

大气谱模式中质量守恒格式的研究^{*}

陈嘉滨 舒静君

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100080)

摘 要 当前在世界上广泛采用的谱模式, 是以地面气压 p_s 取对数作为展谱变量, 模式人气总质量不守恒。本文研究这样的问题, 提出了以热力学变量比容 α 代替温度变量 T 的方法, 并以地面气压 p_s 本身作为展谱变量, 这样可以保持大气总质量守恒。同时, 由于以 α 作展谱变量, 可使重要项气压梯度项为二阶变量组成, 截谱后, 不会出现混淆误差。计算结果表明, 这样改变后, 大气总质量保持守恒。同时消除了混淆误差的出现。

关键词 大气谱模式 质量守恒

1 引言

谱方法在 50 年代中期是由 Silberman^[1]引到气象中, 经过十多年的发展, Orszag^[2]和 Eliassen^[3]分别提出转换法计算非线性项, 大大减小了计算量和存储空间, 为大气谱模式的进一步发展铺平了道路。同时引入了半隐式差分格式^[4,5], 更加节省计算时间。70 年代初, Bourke^[6]提出了大气谱模式计算方案, 直到现在各国基本上都采用这种方案来制作中期天气预报和气候模拟。为了减少谱模式截谱误差, 克服 Gibbs 波和负地形的影响, 陈嘉滨等^[7]将参考大气首次引入大气谱模式中, 明显减少了截谱误差, 并改进了中期天气预报和气候模拟^[8~12]。

大气谱模式的发展过程中, 至今仍存在的一个问题是方程组离散后, 大气总质量不守恒。在一般的差分模式中地面气压本身是作为预报变量, 地面倾向方程离散化后, 一般可保持大气总质量守恒。但是在大气谱模式中, 如果象差分模式那样以地面气压作为一个展谱预报变量, 那就会使气压梯度项变为变量 $(T, 1/p_s$ 和 $p_s)$ 之乘积, 即三阶变量 $\frac{\partial \varphi}{\partial X} + \frac{RT}{p_s} \frac{\partial p_s}{\partial X}$, 其中 T 和 p_s 是展谱变量。因此势必在进行气压梯度项计算时引起混淆 (aliasing) 误差。为了克服这些缺点, 传统的谱方法是地面气压 p_s 取对数 $\ln p_s$ 作为一个展谱变量, 气压梯度项就变为 $\frac{\partial \varphi}{\partial X} + RT \frac{\partial \ln p_s}{\partial X}$, 是两阶变量。但是, 这时地面气压倾向方程改变为

$$\frac{\partial \ln p_s}{\partial t} = - \int_0^1 (\bar{V} \cdot \nabla \ln p_s) d\sigma,$$

1994-06-23 收到, 1994-11-29 收到修改稿

^{*} 得到国家“85-906-04”科技攻关项目和1991~1993年国家自然科学基金的资助, 以及大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点开放实验室计算机时的补贴

此方程在离散化后, 大气总质量守恒性受到破坏。

本文的目的是研究谱模式中大气质量守恒, 并在第一作者过去工作的基础上, 提出了热力学变量比容 α 代替 T 变量, 并将地面气压本身作为展谱预报变量, 既满足了大气总质量守恒, 同时又仍维持气压梯度项为二阶项, 不出现混淆误差。这在第二节中给出。在本文第三节中, 给出了满足总能量和总动量守恒垂直差分的写法, 并给出了模式层的分层法。第 4 节中给出初步计算结果, 然后在第 5 节中给出结论和结语。

2 基本方程

由于热力学变量比容 α 代替温度 T , 相应的预报方程都有一些变化。

2.1 静力方程

一般静力方程为

$$\frac{\partial \varphi}{\partial p} = -\frac{RT}{p}, \quad (1)$$

其中, φ 是位势高度, p 是气压, T 是温度, R 是气体常数, 比容 α 是由气体方程求得, 即

$$\alpha = RT/p.$$

因此静力方程 (1) 可化为本文用到的形式

$$\partial \varphi / \partial p = -\alpha. \quad (2)$$

2.2 热力学方程

一般热力学方程在绝热条件下可写为

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{U}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial}{\partial \lambda} T - \frac{V}{a} \frac{\partial}{\partial \mu} T - \sigma \frac{\partial}{\partial \sigma} \alpha + \frac{R}{c_p} T \frac{\omega}{p},$$

其中符号说明见本节末, 将 $T = p\alpha/R$ 代入, 则可求得

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = -\frac{U}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial}{\partial \lambda} \alpha - \frac{V}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial}{\partial \mu} \alpha - \sigma \frac{\partial \alpha}{\partial \sigma} - \frac{c_v}{c_p} \frac{\omega}{p} \alpha. \quad (3)$$

2.3 气压梯度项

引入比容 α 后, 对涡度和散度方程的影响表现在气压梯度项 p_s 上

$$p_s = \frac{\partial \varphi}{\partial X} + RT \frac{\partial \ln p_s}{\partial X} = \frac{\partial \varphi}{\partial X} + \frac{RT}{p_s} \frac{\partial p_s}{\partial X} = \frac{\partial \varphi}{\partial X} + \sigma \alpha \frac{\partial p_s}{\partial X}, \quad (4)$$

其中, p_s 是场面气压, σ 是垂直坐标, 它定义为 $\sigma = p/p_s$ 。

由此式我们可以看到, 若以地面气压 p_s 为一个展谱预报变量, 则气压梯度项为三阶变量, 一般讲, 包括有用 p_s 除的气压梯度项不可能用展谱变量 T 和 p_s 来表示, 因此用转换方法不可能给出没有混淆误差的截断^[13]。若采用 T 和 $\ln p_s$, 或 α 和 p_s 作展谱预报变量, 混淆误差就可以回避。

2.4 连续方程和倾向方程

在一般谱模式中 $\ln p_s$ 是作为一个展谱预报变量, 连续方程为

$$\frac{\partial \ln p_s}{\partial t} = -\vec{V} \cdot \nabla \ln p_s - D - \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma}.$$

垂直积分后可得地面气压倾向方程

$$\frac{\partial \ln p_s}{\partial t} = -\int_0^1 (\vec{V} \cdot \nabla \ln p_s + D) d\sigma, \quad (5)$$

其中, $\ln p_s$ 是地面气压的对数, $\vec{V}$ 是二维向量风, D 是散度, ∇ 是微分算子。(5) 式空间离散化后, 显然不满足大气总质量守恒。

若以 p_s 作为展谱变量, 则连续方程为

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = -\vec{V} \cdot \nabla p_s - p_s D - p_s \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma}.$$

垂直积分后倾向方程为

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = -\int_0^1 (\vec{V} \cdot \nabla p_s + p_s D) d\sigma, \quad (6)$$

显然, (6) 式空间离散化后, 可满足大气总质量守恒。

将大气分解为参考大气和偏差大气^[7], 有

$$\begin{cases} \varphi = \bar{\varphi} + \varphi', \\ \alpha = \bar{\alpha} + \alpha', \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\bar{\varphi}$ 和 $\bar{\alpha}$ 是参考大气部分, φ' 和 α' 偏差部分。参考大气满足静力关系

$$\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial p} = -\bar{\alpha}. \quad (8)$$

以热力学变量比容和地面气压 p_s 为展谱变量, 并引入参考大气 (7) 式, 则本文使用的谱模式基本方程为

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial}{\partial \lambda} F_v - \frac{\partial}{a \partial \mu} F_u, \quad (9)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial}{\partial \lambda} F_u + \frac{\partial}{a \partial \mu} F_v - \nabla^2 \left(\frac{U^2 + V^2}{2(1-\mu^2)} + \varphi' \right), \quad (10)$$

$$\frac{\partial \alpha'}{\partial t} = -\frac{U}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial}{\partial \lambda} \alpha' - \frac{V}{a} \frac{\partial}{\partial \mu} \alpha' - \sigma \frac{\partial \alpha'}{\partial \sigma} - \left(\frac{c_v}{c_p} + C^2 \right) \frac{\omega}{p}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = -\int_0^1 (\vec{V} \cdot \nabla p_s + p_s D) d\sigma, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \varphi'}{\partial p} = -\alpha', \quad (13)$$

其中,

$$\begin{cases} \dot{\sigma} = \sigma \int_0^1 \left(D + \frac{1}{p_s} \vec{V} \cdot \nabla p_s \right) d\sigma - \int_0^\sigma \left(D + \frac{1}{p_s} \vec{V} \cdot \nabla p_s \right) d\sigma, \\ \frac{\omega}{P} = \vec{V} \cdot \frac{\nabla p_s}{p_s} - \frac{1}{\sigma} \int_0^\sigma \left(D + \vec{V} \cdot \frac{\nabla p_s}{p_s} \right) d\sigma, \\ F_u = V \cdot \xi - \dot{\sigma} \frac{\partial U}{\partial \sigma} - \alpha' \dot{\sigma} \frac{\partial p_s}{a \partial \lambda}, \\ F_v = -U \cdot \xi - \dot{\sigma} \frac{\partial V}{\partial \sigma} - \alpha' \dot{\sigma} (1 - \mu^2) \frac{\partial p_s}{a \partial \mu}, \\ C^2 = \frac{c_v}{c_p} \left(\bar{\alpha} + \frac{c_p}{c_v} p \frac{d\bar{\alpha}}{dp} \right), \end{cases}$$

这里, ξ 是涡度, D 为散度, ω 是 p 面垂直速度; $\mu = \sin \varphi$, φ 是纬度; a 为地球半径; $U = u \cos \varphi$, $V = v \cos \varphi$, u 和 v 是风速。在 (10) 式中, φ' 包括地形位势偏差 φ'_s , 定义为 $\varphi'_s = \varphi_s - \bar{\varphi}(p_s)$, φ_s 是地形位势高度, $\bar{\varphi}$ 是参考大气位势高度在地表面的值。

以上方程 (8) ~ (13) 就是本文使用的预报方程组。

3 垂直差分格式

在保持动量和总能量守恒条件下, 构造如下垂直差分格式。采用 σ 坐标为垂直坐标, 变量 ζ , D , α 和 q 放在整层上, 而 $\dot{\sigma}$ 是放在半层上 (图 1)。我们给定半层上的 σ 值, 而整层上的 σ 值, 由相邻的两个半层 σ 值的平均来定义。 ζ , D , α 和 q 定义在整层上, $\dot{\sigma}$ 定义在半层上。

3.1 静力方程的垂直差分

在最上层我们采用单向差, 其他各层均采用中央差分, 则由 (13) 式, 我们有

$$\begin{cases} \varphi'_{k+\frac{1}{2}} = \varphi'_{k-\frac{1}{2}} - \alpha'_k p_s \Delta \sigma_k, & (k=2, \dots, \text{NLEV}) \\ \varphi'_{1.5} = \varphi'_1 - \alpha'_1 p_s (\sigma_{1.5} - \sigma_1), \end{cases} \quad (14)$$

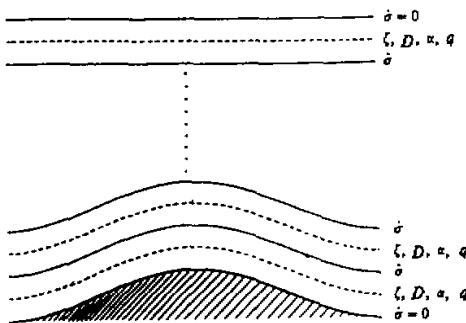


图 1 大气垂直分层

由此可得

$$\varphi_{k+\frac{1}{2}} = \varphi'_s + \sum_{j=k+1}^{\text{NLEV}} \alpha'_j p_s \Delta \sigma_j. \quad (15)$$

其中, φ'_s 是地形位势偏差, 其计算方法可参见文献[7], $\varphi_{k+\frac{1}{2}}$ 是半层上的位势。我们假定整层上的位势和半层上的位势有如下关系

$$\varphi_k = \varphi_{k+\frac{1}{2}} + \beta_k p_s \alpha'_k. \quad (16)$$

由 (15) 和 (16) 式, 我们可把静力方程的差分形式化为简洁的向量形式

$$\varphi'_1 = \varphi'_{s1} + B p_s \alpha'_1. \quad (17)$$

其中, $\downarrow$ 表示列向量, B 是常数矩阵定义为

$$B = \begin{bmatrix} \beta_1, \Delta\sigma_2, & \cdots & \cdots, \Delta\sigma_{NLEV} \\ & \beta_2, \Delta\sigma_3, & \cdots, \Delta\sigma_{NLEV} \\ & & 0 & \cdots & \cdots \\ & & & & \beta_{NLEV} \end{bmatrix}$$

它是上三角矩阵, 其中 β_k 是特定系数, 它是由下列角动量守恒方法来确定。

在全球大气的角动量变化 M_u 可写为

$$\frac{\partial M_u}{\partial t} = -\frac{1}{g} \int_s \int_0^1 p_s \left(\frac{\partial \varphi'}{\partial \lambda} + \sigma \alpha' \frac{\partial p_s}{\partial \lambda} \right) a^2 \cos \varphi dS d\sigma.$$

其中, a 是地球半径, φ 是纬度, S 代表整个地球表面。角动量的变化量是由气压梯度项确定。考虑上式的垂直积分部分, 利用静力关系 (13) 很容易有

$$\int_0^1 p_s \left(\frac{\partial \varphi'}{\partial \lambda} + \sigma \alpha' \frac{\partial p_s}{\partial \lambda} \right) d\sigma = \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\int_0^1 \varphi' p_s d\sigma \right) - \varphi'_s \frac{\partial p_s}{\partial \lambda}. \quad (18)$$

显然当地形位势偏差为零时 ($\varphi'_s = 0$), 总角量动量是守恒的。将 (18) 垂直离散化后可推得如下等式

$$\sum_{k=1}^{NLEV} \left(\sigma \alpha' \Delta \sigma \frac{\partial p_s}{\partial \lambda} \right)_k = \sum_{k=1}^{NLEV} (\beta_k + \sigma_{k-\frac{1}{2}}) \alpha'_k \Delta \sigma_k \frac{\partial p_s}{\partial \lambda},$$

于是必须成立如下等式

$$\beta_k = \sigma_k - \sigma_{k-\frac{1}{2}}, \quad (k > 1) \quad (19)$$

由 (14) 式第 2 式和 (16) 式, 当 $k=1$ 时有

$$\beta_1 = (\sigma_{1.5} - \sigma_1). \quad (19')$$

这样我们就确定了 β_1 。

3.2 垂直速度的差分格式

在 p 面上的垂直速度项 (ω/p) 是由总能量守恒定义的。

在无外源 (汇) 情况下, 由动量方程和热力学方程可导出总能量守恒关系式为

$$\int_0^1 \left[V p_s (\nabla \varphi + \sigma \alpha' \nabla p_s) - \varphi_s \frac{\partial p_s}{\partial t} - \alpha' \omega p_s \right] d\sigma = 0,$$

其中 ω 是 p 面上的垂直速度。上式垂直离散化后为

$$\sum_{k=1}^{NLEV} [V p_s (\bar{\nabla} \varphi_s + \sigma \alpha' \bar{\nabla} p_s) \Delta \sigma]_k - \varphi'_s \frac{\partial p_s}{\partial t} = \sum_{k=1}^{NLEV} (\alpha' \omega p_s \Delta \sigma)_k.$$

将 (15) 和 (16) 式代入, 有

$$- \left[\sum_{k=1}^{NLEV} \alpha'_k p_s \Delta \sigma_k \sum_{j=1}^{k-1} \nabla (V p_s)_j \Delta \sigma_j + \sum_{k=1}^{NLEV} \beta_k p_s \alpha'_k \nabla (V p_s)_k \Delta \sigma_k \right] \\ + \sum_{k=1}^{NLEV} (V \alpha' \sigma p_s \nabla p_s \Delta \sigma)_k = \sum_{k=1}^{NLEV} (\alpha' \omega \Delta \sigma p_s)_k.$$

因此必须有如下等式成立:

$$\left(\frac{\omega}{p} \right)_k = - \frac{1}{\sigma_k} \left[\sum_{j=1}^{k-1} \left(\vec{V} \cdot \frac{\nabla p_s}{p_s} + D \right)_j \Delta \sigma_j + \beta_k \left(\vec{V} \cdot \frac{\nabla p_s}{p_s} + D \right) \right] \\ + \vec{V}_k \cdot \frac{\nabla p_s}{p_s}, \quad (20)$$

其中 $D = \nabla \cdot \vec{V}$ 是散度, (20) 式就是垂直速度垂直差分表达式, 对于 σ 面上的垂直速度差分形式, 与常用的一样, 可参考文献[7].

(20) 式可写为向量形式

$$\left(\frac{\omega}{p} \right)_1 = - C \left(D + \vec{V} \cdot \frac{\nabla p_s}{p_s} \right)_1 + \left(\vec{V} \cdot \frac{\nabla p_s}{p_s} \right)_1, \quad (21)$$

其中矩阵 C 定义为

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\beta_1}{\sigma_1} & & & \\ \frac{\Delta \sigma_1}{\sigma_2} & \frac{\beta_2}{\sigma_2} & & 0 \\ & \dots & & \\ \frac{\Delta \sigma_1}{\sigma_{NLEV}} & \frac{\Delta \sigma_2}{\sigma_{NLEV}} & \dots & \dots & \frac{\beta_N}{\sigma_N} \end{bmatrix}.$$

矩阵 C 和 B 之间有如下关系:

$$C_{ij} = \frac{\Delta \sigma_i}{\Delta \sigma_j \sigma_j} B_{ji}.$$

垂直平流项的差分同一般常用形式一样, 可参考文献[7].

3.3 地面气压倾向方程

由 (12) 式进行垂直积分, 然后垂直离散化, 就有

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = - \sum_{k=1}^{NLEV} (\vec{V} \cdot \nabla p_s + p_s D)_k \Delta \sigma_k. \quad (22)$$

写成向量形式为

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = - \vec{\gamma} \cdot (\vec{V} \cdot \nabla p_s + p_s D)_1, \quad (23)$$

其中行向量 $\vec{\gamma}$ 形式为

$$\vec{\gamma} = (\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2, \dots, \dots, \Delta\sigma_{NLEV}).$$

4 半隐式格式

为了构造半隐式格, 首先要写出方程 (10) ~ (12) 垂直离散化后的重力波方程 (13), 即线性化的方程, 它们是

$$\begin{cases} \frac{\partial D_{\perp}}{\partial t} = -\nabla^2 (\bar{\alpha}_{01} p_s + p_0 \underline{B} \cdot \alpha'_{\perp}), \\ \frac{\partial \alpha'_{\perp}}{\partial t} = [C_0^2(\sigma)] \underline{C} \cdot D_{\perp}, \\ \frac{\partial p_s}{\partial t} = -p_0 \vec{\gamma} \cdot D_{\perp}, \end{cases} \quad (24)$$

其中, $\bar{\alpha}_{01}$ 为列向量, 其各元素有相同的值, $[\]$ 是对角矩阵, 而 $C_0^2(\sigma)$ 定义为

$$C_0^2(\sigma_k) = -\frac{24.3267}{\sigma_k}, \quad \text{常数 } p_0 = 1013 \text{ hPa.}$$

有了重力波方程 (24) 后, 我们就可以按照文献[8]写出 (9) ~ (13) 式垂直离散化后的半隐式格式如下:

$$\begin{cases} \delta_t \zeta = \zeta T_{\perp}, \\ \delta_t D = D T_{\perp} - \beta \nabla^2 (\bar{\alpha}_{01} \Delta_{tt} p_s + p_0 \underline{B} \Delta_{tt} \alpha'_{\perp}), \\ \delta_t \alpha' = \alpha T_{\perp} - \beta_T \underline{G} \cdot \Delta_{tt} D_{\perp}, \\ \delta_t p_s = p T - \beta p_0 \vec{\gamma} \cdot \Delta_{tt} D_{\perp}, \end{cases} \quad (25)$$

这里, 对于涡度方程我们是取显式格式. 其中 $G = -[C_0^2(\sigma)] \cdot \underline{C}$, 而 β_{DT} 取值为 $0.5 < \beta_{DT} \leq 1$; Δ_{tt} 和 $\delta_t X$ 分别定义为

$$\begin{cases} \Delta_{tt} X = \frac{X^{t+\Delta t} + (X^{t-\Delta t} - 2X^t)}{2}, \\ \delta_t X = \frac{X^{t+\Delta t} - X^t}{2\Delta t}. \end{cases} \quad (26)$$

$\zeta T_{\perp}$, $\alpha T_{\perp}$ 和 $D T_{\perp}$ 分别是涡度、散度、热力学方程和地面倾向方程 (9) ~ (13) 右端的所有项。

我们将预报变量 X (ζ, D, α', p_s) 用球函数展开, 取三角截断, 则有

$$X(\lambda, \mu, \sigma, t) = \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-lm}^M X_{mn}(\sigma, t) p_{mn}(\mu) e^{im\lambda}.$$

很容易把 (25) 式化为谱形式方程组, 最后消去变量化为仅含散度变量的谱形式方程,

$$A_n \Delta_{it} D_- = D_1 + \Delta t [DT_1 + \frac{n(n+1)}{a^2} \beta (\Delta t p_0 \underline{B} \cdot \underline{\alpha} T_- + p_0 \underline{B} \cdot \underline{\alpha}'_{11} + \overline{\alpha_0} \Delta t \cdot p T + \alpha_0 p_{s1})],$$

$$A_n = \left(I + \frac{n(n+1)}{a^2} \beta^2 \Delta t^2 p_0 (\underline{B} \cdot \underline{G} + \overline{\alpha_0} \overline{\gamma}) \right),$$

其中

$$\alpha'_{11} = \alpha'^{t+\Delta t} - \alpha'^t, \quad p_{s1} = p_s^{t+\Delta t} - p_s^t$$

解出 $\Delta_{it} D_-$, 利用 (26) 式就可求出未来时刻的 $D^{t+\Delta t}$, 从而可求出 $\alpha^{t+\Delta t}$, $p_s^{t+\Delta t}$, $\zeta^{t+\Delta t}$ 等。

5 计算结果

5.1 气压梯度项误差试验

为了估计气压梯度项的误差, 我们完成了两类实验来比较下面将提到的 6 种气压梯度项计算格式。两类实验是涡度及散度初始倾向实验。为此我们定义处于静止状态的干大气, 其温度分布仅是气压函数。它是用实际大气 (1979 年 6 月 14 日 20 时资料) 的温度 (或比容 α) (由位势高度采用静力关系计算出) 在北半球取平均求得的。在每层模式层上估计出模式格点的温度场。另外, 用到参考大气的温度分布, 是采用标准大气的分布, 但在 200 hPa 层以上采用等温分布。对得到的温度场 (或比容 α) 和地面气压 p_s 或 $\ln p_s$ 进行谱拟合, 他们将作为初始条件提供给绝热模式。对这样的大气, 模式中初始涡度和散度倾向的大小是可表示气压梯度项计算误差的大小。在精确解的情况下, 即无谱截断误差和混淆误差, 这种初始倾向应为零。

6 种气压梯度项的计算方案排列如下

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{RT}{p_s} \frac{\partial p_s}{\partial X}, & \text{TPS格式} \\ \frac{\partial \varphi'}{\partial x} + \frac{RT'}{p_s} \frac{\partial p_s}{\partial X}, & \text{RTPS格式} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} + RT \frac{\partial \ln p_s}{\partial X}, & \text{TLNPS格式} \\ \frac{\partial \varphi'}{\partial x} + RT' \frac{\partial \ln p_s}{\partial X}, & \text{RTLNPS格式} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \sigma \alpha \frac{\partial p_s}{\partial X}, & \alpha \text{PS格式} \\ \frac{\partial \varphi'}{\partial x} + \sigma \alpha' \frac{\partial p_s}{\partial X}, & R\alpha \text{PS格式} \end{cases}$$

其中“'”的变量称为偏差变量, 定义为

$$\begin{aligned} \varphi &= \overline{\varphi} + \varphi', \\ T &= \overline{T} + T', \end{aligned}$$

$$\alpha = \bar{\alpha} + \alpha'$$

$\bar{\varphi}$ 、 $\bar{T}$ 和 $\bar{\alpha}$ 分别定义为参考大气的位势高度、温度和比容。这 6 种方案中, TLNPS 和 RTLNPS 不满足质量守恒。其他 4 种均满足质量守恒。在这些格式中展谱预报变量是 T 、 T' 、 p_s 和 $\ln p_s$ 。

图 2 给出格式 TPS, TLNPS 和 α PS 的初始散度倾向的北半球的分布; 图 3 给出引入参考大气的格式 RTPS, RTINPS 和 R α PS 初始散度北半球分布。由图 2 我们可以看到格式 TPS 虽然保持了质量守恒, 但计算误差最大, 它出现在西藏高原附近, 最大值对第 2、5 和 8 层分别为 16.5、20.5 和 21.7 (d^{-1}); 其次是格式 α PS, 而格式 TLNPS 最小, 但不能保持总质量守恒。第一和第二种格式都能保持总质量守恒, 而引入参考大气的三种格式, 如图 2 中所示, 计算误差明显下降约一个量级, 并且他们量级大致相近。

5.2 大气总质量守恒试验

表 1 给出了一个例子在 10 个模式日的积分中全球平均地面气压。可看到控制方案

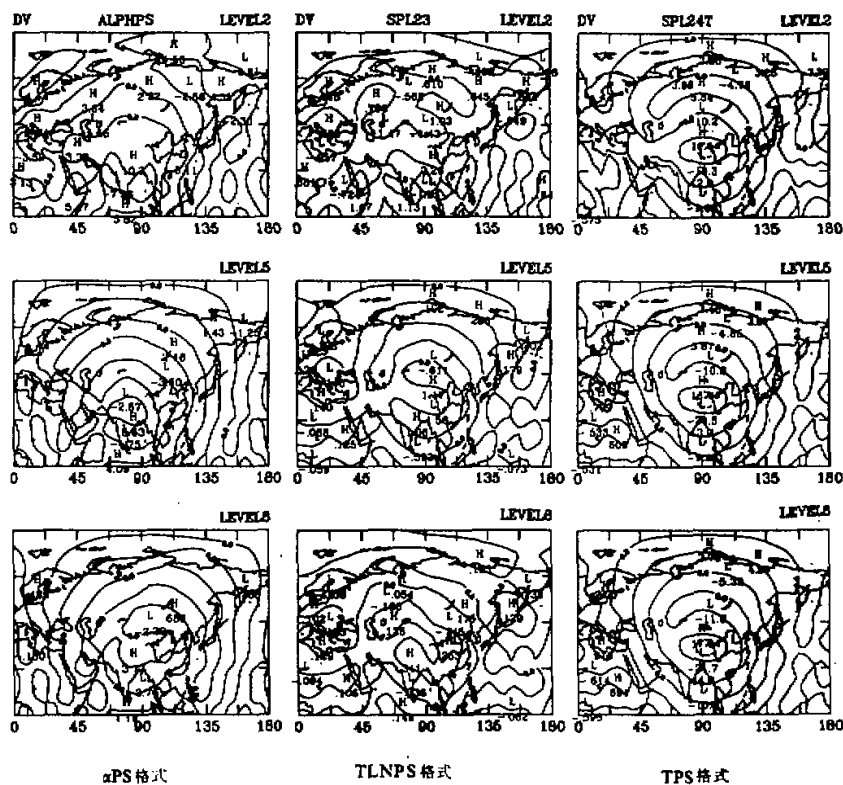


图 2 方案 TPS, TLNPS 和 α PS 的初始散度倾向

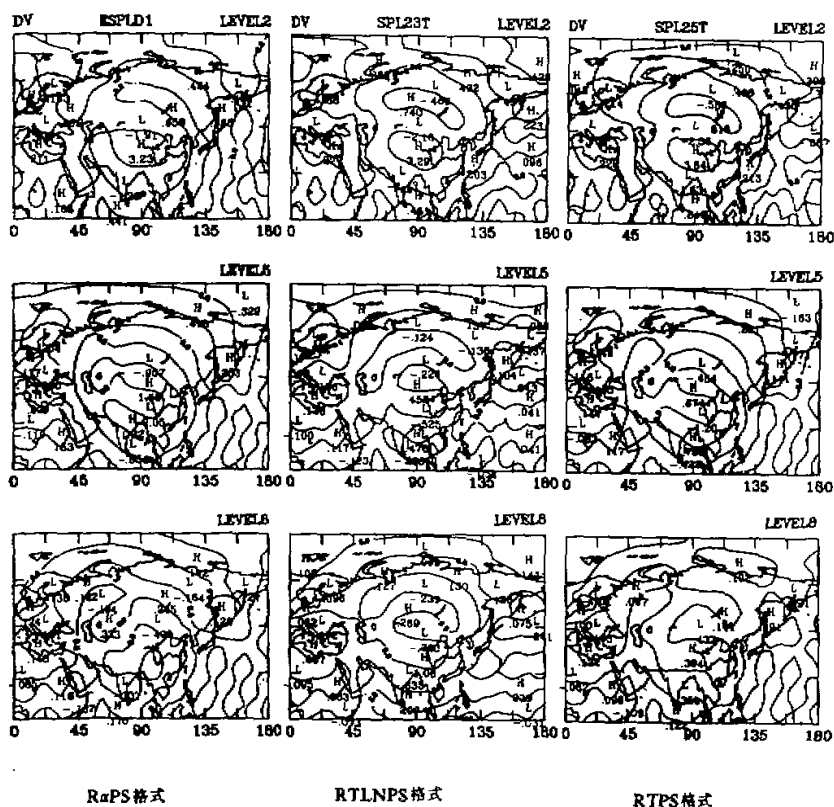


图3 方案 RTPS、RTLNPS 和 R α PS 的初始散度倾向

表1 全球平均地面气压(hPa)

格式	0 d	10 d
控制	983.067	982.988
α -格式	983.392	983.392

(即以温度 T 和 $\ln p_s$ 为展谱变量), 全球地面气压平均是不守恒, 10 天约降低了 0.1hPa。而本文提出的方案 (表中标明为 α 方案), 在 10 天积分中地面气压平均一直保持不变, 即大气总质量保持守恒。

5.3 预报评分

采用本文提出的方案 (称为 α 方案) 和控制方案, (截断波数为 21, 垂直分解为 9 层), 分别计算了 4 个实际例子 5 天的预报, 并计算出每个例子的各层预报场的倾向相关系数, 表 2 给出这 4 个例子北半球 500hPa 高度场预报倾向相关系数的平均。表中数

表2 500hPa 预报高度场倾向相关系数

方案 \ 预报	1 d	2 d	3 d	4 d	5 d
控制方案	0.8834	0.8584	0.7819	0.7088	0.6351
α -方案	0.8815	0.8598	0.7803	0.7108	0.6403

字表明, 本文提出的 α 方案, 预报相关系数与控制方案的相当, 而第 4 天和 5 天后略有提高。

6 结语

数值天气预报和气候模拟广泛采用的大气谱模式, 长期存在模式大气总质量不守恒的问题。本文针对此问题, 在传统的大气谱模式中引用比容 α 代替温度 T 和地面气压 p_s 代替地面气压对数 $\ln p_s$ 作为预报展谱变量, 使离散化后截谱系统保持大气总质量守恒, 并且在气压梯度项的计算中不引起混淆误差。四个实际例子 5 天预报表明, 本文提出的谱模式计算方案的预报评分与控制方案的相当, 而第 4 和第 5 天的预报质量略有提高。

参 考 文 献

1. Siberman, I., 1954, Planetary waves in the atmosphere, *J. Meteor.*, **11**, 27–34.
2. Orzag, S. A., 1970, Transform method for calculation of vector coupled sums: application to the spectral form of the vorticity equations, *J. Atmos. Sci.*, **27**, 890–895.
3. Eliassen, E., Machenhauer, B. and Rasmussen, E., 1970, On a numerical method for integration of the hydrodynamical equations with a spectral representation of the horizontal fields, Rep. No.2. Institut for Teoretisk Meteorologi, University of Copenhagen.
4. Цэн Цин-цунь, 1961, Применение полной системы уравнений термо-гидродинамики к краткосрочному прогнозу погоды в двухуровневой модели. ДАН СССР, **137**, вып. 1.
5. Robert, A. J., 1969, The integration of a spectral model of the atmosphere by the implicit method. Proc. WMO/IUGG Symposium on Numerical Weather Prediction in Tokyo, 1968, Meteorol. Soc. Japan, VII–19–24.
6. Bourke, W., 1972, An efficient one level primitive equation spectral model, *Mon. Wea. Rev.*, **100**, 683–689.
7. Chen Jiabin, Ji Liren and Wu Wanli, 1987, Design and test of an improved scheme for global spectral model with reduced truncation error, *Adv. Atmos. Sci.*, **4**, No. 2, 156–168.
8. Chen Jiabin and Simmons, A. J., 1989, Sensitivity of medium-range weather forecasts to the use of reference atmosphere, *Adv. Atmos. Sci.*, **7**, No.3, 275–293.
9. Simmons, A. J. and Chen Jabin, 1991, The calculation of geopotential and the pressure gradient in the ECMWF atmospheric model: Influence on the simulation of the polar atmosphere and on temperature analyses, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **117**, 29–58.
10. Sheng Hua, Bourke, W. and Hart, T., 1992, An impact of hydrostatic extraction scheme on BMRC'S global spectral model, *Adv. Atmos. Sci.*, **9**, No. 3, 269–278.
11. Roecknet, E. et al., 1989, The Hamburg version of the ECMWF model (EC HAM), Research activities in atmospheric and oceanic modelling, 13, 7.1–7.4, WMO, Geneva.
12. ECMWF, 1991, Numerical weather prediction progress report for 1990, NWP Report Series No. 17, WMO/TD, No. 403, 69–96.
13. Simmons, A. J. and Burridge, D. M., 1981, An energy and angular-momentum conserving vertical finite-difference scheme and hybrid vertical coordinates, *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 758–766.

Studies on Mass-conservation in Atmospheric Spectral Model

Chen Jiabin and Shu Jingjun

(Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract The global spectral models are widely used over the world in the operational numerical weather prediction, atmospheric dynamics and climate simulations. However, there is a problem that nowday spectral models cannot preserve the total atmospheric mass conservation. The problem is caused by using the natural logarithm of surface pressure, $\ln p_s$, rather than pressure, p_s , as one of the spectral represented prognostic variable. Use of p_s as prognostic variable does not violate the total mass conservation, but it introduces a much more substantial aliasing errors in the calculation of the pressure gradient. In this paper, we work on the mass-conservation in atmospheric spectral model. Based on the past works, an alternative method of using specific volume, α , as thermodynamic variable is proposed. This method, surface pressure, p_s , as a prognostic variable, and it does not cause difficulty in the calculation of the pressure gradient. The computational results show that the forecast quality is slightly improved.

Key words atmospheric spectral model mass-conservation