第25卷 第5期
2001 年 9 月

大 气 科 学
Chinese Journal of Atmospheric Sciences

Vol. 25, No. 5
Sept. 2001

谱模式 T63L9 正规模初值化方案及试验*

付顺旗
（北京 2433 信箱 6 分箱，北京 100081）

张立凤 张 铭
（解放军理工大学气象学院，南京 211101）

摘 要 推导了全球谱模式 T63L9 的正规模，对求得的垂直和水平正规模做了分析，与其他文献进行了比较。在此基础上，为其资料四维同化系统研制了一套合适的绝热非线性正规模初值化方案，并进行了一系列试验。分析表明：方案的研制是成功的，它有效地消除了模式早期积分中虚假的高频振荡，明显改进了短期预报的效果；初值化不仅对随后的一次预报有明显的改进，而且通过同化循环，提高了整个资料同化和预报的质量。

关键词：谱模式；正规模；四维资料同化

1 引言

原始方程模式在一般情况下允许有高频重力波和低频罗斯贝波的解同时存在。若将客观分析结果直接用作预报的初始场，质量场和风场之间的不平衡会造成虚假的大振幅重力惯性振荡。虽然通常认为，它们在较长积分时间后会被模式中的各种耗散机制和阻尼作用所抑制和消除，但对前 24 小时尤其是前 12 小时的预报，耗散和阻尼并不能有效地发挥作用，虚假重力惯性波的损害是相当明显的[1]。

此外，分析和预报循环的资料同化方案中，为下一次分析提供的初估场是由模式短期预报（通常为 6 小时，本文为 12 小时）提供的，这些预报不应当被虚假的高频振荡所歪曲，而耗散和阻尼机制通常不会有足够的时间来产生有效的作用。被歪曲的预报将会导致分析中因观测值与初估场的差别太大而被剔除，尽管观测值的质量可能很好，这就造成不合理的“资料废弃”（Data Rejection）问题[2]。因此如果能在预报开始前就消除虚假振荡，将会对下一次分析的初估场有所改善，对分析本身，特别是在资料稀少的地区，有很大好处。

因此，在分析、预报循环的资料四维同化方案中，通常在模式预报之前加进初值化处理以消除虚假的高频振荡，以获得与模式协调的初始场。当今世界上大多数气象中心的中期数值预报业务中大都采用正规模初值化方法。

线性的正规模初值化方法早在 50 年代初就提出来了，它是将初始资料用正规模展开，取不想要的模的系数为零，用剩余的模重新构造平衡的初始场。但这种方法并不适用于高度非线性的模式，如果仅简单地将重力模的系数置为零，非线性相互作用会很快重新激发出这种高频振荡[3]。Machenhauer[4]仔细研究发现非线性项对个别重力波系数的时间倾向的贡献以很慢的值振荡，由此，他提出可以通过置重力波系数的初始时间倾

2000–04–10 收到，2000–09–14 收到修改稿
* 国家重点基础研究发展规划项目 G1998040900 和国家自然科学基金资助项目 49875008 共同资助

向为零，而非置重力波系数本身为零，来从预报中消除高频振荡，并给出了这种计算方法的迭代方案。在其初值化方案中，由原始资料确定的旋转模的系数不变，重力模的系数则需要进行调整，使其各系数的初始时间导数的线性贡献（仅依赖于系数本身）精确地与所有模之间非线性作用的贡献相平衡，而调整是由模式的非线性强迫进行的。Daley[5]对 Machenhauer 的方法进行了一种变分推广，使其对原始分析的修正最小。Temperton 等[6]和 Kasahara[7]又把正规模初值化方法延伸到多层模式和谱模式。80 年代后，初值化的新进展主要是加进了非绝热项的影响，发展为非绝热非线性正规模初值化。

为使我们开发的可在微机平台上运行的全球谱模式 T63L9 能用于中期数值预报业务和短期气候预测，采用 Machenhauer 的思想[4]，结合 T63L9 谱模式本身的特点，研制实现了一个合适的绝热非线性正规模初值化（NNMI）方案，并进行了试验和讨论。

2 谱模式 T63L9 的正规模

要进行正规模初值化，必须首先正确求出模式正规模。下面讨论 T63L9 模式正规模的推导与求解。

全球谱模式 T63L9 在许多方面有自己的特点，它采用斜压原始方程组，水平方向用球坐标系，谱展开时采用纯三角形截断，截断波数为 63 波；垂直方向采用不等分 σ 坐标系，共分为 9 层，其中 $\sigma = p / p_s$，p_s 为地表面气压。$\dot{\sigma}$ 放在半层上，其余各变量放在整层上。这一点与 ECMWF（或 NMC SMA）的谱模式[8]有所不同，后者采用混合垂直 η 坐标，位势高度 Φ 及 $\dot{\eta}$ 都放在半层上。此外 T63L9 采用了标准层结近似[9]。关于该谱模式的详细描述参见文献[10]。

2.1 垂直正规模

垂直正规模是垂直结构方程的特征解，由线性化的温度方程、地面气压倾向方程和静力方程合并得到。首先，对原始方程组进行线性化处理，为使矩阵的特征值问题易于求解，假定大气的基本状态静止，平均温度仅在垂直方向变化，并将所有的物理过程视为非线性项。定义合成矢量 $h\downarrow$ 为

$$h\downarrow = \Phi\downarrow + RT_0\downarrow \ln p_s, \tag{1}$$

则可得涡度方程、散度方程和垂直结构方程（为简单，省略了扰动量上的撇号）：

$$\frac{\partial \zeta\downarrow}{\partial t} + \beta V\downarrow + fD\downarrow = R_\zeta\downarrow = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial D\downarrow}{\partial t} + \beta U\downarrow - f\zeta\downarrow + \nabla^2 h\downarrow = R_D\downarrow = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial h\downarrow}{\partial t} + \underline{\underline{M}}\, D\downarrow = \frac{\partial h\downarrow}{\partial t} + (R\,\underline{\underline{B}}\,\underline{\underline{G}} + RT_0\downarrow\underline{\underline{\pi}})D\downarrow = R_h\downarrow = 0, \tag{4}$$

(4) 式中的矩阵 $\underline{\underline{M}}$ 称为垂直结构矩阵，有

$$\underline{M} = R(\underline{\underline{B}}\,\underline{\underline{G}} + T_0 \downarrow \pi), \tag{5}$$

$\underline{M}$ 依赖于给定的基本状态、地面气压和具体模式的垂直离散格式。公式中相关的矩阵和向量都与具体模式的垂直分层有关。而 $R_\zeta\downarrow$、$R_D\downarrow$、$R_h\downarrow$ 为对应的方程中所有的非线性项、均置为零。垂直结构矩阵 $\underline{M}$ 的特征值 $\varphi_k(k = 1, 2, \cdots, 9)$ 称为"等效位势"、其特征矢量即垂直正规模。对该特征值问题，先利用相似变换将矩阵 $\underline{M}$ 化为赫申伯格(Hessenberg) 矩阵，然后用 QR 方法迭代求解。当地球自转角速度为零时等效位势对应于纯重力波位相速度的平方。表 1 给出了该模式大气各垂直模的等效位势 φ_k、等效位势深度 $\hat{H}_k(\hat{H}_k = \varphi_k / g)$ 及对应的重力波相速。由表可知，第一模态具有较高的等效位势，其相速与牛顿声速相当，称为重力外模；其他为重力内模，较高阶垂直模对应较低等效位势，故高阶内模具有较小的相速，到第 4、5 个垂直模时，其量级已经与大气长波的相速相当。初值化的目的在于控制高频噪音，消除虚假的重力高频振荡，因此仅取前 4、5 个垂直模就足够了，最佳的数目应当通过初值化试验来确定。

表 1　T63L9 各垂直模的等效位势、等效位势深度及对应的重力波相速

垂直模	等效位势 φ_k ($m^2\ s^{-2}$)	等效位势深度 (m)	对应的重力波相速 ($m\ s^{-1}$)
1	112499.20	11479.51	335.41
2	27519.59	2808.08	165.89
3	6710.97	684.79	81.92
4	2284.12	233.07	47.79
5	891.85	91.01	29.86
6	358.38	36.57	18.93
7	137.27	14.01	11.72
8	44.95	4.59	6.70
9	9.51	0.97	3.08

图 1 给出了模式垂直模的结构。由图可见，第一个模是对应于第一等效位势的重力

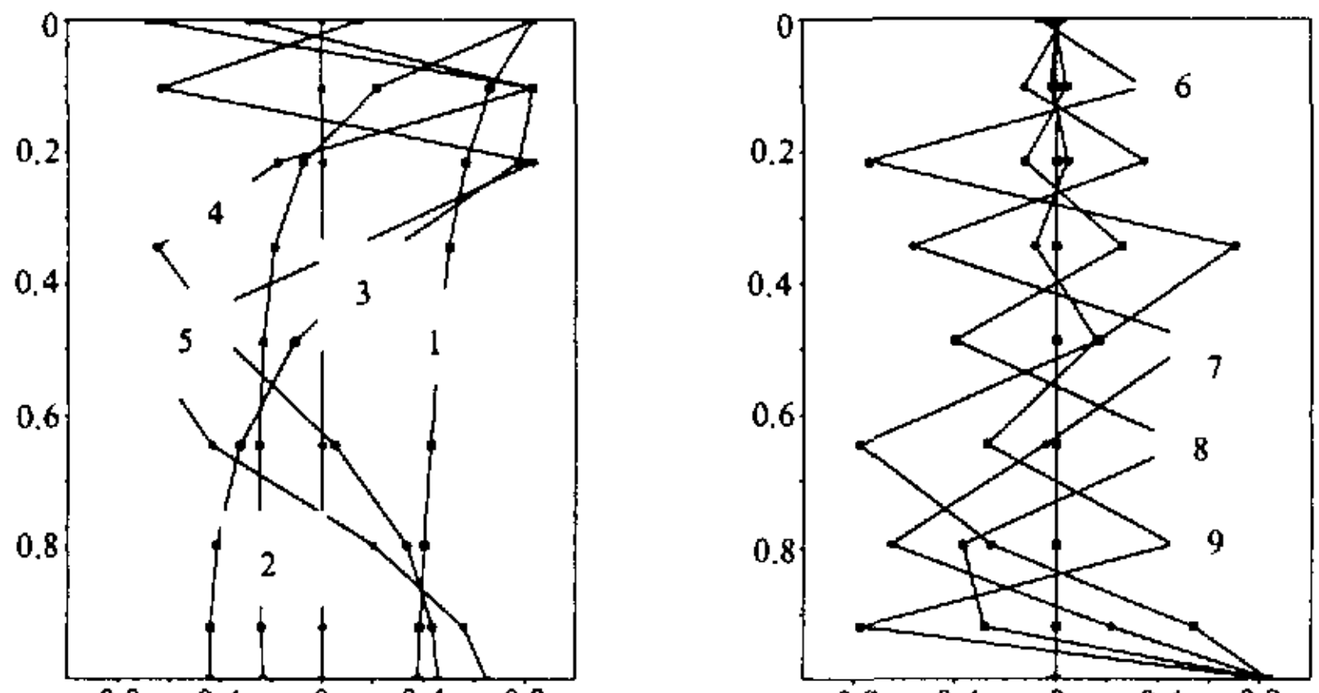

图 1　T63L9 模式大气的垂直模态
横坐标对应模系数，纵坐标为垂直 σ 分层

外模，它在垂直方向几乎是上下一致的，表示场在整个大气中垂直方向几乎是常数，描述的是气流的正压分量；其余的内模沿垂直方向的变化较大，第二个模又称为第一内模，在模式低层，它的变化很缓慢，在对流层改变了符号；第三个模是第二内模，它将对流层分为两个区域，在描述热带深对流低层流入和上部流出时是很重要的。一般来讲，第 k 个垂直模有 $k-1$ 个正负号的变化，随着 k 的增加，最大振幅的区域转向低层，因此高阶垂直模只描述了较低边界的线性结构。

2.2 水平正规模

首先，利用求得的垂直模将方程组进行分解。对（4）式，矩阵 M 有非零的对角线元素，因此矢量 $D\downarrow$ 和 $h\downarrow$ 在垂直方向上是耦合的，为了分离垂直结构方程，应用相似变换。在涡度方程（2）和散度方程（3）中，其左端的线性项在垂直方向上是非耦合的，因此对所有变量均可用垂直模进行展开。这样可得 9 个独立的、等效位势等于 φ_k 的正压原始方程组，在略去各变量上的记号 $\downarrow$ 和下标 k 后，记作

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \beta V + fD = 0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \beta U - f\zeta + \nabla^2 h = 0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \varphi D = 0. \tag{8}$$

将 ζ、D、h 用球谐函数作如下展开：

$$\begin{cases} \zeta = \sum\limits_{m=-M}^{M} \sum\limits_{n=|m|}^{M} [n(n+1)]^{1/2} A_n^m(t) P_n^m(\mu) e^{im\lambda}, \\ D = i \sum\limits_{m=-M}^{M} \sum\limits_{n=|m|}^{M} [n(n+1)]^{1/2} B_n^m(t) P_n^m(\mu) e^{im\lambda}, \\ h = \sum\limits_{m=-M}^{M} \sum\limits_{n=|m|}^{M} a\sqrt{\Phi} C_n^m(t) P_n^m(\mu) e^{im\lambda}. \end{cases} \tag{9}$$

U、V 则可表示为

$$\begin{cases} U = \sum\limits_{m=-M}^{M} \sum\limits_{n=|m|}^{M} a[n(n+1)]^{1/2} \left[A_n^m \frac{\varepsilon_n^m}{n} P_{n-1}^m \right. \\ \qquad \left. - A_n^m \frac{\varepsilon_{n+1}^m}{n+1} P_{n+1}^m + \frac{m}{n(n+1)} B_n^m P_n^m \right] e^{im\lambda}, \\ V = \sum\limits_{m=-M}^{M} \sum\limits_{n=|m|}^{M} -ia[n(n+1)]^{1/2} \left[A_n^m \frac{m}{n(n+1)} P_n^m \right. \\ \qquad \left. - B_n^m \frac{\varepsilon_{n+1}^m}{n+1} P_{n+1}^m + \frac{B_n^m}{n} \varepsilon_n^m P_n^m \right] e^{im\lambda}, \end{cases} \tag{10}$$

$\varepsilon_n^m = \left(\frac{n^2 - m^2}{4n^2 - 1} \right)^{1/2}$，$a$ 为地球半径，各变量前的系数因子是为了在以后的分析中有利于生成对称的水平结构矩阵。利用三角函数正交性及球谐函数的性质，化简后可得

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}A_n^m}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{i}2\Omega\{-d_n^m A_n^m + b_n^m B_{n-1}^m + b_{n+1}^m B_{n+1}^m\}, \\ \dfrac{\mathrm{d}B_n^m}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{i}2\Omega\{-d_n^m B_n^m + b_n^m A_{n-1}^m + b_{n+1}^m A_{n+1}^m - c_n C_n^m\}, \\ \dfrac{\mathrm{d}C_n^m}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{i}2\Omega\{-c_n B_n^m\}, \end{cases} \tag{11}$$

其中

$$\begin{cases} a_0^0 = b_0^0 = c_0^0 = 0, \\ a_n^m = \dfrac{m}{n(n+1)}, \\ b_n^m = \sqrt{\dfrac{n^2-1}{n^2}}\,\varepsilon_n^m, \\ c_n = \dfrac{\sqrt{n(n+1)}\Phi}{2\Omega a}, \end{cases} \qquad (n = m, m+1, \cdots, M, \quad m \geqslant 0), \tag{12}$$

Ω 为地球自转角速度。对所有的$n \geqslant m$，定义包含A_n^m、B_n^m、C_n^m的矢量$X\downarrow$，（11）式可写成矩阵形式:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}X\downarrow = -\mathrm{i}2\Omega \underline{\underline{A}}\, X\downarrow, \tag{13}$$

其中

$$X\downarrow = (A_m^m, B_m^m, C_m^m, A_{m+1}^m, B_{m+1}^m, C_{m+1}^m, \cdots, A_{M-1}^m, B_{M-1}^m, C_{M-1}^m, A_M^m, B_M^m, C_M^m)^{\mathrm{T}},$$

上标 T 表示转置。矩阵$\underline{\underline{A}}$为$3\times(M-m+1)$阶的方阵，其元素由（12）式给出。与大多数推导水平正规模的方法（如 ECMWF 中的方法）不同，这里是直接对涡度方程和散度方程进行展开的，风分量U、V是用涡度和散度的谱系数表示的。这样做与模式方程组的展开形式直接对应，便于编程。

方程（11）或其矢量形式（13）称为谱形式的拉普拉斯潮汐方程[9]。矩阵$\underline{\underline{A}}$的特征矢量称为水平正规模。显然，对每一纬向波数 m，可以得到一组分离的方程。对经向波数 n，（13）式包含不同波数间的耦合关系，因此在截断波数范围内，对所有波数，方程（13）必须同时进行处理。考虑到连带勒让德函数的对称性（$l=n-m$为偶数时，关于赤道对称；$l=n-m$为奇数时，关于赤道反对称）还可做进一步的简化，将水平模的求解分解为对称和反对称两部分[1]，这样可以减小矩阵和正规模的计算量和存储量。本文对以上两种情况都作了计算，但在具体应用中未采用上述简化。

矩阵$\underline{\underline{A}}$的阶数随纬向波数 m 的改变而改变，对于固定的纬向波数 m 来说，最大的经向波数为$M-|m|$，这就决定了矩阵$\underline{\underline{A}}$的阶数$N_{\mathrm{GR}}$，$N_{\mathrm{GR}} = N_{\mathrm{GW}} + N_{\mathrm{RW}}$，其中$N_{\mathrm{GW}}$为重力模的数目，$N_{\mathrm{RW}}$为旋转模的数目。

2.3　水平正规模的分析

水平正规模是矩阵$\underline{\underline{A}}$的特征矢量，$\underline{\underline{A}}$的特征值是这些模的无量纲自由频率$\sigma_{l'}$[$l'=$

1, 2, …, 3($M-m+1$)]。水平正规模的频率和结构既依赖于纬向波数 m，又依赖于等效位势φ_k。

对每一纬向波数 m，水平正规模可分成三组，即较慢向西（$\sigma<0$）传播的旋转模（低频慢波）、较快向东（$\sigma>0$）传播的重力模和较快向西（$\sigma<0$）传播的重力模（高频快波）。向西和向东传播的重力模称之为第一类振荡，总是成对出现的，在$m\neq 0$的情况下，它们的频率大小接近、符号相反、西传重力模比东传重力模略快；在 $m=0$ 的情况下，它们的频率符号相反、大小精确相等。所有旋转模的解，称为第二类振荡，是 Rossby / Haurwitz 型的低频波，在纬向平均（$m=0$）的情况下，它们都退化为自由频率为零的地转平衡态。对有限深度的离散系统，这两类振荡仅从频率就明显可分。

对某一 m，重力模频率随 l 的增加而增大，而旋转模频率随 l 的增加而减小。固定 l 时，重力模频率随 m 的增加而增大；而对旋转模，其频率随 m 变化比较复杂，将经历一个由增大到很快减小的过程，但其相速均随 m 的增加而减小。$l_{EG}=0$ 对应于 Kelvin 波；$l_R=0$ 是混合罗斯贝-重力波，m 很小时，它接近于重力波，m 较大时，则接近于罗斯贝波。

表 2 纬向波数 m= 1 时，NMC SMA 的 T106L16 和 T63L9 对垂直外模计算的前 6 个水平旋转模和重力模的自由周期（h）

		$l=0$	1	2	3	4	5
C1	RW	27.9	114.0	190.9	286.8	405.9	549.1
	WG	12.7	9.9	8.1	6.6	5.6	4.8
	EG	−29.6	−12.5	−8.7	−6.9	−5.7	−4.9
C2	RW	−27.85	−113.99	−190.88	−286.68	−405.81	−548.91
	WG	−12.72	−9.94	−8.06	−6.64	−5.60	−4.82
	EG	29.63	12.54	8.73	6.87	5.69	4.87
C3	RW	−27.93	−114.97	−192.10	−287.93	−407.03	−550.14
	WG	−12.80	−10.02	−8.14	−6.72	−5.66	−4.88
	EG	30.07	12.68	8.83	6.95	5.78	4.93

注：① C1：T106L16计算结果，对应等效位势115510 $m^2\ s^{-2}$；C2：T63L9计算结果，对应等效位势115510 $m^2\ s^{-2}$；C3：T63L9 计算结果，但对应等效位势 112499.20 $m^2\ s^{-2}$。

② C1 与 C2、C3 的符号相反是因为水平展开形式不同而使水平结构矩阵差一负号所致。

表 3 纬向波数 m= 1，Kasahara[11]和 T63L9 对垂直外模计算的一些罗斯贝模和重力模的无量纲频率

$l=n-m$	Kasahara			T63L9		
	RW	WG	EG	RW	WG	EG
0	−0.4215	−0.9079	0.3706	−0.4222	−0.9106	0.3733
1	−0.0996	−1.1517	0.8936	−0.1000	−1.1558	0.8985
2	−0.0602	−1.4027	1.2844	−0.0605	−1.4093	1.2914
3	−0.0406	−1.6893	1.6266	−0.0407	−1.6984	1.6359
4	−0.0290			−0.0290	−2.0072	1.9685
5	−0.0215			−0.0215	−2.3260	2.2996
6	−0.0165			−0.0165	−2.6507	2.6314
7	−0.0131			−0.0131	−2.9791	2.9643

注：① 为便于比较，与文献[11]一样，等效位势深度取为 100 000 $m^2\ s^{-2}$；

② 地球自转角速度文献[11]取为 $2\pi/(60\times60\times24)\ s^{-1}$，但本文按一般取为 $7.29\times10^{-5}\ s^{-1}$。

表 2 对纬向波数 $m=1$ 时计算出的对应于垂直外模的旋转模和重力模的一些自由周期与国家气象中心 T106L16 的结果[1]进行了比较。表 3 对 $m=1$ 时计算的外模的旋转模和重力模的一些无量纲频率与 Kasahara[11]的结果进行了比较（说明见表注）。从表中可见，结果是一致的，这说明求解是正确的。

水平正规模的结构既依赖于纬向波数 m，又依赖于等效位势φ_k。利用哈佛向量函数$\hat{\zeta}$、$\hat{D}$、$\hat{h}$、$\hat{u}$、$\hat{v}$分析和讨论了水平正规模的结构及与 m 和φ_k 的关系，图 2、图 3 和图 4 分别给出了 $m=1$ 时对应于垂直外模（等效位势 112 499.20 $m^2\ s^{-2}$）的东传、西传重力模和西传旋转模的经向结构。$SY=m$表示纬向波数为 m 的对称系统（$\hat{u}$、$\hat{h}$关于赤

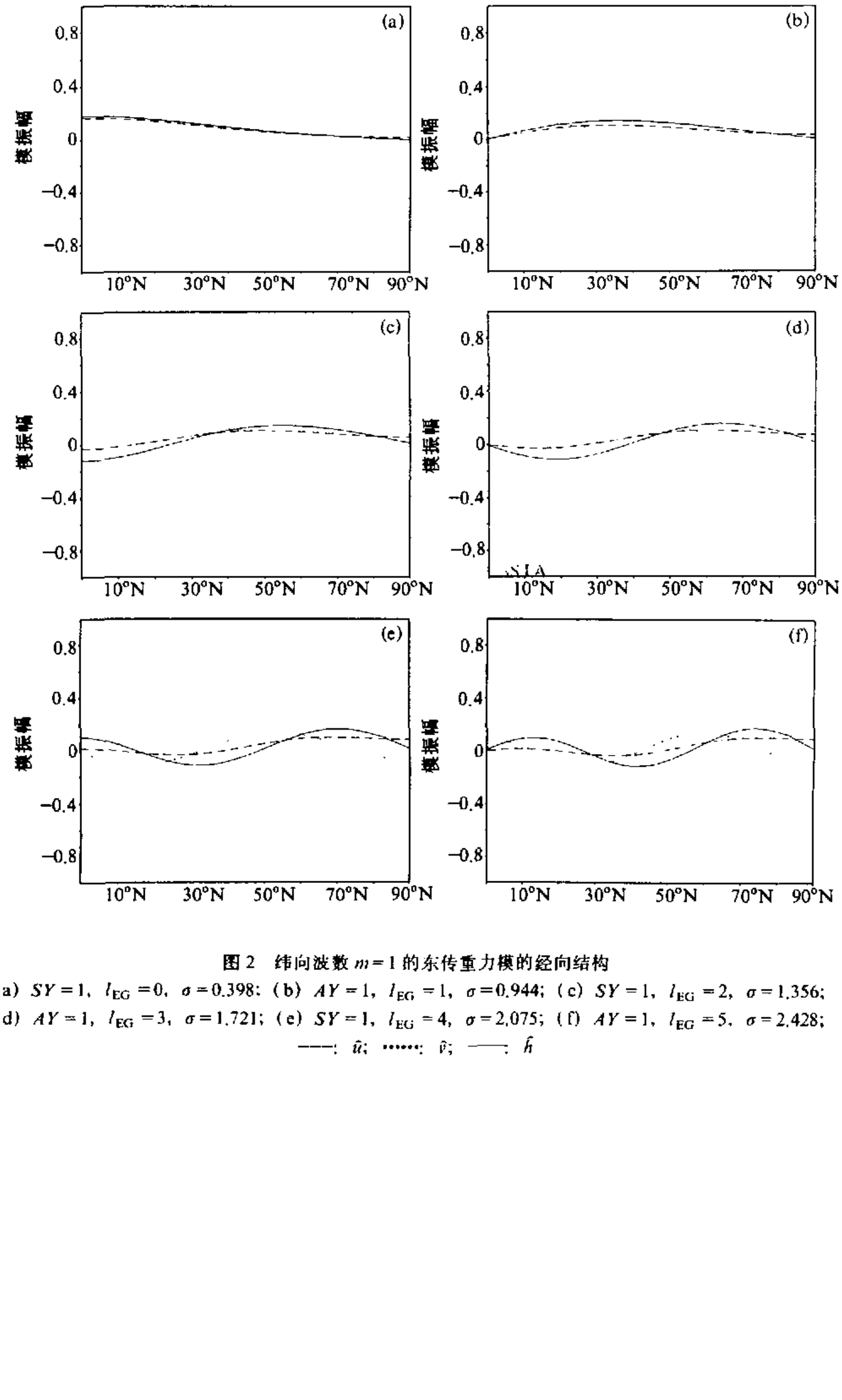

图 2　纬向波数 $m=1$ 的东传重力模的经向结构

(a) $SY=1$, $l_{EG}=0$, $\sigma=0.398$; (b) $AY=1$, $l_{EG}=1$, $\sigma=0.944$; (c) $SY=1$, $l_{EG}=2$, $\sigma=1.356$;
(d) $AY=1$, $l_{EG}=3$, $\sigma=1.721$; (e) $SY=1$, $l_{EG}=4$, $\sigma=2.075$; (f) $AY=1$, $l_{EG}=5$, $\sigma=2.428$;
——: $\hat{u}$; ……: $\hat{v}$; ——: $\hat{h}$

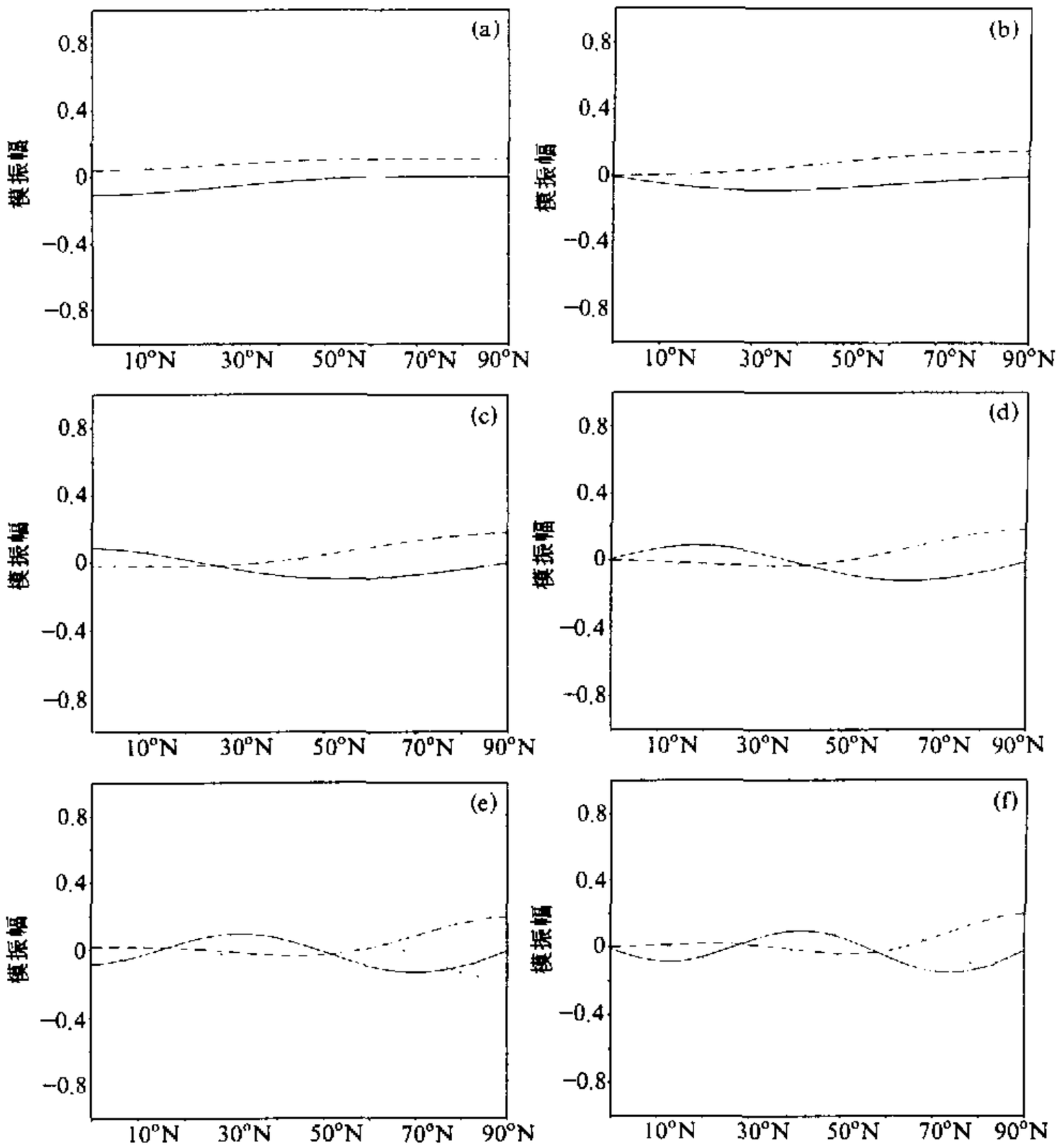

图 3 纬向波数 $m=1$ 的西传重力模的经向结构

(a) $SY=1$, $l_{WG}=0$, $\sigma=-0.935$; (b) $AY=1$, $l_{WG}=1$, $\sigma=-1.194$; (c) $SY=1$, $l_{WG}=2$, $\sigma=-1.470$; (d) $AY=1$, $l_{WG}=3$, $\sigma=-1.782$; (e) $SY=1$, $l_{WG}=4$, $\sigma=-2.113$; (f) $AY=1$, $l_{WG}=5$, $\sigma=-2.454$; ——: $\hat{u}$; ·····: $\hat{v}$; ——: $\hat{h}$

道对称; $\hat{v}$反对称), $AY=m$表示反对称系统 ($\hat{u}$、$\hat{h}$关于赤道反对称; $\hat{v}$对称), l 取为 0、1、2、3、4、5 前 6 个模, 同时均列出了相应的无量纲频率。图中横坐标是纬度 (0～90°N), 纵坐标对应于标准化的哈佛向量函数$\hat{u}$、$\hat{v}$、$\hat{h}$。关于这一部分的详细讨论请参阅文献[10]。

讨论可知, 线性正压原始方程组的特征函数能明显分成高频重力惯性模和低频旋转模。正因如此, 才可用模式大气自由振荡的正规模来表示 (或分解) 初始场, 然后有区别地对快速移动的高频模的系数进行修正, 从而消除虚假高频振荡, 使初始场与模式更加协调。

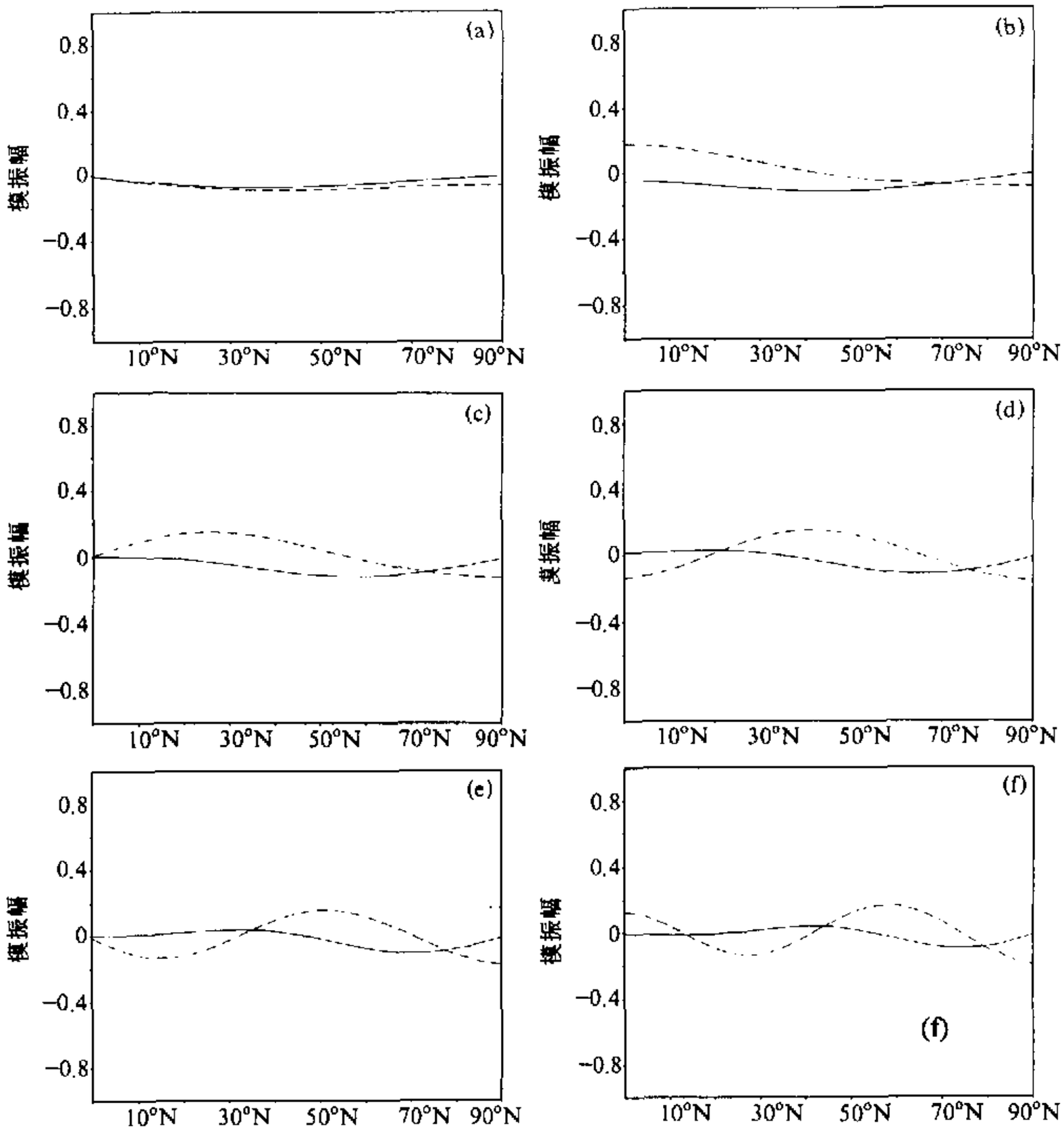

图 4　纬向波数 $m=1$ 的旋转模的经向结构

(a) $AY=1$, $l_R=0$, $\sigma=-0.428$; (b) $SY=1$, $l_R=1$, $\sigma=-0.104$; (c) $AY=1$, $l_R=2$, $\sigma=-0.062$; (d) $SY=1$, $l_R=3$, $\sigma=-0.042$; (e) $AY=1$, $l_R=4$, $\sigma=-0.029$; (f) $SY=1$, $l_R=5$, $\sigma=-0.022$; ——: $\hat{u}$; ……: $\hat{v}$; ——: $\hat{h}$

3　正规模初值化方案

将（13）式用正规模展开，可得用正规模模系数表示的模式方程组

$$\frac{\mathrm{d}Y\downarrow}{\mathrm{d}t}=-\mathrm{i}2\Omega\underline{E}^{-1}\underline{A}\underline{E}Y\downarrow+\underline{E}^{-1}R\downarrow, \tag{14}$$

其中$\underline{E}$是模矩阵，其列元素对应于水平正规模，$Y\downarrow$为$X\downarrow$的水平正规模振幅（模系数），$R\downarrow$包括动力过程和物理过程，对绝热初值化方案，仅包括动力过程，初值化中计算倾

向时，模式进行的是绝热积分。相似变换$E^{-1}AE$使A成为谱矩阵。（14）式的分量形式可写为

$$\frac{\mathrm{d}Y_j}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{i}2\Omega\sigma_j Y_j + r_j, \qquad j = 1,2,\cdots,3(M-m+1) \tag{15}$$

上式即为正规模形式的模式方程，其右边第一项表示对正规模振幅Y_j时间倾向的线性贡献，r_j表示非线性倾向在模数为j的正规模上的投影。纬向波数m和垂直模数k的所有结合构成一组完整的方程。根据 Machenhauer 的思想[4]，有

$$\frac{\mathrm{d}Y_j}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{i}2\Omega\sigma_j Y_j + r_j = 0, \tag{16}$$

由此条件可推出

$$Y_j = \frac{r_j}{\mathrm{i}2\Omega\sigma_j}, \qquad j \in G, \tag{17}$$

式中G表示重力模集合。（17）式为一非线性代数系统，要用迭代法进行逼近处理。从初始场中分析计算非线性项r_j，然后根据（17）式进行修正，求得新的重力模系数，再利用新的模系数计算非线性项r_j，重复以上的过程即可进行迭代逼近。然而从初始场中显式地计算非线性项是困难的，实际执行中，可采用 Anderson[12]提出的一种方法，以避免非线性项的显式计算。（16）式的有限差分形式可写为

$$r_j = \frac{Y_j(\Delta t) - Y_j(0)}{\Delta t} + \mathrm{i}2\Omega\sigma_j Y_j, \tag{18}$$

把（18）写成迭代形式可得

$$Y_j^{l+1} = Y_j^l + \frac{Y_j^l(\Delta t) - Y_j^l(0)}{\mathrm{i}2\Omega\sigma_j \Delta t}, \qquad j \in G. \tag{19}$$

（19）式避开了非线性项的显式计算，只需模式积分一个时间步来求得时间倾向。初值化变化可根据上式用重力模系数的时间倾向来求得。迭代过程的最后环节，是将$h\downarrow$的初值化变化（修正值）分解为温度T和地面气压p_s的变化（修正值）。这一问题可以通过假设初值化后，$\ln p_s$处于平衡状态来解决。这样就可求得各物理量的初值化修正值，得到新的修正场。然后利用修正过的场，模式重新积分求得新的时间倾向，再按上述过程进行循环迭代。

4 正规模初值化试验

首先确定迭代次数。初值化迭代逼近是一个收敛很快的过程。图 5 是取前 5 个垂直模进行初值化迭代时，由重力模系数调整而引起的涡度、散度、温度和地面气压对数的谱系数修正值随迭代次数的变化。所用资料是国家气象中心 1997 年 10 月 12 日 12UTC 的 T106 同化资料。由图可见，修正主要是在前 2～3 次迭代中进行的，初值化引起的

修正在 3 次以后的迭代中变化已很小，3 次迭代即可达到满意的效果。

初值化中垂直模个数的确定通常以其对应的自由频率为基础，一般认为取前 3～5 个模已经足够。利用国家气象中心的 T106 同化资料，分别用 2、3、4、5、6、7 个垂直模进行初值化处理后作了预报试验。比较了取不同垂直模初值化后的预报中，高、中、低纬三点海平面气压和 850、500、300、100、50 hPa 的位势高度随时间的演变（图略）。结果表明取前 4 或 5 个垂直模是比较合适的，这与理论分析的结果一致。当垂直模数目取得太少时（如取 2），不能有效消除引起虚假高频振荡的成分。但是垂直模的数目并非取得越多越好，当垂直模数目取得太多时，初值化的效果反倒变差，这可能是因为对较高阶垂直模中高频噪音的控制失当所致，即对不满足初值化条件的模也作了修正。本文初值化方案中取垂直模的个数为 4。

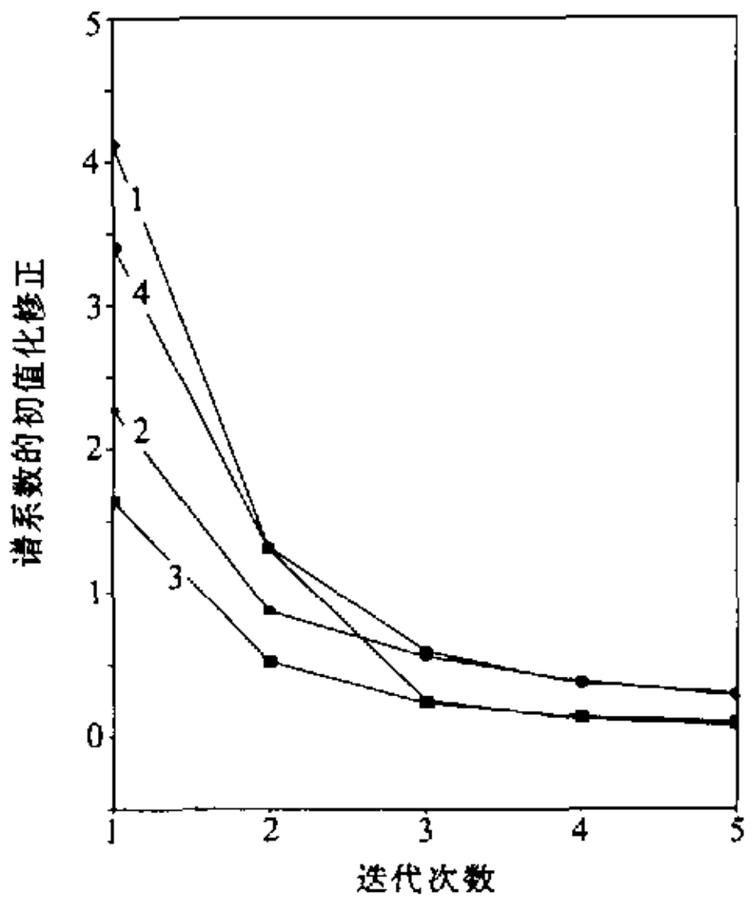

图 5　谱系数的初值化修正随迭代次数的变化
1：涡度（10^{-9} s^{-1}）；2：散度（10^{-8} s^{-1}）；
3：温度（10^{-1} K）；4：地面气压对数（10^{-5}）

4.1　初值化效果的检验

一般来讲，衡量初值化效果好坏的标准有（1）能够消除模式早期积分中虚假的大振幅高频振荡；（2）尽量少修正原先的分析资料；（3）比无初值化所作的预报有明显改进，尤其对短期预报。

下面用以上三个标准对初值化的效果进行了试验和讨论。图 6 和图 7 是用 1997 年 10 月 12 日 12UTC 国家气象中心的同化资料预报的高、中、低纬三点海平面气压、500 hPa 位势高度随时间的演变曲线，标记空心圆的曲线对应未初值化的预报，实心圆对应于初值化的预报。从图可见，即使是优质的同化资料，如果不进行初值化，模式的短期预报也会严重地为虚假高频振荡所损害。而初值化后的预报中，虚假的高频振荡均非常明显地为非线性初值化所消除，曲线变得很平滑，由此可见初值化后的各物理量场获得了较好的动力平衡，初值化的效果十分显著。

初值化对分析场的修正不应过大，理想的情况下，初值化的增量应当小于分析增量。表 4 给出 1997 年 10 月 12 日 12UTC 初值化前后的各层散度均方根值。表 5 则是初值化迭代过程中各物理量的整层均方根变化。由表中可知，总的说来，初值化对各物

表 4　1997 年 10 月 12 日 12UTC 初值化前后各层的散度均方根

垂直层次	初值化前(10^{-5} s^{-1})	初值化后(10^{-5} s^{-1})	垂直层次	初值化前(10^{-5} s^{-1})	初值化后(10^{-5} s^{-1})
1	0.2199	0.0304	6	0.2839	0.2768
2	0.2696	0.2079	7	0.2323	0.2243
3	0.2848	0.2650	8	0.2300	0.2028
4	0.2685	0.2429	9	0.2221	0.2026
5	0.2551	0.2366			

表 5 1997 年 10 月 12 日 12UTC 初值化迭代过程中各物理量的整层均方根

迭代次数	涡度（10^{-4} s^{-1}）	散度（10^{-5} s^{-1}）	温度（K）	平均海平面气压(hPa)
0	0.26340	0.73779	253.84	985.544
1	0.26240	0.67952	253.85	985.543
2	0.26244	0.66066	253.85	985.543
3	0.26248	0.65239	253.85	985.543
4	0.26254	0.66216	253.85	985.543
5	0.26262	0.68004	253.85	985.543

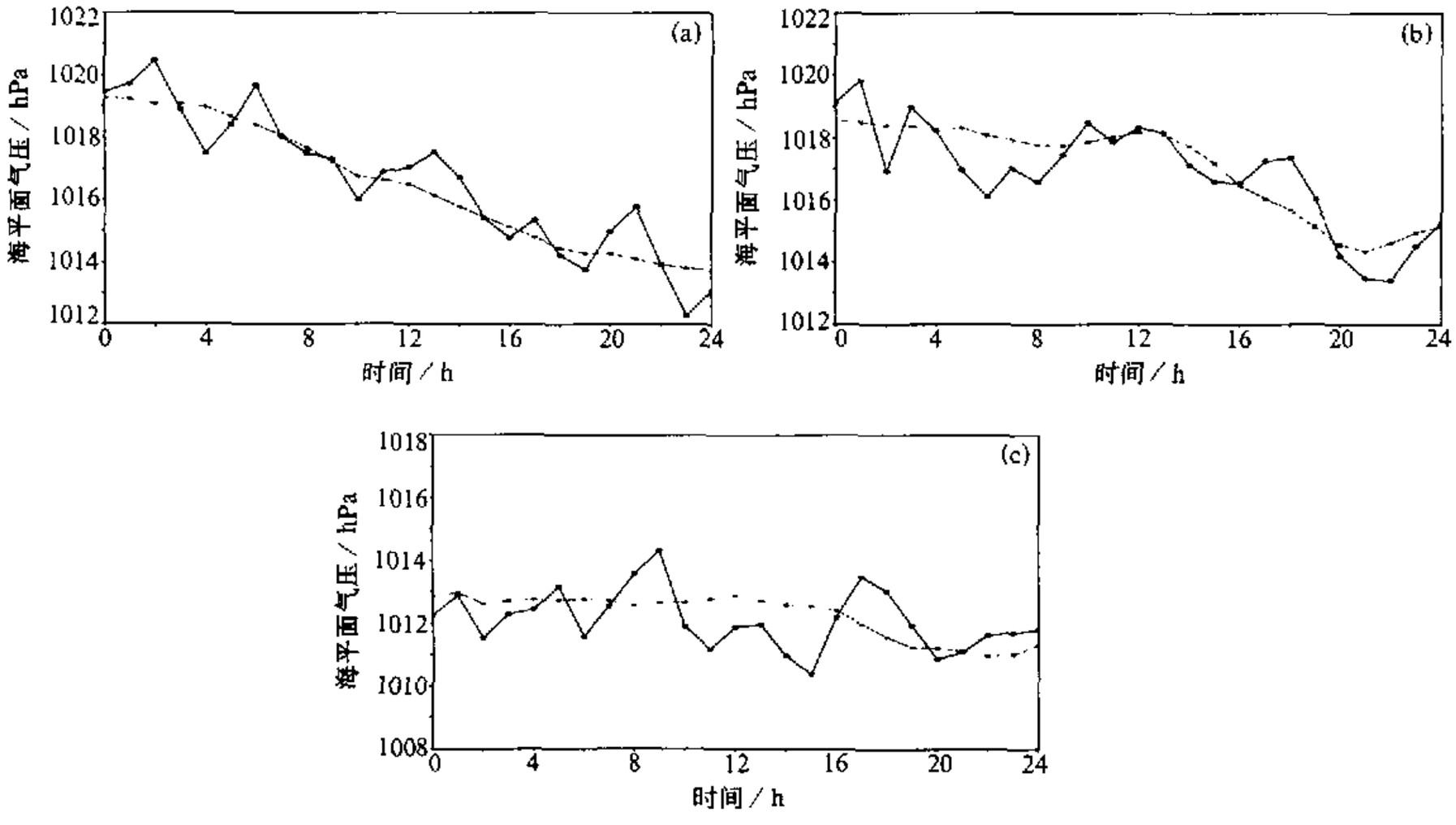

图 6 初值化处理后，高中低纬三点海平面气压 24 小时预报的演变曲线（实心圆）与未加初值化（空心圆）的比较
(a) 高纬（60°N，120°E）；(b) 中纬（30°N，120°E）；(c) 低纬（15°N，120°E）

理量分析的初值化修正是较小的，主要是对散度环流的调整，而涡度、温度和地面气压的变化则很小。以全球均方根统计来讲，散度的修正在模式的顶层（平流层）较大，而在对流层中，下层的修正相对较小。散度修正的量级为 10^{-6} s^{-1}，比涡度大两个量级，温度的修正为 0.01 K，海平面气压的修正为 0.001 hPa。当然，对不同质量的分析资料，初值化的修正的大小是不同的。初值化修正主要表现为散度环流的调整，这一事实为所有的正规模初值化的试验和应用所证实。这从物理上来说也是合理的，因为初值化的原理就在于消除高辐散的高频振荡，而对具准地转无辐散性质的旋转模则要保留；另一方面，对不同类型的观测资料，其精度是不同的，风场的误差远远大于质量场（温度场和位势场）的误差，所以散度场的调整最大也就是必然的了。进一步比较北半球模式预报的各层散度场和涡度场在初值化前后的变化（图略）发现：初值化影响总的来讲是小的，散度场和涡度场的结构都没有系统性的变化，涡度和散度场的中心位置也几乎没有变化；初值化对散度场有较明显的调整，使场的极值减小，而对涡度场，初值化前后

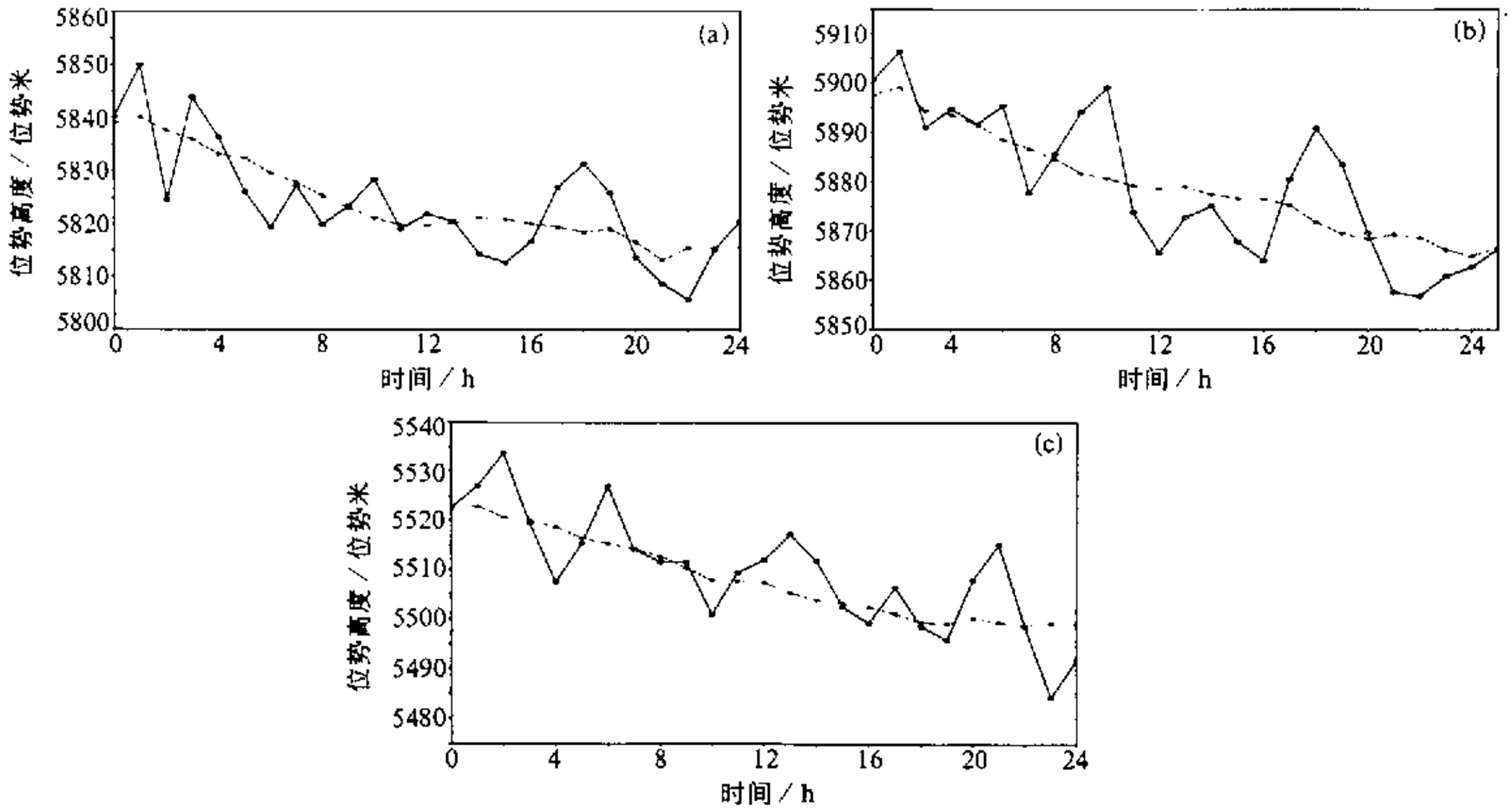

图 7　初值化处理后，高中低纬三点 500 hPa 位势 24 小时预报的演变曲线（实心圆）与未加初值化（空心圆）的比较

（a）高纬（60°N，120°E）；（b）中纬（30°N，120°E）；（c）低纬（15°N，120°E）

的场几乎完全相同，修正非常小。

本文利用国家气象中心 1994 年 5 月 1 日 12UTC 的 T42 同化资料（个例 1）和 1997 年 7 月 1 日 12UTC（个例 2）、1997 年 10 月 11 日 12UTC（个例 3）及 1998 年 1 月 1 日 12UTC（个例 4）的 T106 同化资料进行了初值化预报试验。表 6 给出了 4 个个例所作 5 天预报距平相关系数的统计检验（其他统计检验表略）。A 代表未进行初值化处理，B 是进行了初值化处理的结果。分析可知，即使是国家气象中心的优质同化资料，在经过初值化处理后前两天的预报相关系数仍然有所提高，均方根误差有所降低。而后三天的预报，相关系数接近或略高于无初值化的情况，均方根误差则接近或略低于无初值化的情况。对 T42 同化资料的改进要大于对 T106 资料的改进。由此可见，初值化对预报的改进，主要是通过消除虚假高频振荡改善短期预报的质量，从而对资料同化和预报起了重要的作用。

表 6　5 天预报的 500 hPa 位势场的距平相关系数（A 未初值化，B 初值化）

个例	1		2		3		4		5	
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
1	0.927	0.947	0.861	0.876	0.800	0.815	0.775	0.783	0.639	0.641
2	0.947	0.951	0.836	0.841	0.732	0.732	0.662	0.663	0.586	0.595
3	0.976	0.981	0.942	0.933	0.882	0.852	0.842	0.822	0.800	0.781
4	0.976	0.978	0.942	0.945	0.882	0.885	0.842	0.841	0.789	0.789

4.2　加入初值化后的资料同化系统的实际检验

为检验在资料同化系统中加入初值化后的预报效果，又利用实际报文为资料来源进

行了试验。为此设计了 A、B、C、D 四种试验方案（如表 7 所示）。试验时间从 1998 年 10 月 15 日 00UTC 开始，同化循环到 30 日 00UTC，同化周期取 12 小时，取 20 日 00UTC 的预报结果进行检验和比较分析。

表 7 四种试验方案

方案	分析场	预报前是否进行初值化
A	由未包括初值化的同化方案生成	不进行初值化
B	由包括初值化的同化方案生成	不进行初值化
C	由未包括初值化的同化方案生成	进行初值化
D	由包括初值化的同化方案生成	进行初值化

比较分析了四种方案的预报中各物理量场随时间演变曲线（图略），包括初值化的同化方案（B 方案）生成的分析场与未包括的（A 方案）相比其预报结果有明显改善，即使预报前不作初值化处理，预报在 12 小时后，高频振荡也可被模式有效耗散和阻尼，而用后者生成的分析场直接拿来制作预报则在 24 小时振荡仍较明显。但用以上两种分析场（A、B 方案）制作的预报都仍会产生重力惯性高频振荡，而这在进行初值化后均可被有效消除。仔细比较 C、D 方案的预报结果，初值化处理均能够有效地消除高频振荡。但 C 方案在有效消除高频振荡的同时，一些有气象意义的波动似乎也被抑制，物理量的变化曲线过于平直。而利用包括初值化的同化方案产生的分析场进行初值化处理后（D 方案），则这些有气象意义的波动会很好地表现出来。加进初值化的同化方案形成的资料提供了更复杂也更细致的模式大气结构，获得了更多的信息。这也证明初值化的作用不仅反映在随后的一次预报中，而且通过初始场的改善进一步反映在循环同化资料质量的提高上。从 5 天预报的 500 hPa 位势场的统计检验看（表略），初值化对预报质量尤其是短期预报的质量有所改善，前三天的各项预报统计检验评分均高于未包括初值化的预报。证明初值化的改进对客观分析和随后的预报都有作用。

对各方案每日形势场和要素场的预报结果作了比较（图略），发现对大的系统形势，初值化的修正很小，但对各物理量场的配置及相互间关系都有所调整。从分析场来看，初值化对各物理量场均有所改善，主要体现为风压场配置向地转平衡有所调整，各层零碎杂乱的小系统明显减少，豆状高压、扁平系统等不合理的分析明显减少。从预报结果看，对前两天的预报质量有较明显提高，对后几天的预报也有正面效应。

5 结语

本文推导求解了谱模式 T63L9 的模式正规模，提出和实现了一个合适的绝热非线性正规模初值化方案，并进行了一系列试验。结果表明：该初值化的迭代收敛很快，取 3 次迭代即可取得很好的效果；在初值化过程中取前 4 个垂直模进行初值化效果最佳。初值化方案的实现是成功的，它得到了与模式动力学协调的初始场，有效消除了直接由分析场预报积分产生的虚假高频振荡；且初值化对各种物理量场结构的修正是小的，其中最主要的修正是对散度场的调整，初值化有抑制散度极值的倾向；初值化明显改进了短期预报的质量。初值化的作用不仅反映在随后的一次预报质量的提高上，由于提供了

改进的初始场，也提高了下一次分析场的质量，通过反复的同化循环，改善了整个资料同化和预报的质量。

本文的初值化方案已经成功地应用在微机平台上制作中期数值天气预报的业务，对短期气候预测也作了有益的尝试，实际运行的效果良好。但目前该方案还是绝热的，这是其不足。考虑非绝热非线性正规模初值化的方案是我们今后进一步要做的工作。

参 考 文 献

1 国家气象中心编，气象观测资料的质量控制、客观分析和四维同化，北京：气象出版社，1993.

2 Daley, R., Atmospheric Data Analysis, Cambridge Atmospheric and Space Science Series, 1991.

3 Williamson, D. L., Normal mode initialization procedure applied to forecasts with the global shallow-water equations, *Mon. Wea. Rev.*, 1976, **104**, 195～206.

4 Machenhaure, B., On the dynamics of gravity oscillations in shallow water model with application to normal mode initialization, *Contrib. Atmos. Phys.*, 1977, **50**, 253～257.

5 Daley, R., Variational non-linear normal mode initialization, *Tellus*, 1978, **30**, 201～218.

6 Temperton, C. and David L., Normal Mode Initialization for a Multilevel Grid-point Model. Part I: Linear Aspects, *Mon. Wea. Rev.*, 1981, **109**, 729～743.

7 Kasahara, A., Spectral Representation of Three-dimensional Global Data by Expansion in Normal Mode Functions, *Mon. Wea. Rev.*, 1981, **109**, 37～51.

8 Wergen, W., Diabatic nonlinear normal model initialization for a spectral model with a hybrid vertical coordinate, ECWMF Tech. Rep., No. 59, 1987.

9 曾庆存，数值大气预报的数学物理基础，第一卷，北京：科学出版社，1979, 22～25, 114～121, 457～460.

10 付顺旗，微机航空中期数值天气预报系统资料四维同化方案的研制和试验，解放军理工大学气象学院硕士学位论文，1999.

11 Kasahara A., Normal Modes of Ultra-long Waves in the Atmosphere, *Mon. Wea. Rev.*, 1976, **104**, 669～690.

12 Anderson, J. H., A routine for normal mode initialization with nonlinear correction for a multi-level spectral model with triangular truncation, ECMWF Int. Rep. No.15, 1977, 41pp.

A Nonlinear Normal Mode Initialization Scheme and Experiments of the Spectral Model T63L9

Fu Shunqi

(*P.O. Box* 2433, *No.* 6, *Beijing* 100081)

Zhang Lifeng　and　Zhang Ming

(*Institute of Meteorology, PLA University of Science and Technology, Nanjing* 211101)

Abstract　A normal modes of the spectral model T63L9 are deduced, studied and compared with the results of other authors. Then a suitable adiabatic nonlinear normal mode initialization for the four-dimensional data assimilation scheme is developed, and a series of experiments have been done. The results show that the initialization scheme is successful; it has effectively removed the false high-frequency inertia-gravity oscillations in the early integration term, and evidently ameliorated the short-term forecast. Through the assimilation cycle, initialization not only improves the following forecast, but also advances the whole data assimilation and prediction quality.

Key words: spectral model; normal modes; four-dimensional data assimilation (FDDA)