

张贺, 林朝晖, 曾庆存, 等. 2009. IAP AGCM-4 动力框架的积分方案及模式检验 [J]. 大气科学, 33 (6): 1267–1285. Zhang He, Lin Zhao-hui, Zeng Qingcun. 2009. The computational scheme and the test for dynamical framework of IAP AGCM-4 [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 33 (6): 1267–1285.

IAP AGCM-4 动力框架的积分方案及模式检验

张贺^{1, 2} 林朝晖¹ 曾庆存¹

1 中国科学院大气物理研究所国际气候与环境科学中心, 北京 100029

2 中国科学院研究生院, 北京 100049

摘 要 以灵活性跳点格式和时间分解算法为重点, 介绍了 IAP (中国科学院大气物理研究所) AGCM-4 的动力框架, 并用 R-H (Rossby-Haurwitz) 波和 Held-Suarez 方案对框架进行了检验。结果表明: 高纬灵活性跳点格式很好地保持了普通跳点格式的各种性质, 未产生计算紊乱现象, 可在一定程度上增大时间步长, 在未采用滤波处理时增大时间步长的效果更为显著; 时间分解算法, 即将平流过程与适应过程分开计算, 二者都采用 3 次非线性迭代积分方案, 在 $N=5$ 和 $N=10$ (N 为平流过程时间步长与适应过程时间步长的比值) 的情况下, 可分别节省 CPU 时间 10.7% 和 19.9%; R-H 波检验表明, 在积分的前 80 天, 框架较好地保持了 R-H 4 波的波形, 总有效能量仅衰减 0.1%, 从第 80 天开始, 风场波形开始变形和破碎, 对应的动能和总能量也开始急剧衰减, 至第 365 天, 总有效能量衰减约 8%, 此时, 风场和高度场亦变得较平直。经分析, 第 80 天 R-H 波破碎的主要原因是平流项的计算误差使 R-H 波失稳, 而其后的高度场和风场的变平直是典型的旋转适应机制; Held-Suarez 方案检验也证明该框架是可靠的。

关键词 分解算法 非线性迭代积分方案 灵活性跳点格式 有效能量守恒 大气环流模式

文章编号 1006-9895 (2009) 06-1267-19

中图分类号 P435

文献标识码 A

The Computational Scheme and the Test for Dynamical Framework of IAP AGCM-4

ZHANG He^{1, 2}, LIN Zhao-hui¹, and ZENG Qingcun¹

1 International Center for Climate and Environment Sciences, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029

2 Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049

Abstract A flexible leaping-point scheme and a time-splitting method are introduced to the new generation of IAP (Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences) atmospheric general circulation model (IAP AGCM-4), and the model's dynamical framework is tested by Rossby-Haurwitz (R-H) wave and by Held-Suarez proposal. The results show that the flexible leaping-point scheme can also conserve the available energy without computational chaos, and it can enlarge the time step especially in the model without filter. A time-splitting method is adopted to compute adjustment process and advection process respectively, and a nonlinear iterative time integration scheme with 3 times iteration is applied to both the processes. The time-splitting method can economize CPU time by 10.7% ($N=5$) and 19.9% ($N=10$), respectively. As R-H-type pattern of wave number 4 is taken as the

收稿日期 2008-07-07, 2009-03-31 收修定稿

资助项目 中国科学院知识创新工程重要方向项目 KZCX2-YW-217, 国家自然科学基金重点项目 40830103

作者简介 张贺, 男, 1981 年出生, 博士研究生, 目前主要从事大气环流模式的设计及模拟研究。E-mail: zhanghe@mail.iap.ac.cn

initial condition, in the first 80 days of integration, the dynamical framework can preserve the wave pattern well, and the total available energy only reduce 0.1%. From the 80th day, the wave pattern of zonal wind becomes deformed and then breaks, while the corresponding kinetic energy and total available energy begin to decrease sharply. By the 365th day, the fields of zonal wind and geopotential height become parallel to the longitudinal direction, and the total available energy has decreased 8%. The analysis shows that it is due to the rotational adaption and the dissipation of advection term. The test by Held-Suarez proposal also shows the reliability of the dynamical framework of IAP AGCM-4.

Key words time-splitting method, nonlinear iterative time integration scheme, flexible leaping-point scheme, conservation of available energy, general circulation model

1 引言

大气环流模式 (AGCM) 是研究气候变化及其成因的重要工具之一, 是地球系统模式的重要组成部分 (曾庆存等, 2008), 它的研制和发展是当前大气科学的研究热点之一。现代的大气环流模式的设计需要气象学、计算机、数学、物理等多学科的交叉合作, 因此对设计者有较高的要求, 而且往往需要一个团队协作完成。大气环流模式大体上可以分为动力框架与物理过程两个主要部分。动力框架部分主要是对不含源汇项的模式方程进行离散化, 并采用数值方法进行求解; 而物理过程则大多需要通过参数化的方法来计算有关能量的源汇项。目前, 应用于大气环流模式动力框架求解的数值方法主要有四种: 有限差分法、谱展开法、半拉格朗日法和有限体积法, 而各种方法又各有其优缺点 (Wang et al., 2004), 因此很难说哪种方法更具优越性。国际上较领先的各大气研究机构也都在大力发展各种方法的大气环流模式, 本文所介绍的大气环流模式 IAP (中国科学院大气物理研究所) AGCM-4 采用的是基于有限差分方法的格点模式。

有限差分法的最大优点是计算公式简便, 最大困难在于极区的计算稳定性问题。对于均匀经纬格点, 在靠近极点时, 纬向格距变得很小, 因此必须采用非常短的时间步长才能避免快波造成的计算不稳定。目前, 通常采用傅里叶滤波的方法 (Umshcheid et al., 1971), 滤掉或削弱高纬的短波, 以采用较长的时间步长。Wang et al. (2004) 还提出了基于等面积网格的半解析算法来克服这一困难。同样, 在时间积分方案的设计中, 亦要设法抑制快波的传播。目前, 大气环流模式动力部分有如下几种常用的时间积分方案: 蛙跳格式、半隐式格式 (Zeng, 1963; Simmons et al., 1978)、半拉格朗日

格式 (Zeng et al., 1977; Robert, 1982) 和平方守恒格式。蛙跳格式简单、直观, 但对时间步长要求较严格, 且会产生计算伪解, 必须采用时间滤波进行消除; 半隐式格式是指对激发快波的项用隐式表示, 而对描述慢波的项用显式表示; 半拉格朗日格式是在同一时间步长内追踪终点总是在网格点上的气块。由于大气原始方程组是非线性的, 为了避免非线性不稳定, 曾庆存等 (1981) 最早提出了完全平方守恒格式, 该格式为隐式, 为了求解方便, 他又进一步提出了非线性迭代时间积分方案 (左瑞亭等, 2004)。而 Wang et al. (1994) 则提出增加一些计算项而成为显式完全平方守恒的时间积分方案。

中国科学院大气物理研究所早在 20 世纪 80 年代就开始了基于有限差分方法的全球格点大气环流模式的研制, 即我国第一个全球大气环流模式 IAP AGCM-1 (Zeng et al., 1989), 该模式水平分辨率为 $4^\circ \times 5^\circ \times 2L$ (即纬度间距为 4° , 经度间距为 5° , 垂直方向为 2 层)。后来又陆续完成了 IAP AGCM-2 (毕训强, 1993; Liang, 1996) 及 IAP AGCM-3 (左瑞亭, 2003), 分辨率分别为 $4^\circ \times 5^\circ \times 9L$ 及 $2^\circ \times 2.5^\circ \times 21L$, 时间积分方案及物理过程也进行了相应的调整和匹配。尽管如此, 现有的版本在分辨率及物理过程的全面性方面尚须大为改进, 才能适应当代的要求。因此, 新一代的大气环流模式 IAP AGCM-4 (张贺等, 2007) 开始投入研制, 现初版已经完成, 它包括了完整的物理过程, 现正对数值模拟结果进行详细分析。为了便于与国际上较先进模式的比较, 我们目前采用了 NCAR 的 CAM3.1 的物理参数化包, 分辨率也取为与其 T85 相当的 $1.4^\circ \times 1.4^\circ \times 26L$ 。下一步, 我们即将逐步引入我们自行发展的参数化方案, 如辐射 (Zhang et al., 2005)、非均匀云、对流超级参数化 (王必正等, 2005), 云中含水量、空气中水滴含量及降雨对

空气的冷却作用(胡朝霞等, 2007), 新的边界层通量计算方案等。IAP AGCM-4 的动力框架除沿用了前几代模式的各项有特色的技术, 如: IAP 变换、保持总有效能量守恒的完全平方守恒差分格式、标准层结扣除、非线性迭代积分方案等, 还引入了其他多项技术和方法, 如: 在地表气压预报方程中引入了耗散项、灵活性跳点格式、可允许替代、时间分解算法等, 并做到内部完全协调且不因离散化计算而引入虚假的源和汇。本文将着重对灵活性跳点格式及时间分解算法进行介绍, 并叙述对 IAP AGCM-4 的动力框架的检验。

由于气候变化的时间尺度很长, 因此, 要求 AGCM 能够长期稳定的积分, 而且计算时间要尽量短。而要缩短计算时间, 主要有以下三个途径: (1) 提高计算机硬件速度; (2) 采用并行计算; (3) 改进差分格式及时间积分方案。灵活性跳点格式及时间分解算法即试图从最后一点入手, 以节省计算时间。同时, 我们还设计了一套高效的并行算法。这些算法保证了 IAP AGCM-4 能够稳定高效地进行积分。

2 IAP AGCM-4 动力框架方程组

IAP AGCM-4 为均匀经纬格点模式, 垂直方向为 σ 坐标, 目前采用的模式顶约为 2.2 hPa, 与 CAM3.1 相同。模式动力框架实现了水平和垂直分辨率的灵活可调, 为今后接入不同的物理过程奠定了基础。

设 θ, λ 分别为余纬和经度, 垂直坐标 $\sigma \equiv (p - p_t)/p_{es}$, $p_{es} = p_s - p_t$, p_s, p_t 分别为地表气压和模式顶气压。在标准层结扣除及绝热状态下, 球坐标系下的原始方程组可写成(曾庆存等, 1987; 曾庆存, 2001^①):

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial t} = - \sum_{m=1}^3 L_m(V) - P_\theta^{(1)} - P_\theta^{(2)} + f^* U \\ \frac{\partial U}{\partial t} = - \sum_{m=1}^3 L_m(U) - P_\lambda^{(1)} - P_\lambda^{(2)} - f^* V \\ \frac{\partial \Phi}{\partial t} = - \sum_{m=1}^3 L_m(\Phi) + (1 - \delta_p)[b(1 + \delta_c) + \delta \kappa \Phi / P](\Omega^{(1)} + \Omega_\theta^{(2)} + \Omega_\lambda^{(2)}) \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p'_{sa}}{p_0} \right) + D(P) + \frac{\partial PW}{\partial \sigma} = \kappa^* D_{sa} \end{cases} \quad (1)$$

其中,

$$\begin{cases} L_1(F) \equiv \frac{1}{2a \sin \theta} \left(2 \frac{\partial F u^*}{\partial \lambda} - F \frac{\partial u^*}{\partial \lambda} \right) \\ L_2(F) \equiv \frac{1}{2a \sin \theta} \left(2 \frac{\partial F v^* \sin \theta}{\partial \theta} - F \frac{\partial v^* \sin \theta}{\partial \theta} \right) \\ L_\lambda(F) \equiv \frac{1}{2} \left(2 \frac{\partial F \dot{\sigma}^*}{\partial \sigma} - F \frac{\partial \dot{\sigma}^*}{\partial \sigma} \right) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} P_\theta^{(1)} \equiv P \frac{\partial \phi'}{a \partial \theta} \\ P_\theta^{(2)} \equiv \frac{b \Phi (1 - \delta_p)}{p_{es}^*} \cdot \frac{\partial p_{es}^{**}}{a \partial \theta} \\ P_\lambda^{(1)} \equiv P \frac{\partial \phi'}{a \sin \theta \partial \lambda} \\ P_\lambda^{(2)} \equiv \frac{b \Phi (1 - \delta_p)}{p_{es}^*} \cdot \frac{\partial p_{es}^{**}}{a \sin \theta \partial \lambda} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \Omega^{(1)} \equiv \frac{W}{\sigma} - \frac{1}{P} \left[D(P) + \frac{\partial PW}{\partial \sigma} \right] \\ \Omega_\theta^{(2)} \equiv \frac{V}{p_{es}^*} \cdot \frac{\partial p_{es}^{**}}{a \partial \theta} \\ \Omega_\lambda^{(2)} \equiv \frac{U}{p_{es}^*} \cdot \frac{\partial p_{es}^{**}}{a \sin \theta \partial \lambda} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} D(P) \equiv \frac{1}{a \sin \theta} \left(\frac{\partial PU}{\partial \lambda} + \frac{\partial PV \sin \theta}{\partial \theta} \right) \\ D_{sa} \equiv \nabla \cdot \left(\bar{\rho}_{sa} k_{sa} \nabla \frac{p'_{sa}}{\rho_{sa} p_0} \right) \end{cases} \quad (5)$$

$\delta_p = p_t/p$, $f^* = 2\omega \cos \theta + u \cot \theta/a$ 为科里奥利参数, $\kappa = R_d/C_p$, δ 和 κ^* 为指示系数(等于 0 或 1), $\delta=0$ 时表示标准层结近似, $\kappa^*=0$ 时表示不考虑地表大气的耗散, k_{sa} 为非负的常数或坐标和 p'_{sa} 的函数; $U \equiv P \cdot u$, $V \equiv P \cdot v$, $\Phi \equiv PRT'/b$ 为 IAP 变换, 且 $P \equiv \sqrt{p_{es}^*/p_0}$, $C_0^2 \equiv b(1 + \delta_c)$, C_0 为标准大气重力波相速, $b=87.8$ m/s 为其标准值, p_0 为海平面气压的标准值, 取为 $p_0=1000$ hPa。方程中的 u^* 、 v^* 、 $\dot{\sigma}^*$ 、 p_{es}^* 、 p_{es}^{**} 为可允许替代, 这些变量在差分格式中的取值并不影响模式的守恒性质, 因此使差分格式的设计更加灵活(曾庆存, 1979, 2001^①; Zeng et al., 2002)。 T' 、 ϕ' 、 p'_{sa} 为相对于标准大气 $\tilde{T}(p)$ 、 $\tilde{\phi}(p)$ 、 $\tilde{p}_s$ 的偏差量。 $\bar{\rho}_{sa} = \bar{p}_s/R\tilde{T}_s$ 为地表处的标准大气密度。其余均为常用符号。其中, 可允许替代及气压预报方程的耗散项 $\kappa^* D_{sa}$ 虽早已提出(曾庆存, 1979, 2001^①), 但只是在此才首次具体应用到大气环流模式中。

① 曾庆存. 2001. 气候系统模式和跨季度气候预测, 第二章. 内部技术报告.

记 E_k, E_{ep}, E_{es}, E_t 分别为动能、有效相对位能、有效表面位能和总有效能量, 则 (曾庆存, 2001^①):

$$E_k = \frac{p_0}{2g} \iint_S \int_0^1 (U^2 + V^2) d\sigma dS, \quad (6)$$

$$E_{ep} = \frac{p_0}{2g} \iint_S \int_0^1 \Phi^2 d\sigma dS, \quad (7)$$

$$E_{es} = \frac{1}{2g} \iint_S \frac{R\tilde{T}_s}{\tilde{p}_s} (p'_{sa})^2 dS, \quad (8)$$

$$E_t = E_k + E_{ep} + E_{es}. \quad (9)$$

当取标准层结近似及不考虑耗散, 即 $\delta=0, \delta_c=0, \kappa^*=0$ 时, 利用与曾庆存等 (1987) 相似的方法可以证明模式的干动力框架满足总有效能量守恒, 即

$$\frac{\partial E_t}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (E_k + E_{ep} + E_{es}) = 0. \quad (10)$$

3 灵活性跳点格式

上文已经提到, 格点模式一个最大困难在于极区的计算难以处理。对于均匀经纬网格, 在靠近极点时, 纬向格距变得很小, 差分方程的稳定性判据要求时间步长也必须取得很小, 从而造成计算时间大大增加。此外, 格距小也造成高频误差显著。为了从一定程度上解决极区计算的一系列问题, 我们提出了高纬灵活性跳点格式, 此格式可加大极区的格距, 同时不破坏差分格式的整体守恒性。

模式空间差分采用的是常用的中央差, 由于灵活性跳点格式目前仅应用于纬向, 为便于讨论, 我们考虑二维变量 $F_{i,j}$ 在纬向的差分, 普通的中央差格式如下:

$$\left(\frac{\partial F}{a \sin \theta \partial \lambda} \right)_{i,j} = \frac{F_{i+\frac{1}{2},j} - F_{i-\frac{1}{2},j}}{a \sin \theta_j \Delta \lambda}, \quad (11)$$

其中, a 为地球半径, θ 为余纬, λ 为经度。我们所设计的灵活性跳点格式如下:

$$\left(\frac{\partial F}{a \sin \theta \partial \lambda} \right)_{i,j} = \alpha_j \frac{F_{i+\frac{1}{2},j} - F_{i-\frac{1}{2},j}}{a \sin \theta_j \cdot 3\Delta \lambda} + \beta_j \frac{F_{i+\frac{3}{2},j} - F_{i-\frac{3}{2},j}}{a \sin \theta_j \cdot 3\Delta \lambda}. \quad (12)$$

上式右端第二项向两侧各拓展了一个格点, 使格距由 $\Delta \lambda$ 增大到 $3\Delta \lambda$, 从而达到增大时间步长的目的。 α_j, β_j 为权重系数, 其取值随纬度而变化, 但满足

$\alpha_j + \beta_j = 1$ 。在高纬地区, 我们取 $\alpha_j = 0, \beta_j = 1$, 在低纬地区取 $\alpha_j = 1, \beta_j = 0$, 中纬度地区则取二者的线性组合, 其在模式中的具体实现方法如下:

$$\alpha_j = \begin{cases} 0 & \theta \leq \theta_{bn} \text{ 或 } \theta \geq \theta_{bs} \\ (\theta - \theta_{bn}) \cdot \Delta \alpha & \theta_{bn} < \theta < \theta_{en} \\ (\theta_{bs} - \theta) \cdot \Delta \alpha & \theta_{es} < \theta < \theta_{bs} \\ 1.0 & \theta_{en} \leq \theta \leq \theta_{es} \end{cases} \quad (13)$$

其中, $\beta_j = 1 - \alpha_j$

$$\begin{cases} \Delta \alpha = 1.0 / (\theta_{en} - \theta_{bn}) \\ \theta_{bn} = 20^\circ \\ \theta_{en} = 60^\circ \\ \theta_{bs} = 180^\circ - \theta_{bn} \\ \theta_{es} = 180^\circ - \theta_{en} \end{cases} \quad (14)$$

根据 Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) 稳定性判据, 采用如上的灵活性跳点方案后, 时间步长应该可以增大为原来的三倍 (即增加两倍)。为了检验灵活性跳点格式增大时间步长的实际效果, 我们选用 $4^\circ \times 5^\circ$ 及 $2^\circ \times 2^\circ$ 两种分辨率分别进行了试验, 结果如表 1 所示。由表 1 可知, 当使用滤波时, 灵活性跳点格式增大时间步长的效果并不很明显, 当分辨率为 $4^\circ \times 5^\circ$ 和 $2^\circ \times 2^\circ$ 时可分别增大时间步长 2.3% 和 4.2%。我们分析造成这种情况的主要原因是模式离散化过程中在高纬对时间倾向进行了滤波处理。高频的短波是造成计算不稳定的主要原因, 而要想刻画这些短波, 我们必须使用很小的时间步长。对大尺度天气过程而言, 那些只是噪音, 意义不大。因此, 在全球模式中通常引入滤波的模块, 去除或减弱这些噪音, 以增大积分的时间步长, 保证计算的稳定性。在 IAP AGCM-4 中, 当纬度大于 70° 时采用如下的滤波方案:

表 1 灵活性跳点格式对时间步长的增加

Table 1 The increase of time step by flexible leaping-point scheme

水平分辨率	是否滤波	时间步长/s		增加时间步长百分比
		非灵活性跳点	灵活性跳点	
$4^\circ \times 5^\circ$	是	840	860	2.3%
$2^\circ \times 2^\circ$	是	360	375	4.2%
$4^\circ \times 5^\circ$	否	102	296	190%
$2^\circ \times 2^\circ$	否	23	69	200%

① 曾庆存. 2001. 气候系统模式和跨季度气候预测, 第二章. 内部技术报告.

$$S_F(K_w, j) = \min \left[1, \frac{\Delta \lambda \sin \theta_j}{\Delta \theta \sin(\pi K_w / I)} \right]^{N_s}, \quad (15)$$

其中, S_F 为阻尼因子, K_w 为纬向波数, I 为纬向格点总数, N_s 为阻尼强度, 在本文中取 $N_s=1$ 。而临界波数 $\tilde{K}_{wj}$ 取为:

$$\tilde{K}_{wj} = \text{int} \left[\frac{I}{\pi} \arcsin(\Delta \lambda \sin \theta_j / \Delta \theta) \right] + 1. \quad (16)$$

所有大于临界波数的短波分量都会通过相应的阻尼因子被削弱, 从而大大降低了高频效应, 增大了时间步长。前面提到过, 灵活性跳点格式对时间步长的增加是通过增大空间步长来实现的, 而当同时应用滤波与灵活性跳点格式时, 那些容易造成计算不稳定的短波已经通过滤波模块被去除或减弱了, 此时时间步长更多地受滤波强度的影响, 而与空间步长的关系即 CFL 条件则不再适用了。为了验证这一点, 我们去掉模式中的滤波模块, 同样对 $4^\circ \times 5^\circ$ 和 $2^\circ \times 2^\circ$ 两种分辨率进行了试验 (如表 1 后两行)。对比有滤波和无滤波两种情形下的结果, 我们可以看出如下两点: 一是使用滤波后, 时间步长大大增加, 且分辨率越高, 增加越明显; 二是未使用滤波时, 灵活性跳点格式可增大时间步长近两倍, 这与由 CFL 条件得出的理论值十分接近。因此, 灵活性跳点格式在未采用滤波的跳点差分格式中将有更广泛的应用前景。

4 分解算法

大气的大尺度运动可以分解为适应过程和演变过程, 相应的运动方程也可以分解为适应项和平流项。两种过程的时间尺度不同, 前者为快过程, 后者为慢过程, 二者的特征时间尺度大约相差 10 倍 (刘式适等, 1991); 物理数学性质亦有诸多不同, 如前者为准线性的, 后者为非线性的。因此, 在进行数值计算时, 二者可以分开, 分别采用不同的时间步长, 甚至不同的积分方案。曾庆存等 (1981) 在 1981 年就提出了完全保持能量守恒的协调的分解算法, 只是该方法一直未在全球大气环流模式中得到应用。本文通过大量数值试验, 使之在 IAP AGCM-4 的时间积分方案中成功实现了。

4.1 差分方程守恒性

在标准层结近似 ($\delta=0$, $\delta_c=0$), 不考虑耗散 ($\kappa^*=0$) 和 C 网格下, 方程组 (1) 的差分格式可写成如下的形式 (Zeng et al., 1989):

$$\begin{cases} \left[\frac{\partial V}{\partial t} \right]_{i, j+\frac{1}{2}, k} = \left[- \sum_{m=1}^3 \alpha_{1m} L_m(V) - \beta_1 P_\theta^{(1)} - \beta_{21} P_\theta^{(2)} + \gamma f^* U \right]_{i, j+\frac{1}{2}, k} \\ \left[\frac{\partial U}{\partial t} \right]_{i-\frac{1}{2}, j, k} = \left[- \sum_{m=1}^3 \alpha_{2m} L_m(U) - \beta_1 P_\lambda^{(1)} - \beta_{22} P_\lambda^{(2)} - \gamma f^* V \right]_{i-\frac{1}{2}, j, k} \\ \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right]_{i, j, k} = \left[- \sum_{m=1}^3 \alpha_{3m} L_m(\Phi) + b(1 - \delta_p) \cdot (\beta_1 \Omega^{(1)} + \beta_{21} \Omega_\theta^{(2)} + \beta_{22} \Omega_\lambda^{(2)}) \right]_{i, j, k} \\ \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p'_{sa}}{p_0} \right) \right]_{i, j} = - \left[\beta_1 D(P) + \beta_1 \frac{P(W_\sigma)_k}{\Delta \sigma_k} \right]_{i, j} \end{cases} \quad (17)$$

利用与曾庆存等 (1987) 相似的方法可以证明如上的差分格式有总有效能量守恒, 即:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{p_0}{2g} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (U_{i-\frac{1}{2}, j, k}^2 \epsilon_j + V_{i, j+\frac{1}{2}, k}^2 \epsilon_{j+\frac{1}{2}} + \Phi_{i, j, k}^2 \epsilon_j) \cdot a^2 \Delta \theta \Delta \lambda \Delta \sigma + \frac{1}{2g} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[\frac{RT_s}{\bar{p}_s} \cdot (p'_{sa})^2 \right]_{i, j} \cdot a^2 \epsilon_j \Delta \theta \Delta \lambda \right\} = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

其中, I, J, K 分别为纬向、经向、垂直方向的格点数, 且

$$\epsilon_j \equiv \begin{cases} \sin \theta_j, & j \in [2, J-1] \\ \frac{1}{4} \sin \frac{\Delta \theta}{2}, & j = 1, J \end{cases} \quad (19)$$

$$\epsilon_{j+\frac{1}{2}} \equiv \begin{cases} \sin \theta_{j+\frac{1}{2}}, & j \in [1, J-1] \\ 0, & j = J \end{cases} \quad (20)$$

(17) 式中的 α, β, γ (略去下标) 为灵活性系数, 不管它们如何取值, 均不影响方程组的守恒性, 即总有 (18) 式。通过它们不同的取值, 可以方便地进行各种数值试验, 以及设计分解算法。令

$$\begin{cases} \alpha_{nm} = 0, & (n, m = 1, 2, 3) \\ \beta_1 = \beta_{2l} = \gamma = 1, & (l = 1, 2) \end{cases} \quad (21)$$

则方程 (17) 描述的是适应过程, 而令

$$\begin{cases} \alpha_{nm} = 1, & (n, m = 1, 2, 3) \\ \beta_1 = \beta_{2l} = \gamma = 0, & (l = 1, 2) \end{cases} \quad (22)$$

方程 (17) 则描述以平流为主的演变过程。由于 (18) 式与 α, β, γ 的选取无关, 所以无论适应过程还是演变过程, 总有效能量均是守恒的, 这也为下面分解算法的设计奠定了基础。

为了讨论方便, 我们将方程组 (1) 简写为:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -L_F + A_F, \quad F = (U, V, \Phi, p'_{sa}), \quad (23)$$

其中, L 为平流算子, A 为适应算子, 且有:

$$\begin{cases} L_V = \sum_{m=1}^3 L_m(V) \\ L_U = \sum_{m=1}^3 L_m(U) \\ L_\Phi = \sum_{m=1}^3 L_m(\Phi) \\ L_{p'_{sa}} = 0 \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} A_V = -P_\theta^{(1)} - P_\theta^{(2)} + f^* U \\ A_U = -P_\lambda^{(1)} - P_\lambda^{(2)} - f^* V \\ A_\Phi = b(1 - \delta_p)(\Omega^{(1)} + \Omega_\theta^{(2)} + \Omega_\lambda^{(2)}) \\ A_{p'_{sa}} = -D(P) - \frac{\partial(PW)}{\partial\sigma} \end{cases} \quad (25)$$

设 $\tilde{L}$ 、 $\tilde{A}$ 是 L 、 A 对应的差分算子, 则有:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -\tilde{L}_F + \tilde{A}_F. \quad (26)$$

前面已经提到, 适应过程与演变过程的时间尺度不同, 后者约是前者的 10 倍, 因此, 我们可以利用这个性质, 对这两个过程采用不同的时间步长分开计算, 以节省计算时间。设适应过程的时间步长为 Δt_1 , 演变过程的时间步长为 Δt_2 , 且 $\Delta t_2 = N\Delta t_1$, $N=5\sim 10$ 。于是分解算法可简要地表示如下:

$$\begin{cases} F^{*1} = F^n + (A_F)^n \cdot \Delta t_1 \\ F^{*2} = F^{*1} + (A_F)^{*1} \cdot \Delta t_1 \\ \vdots \\ F^{*N} = F^{*N-1} + (A_F)^{*N-1} \cdot \Delta t_1 \\ F^{n+1} = F^{*N} + (L_F)^{*N} \cdot \Delta t_2 \end{cases} \quad (27)$$

其中, $F^{*1}, F^{*2}, \dots, F^{*N}$ 为 n 时刻到 $n+1$ 时刻间的某种中间值 (见图 1)。由图 1 还可看出, 当未采用分解算法时, 由时刻 n 到时刻 $n+1$, 对适应过程以及平流过程的倾向都要计算 N 次, 而采用分解算法后, 平流过程的倾向仅需计算 1 次, 比非分解算法减少了 $N-1$ 次的计算量, 从而节省了计算时间。由 (17)、(18)、(21)、(22) 式可知, 在分解算法的每一步, 总有效能量都是保持瞬时守恒的, 即

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial E_t}{\partial t}\right)^n &= \left(\frac{\partial E_t}{\partial t}\right)^{*1} = \left(\frac{\partial E_t}{\partial t}\right)^{*2} = \dots = \\ &= \left(\frac{\partial E_t}{\partial t}\right)^{*N} = \left(\frac{\partial E_t}{\partial t}\right)^{n+1} = 0. \end{aligned} \quad (28)$$

于是, 本着计算稳定性和省时两个原则, 可分别设计平流过程与适应过程的时间积分方案。

4.2 平流过程积分方案

前面已经提到, 平流过程为非线性过程, 即使

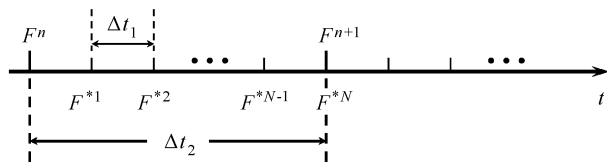


图 1 分解算法示意图

Fig. 1 Schematic diagram of time-splitting method

差分方案能严格满足线性方程稳定性判据及类似 (18) 式的瞬时守恒性, 依然会出现计算不稳定现象。Phillips (1959) 在 1957 年首先发现了这种现象, 并在 1959 年将这种现象称为“非线性不稳定”。为了克服这种不稳定现象, 后人做了大量的研究。曾庆存等 (1981) 提出构造完全平方守恒格式可以完全避免非线性不稳定。现将完全平方守恒格式简述如下:

考虑发展方程

$$\frac{\partial F}{\partial t} + LF = 0, \quad (29)$$

设其差分格式为:

$$\frac{\delta F}{\delta t} + \tilde{L}F = 0. \quad (30)$$

用 F 对 (30) 式两边做内积, 可得

$$\left(\frac{\delta F}{\delta t}, F\right) + (LF, F) = 0. \quad (31)$$

若有 $(LF, F) = 0$, 但 $\|F^n\|^2 \neq \|F^{n+1}\|^2$, 则差分格式 (30) 为瞬时平方守恒的, 若 $(LF, F) = 0$, 且 $\|F^n\|^2 = \|F^{n+1}\|^2$, 则差分格式 (30) 为完全平方守恒的。不难证明, 要得到完全平方守恒格式, 采取如下的时间离散方案是有效的:

$$\frac{F^{n+1} - F^n}{\Delta t} + \tilde{L}\left(\frac{F^{n+1} + F^n}{2}\right) = 0. \quad (32)$$

(32) 式为隐式格式, 求解较为繁琐, 曾庆存提出了非线性迭代方案 (左瑞亭等, 2004), 来近似求解, 其求解过程如下:

$$\begin{aligned} F_{(1)}^{n+1} &= F^n + \Delta t \cdot \tilde{L}(F^n), \\ F_{(2)}^{n+1} &= F^n + \Delta t \cdot \tilde{L}(F_{(1)}^{n+1}), \\ F_{(3)}^{n+1} &= F^n + \Delta t \cdot \tilde{L}\left(\frac{F_{(2)}^{n+1} + F^n}{2}\right), \\ F_{(4)}^{n+1} &= F^n + \Delta t \cdot \tilde{L}(F_{(3)}^{n+1}), \\ F_{(5)}^{n+1} &= F^n + \Delta t \cdot \tilde{L}\left(\frac{F_{(4)}^{n+1} + F^n}{2}\right), \\ &\vdots \\ F_{(2v+1)}^{n+1} &= F^n + \Delta t \cdot \tilde{L}\left(\frac{F_{(2v)}^{n+1} + F^n}{2}\right), \end{aligned} \quad (33)$$

$F_{(2v+1)}^{n+1}$ 即为最终的迭代结果。关于迭代次数的选择, 左瑞亭等 (2004) 有过研究, 综合来看, 3 次迭代能有效抑制短波, 对长波维持较好, 且稳定性条件较为宽松, 时间步长可以设置较长, 加之迭代次数较少, 可有效地节省机时。因此, 我们目前采用 3 次迭代方案。

4.3 适应过程积分方案

适应项包含传播速度较快的重力惯性波, 它严格限制了时间步长。为了能获得较大的时间步长, 所设计的方案必须对重力惯性波有较强的抑制。比较常见的有半隐式格式, 但该格式需求解亥姆霍兹方程, 在谱模式中求解较为方便, 而且该方法在消元过程中要求 u 、 v 在同一个格点上, 这在 u 、 v 相间分布的 C 网格中不易实现, 而且 (18) 式的守恒性质也难以保持。为了讨论方便, 我们将适应过程的主要变量的预报过程写作:

$$\begin{cases} u^{n+1} = u^n + \Delta t_1 \cdot A_u(\bar{\phi}'^n, \bar{p}_{cs}^n, \bar{u}^n, \bar{v}^n, \bar{\Phi}^n) \\ v^{n+1} = v^n + \Delta t_1 \cdot A_v(\bar{\phi}'^n, \bar{p}_{cs}^n, \bar{u}^n, \bar{v}^n, \bar{\Phi}^n) \\ p_{sa}^{n+1} = p_{sa}^n + \Delta t_1 \cdot A_{p_{sa}}(\bar{p}_{cs}^n, \bar{u}^n, \bar{v}^n) \\ p_{sa}^{n+1} \Rightarrow p_{cs}^{n+1} \\ \Phi^{n+1} = \Phi^n + \Delta t_1 \cdot A_\Phi(\bar{p}_{cs}^n, \bar{u}^n, \bar{v}^n) \\ \Phi^{n+1} \Rightarrow T^{n+1}, \phi'^{n+1} \end{cases} \quad (34)$$

其中,

$$\bar{F}^\mu = \mu F^{n+1} + (1 - \mu) F^n. \quad (35)$$

在 (35) 式中, 若取 $\mu=0$, 则为显示向前差格式, 快波是增长的, 即使时间步长很小, 最终能量总是随时间增加; 若取 $\mu=1$, 则为全隐式格式, 快波得到了较强的抑制, 但能量随时间的衰减较明显, 相速度的误差也较大。因此, 我们通常取 $\mu=0.5$, 一方面可以放宽时间步长, 另一方面对波幅及波速的维持较好。基于以上分析, 我们设计了如下两种积分方案。

方案一: 我们称之为方案 X, 具体格式如下:

$$(I) \begin{cases} (u^{n+1})^I = u^n + \Delta t_1 \cdot A_u(\phi'^n, p_{cs}^n, u^n, v^n, \Phi^n) \\ (v^{n+1})^I = v^n + \Delta t_1 \cdot A_v(\phi'^n, p_{cs}^n, u^n, v^n, \Phi^n) \\ (p_{sa}^{n+1})^I = p_{sa}^n + \Delta t_1 \cdot A_{p_{sa}}(p_{cs}^n, \bar{u}^n, \bar{v}^n) \\ (p_{sa}^{n+1})^I \Rightarrow (p_{cs}^{n+1})^I \\ (\Phi^{n+1})^I = (\Phi^n)^I + \Delta t_1 \cdot A_\Phi(\bar{p}_{cs}^n, \bar{u}^n, \bar{v}^n) \\ (\Phi^{n+1})^I \Rightarrow (T^{n+1})^I, (\phi'^{n+1})^I \end{cases} \quad (36)$$

$$(II) \begin{cases} u^{n+1} = u^n + \Delta t_1 \cdot A_u(\bar{\phi}'^n, \bar{p}_{cs}^n, \bar{u}^n, \bar{v}^n, \bar{\Phi}^n) \\ v^{n+1} = v^n + \Delta t_1 \cdot A_v(\bar{\phi}'^n, \bar{p}_{cs}^n, \bar{u}^n, \bar{v}^n, \bar{\Phi}^n) \\ p_{sa}^{n+1} = p_{sa}^n + \Delta t_1 \cdot A_{p_{sa}}(\bar{p}_{cs}^n, \bar{u}^n, \bar{v}^n) \\ p_{sa}^{n+1} \Rightarrow p_{cs}^{n+1} \\ \Phi^{n+1} = \Phi^n + \Delta t_1 \cdot A_\Phi(\bar{p}_{cs}^n, \bar{u}^n, \bar{v}^n) \\ \Phi^{n+1} \Rightarrow T^{n+1}, \phi'^{n+1} \end{cases} \quad (37)$$

其中,

$$\begin{cases} \bar{F}^{\mu_1} = \mu_1 (F^{n+1})^I + (1 - \mu_1) F^n, & \mu_1 = 0.5 \\ \bar{F}^{\mu_2} = \mu_2 F^{n+1} + (1 - \mu_2) F^n, & \mu_2 = 0.5 \end{cases} \quad (38)$$

$(F^{n+1})^I$ 为 F^{n+1} 的中间值。

方案二: 采取与平流积分方案相似的迭代方案, 依然取三次迭代, 具体如下:

$$(I) \begin{cases} (u^{n+1})^I = u^n + \Delta t_1 \cdot A_u(\phi'^n, p_{cs}^n, u^n, v^n, \Phi^n) \\ (v^{n+1})^I = v^n + \Delta t_1 \cdot A_v(\phi'^n, p_{cs}^n, u^n, v^n, \Phi^n) \\ (\Phi^{n+1})^I = \Phi^n + \Delta t_1 \cdot A_\Phi(p_{cs}^n, u^n, v^n) \\ (p_{sa}^{n+1})^I = p_{sa}^n + \Delta t_1 \cdot A_{p_{sa}}(p_{cs}^n, u^n, v^n) \end{cases} \quad (39)$$

$$(II) \begin{cases} (u^{n+1})^{II} = u^n + \Delta t_1 \cdot A_u[(\phi'^{n+1})^I, (p_{cs}^{n+1})^I, \\ (u^{n+1})^I, (v^{n+1})^I, (\Phi^{n+1})^I] \\ (v^{n+1})^{II} = v^n + \Delta t_1 \cdot A_v[(\phi'^{n+1})^I, (p_{cs}^{n+1})^I, \\ (u^{n+1})^I, (v^{n+1})^I, (\Phi^{n+1})^I] \\ (\Phi^{n+1})^{II} = \Phi^n + \Delta t_1 \cdot A_\Phi[(p_{cs}^{n+1})^I, (u^{n+1})^I, \\ (v^{n+1})^I] \\ (p_{sa}^{n+1})^{II} = p_{sa}^n + \Delta t_1 \cdot A_{p_{sa}}[(p_{cs}^{n+1})^I, (u^{n+1})^I, \\ (v^{n+1})^I] \end{cases} \quad (40)$$

$$(III) \begin{cases} u^{n+1} = u^n + \Delta t_1 \cdot A_u(\bar{\phi}'^n, \bar{p}_{cs}^n, \bar{u}^n, \bar{v}^n, \bar{\Phi}^n) \\ v^{n+1} = v^n + \Delta t_1 \cdot A_v(\bar{\phi}'^n, \bar{p}_{cs}^n, \bar{u}^n, \bar{v}^n, \bar{\Phi}^n) \\ \Phi^{n+1} = \Phi^n + \Delta t_1 \cdot A_\Phi(\bar{p}_{cs}^n, \bar{u}^n, \bar{v}^n) \\ p_{sa}^{n+1} = p_{sa}^n + \Delta t_1 \cdot A_{p_{sa}}(\bar{p}_{cs}^n, \bar{u}^n, \bar{v}^n) \end{cases} \quad (41)$$

其中,

$$\bar{F}^{\mu_3} = \mu_3 (F^{n+1})^{II} + (1 - \mu_3) F^n, \quad \mu_3 = 0.5. \quad (42)$$

下一节我们将通过数值试验对以上两种适应过程的积分方案的效果进行对比分析, 从而确定 IAP AGCM-4 最终采用的方案。

5 数值试验

5.1 初值的选取

1959 年, Phillips (1959) 首次利用 Rossby-

Haurwitz 行波 (简称 R-H 波) 作为初值, 对球面大气环流模式的动力框架进行了检验。该初值是球面正压涡度方程的解析解, 一个较好的正压模式的差分格式, 应该能够长期地刻画出 R-H 波的传播特性。1985 年, 曾庆存等 (1985) 发展了一套球面斜压大气中的非线性 Haurwitz 波, 用于球面斜压原始方程的检验。1990 年, Zhang (1990) 对 R-H 波进行了修改, 得到了线性弱斜压的 R-H 波初值, 对 IAP 9L 的动力框架进行了检验。本文就利用这种弱斜压性的 R-H 波作为初值进行积分, 对模式进行分析和检验。

Haurwitz (1940) 给出球面正压涡度方程的解析解:

$$\begin{aligned}\Psi(\theta,\lambda,t) = & -a^2\omega\cos\theta + \\ & a^2K_a\sin^m\theta\cos\theta\cos m(\lambda-\nu t),\end{aligned}\tag{43}$$

$$\nu = \frac{m(3+m)\omega-2\Omega}{(1+m)(2+m)},\tag{44}$$

其中, Ψ 为流函数, a 为地球半径, ω 为超旋转角速度, Ω 为地球自转角速度, K_a 为波幅, m 为波数, ν 为 R-H 波传播相速度。

对 (43) 式取 $t=0$, 并拓展到斜压结构, 可得出速度及高度场扰动的初值表达式如下:

$$\begin{aligned}u_0(\theta,\lambda,\sigma) = & a\omega(\sigma)\sin\theta + aK_a(\sigma)\sin^{m-1}\theta \cdot \\ & [(m+1)\cos^2\theta-1]\cdot\cos m\lambda,\end{aligned}\tag{45}$$

$$v_0(\theta,\lambda,\sigma) = maK_a(\sigma)\sin^{m-1}\theta\cdot\cos\theta\cdot\sin m\lambda,\tag{46}$$

$$\begin{aligned}\phi'_0(\theta,\lambda,\sigma) = & a^2[A(\theta)+B(\theta)\cos m\lambda + \\ & C(\theta)\cos 2m\lambda],\end{aligned}\tag{47}$$

其中, $A(\theta)$, $B(\theta)$ 和 $C(\theta)$ 的表达式较复杂, 可 Phillips(1959)。 $\omega(\sigma)$ 、 $K_a(\sigma)$ 采用 Zhang (1990) 设计的弱斜压结构。由高度场扰动 ϕ'_0 可以求得表面气压扰动场 p'_{sa} 和温度扰动场 T' , 即

$$p'_{sa} = \frac{\phi'_s\tilde{p}_s}{RT_s},\tag{48}$$

$$T' = -\frac{p}{R p_{es}}\cdot\frac{\partial\phi'}{\partial\sigma}.\tag{49}$$

将 (47) 式代入 (48)、(49) 式, 并利用标准大气的 $\tilde{p}_s$, $\tilde{T}_s$, 即可得表面气压和温度的初始场 $p_{s0}(\theta,\lambda)$ 和 $T_0(\theta,\lambda,\sigma)$ 。

5.2 试验设计

为了检验灵活性跳点及分解算法的效果, 我们设计了 6 组试验, 为了节省计算时间, 试验所采用的分辨率为 $2^\circ\times2^\circ\times26L$, 适应过程时间步长 $\Delta t_1=360\text{ s}$, 积分长度为一年, 其他详情如表 2 所示。其

中, 试验 NADV 用于探讨波破碎的成因, 而试验 CTL、SPL1_2、SPL1_3 和 SPL2 用于与试验 SPL1_1 的结果进行对照分析, 以探讨如下问题:

(1) 灵活性跳点对模拟的影响 (SPL1_1 与 SPL1_2);

(2) 时间分解算法对模拟的影响 (SPL1_1 与 CTL);

(3) 分解算法中 N 的取值对模拟的影响 (SPL1_1 与 SPL1_3);

(4) 两种不同的适应过程积分方案的比较分析 (SPL1_1 与 SPL2)。

5.3 分解算法的省时性

采用分解算法的主要目的就是為了节省计算时间, 表 3 给出了各组试验所需的 CPU 时间。由图 1 和 (27) 式可知, 在适应过程时间步长保持不变的前提下, 平流过程时间步长与适应过程时间步长的比值 N 越大, 则越省时。表 3 的试验结果验证了这一点, 当 N 从 5 (SPL1_1) 增大到 10 (SPL1_3) 时, 所节省的 CPU 时间从 10.7% 增加到 19.9%。由于试验 SPL2 采用的适应过程时间积分方案 X 对每个预报量在每个时间步只需计算 2 次时间倾向, 而试验 SPL1_1 所采用的非线性迭代方案需要计算 3 次, 因此在 N 相同的情况下, 前者更省时。但省

表 2 试验设计

Table 2 Design of experiments

试验名称	分解算法	N	灵活性跳点	适应过程	平流过程
				积分方案	积分方案
CTL	否	/	是	迭代法	非线性迭代
SPL1_1	是	5	是	迭代法	非线性迭代
SPL1_2	是	5	否	迭代法	非线性迭代
SPL1_3	是	10	是	迭代法	非线性迭代
SPL2	是	5	是	方案 X	非线性迭代
NADV	否	/	是	迭代法	无平流过程

表 3 试验所需 CPU 时间

Table 3 CPU time of the experiments

试验名称	积分 1 天所需 CPU 时间	节省 CPU 时间
CTL	261 s	/
SPL1_1	233 s	10.7%
SPL1_2	231 s	11.5%
SPL1_3	209 s	19.9%
SPL2	194 s	25.7%

时性只是积分方案性能的一个方面,更主要的还是其模拟结果的好坏,下一节我们就将着重对积分方案的模拟性能进行考查。

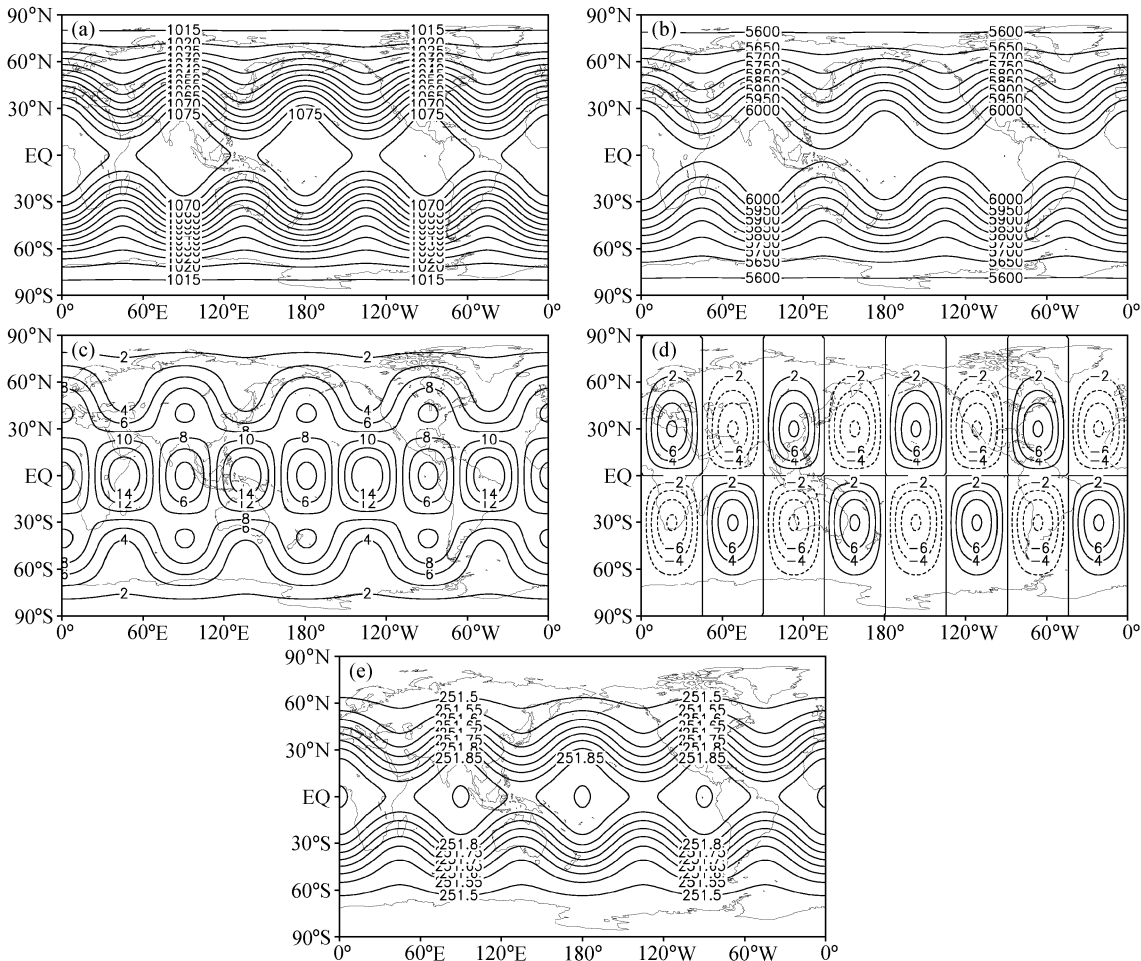
5.4 试验结果分析

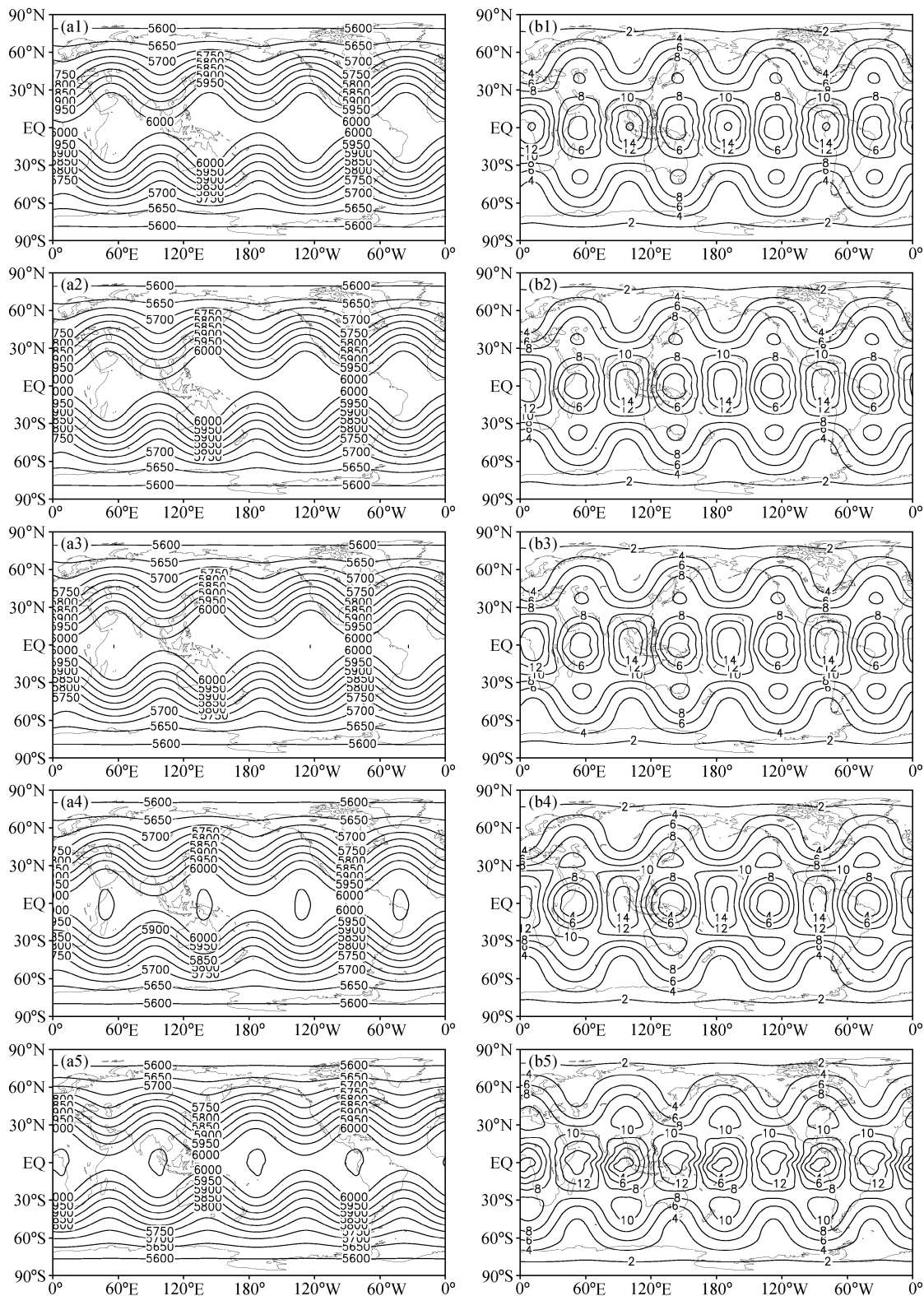
图 2 给出了数值试验的初始场,可以清晰地看出全球 4 波的结构。由上面给出的解析解可知,这些波动将以 ν 的相速度向东 (ν 为正)或向西 (ν 为负)传播,且波幅保持不变。虽然,该解析解只是原始方程解的一级近似,但在积分的初始阶段,这一传播特性仍可近似得到保持。下面,我们将以 500 hPa 高度场以及 500 hPa 纬向风场为例,从波形,波速及能量等方面对各组试验的结果进行比较分析。

5.4.1 波形

图 3 给出了积分 60 天时,各组试验对 500 hPa

高度场和纬向风场的模拟结果。由高度场(图 a1~a5)可以看出,5 组试验均较好地保持了全球 4 波的结构。试验 SPL1_3 及试验 SPL2 模拟的高度场的最大幅值比初始场增大了约 50 gpm,其它 3 组试验的幅值基本与初始场相同。纬向风场的情况(图 b1~b5)类似,前三组试验对波形的保持较好,后两组试验在中低纬度波形略有变形,南北纬 30°附近的 10 m/s 的等值线范围比初始场明显扩大。图 4 为积分 80 天的结果,各组试验的高度场的波形均保持较好,各组试验在赤道附近均出现了 6050 gpm 的等值线,比初始场最大幅值略有增大。而各组试验纬向风场的波形在中低纬度都有不同程度的变形,试验 CTL 变形最小,SPL2 变形最严重。图 5 给出了积分 365 天的结果,从图中可以看出,各组试验的高度场的等值线都变得十分平直,基本与纬





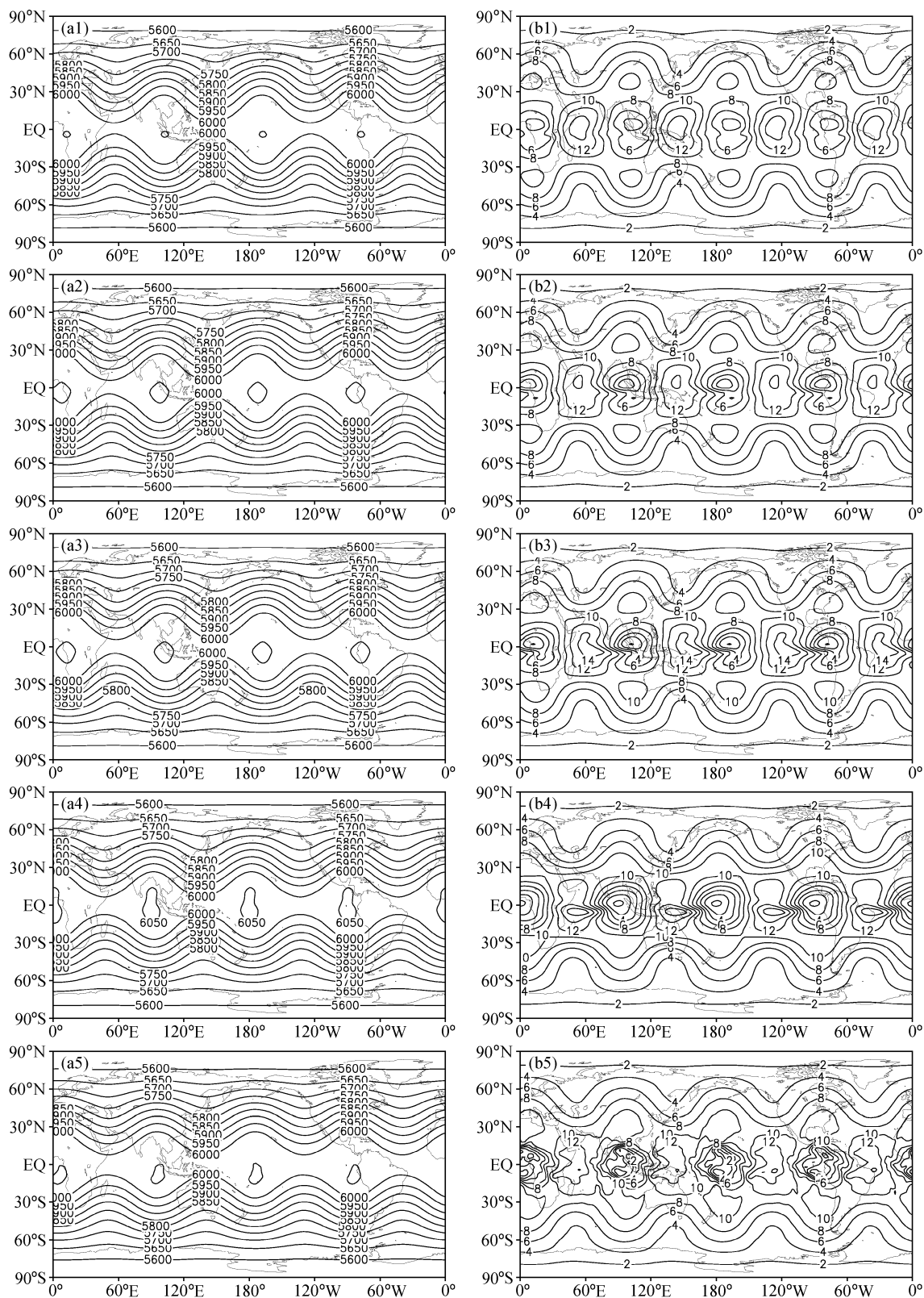


图 4 同图 3, 但为积分 80 天的模拟结果

Fig. 4 Same as Fig. 3, but at the 80th day

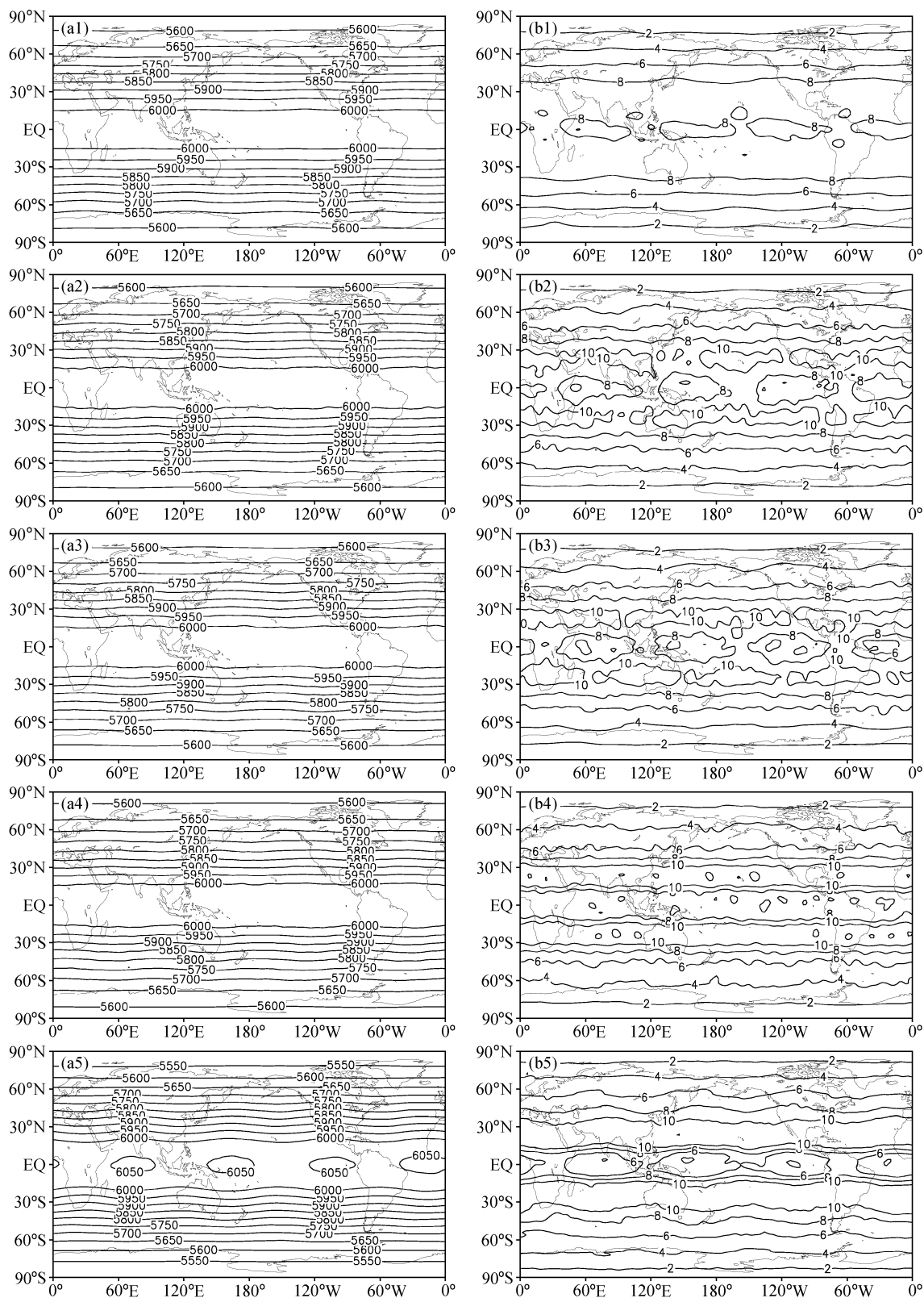


图5 同图3, 但为积分365天的模拟结果

Fig. 5 Same as Fig. 3, but at the 365th day

圈平行, 试验 SPL2 模拟的高度场的等值线变得更密, 最大和最小幅值分别上升和下降了约 50 gpm; 而纬向风场沿纬圈的分布也变得较均匀, 除试验 SPL1_3 外, 其他试验在中低纬度依然可以分辨出 4 波的结构。

5.4.2 波速

利用 500 hPa 的 σ 值 $\sigma_{500} = 0.499$ 及 Zhang (1990) 中的 (14) 式可得到 $\omega(\sigma_{500})$, 并代入 (44) 式, 可算得 500 hPa 的 R-H 波的“理论”相速度为 $v = -3.46 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1} = -17.1^\circ/\text{d}$, 相应的周期为 T

$= 2\pi/(m|v|) = 5.25 \text{ d}$, “理论”加引号是因为这个理论值也只是一种近似而已。为了考查模拟的波动的传播周期, 我们用样条曲线拟合了 $(46^\circ\text{N}, 30^\circ\text{E})$ 处的纬向风场积分前 31 天的时间序列 (图 6, 任取其它位置及其它变量也有类似结果)。由图 6 可见, 前 4 组试验的结果几乎完全一致, 周期约为 6 天, 对应的相速度约为 $-15^\circ/\text{d}$, 波形西退, 比“理论”值慢了约 12%, 这与左瑞亭等 (2004) 的研究结果是一致的。而试验 SPL2 模拟的周期约为 20 天, 几乎是“理论”值的 4 倍, 因此, 积分方案 X 大大歪

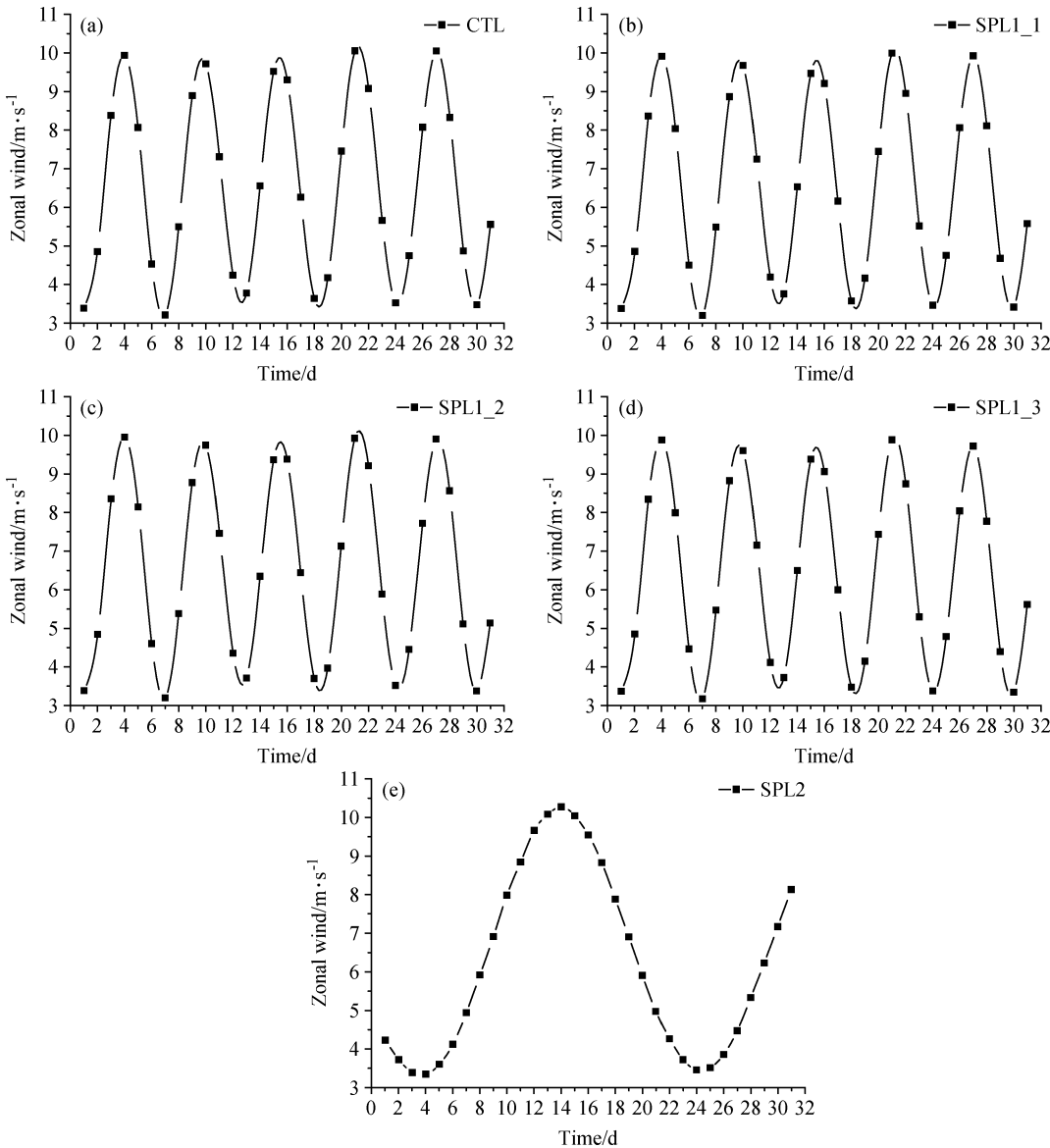


图 6 $(46^\circ\text{N}, 30^\circ\text{E})$ 处 500 hPa 纬向风随时间演变的样条拟合曲线: (a) 试验 CTL; (b) 试验 SPL1_1; (c) 试验 SPL1_2; (d) 试验 SPL1_3; (e) 试验 SPL2

Fig. 6 Time series of 500-hPa zonal wind by spline fitting at $(46^\circ\text{N}, 30^\circ\text{E})$: (a) Expt CTL; (b) Expt SPL1_1; (c) Expt SPL1_2; (d) Expt SPL1_3; (e) Expt SPL2

曲了 R-H 波的波速。

5.4.3 有效能量

图 7 给出了各组试验积分 365 天的各种能量的相对变化, 由图可见, 前 4 组试验的能量变化曲线比较相似, 在积分的前 80 天, 各种能量的变化幅度均较小, 动能减小不足 2%, 有效相对位能略有增加, 约 1.5%, 而有效表面位能基本不变, 总有效能量仅衰减 0.1% 左右, 这一过程也体现了动能向有效相对位能的转化。从第 80 天开始, 动能迅速衰减, 此时也对应于纬向风速的 R-H 波在中低纬度的破碎。约 200 天左右, 动能的衰减开始变

缓, 截至 365 天约衰减 27%; 而有效相对位能在 80 天后有了小幅上升, 至第 90 天左右上升至最大, 约 3%, 此后又开始缓慢下降, 至 365 天衰减约 3%; 由于动能的衰减, 总有效能量从第 8 天开始也有了较大的衰减, 至第 365 天衰减约 8%, 并且衰减趋于平缓。相对来讲, 试验 CTL 变化最为平缓, 而试验 SPL1_3 在第 365 天总能量仍有一定的衰减趋势。同样在前 4 组试验中, 有效表面位能在整个积分过程中变化始终较小, 最大变化幅度均在 0.2% 之内。

在能量的变化曲线中, 试验 SPL2 与前 4 组试

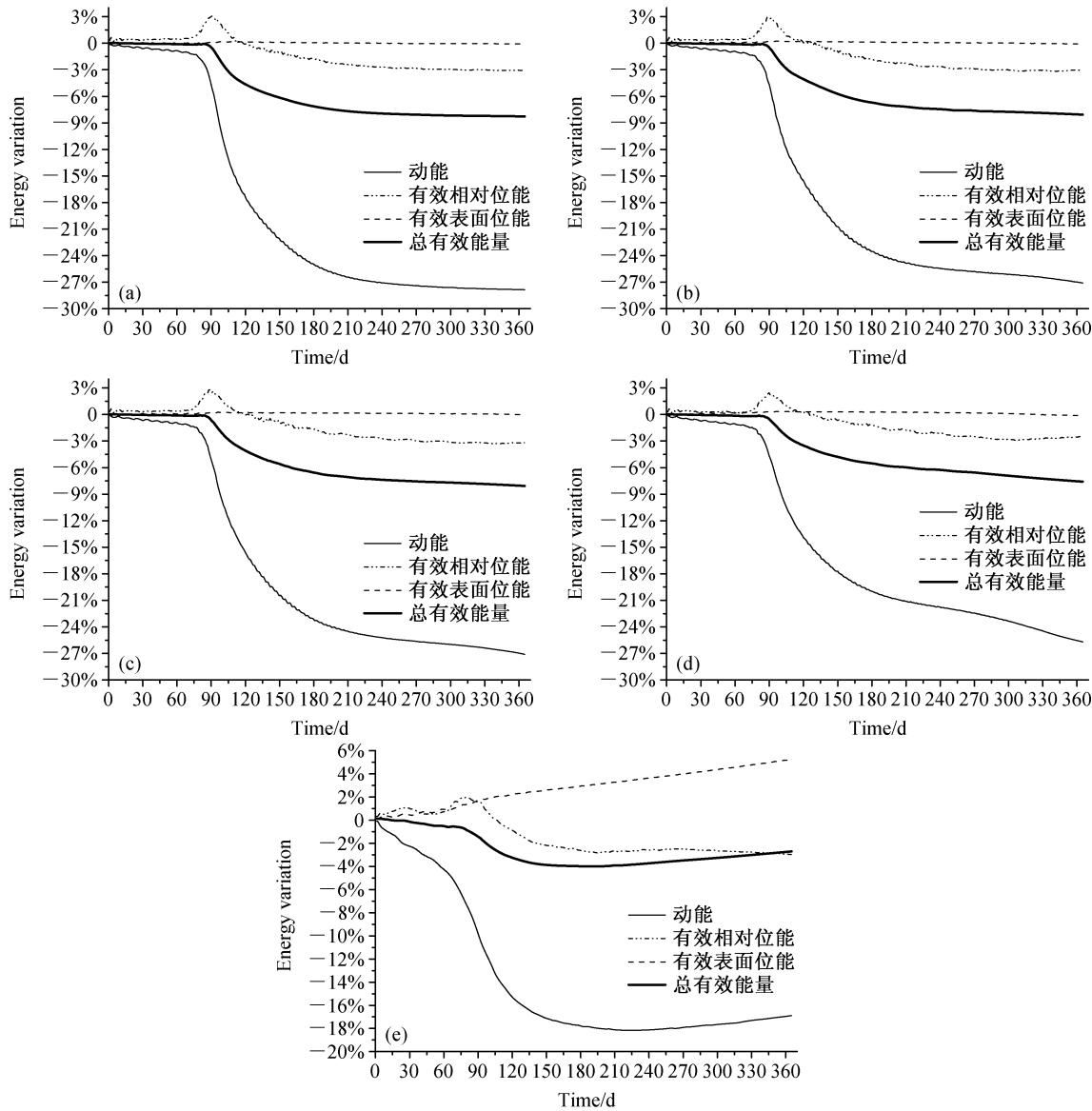


图 7 模式各种能量相对变化的时间序列: (a) 试验 CTL; (b) 试验 SPL1_1; (c) 试验 SPL1_2; (d) 试验 SPL1_3; (e) 试验 SPL2
Fig. 7 Time series of energy variation; (a) Expt CTL; (b) Expt SPL1_1; (c) Expt SPL1_2; (d) Expt SPL1_3; (e) Expt SPL2. Solid; kinetic energy; dash-dotted; available potential energy; dashed; available surface potential energy; thick solid; total available energy

验有着明显的不同，有效表面位能从积分的前几天就开始缓慢上升，这也对应于图 2~5 中高度场的演变，赤道附近的高度场越来越高，而两极附近的高度场越来越低。动能及总能量在积分初始阶段呈下降趋势，但从第 200 天左右开始缓慢上升。通过试验，我们发现在积分至第 2 年底（730 天）时，有效表面位能、动能及总能量仍保持缓慢的上升趋势（图略）。

5.4.4 波破碎成因分析

由上述对波形和能量的分析可知，从第 80 个模式天开始，每组试验的纬向风场的波形均产生变形，直至破碎；而高度场的波幅也开始明显衰减，至第 365 天此波幅几乎衰减为零；对应的动能从第 80 天起也发生了急剧的衰减。我们分析产生这种情况的原因应该是差分方程中的某些项对 R-H 波产生了较明显的弥散。4.1 节中，我们提到过灵活性系数 α 、 β 、 λ ，通过把其中的某些系数设置为零，我们依次考查了控制方程中各项对波形和能量的影响。通过考查，我们发现控制方程中的平流项是造成波形破碎和能量耗散的主要原因。为了验证这一点，我们设计了试验 NADV（见表 2），该试验灵活

性系数的取值如（21）式，即只考虑适应过程，不考虑非线性的平流过程，其他参数的选取同试验 SPL1_1。图 8 给出了试验 NADV 的模拟结果，由图可见，积分至 365 天时，无论是高度场还是纬向风场，依然能较好地保持 R-H 波的波形。对应于能量变化的图，动能在 365 天的时间里近似线性的缓慢下降，没有出现前几组试验急剧下降的阶段。而总有效能量在 365 天时仅下降了 1.4%。有效相对位能和有效表面位能则呈现了周期约 40 天的周期性的变化，且二者的位相相反。图 8c 表明该试验 R-H 波的传播周期约为 4 天，比前 4 组试验快了 2 天，比理论值快了 1 天多。

以上的结论表明，当不考虑平流项的作用时，R-H 波的波形可以长时间的保持，由此可见，平流项的作用是导致 R-H 波破碎的主因。并且由于低纬的风速及纬向梯度均较大，因此，此处的平流项作用亦较大，波形也最早从这里开始变形和破碎。另外，平流项还有减慢 R-H 波相速的效应。以上这些平流项的作用都可以从物理上的考虑得到解释，即旋转适应过程（Zeng et al., 1986）。

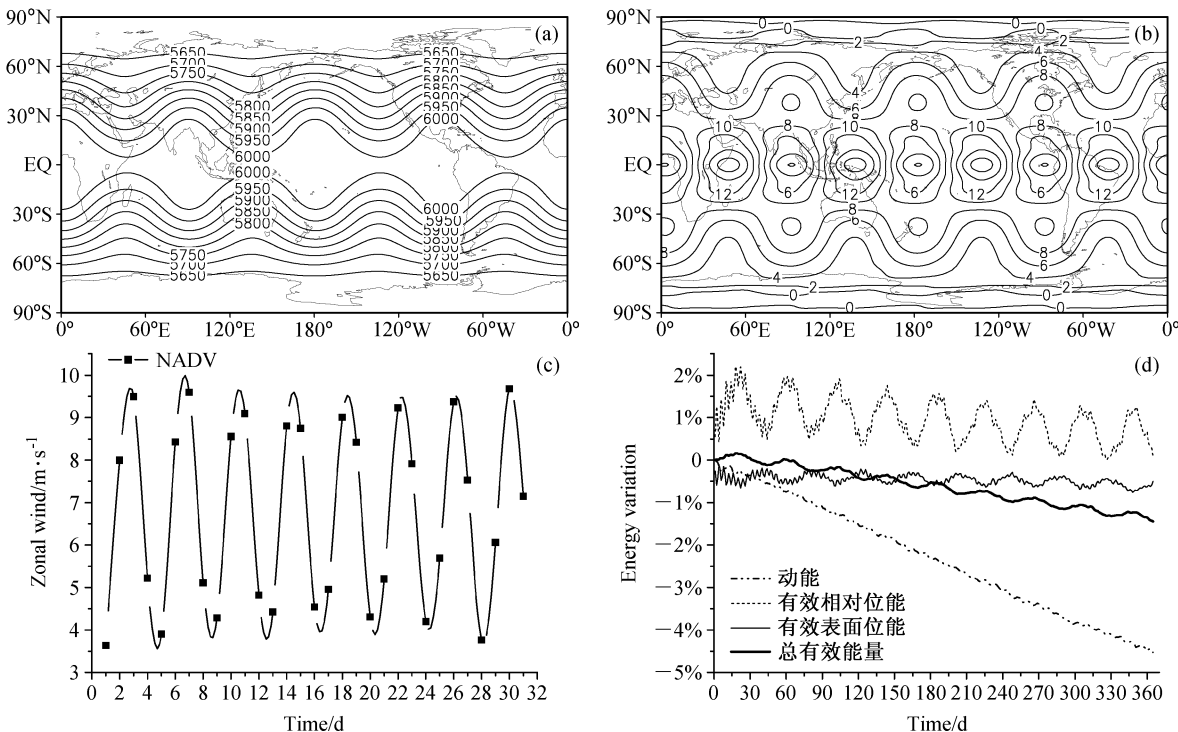


图 8 试验 NADV 的模拟结果：第 365 天的 500 hPa (a) 高度场（单位：gpm）和 (b) 纬向风场（单位：m/s）；(c) 500 hPa 纬向风随时间演变的样条拟合曲线；(d) 模式各种能量相对变化的时间序列

Fig. 8 Model results of Expt NADV: (a) Geopotential height (gpm) and (b) zonal wind (m/s) at 500 hPa at the 365th day; (c) time series of 500-hPa zonal wind by spline fitting at (46°N, 30°E); (d) time series of energy variation

5.4.5 综合分析

通过以上对于波形、波速及能量各方面的分析,我们来回答 5.2 节中提出的几个问题。

(1) 比较试验 SPL1_1 与试验 SPL1_2, 可以看到在各项模拟结果中, 二者都极为相似, 说明了灵活性跳点方案保持了普通跳点方案的各种性质, 没有产生计算紊乱的现象。

(2) 试验 SPL1_1 与试验 CTL 的各项模拟结果也较为相似, 表明我们所设计的时间分解算法不仅在理论上是正确的, 在应用中也是方便可用的, 既节省了计算时间, 又保证了结果的准确性。

(3) 分解算法中 N 的选取也是实践中需要确定的。试验 SPL1_1 与试验 SPL1_3 就是为了考查 N 的取值对计算结果的影响。总体上来讲, 二者的结果是比较相似的, 但 $N=5$ (SPL1_1) 的计算结果比 $N=10$ (SPL1_2) 更接近于非分解算法 (CTL) 的结果, 能量变化的曲线也表明 $N=5$ 比 $N=10$ 更快地使模式达到平衡。综合来看, 如对机时没有严格的要求, 则取 $N=5$ 为宜; 如果希望最大可能地节省计算时间, 取 $N=10$ 亦是可行的。

(4) 试验 SPL2 的模拟结果并不理想, 尤其是能量在积分 200 天后开始缓慢上升, 并且严重歪曲了 R-H 波的波速, 虽然其尚能稳定积分, 且计算较为省时, 但已不能正确模拟大气的运动状态, 故在长时间计算中, 适应过程积分方案 X 不宜使用。

5.5 与前几代模式的对比分析

R-H 波是 IAP AGCM 一直沿用的检验动力框架的方法, Zhang et al. (1989)、Zhang (1990) 和左瑞亭等 (2004) 分别对前三代的 IAP AGCM 进行了 R-H 波检验。这三篇文献检验的侧重点各有不同, Zhang (1990) 并未分析各能量场的演变情况, 而 Zhang et al. (1989) 虽然分析了动能和总能量的演变, 但并未涉及有效表面位能和有效相对位能, 而且积分时间短 (100 天), 所用模式分辨率低, RH 初值的垂直结构也和其他几篇文献有所不同。因此, 我们就着重与左瑞亭等 (2004) 对 IAP AGCM-3 的检验结果进行对比分析。图 9a、b 给出了 IAP AGCM-3 动力框架模拟的积分 365 天的各种能量的相对变化 (左瑞亭等, 2004)。为了便于对比分析, 我们另选择了与 IAP AGCM-3 相同的分辨率 $2^\circ \times 2.5^\circ \times 21L$, 按照表 2 中 SPL1_1 的设置, 重新对 IAP AGCM-4 的动力框架进行了能量

的检验 (见图 9c)。由图 9c 可见, $2^\circ \times 2.5^\circ \times 21L$ 分辨率模拟的结果与上述 $2^\circ \times 2^\circ \times 26L$ 的模拟结果相似 (图 7b), 动能在 80 天左右开始迅速衰减, 至第 365 天动能约衰减 25%, 总有效能量约衰减 8%。IAP AGCM-3 的模拟结果显示, 动能迅速衰减是在第 110 天左右, 而第 365 天动能约衰减 27%, 总有效能量约衰减 19%。另外, 左瑞亭等

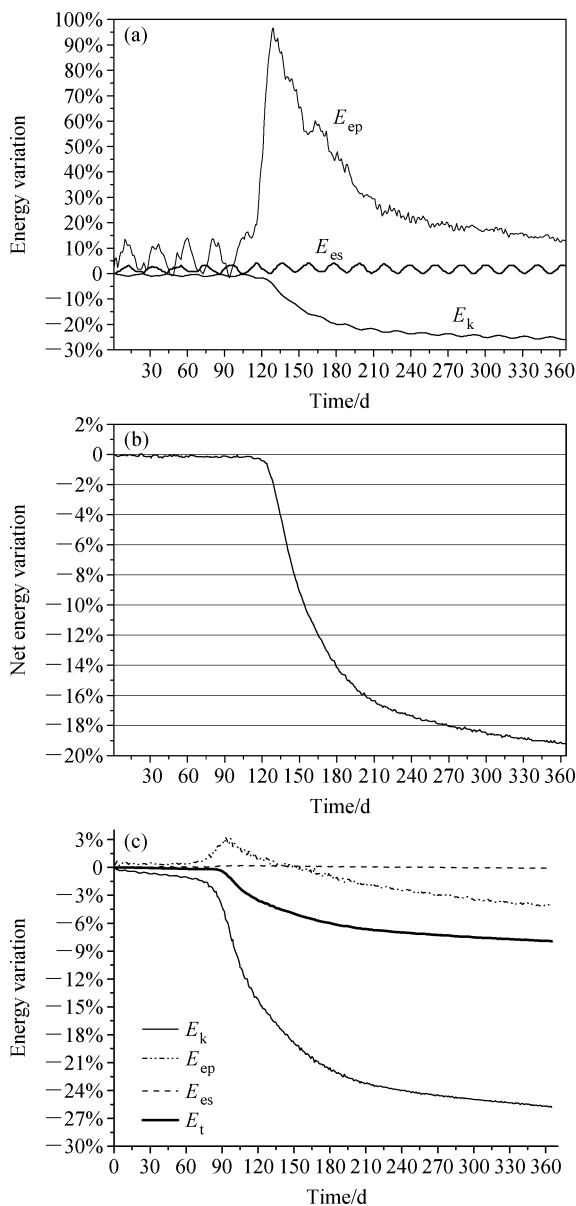


图9 (a、b) IAP AGCM-3 (引自左瑞亭等, 2004) 与 (c) IAP AGCM-4 模拟的各种能量相对变化的时间序列: (a) E_k 、 E_{ep} 、 E_{es} ; (b) E_t ; (c) E_k 、 E_{ep} 、 E_{es} 、 E_t
 Fig. 9 Time series of energy variation simulated by (a, b) IAP AGCM-3 (from Zuo et al., 2004) and (c) IAP AGCM-4: (a) E_k , E_{ep} , E_{es} ; (b) E_t ; (c) E_k , E_{ep} , E_{es} , E_t

(2004) 还给出了高度场和风场波形的演变。从风场波形的维持时间看, IAP AGCM-3 要长于 IAP AGCM-4, 而从总有效能量的保持来看, IAP AGCM-4 的衰减幅度要小于 IAP AGCM-3。初步分析, 造成这些差异的原因可能是二者对有效相对位能 E_{eq} 计算不同所造成的。左瑞亭等 (2004) 并未给出有效相对位能的绝对数值, 但从其相对量的变化来看, 其数值与动能和有效表面位能相比至少要小一个量级以上。而有效相对位能的物理意义是大气绝热过程中可能释放的最大位能, 也是位能中能够转化为动能的那一部分能量, 其数值应该与动能相当。IAP AGCM-4 所使用的 R-H 波初值的动能、有效相对位能和有效表面位能分别为 48.6 J/kg、43.4 J/kg 和 89.4 J/kg。动能和有效相对位能的数值接近, 与有效表面位能的大小也相当, 从这点来讲 IAP AGCM-4 对有效能量的模拟比 IAP AGCM-3 更为合理。

6 结语

本文为 IAP 新一代大气环流模式 IAP AGCM-4 设计了灵活性跳点格式及时间分解算法, 以节省计算时间, 并保证计算稳定性及能量的守恒性。主要结论如下:

- (1) 灵活性跳点格式保持了非灵活性跳点格式的各种性质, 且并未因差分网格距的不同而引起计算紊乱等不协调现象。虽然在本模式中由于滤波模块的引入, 其增大时间步长的效果不甚明显, 但仍为其他无需滤波的模式 (如区域模式) 的设计提供了一个好的思路。
- (2) 设计了能保持总有效能量守恒的时间分解

算法, 在 $N=5$ 和 $N=10$ 的情况下, 可分别节省 CPU 时间 10.7% 和 19.9%。相比 $N=10$ 的情形, $N=5$ 时的模拟结果与未采用分解算法的结果更为接近。在对计算机时要求不高的情况下, 取 $N=5$ 为宜。

(3) 试验发现, 控制方程中的非线性项即平流项的作用, 是引发积分 80 天时 R-H 波破碎的主要原因。

(4) 积分前 80 天, 模式框架对风场及高度场的 R-H 波形均保持较好, 6 天的传播周期与“理论值” 5.25 天较为接近, 对应的总有效能量仅衰减 0.1%, 并存在动能向有效相对位能的转化。80 天以后, 由于平流项的弥散作用, 风场波形从低纬开始变形和破碎, 高度场的波幅也开始衰减, 而对应的动能也因波的破碎开始迅速衰减。至第 365 天, 高度场及纬向风场都几乎沿纬圈分布, 这是典型的旋转适应过程 (曾庆存, 1979; Zeng et al., 1986), 同时由于平滑滤波等耗散作用的累计, 使动能衰减了 27%, 总有效能量衰减了 8%。

(5) 与 IAP AGCM-3 的动力框架相比, IAP AGCM-4 模拟的风场的破碎要早约 30 天, 而对总有效能量的保持要明显好于 IAP AGCM-3, 模拟的有效相对位能的量级也较 IAP AGCM-3 更为合理。

(6) R-H 波只是球面斜压大气预报方程的一个近似解, 且是亚稳态, 在计算过程中, 由于计算误差不可避免, 波形总会最后发生变形, 因此用来检验大气环流模式有一定的局限性。为了更全面地检验模式的动力框架, 我们还采用了 Held 和 Suarez (1994) 提出的方案对 IAP AGCM-4 的动力框架进行了检验。我们用实际大气的初始场对加了 Held-Suarez 强迫的动力框架积分了 1200 天。图 10 给出

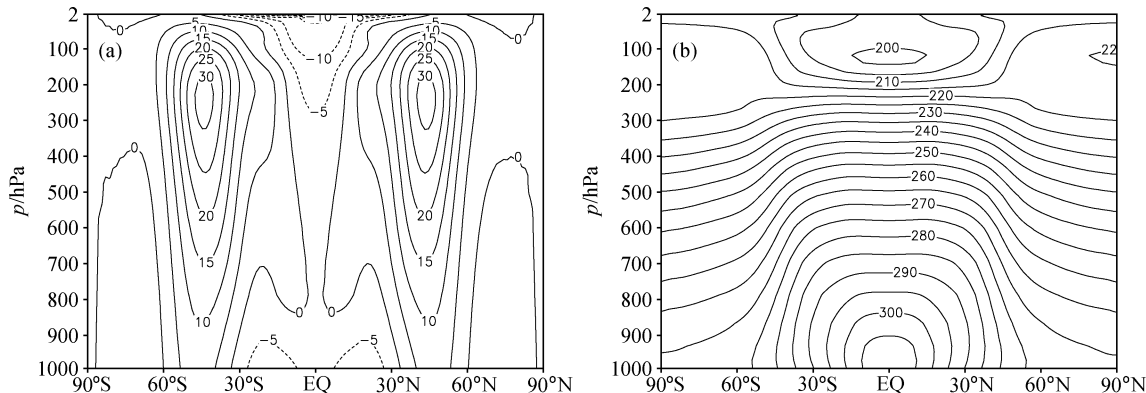


图 10 Held-Suarez 试验模拟的纬向平均 (a) 风场 (单位: m/s) 和 (b) 温度场 (单位: K) 的垂直廓线
Fig. 10 Model results of profiles for zonally averaged (a) zonal wind (m/s) and (b) temperature (K) from Held-Suarez test

了后 1000 天平均的纬向平均风场和温度场的垂直廓线,其结果与他人的诸多研究结果 (Held et al., 1994; Chen et al., 1997; Ringler et al., 2000; Lin, 2004; Wan et al., 2008) 很接近,更详细的有关 Held-Suarez 试验的结果我们将另文发表。

以上的分析和检验表明,灵活性跳点格式及时间分解算法在保持大气运动整体性质的基础上,有效地提高了模式在计算机上的运行效率。至此,一个内部协调、计算稳定、运行高效的大气环流模式动力框架已成功建立,为以后加入物理过程并进行长期稳定积分打下了良好的基础。

总而言之,作为大气环流模式动力框架,文本所提出的具体方法可以稳定可靠地计算至少一个季度,相速误差不大 (还可通过在平流算子 L 之前乘以大于 1 的经验常数来修正之),有效相对位能不衰减,是完全可用的。在加入地形和物理过程之后,计算的好坏主要就决定于物理过程本身的计算,这些我们将另文发表。

参考文献 (References)

- 毕训强. 1993. IAP 九层大气环流模式及气候数值模拟 [D]. 中国科学院大气物理研究所博士学位论文, 210pp. Bi Xunqiang. 1993. IAP 9L AGCM and climate simulation [D]. Ph. D. dissertation (in Chinese), Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, 210pp.
- Chen M, Rood R B, Takacs L L. 1997. Impact of a semi-Lagrangian and an Eulerian dynamical core on climate simulation [J]. *J. Climate*, 10: 2374–2389.
- Haurwitz B. 1940. The motion of atmospheric disturbances on the spherical earth [J]. *J. Mar. Res.*, 3: 254–267.
- Held I M, Suarez M J. 1994. A proposal for the intercomparison of the dynamical cores of atmospheric general circulation models [J]. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 75: 1825–1830.
- 胡朝霞, 曾庆存. 2007. 雨滴下降过程中的变化及其对空气的影响 [C]. 中国科学院“地球系统动力学模型研究”项目群启动会暨国际研讨会. 北京. Hu Zhaoxia, Zeng Qingcun. The variation of raindrop during the fall process and its impact on air (in Chinese) [C]. The CAS conference on the Earth System Dynamic model. Beijing.
- Liang Xinzhong. 1996. Description of a nine-level grid point atmospheric general circulation model [J]. *Adv. Atmos. Sci.*, 13 (3): 269–298.
- Lin S J. 2004. A “vertically Lagrangian” finite-volume dynamical core for global models [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 132: 2293–2307.
- 刘式适, 刘式达. 1991. 大气动力学 [M]. 北京: 北京大学出版社.
- Liu Shikuo, Liu Shida. 1991. *Atmospheric Dynamics* (in Chinese) [M]. Beijing: Peking University Press.
- Phillips N A. 1959. Numerical integration of the primitive equations on the hemisphere [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 87 (9): 333–345.
- Ringler T D, Heikes R P, Randall D A. 2000. Modelling the atmospheric general circulation using a spherical geodesic grid: A new class of dynamical cores [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 128: 2471–2490.
- Robert A. 1982. A semi-Lagrangian and semi-implicit numerical integration scheme for the primitive meteorological equations [J]. *J. Meteor. Soc. Japan*, 60: 319–325.
- Simmons A J, Hoskins B J, Burridge D M. 1978. Stability of the semi-implicit method of time integration [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 106: 405–412.
- Umscheid Ludwig Jr, Sankar-Rao M. 1971. Further tests of a grid system for global numerical prediction [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 99: 686–690.
- 王必正, 刘敏, 曾庆存. 2005. 大气环流模式中云系的超级参数化方案及其特征线方法之研究 [J]. *气候与环境研究*, 10: 638–648. Wang Bizheng, Liu Min, Zeng Qingcun. 2005. Study on cloud system superparameterization and the method of characteristic lines in the atmospheric general circulation model [J]. *Climatic and Environmental Research* (in Chinese), 10: 638–648.
- Wan H, Giorgetta M A, Bonaventura L. 2008. Ensemble Held-Suarez test with a spectral transform model: Variability, sensitivity, and convergence [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 136: 1075–1092.
- Wang Bin, Ji Zhongzhen. 1994. The harmonious dissipative operators and the completely square conservative difference scheme in an explicit way [J]. *Science in China (Ser. A)*, 4: 462–471.
- Wang Bin, Wan Hui, Ji Zhongzhen, et al. 2004. Design of a new dynamical core for global atmospheric models based on some efficient numerical methods [J]. *Science in China (Ser. A)*, 47 (Suppl.): 4–21.
- 曾庆存. 1979. 数值天气预报的数学物理基础 (第一卷) [M]. 北京: 科学出版社. Zeng Qingcun. 1979. *The Physical-Mathematical Bases of Numerical Weather Prediction* (Vol. 1) (in Chinese) [M]. Beijing: Science Press.
- 曾庆存, 季仲贞. 1981. 关于非线性计算稳定性的若干问题 [J]. *力学学报*, 3: 209–217. Zeng Qingcun, Ji Zhongzhen. 1981. Some problems on nonlinear computational instability [J]. *Acta Mechanica Sinica* (in Chinese), 3: 209–217.
- 曾庆存, 张学洪. 1981. 完全保持能量守恒的可压缩流体时空差分格式和协调的分解算法 [J]. *中国科学*, 11: 1355–1366. Zeng Qingcun, Zhang Xuehong. 1981. A temporal-spatial difference scheme with complete energy conservation for compressible fluid and a harmonious splitting method [J]. *Science in China (in Chinese)*, 11: 1355–1366.
- 曾庆存, 袁重光, 张学洪, 等. 1985. 一个大气环流模式差分格式的检验 [J]. *气象学报*, 43 (4): 441–449. Zeng Qingcun, Yuan Chongguang, Zhang Xuehong, et al. 1985. A test for the difference scheme of a general circulation model [J]. *Acta Meteorologi-*

- ca Sinica (in Chinese), 43 (4): 441–449.
- 曾庆存, 张学洪. 1987. 球面上斜压原始方程组保持总有效能量守恒的差分格式 [J]. 大气科学, 11 (2): 113–127. Zeng Qingcun, Zhang Xuehong. 1987. Available energy conserving schemes for spherical baroclinic primitive equations [J]. Chinese J. Atmos. Sci. (Scientia Atmospherica Sinica) (in Chinese), 11 (2): 113–127.
- 曾庆存, 周广庆, 浦一芬, 等. 2008. 地球系统动力学模式及模拟研究 [J]. 大气科学, 32 (4): 653–690. Zeng Qingcun, Zhou Guangqing, Pu Yifen, et al. 2008. Research on the earth system dynamic model and some related numerical simulations [J]. Chinese J. Atmos. Sci. (in Chinese), 32 (4): 653–690.
- Zeng Qingcun. 1963. The application of primitive thermohydrodynamic equation to short-range weather prediction in a two-level model [J]. Scientia Sinica (in Russian), 12 (3): 402–424.
- Zeng Qingcun, Ji Zhongzhen, Yuan Chongguang. 1977. Design of finite difference scheme for primitive equations [C]. Proc. of 2th National Symposium on Numerical Weather Prediction. Beijing: Science Press.
- Zeng Qingcun, Lu Peisheng, Li Rongfeng, et al. 1986. Evolution of large scale disturbances and their interaction with mean flow in a rotating barotropic atmosphere—Part I [J]. Adv. Atmos. Sci., 3 (1): 39–58.
- Zeng Q, Zhang X, Liang X, et al. 1989. Documentation of IAP two-level atmospheric general circulation model [R]. DOE/ER/60314-H1, TR044. 383.
- Zeng Qingcun, Mu Mu. 2002. The design of compact and internally consistent model of climate system dynamics [J]. Chinese J. Atmos. Sci., 26 (2): 107–113.
- Zhang Feng, Zeng Qingcun, Gu Yu, et al. 2005. Parameterization of the absorption of the H₂O continuum, CO₂, O₂, and other trace gases in the Fu-Liou solar radiation program [J]. Adv. Atmos. Sci., 22: 545–558.
- 张贺, 曾庆存, 林朝晖. 2007. 新一代 IAP 大气环流模式的研制 [C]. 中国科学院“地球系统动力学模型研究”项目群启动会暨国际研讨会. 北京. Zhang He, Zeng Qingcun, Lin Zhaohui. 2007. Development of a new generation IAP AGCM [C]. The Chinese Academy of Sciences Conference on the Earth System Dynamic Model. Beijing.
- Zhang Xuehong, Liang Xinzong. 1989. Comparison and examination of dynamical frameworks of IAP and OSU AGCM [J]. Adv. Atmos. Sci., 6: 265–274.
- Zhang Xuehong. 1990. Dynamical framework of IAP nine-level atmospheric general circulation model [J]. Adv. Atmos. Sci., 7 (1): 67–77.
- 左瑞亭. 2003. 新一代高分辨率格点大气环流模式的研制 [D]. 解放军理工大学博士学位论文, 328pp. Zuo Ruiting. 2003. Development of new generation grid point atmospheric general circulation model with high resolution [D]. Ph. D. dissertation (in Chinese), PLA University of Science and Technology, 328pp.
- 左瑞亭, 张铭, 张东凌, 等. 2004. 21 层大气环流模式 IAP AGCM-III 的设计及气候数值模拟 I. 动力框架 [J]. 大气科学, 28: 659–674. Zuo Ruiting, Zhang Ming, Zhang Dongling, et al. 2004. Designing and climatic numerical modeling of 21-level AGCM (IAP AGCM-III), Part I. Dynamical framework [J]. Chinese J. Atmos. Sci. (in Chinese), 28: 659–674.