平均值 $\bar{a}$ 和标准差 σ 情况下 22° 晕的径向光强度分布和色品坐标, 给出了相对光强度曲线和色品曲线。探讨了冰晶大小及其分布对 22° 晕光强度和颜色分布的影响。理论计算的 22° 晕光强度分布与实测结果基本相符。事实上, 22° 晕是一种折射—衍射晕。

关键词: 单缝衍射; 色品坐标; 色纯度; 半峰宽度。

一、引 言

日晕是毛卷层云中形成的大气光学现象, 其形状有圆圈状, 弧状和光斑等, 颜色为彩色或白色。国内外对晕的研究, 一直停留在几何光学的范畴之内^[1-3]。

22° 晕是环绕太阳(或月亮)的一个角半径为 22° 的大光圈, 色序为内红外紫, 由毛卷层云中随机分布的六角棱柱状、角锥棱柱状或板状冰晶形成。长期以来, 22° 晕被认为是折射晕^[1-3]。1983 年 Konnen 将几何光学理论和 Fresnel 公式用于 22° 晕形成机理和偏振的研究^[4], 1985 年 Lynch 和 Schwatz 首次测量了 22° 晕的光强度分布^[5]。Konnen 和 Tinbergen 曾提出衍射理论可应用于 22° 晕, 但他们没有做进一步的工作^[6]。早在 1938 年 Airy 已建立了虹的衍射理论, 揭示了附属虹的形成机制^[7-8], 然而迄今为止, 衍射效应在 22° 晕形成中的作用尚不清楚。

Pernter 和 Exner^[9], Lee, Jr.^[10] 和 Kubesh^[11] 先后将色度学应用于虹的研究, 笔者将色度学用于天空和太阳的颜色问题^[3,12], Lock 和 Yang 将色度学应用于华的研究^[13], 这些工作有助于揭示大气光学现象的特征和形成机制。但是尚未将色度学应用于日晕的研究。

本文的工作是应用衍射理论和色度学理论对 22° 晕的光强度和颜色分布进行分析和计算, 探讨冰晶大小及其分布对 22° 晕的光强度和颜色分布的影响。

二、理论分析

22° 晕是太阳光(或月光)从六角棱柱状(或板状)冰晶的一个侧面射入, 再从相间的另一侧面(两相间侧面的夹角 A 为 60°)以最小偏向角出射形成的。按衍射理论,

1994 年 3 月 14 日收到, 12 月 6 日收到修改稿。

光束从冰晶出射时, 必然发生矩形孔衍射, 但对于六角棱柱状冰晶, 其长度大约是直径的 5—6 倍, 故可以近似地用单缝衍射处理。单缝衍射的光强为

$$I = I_0 (\sin x / x)^2, \quad (1)$$

式中 $x = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$, λ 为波长, a 为缝宽, I_0 为衍射光的中央最大值。缝宽 a 等于从冰晶出射光束的宽度, 本文称 a 为冰晶大小。

毛卷层云中冰晶大小分布服从 Γ 分布或 Gauss 分布^[6], Gauss 分布函数为

$$f(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{(a-\bar{a})^2}{2\sigma^2} \right\}, \quad (2)$$

式中 $\bar{a}$ 为冰晶大小的平均值, σ 为标准差。

冰晶对不同波长光的折射率不同, 根据文献[14]给出的三种典型波长光的折射率和 Caugh 公式, 求得冰晶的色散公式为

$$n(\lambda) = 1.29458 + \frac{6608.97}{\lambda^2} - \frac{48117.1 \times 10^4}{\lambda^4}, \quad (3)$$

单色光通过冰晶的最小偏向角由下式给出^[3]:

$$\theta_A = 2 \arcsin \left\{ n(\lambda) \sin \frac{A}{2} \right\} - A, \quad (4)$$

单色光通过冰晶的衍射光强度为

$$I_1(\theta, \lambda, A) = \int_0^\infty P(\lambda) \left(\frac{\sin x'}{x'} \right)^2 f(a) da, \quad (5)$$

式中 $P(\lambda)$ 为太阳光 (或月光) 的相对光谱功率分布^[15], $f(a)$ 为冰晶大小分布函数,

$x' = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta'$, $\theta' = \theta - \theta_A$, θ 是观察点离开太阳中心的角距离。

22° 晕的总光强度是各单色光的衍射光非相干叠加的结果

$$I(\theta, A) = k \int_{0.38}^{0.78} I_1(\theta, \lambda, A) d\lambda, \quad (6)$$

式中 k 为归一化系数。对于 22° 晕, $A = 60^\circ$ 。

冰晶在空中旋转, 主轴与光线斜交等原因均可导致 θ_A 之增大^[2], 可将其等效为 A 的增大, 因此 22° 晕的总光强可被 A 的分布加权

$$I(\theta) = \frac{k \int_{A_1}^{A_2} \int_{0.38}^{0.78} I_1(\theta, \lambda, A) K(A) dA d\lambda}{\int_{A_1}^{A_2} K(A) dA}, \quad (7)$$

式中 $K(A)$ 为权重分布函数, $A_1 = 60^\circ$ 。

22° 晕颜色的色品坐标为

$$r_j(\theta) = \frac{\int_{0.38}^{0.78} I_2(\theta, \lambda) \bar{r}_j(\lambda) d\lambda}{\sum_j \int_{0.38}^{0.78} I_2(\theta, \lambda) \bar{r}_j(\lambda) d\lambda}, \quad (8)$$

式中 $I_2(\theta, \lambda)$ 是 θ 和 λ 的函数; $j = x, y, z$; $r_j(\theta)$ 是色品坐标; $\bar{r}_j(\lambda)$ 是 CIE 1931 标准色度观察者光谱三刺激值。

三、计算结果和讨论

1. 22° 晕的光强度分布

我们利用计算机计算了不同 $\bar{a}$ 和 σ 情况下 22° 晕的径向相对光强度, $f(a)$ 采用 Gauss 分布, 光源为太阳, 结果如图 1 和图 2 所示。

图 1 给出了不同 $\bar{a}$ 和 σ 情况下 22° 晕的光强度曲线。曲线(a)对应于大冰晶 ($\bar{a} = 100 \mu\text{m}$), 当 $22.5^\circ < \theta < 21.4^\circ$ 时, 光强度迅速衰减到零, 半峰宽度(FWHM)为 1.1° 。曲线(b)对应于小冰晶 ($\bar{a} = 10 \mu\text{m}$), 光强度曲线下降缓慢, FWHM 为 3.3° 。由图可见, $\bar{a}$ 相同时, σ 越大光强度曲线下降越缓慢。

几何光学理论给出, 当 $\theta < 21.4^\circ$ ($\lambda = 0.780 \mu\text{m}$ 红光的最小偏向角) 时, 光强突然变为零^[6], 这显然是不合理的。类似的问题在 Descartes 的虹理论中也存在^[3]。光强曲线向内侧延伸以及小冰晶的 FWHM 较大冰晶的 FWHM 为大, 是 22° 晕中衍射效应存在的有力证据。光强度曲线向内侧延伸的程度决定于 $\bar{a}$ 和 σ 。

利用(7)式, 我们计算了乘以权重分布系数 $K(A)$ 之后 22° 晕的光强度, 同时考虑了太阳(或月亮)光盘的视大小(半径取 0.27°), 结果如图 2 所示。曲线(a)和(b)分别对应于不同的 $\bar{a}$ 和 σ , 但 A 的取值范围均为 $60^\circ - 74^\circ$ 。曲线(a)的峰值位于 22.8° , FWHM 为 3.6° , 曲线向内侧延伸到 18° , 向外侧延伸达 33° 以上。曲线(b)的峰值位于 22.5° , FWHM 为 2.5° , 曲线向内侧延伸到 20° , 向外侧延伸达 28° 以上。

曲线(c)是 Lynch 和 Schwartz 根据 1979 年 10 月 3 日在美国加利福尼亚州的 Malibu 拍摄的月晕照片, 经过测量得到的 22° 晕的光强分布^[5], 峰值位于 22.8° , FWHM 为 3.4° , 光强向内侧延伸到 19° , 向外侧延伸达 34° 以上。

显然, 理论模拟计算结果和实测结果基本相符。实际的冰晶云中常常同时存在几种

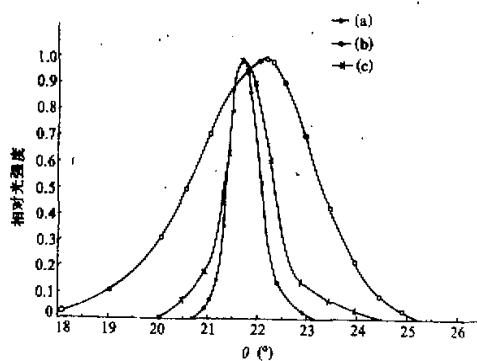


图 1 不同 $\bar{a}$ 和 σ 条件下 22° 晕的相对光强度曲线
(a) $\bar{a} = 100 \mu\text{m}$, $\sigma = 10 \mu\text{m}$; (b) $\bar{a} = 10 \mu\text{m}$, $\sigma = 1 \mu\text{m}$;
(c) $\bar{a} = 100 \mu\text{m}$, $\sigma = 50 \mu\text{m}$

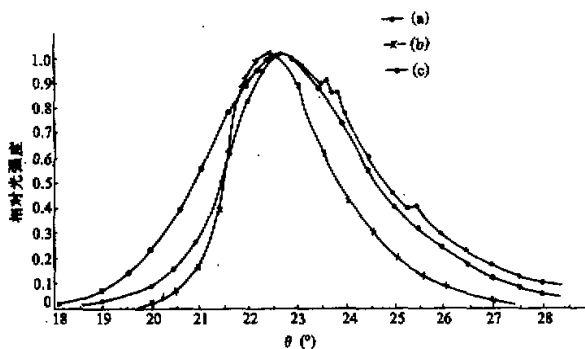


图 2 模拟计算和实测结果的比较

(a) $\bar{a} = 10 \mu\text{m}$, $\sigma = 1 \mu\text{m}$; (b) $\bar{a} = 50 \mu\text{m}$, $\sigma = 25 \mu\text{m}$; (c) 实测结果

不同类型的冰晶, 大小和分布亦不同^[16], 根据这些条件, 可以求出更加符合实际的某些特定的冰晶云形成的 22° 晕的光强度分布和颜色分布。

2. 22° 晕的颜色分布

根据(8)式我们计算了不同 $\bar{a}$ 和 σ 情况下 22° 晕的颜色分布, 绘出了色品曲线, 结果如图 3、图 4 和图 5 所示。

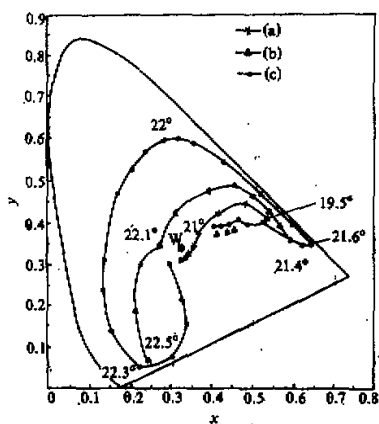
图 3 三种 $\bar{a}$ 冰晶形成的 22° 晕的色品曲线(a) $\bar{a} = 10 \mu\text{m}$, $\sigma = 1 \mu\text{m}$; (b) $\bar{a} = 50 \mu\text{m}$, $\sigma = 5 \mu\text{m}$; (c) $\bar{a} = 100 \mu\text{m}$, $\sigma = 10 \mu\text{m}$

图 3 中给出了三种 $\bar{a}$ 冰晶的色品曲线 ($\sigma/\bar{a}$ 均为 0.1), 由图可见, 大冰晶 ($\bar{a} = 100 \mu\text{m}$) 形成的 22° 晕七色俱全, 色纯度高; 小冰晶 ($\bar{a} = 10 \mu\text{m}$) 形成的晕, 除内缘呈红色外其余部分为白色。

图 4 给出了三种 σ 的情况下 ($\bar{a}$ 均为 $100 \mu\text{m}$) 的 22° 晕的色品曲线。图中显示, 冰晶大小分布的离散度愈大, 色纯度愈小。图 5 中曲线(a)和(c)为计入 A 的分布后 22° 晕的色品曲线, 将它们与图 3 中相对应的曲线对照, 可知当计入 A 的分布时颜色纯度变小。图 5 中曲线(b)和(d)均为当冰晶大小服从 Γ 分布时 22° 晕的色品曲线, 将它们与图 3 中对应曲线相比较, 可知当冰晶大小为 Γ 分布时 22° 晕的色纯度变小。

四、结 论

由上述工作可以得到如下结论:

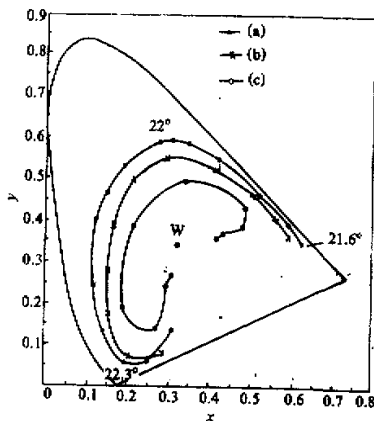


图 4 三种 $\sigma(\bar{a}=100 \mu\text{m})$ 的冰晶形成的 22° 晕的色品曲线

(a) $\bar{a}=100 \mu\text{m}$, $\sigma=10 \mu\text{m}$; (b) $\bar{a}=100 \mu\text{m}$, $\sigma=30 \mu\text{m}$; (c) $\bar{a}=100 \mu\text{m}$, $\sigma=50 \mu\text{m}$

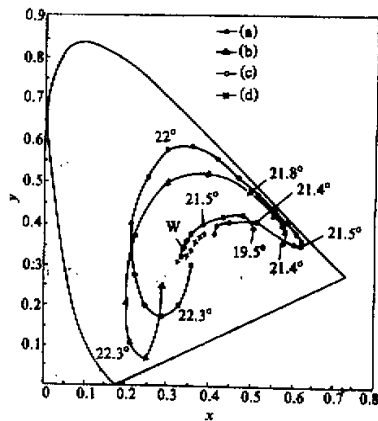


图 5 计入冰晶 A 的分布时 22° 晕的色品曲线

(a) $\bar{a}=100 \mu\text{m}$, $\sigma=10 \mu\text{m}$; (b) $\bar{a}=100 \mu\text{m}$, Γ 分布; (c) $\bar{a}=10 \mu\text{m}$, $\sigma=1 \mu\text{m}$; (d) $\bar{a}=10 \mu\text{m}$, Γ 分布

22° 晕的角位置主要由折射效应决定, 而光强分布和颜色特征由折射和衍射效应共同决定。实际的 22° 晕, 当 $\theta < 21.4^\circ$ 时光强并不突然变为零以及向外侧($\theta > 22.3^\circ$)延伸是衍射效应存在的确凿证据。目前国内外将晕分为三类: 反射晕, 折射晕, 反射—折射晕^[1-2], 本文的工作表明, 某些折射晕本质上是折射—衍射晕。冰晶大小及其分布与 22° 晕的颜色呈明显相关性; 冰晶大小与颜色纯度呈正相关性; 冰晶大小分布的高散度与颜色纯度呈负相关性。22° 晕的光强度和颜色分布与冰晶大小及其分布密切相关, 从而为研究冰晶云提供了一条新途径。

本文未论及背景光对 22° 晕的光强度和颜色分布的影响。背景光使 22° 晕的光强分布发生变化, 并使颜色纯度下降。

参 考 文 献

- [1] Lynch, D.K. 著, 阮忠家译, 大气晕圈, 科学, 6, 79—88.
- [2] Greenler, R. 著, 黄必选译, 虹·晕·宝光, 气象出版社, 80—82.
- [3] 胡 波, 1993, 大气气象研究, 陕西科学技术出版社, 147—150.
- [4] Konnen, G.P., 1983, Polarization and intensity distribution of refraction, *J. Opt. Soc. Amer.*, 73(12), 1629—1640.
- [5] Lynch, D.K. and Schwartz, P., 1985, Intensity profile of the 22° halo, *J. Opt. Soc. Amer.*, 2(4), 584—589.
- [6] Koneen, G.R. and Tinbergen, J., 1991, Polarimetry of a 22° halo, *App. Opt.*, 30(24), 3382—3400.
- [7] Humphreys, W.J., 1964, Physics of the Air, New York: Pover, 312—325.
- [8] Walker, J.D., 1976, Multiple rainbow from single drops of water and other liquids, *J. Phys. Amer.*, 44(5), 421—433.
- [9] Pernier, J. and Exner, F., 1992, *Meteorologische Optik*, Vienna: w Braamuler, 799.
- [10] Lee, R.L., Jr., 1991, What are the colors of the rainbow? *App. Opt.*, 30(24), 3401—3407.
- [11] Kubesh, R.J., 1992, Computer display of chromaticity coordinates with the rainbow as an example, *J. Phys.*

Amer., 60(10), 919—923.

- [12] 胡 波, 1990, 天空光和太阳光的颜色问题, *物理*, 19(11), 647—653.
[13] Lock, J.A. and Yang, L., 1991, Mie theory model of the corona, *App. Opt.*, 30(24), 3408—3414.
[14] J.C. 强生著, 王鹏飞译, 1960, 物理气象学, 气象出版社, 157—159.
[15] Thekaekara M.P. and Orummod A.J., 1971, The solar constant and the solar spectram measured from a research direrafe at 38000 feet, *Nature Phys. Sci.*, 6, 229—234.
[16] Tape, W., 1983, Some ice crystal that made halos, *J. Opt. Soc. Amer.*, 73(12), 1641—1645.

Distribution of Radial Intensity and Colors in the 22° Halo

Hu Bo

(Northwest Institute of Textile Science and Technology, Xi'an 710048)

Abstrat

A theory of refraction-diffraction on the 22° halo is presented in the paper. Radial intensity profile and chromaticity coordinates of the 22° halo are calculated for a few mean values $\bar{a}$ of and standard errors σ of various ice crystal size. The relative intensity curve and chromaticity curve of the 22° halos are showed that simulated results are in agreement with the measured results. The influence of the ice crystals size and distribution on intensity and colors of the 22° halo is discussed. We are convinced that 22° halo is a refraction-diffraction halo.

Key words: diffraction from single slit; Gaussian distribution; the full with at one half of maximum intensity (FWHM); chromaticity coordinates; purity of color.