

# 昆明地区气候变化的多分形特征

陈 辉

(中国科学院大气物理研究所大气边界层物理和大气化学国家重点实验室, 北京 100029)

郭世昌

(云南大学地球科学系, 昆明 650091)

**摘要** 利用1951~1990年40年的气象观测资料, 对中国昆明( $25^{\circ}01'N$ ,  $102^{\circ}41'E$ )地区的气候变化时间序列进行了多重分维计算与分析, 并对所获结果进行了讨论, 得到一些有意义的结论。

**关键词** 气候 多重分维 太阳活动 混沌

## 1 引言

气候变化一直是各国气候学家和政府极其关注的一个重要问题, 因为它直接影响人类的生存环境及经济与社会的发展。云南地处中国西南部的低纬高原, 下垫面分布变化十分剧烈复杂, 加上深受孟加拉湾气流和印度季风的影响, 故其气候具有一定的特殊性, 有必要对其加以较为深入的研究。

刘式达<sup>[1]</sup>曾经指出, 气候变化是一种复杂的现象, 它同其他许多地球物理现象一样, 具有不均匀的多分形结构。已经发现, 仅用单一的分维值, 如容量维不能全面描述不均匀的多分形性质<sup>[2]</sup>, 而采用广义分维则可以刻画出不均匀分形内部不同层次的分维结构, 即多重分维结构<sup>[3]</sup>。因此, 通过研究气候时间分布的多分形特征, 可以使我们进一步认识一个地区气候变化内在的规律性和制约机制。这在预测该地区未来气候的演变趋势等方面, 具有重要的指导意义。

本文将利用1951~1990年期间云南昆明地区的气温及雨量观测资料, 计算出昆明地区气候演变过程中旱涝和冷暖时间分布的多重分维值, 并对其结果加以讨论, 以期对云南的气候变化特征有一个更加深入的认识。

## 2 计算方法与资料

### 2.1 计算方法

多重分维(也称广义分维)的定义式为<sup>[4]</sup>

$$D_q = -\frac{1}{1-q} \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log \sum_{i=1}^N [P_i(r)]^q}{\log r} = -\lim_{r \rightarrow 0} \frac{I_q(r)}{\log r}, \quad (1)$$

其中,  $q$ 为阶数,  $D_q$ 称为第 $q$ 阶广义分维或第 $q$ 阶 Renyi 维数, 根据多重分维的定义,  $D_q$ 必须包含各种分维的定义;  $I_q(r)$ 为第 $q$ 阶广义信息量, 或称 Renyi 信息量<sup>[5]</sup>, 其表达式为

$$I_q = \frac{1}{1-q} \log \sum_{i=1}^N [P_i(r)]^q. \quad (2)$$

在计算时间气候分布的广义分维时, 取 $r$ 为时间标度,  $N(r)$ 为对应于所考虑时段内以标度 $r$ 划分出的时间区间总数;  $P_i(r)$ 则为旱涝、冷暖落入以标度 $r$ 划分的第 $i$ 个时间区间的概率。

当 $q=0$ 时,  $\sum_{i=1}^N [P_i(r)]^q = \sum_{i=1}^N [P_i(r)]^0 = N(r)$ , 相应的 $D_0$ 按下式定义:

$$D_0 = - \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log N(r)}{\log r}, \quad (3)$$

$D_0$ 为容量维;  $N(r)$ 是以 $r$ 为时间标度时出现旱涝或冷暖的时间区间的总数。

当 $q=1$ 时,  $D_1$ 按下式定义:

$$D_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^N P_i(r) \log P_i(r)}{\log r} = - \lim_{r \rightarrow 0} \frac{I_1(r)}{\log r}, \quad (4)$$

$D_1$ 为信息维, 其中,

$$I_1(r) = - \sum_{i=1}^N P_i(r) \log P_i(r), \quad (5)$$

$I_1(r)$ 为 Shannon 信息量,  $N(r)$ 和 $P_i(r)$ 与 (1) 式中的相应量意义相同。

当 $q=2$ 时,  $D_2$ 按下式定义:

$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log \sum_{i=1}^N [P_i(r)]^2}{\log r}, \quad (6)$$

$D_2$ 为关联维。

事实上, (1) 式依赖于参数 $q$ 定义了无穷多种维数。当 $q=0, 1, 2$ 时,  $D_q$ 分别等于容量维 $D_0$ 、信息维 $D_1$ 和关联维 $D_2$ 。参数 $q$ 不限于正整数, 可取 $(-\infty, +\infty)$ 范围内的任一实数。

## 2.2 旱涝、冷暖指数的确定及等级的划分

为了揭示气候变化的多分形特征, 我们对昆明地区 1951~1990 年期间的旱涝及冷暖进行分形结构研究, 分别计算出其时间分布的容量维 $D_0$ 、信息维 $D_1$ 及 $q=-3, -2, -1, 2, 3, 4, 5$ 时的各阶广义分维。

在此, 我们取黄嘉佑<sup>[6]</sup>提出的旱涝指数的确定及等级划分

$$M_j = \sum_{i=1}^{12} \frac{R_{ij} - \bar{R}_i}{S_i}, \quad (7)$$

式中,  $i$ 为月份,  $j$ 为年份;  $R_{ij}$ 表示第 $j$ 年第 $i$ 月的降水量,  $\bar{R}_i$ 及 $S_i$ 则分别为月降水量时

间序列的多年平均值及标准差。

利用昆明地区 1951~1990 年期间的雨量观测资料, 根据 (7) 式可以计算出昆明逐年的旱涝指数, 并按如下规定划分出旱涝发生的级数。

正常年:  $-B/10 \leq M_j < B/10$ ,

涝 年:  $B/10 \leq M_j < B/2$ ,

特涝年:  $M_j \geq B/2$ ,

其中,  $B$  表示所考虑时段内旱涝指数序列的较差值 (极大值与极小值之差)。反之,  $M_j$  处在  $-B/10$  与  $-B/2$  之间及  $-B/2$  以下则分别定为旱年和特旱年。

类似于旱涝指数和等级的划分, 可以定义出各年冷暖指数

$$N_j = \sum_{i=1}^{12} \frac{T_{ij} - \bar{T}_i}{S'_i}, \quad (8)$$

其中,  $T_{ij}$  表示第  $j$  年的第  $i$  月气温, 其余各量意义与 (7) 式相似。若以  $C$  表示冷暖指数序列的极大与极小值之差, 则有如下冷暖等级划分标准。

正常年:  $-C/11 \leq N_j < C/11$ ,

暖 年:  $C/11 \leq N_j < C/4$ ,

特暖年:  $N_j \geq C/4$ .

反之,  $N_j$  处于  $-C/11$  与  $-C/4$  之间及  $-C/4$  以下则分别划分为冷年和特冷年。由此得出结果见表 1 和表 2。

表 1 昆明 1951~1990 年旱涝年份的划分结果

旱涝等级	年 份
特旱年	1987
旱 年	1951 1953 1956 1958 1960 1962 1963 1969 1979 1980 1982 1984 1988 1989
正常年	1952 1954 1955 1959 1964 1966 1967 1968 1972 1975 1977 1978 1985 1990
涝 年	1957 1961 1965 1970 1971 1973 1974 1976 1981
特涝年	1983 1986

表 2 昆明 1951~1990 年冷暖年份的划分结果

冷暖等级	年 份
特冷年	1951 1953 1954 1987 1988
暖 年	1952 1955 1956 1960 1968 1981 1984 1989
正常年	1957 1958 1961 1964 1966 1969 1973 1975 1979 1980 1982 1983 1990
冷 年	1959 1962 1963 1967 1970 1972 1977 1985 1986
特冷年	1965 1971 1974 1976 1978

此外, 我们还在表 3 中给出了 1951~1990 年期间太阳黑子准 11 年周期变化的情况。太阳活动的上升段指太阳黑子相对数值从低谷到峰值的时期, 下降段相反。表内的数字为处于相应时期的年份。

综合分析表 1~3 可见, 在太阳准 11 年周期变化的下降段, 容易出现较强的旱涝和

冷暖灾害。令人感兴趣的是，国内其他一些研究<sup>[7]</sup>也有类似的结论。因此，我们可以称其下降段为昆明地区旱涝及冷暖较频繁时期。反之，称上升段为旱涝及冷暖发生相对平静期。因此，在以下的分析过程中为了便于对比，将上述时间范围分为灾害频繁期与相对平静期两类：即太阳黑子准 11 年活动从峰到谷的下降段为灾害频繁期，而其他时期为相对平静期。具体而言，1951~1954、1957~1965、1968~1976 及 1981~1986 年中共 28 年为灾害活跃时期；1955~1956、1966~1967、1977~1980 及 1987~1990 年中共 12 年为相对平静期。对这两类时期分别采用标度变换法计算出旱涝与冷暖之时间分布的  $D_0$ 、 $D_1$  及  $D_q$ 。

表 3 1951~1990 年期间太阳黑子准 11 年振荡上升段与下降段年份数

太阳活动	年 份
上升段	1955 1956 1957 1965 1966 1967 1968 1977 1978 1979 1980 1987 1988 1989 1990
峰值年	1958 1969 1981
低谷年	1954 1964 1976 1986
下降段	1951 1952 1953 1959 1960 1961 1962 1963 1970 1971 1972 1973 1974 1975 1982 1983 1984 1985

### 3 计算结果与讨论

#### 3.1 气候时间分布容量维

首先，取时间标度为 1 年 ( $r=1$ )，将旱涝活跃期的时段划分为相等的时间区间，并统计出有旱涝的时间区间之总数  $N(1)$ 。然后变换标度，即分别取  $r=2, \dots, 12$ ，分别统计出相应于不同时段的有旱涝时间区间的总数  $N(r)$ ，通过对  $r$  和  $N(r)$  取对数后，点绘出  $\log N(r)$  与  $\log r$  关系图，如图 1a 所示。在图上找出线性分布明显的无标度区，用最小二乘法拟合出其斜率： $\log N(r) / \log r$ ，则此斜率的绝对值正是旱涝时间分布之容量维  $D_0$ ，结果为  $D_0 = 3.6315$ 。

同样，对旱涝活动相对平静期，用上述方法类似可点出  $\log N(r)$  与  $\log r$  关系图，如图 1b 所示。由此可得相应的容量维是  $D_0 = 2.9165$ 。类似地，对冷暖发生活跃期及相对平静期，用上述方法同样可得出  $\log N(r)$  与  $\log r$  关系图（图 2），得出冷暖活跃期与平静期的容量维分别为 3.6775 和 2.8249。

由以上计算结果易见，无论是旱涝还是冷暖的发生，其容量维在活跃期和相对平静期均有明显的不同，即活跃期的  $D_0$  值大于平静期的  $D_0$  值。

#### 3.2 气候时间分布的信息维

概率  $P_i$  的计算，在广义分维和信息维定义（1）及（4）式中的  $P_i$  为旱涝、冷暖落入第  $i$  个时间区间的概率。就此，我们依照文献[8]的方法，以相对频率代替概率来计算  $P_i$ ，即

$$P_i = n_i / n, \quad (9)$$

其中， $n_i$  为旱涝、冷暖在第  $i$  个时间区间发生的次数， $n$  为所研究的整个时间范围内旱涝或冷暖发生的总次数，若第  $i$  个时间区间没有出现旱涝或冷暖，则  $P_i = 0$ ，而所有时间

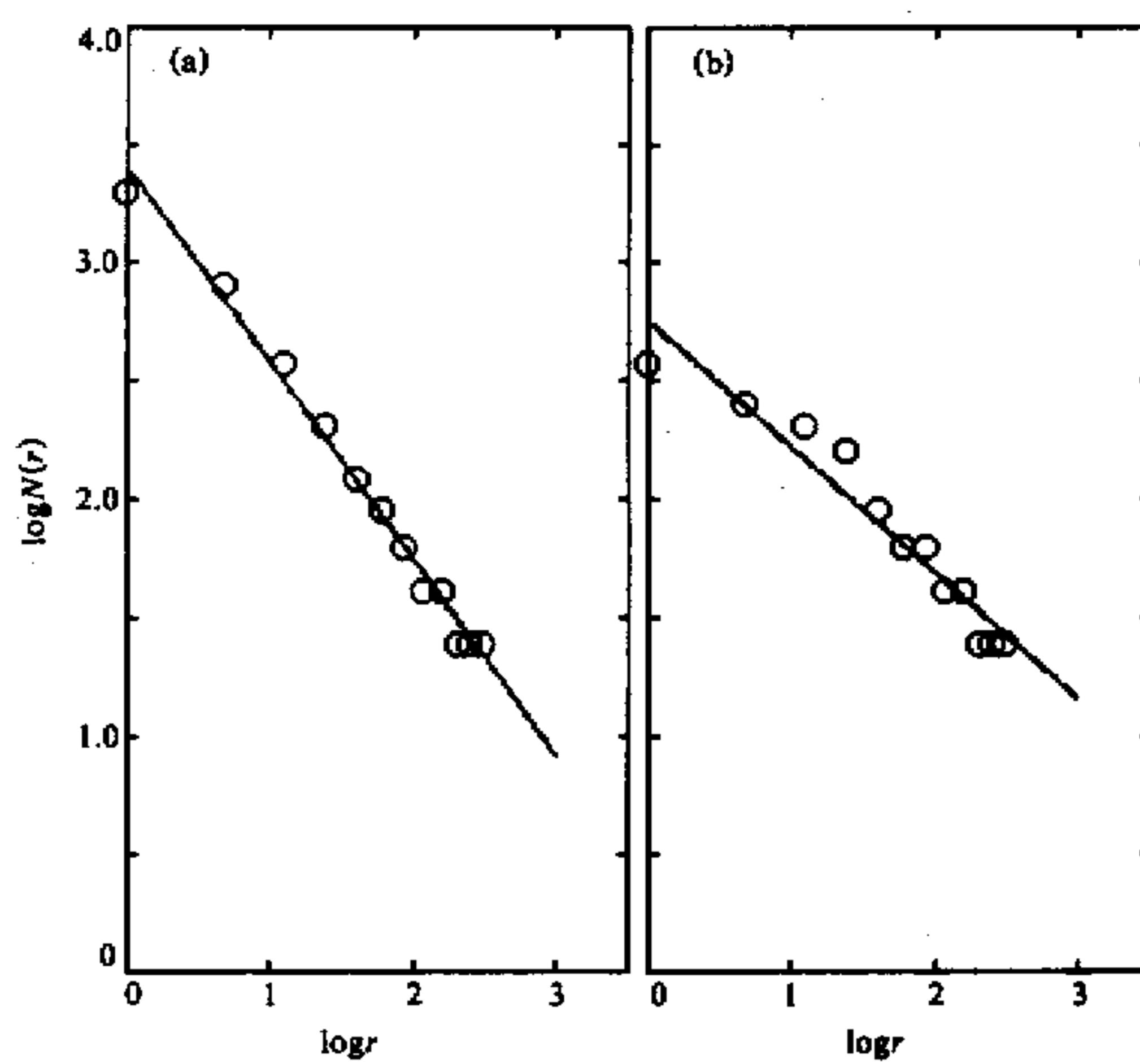


图1 计算旱涝频繁期和旱涝平静期 $D_0$ 的 $\log N(r)$ 与 $\log r$ 关系图  
(a) 旱涝频繁期; (b) 旱涝平静期

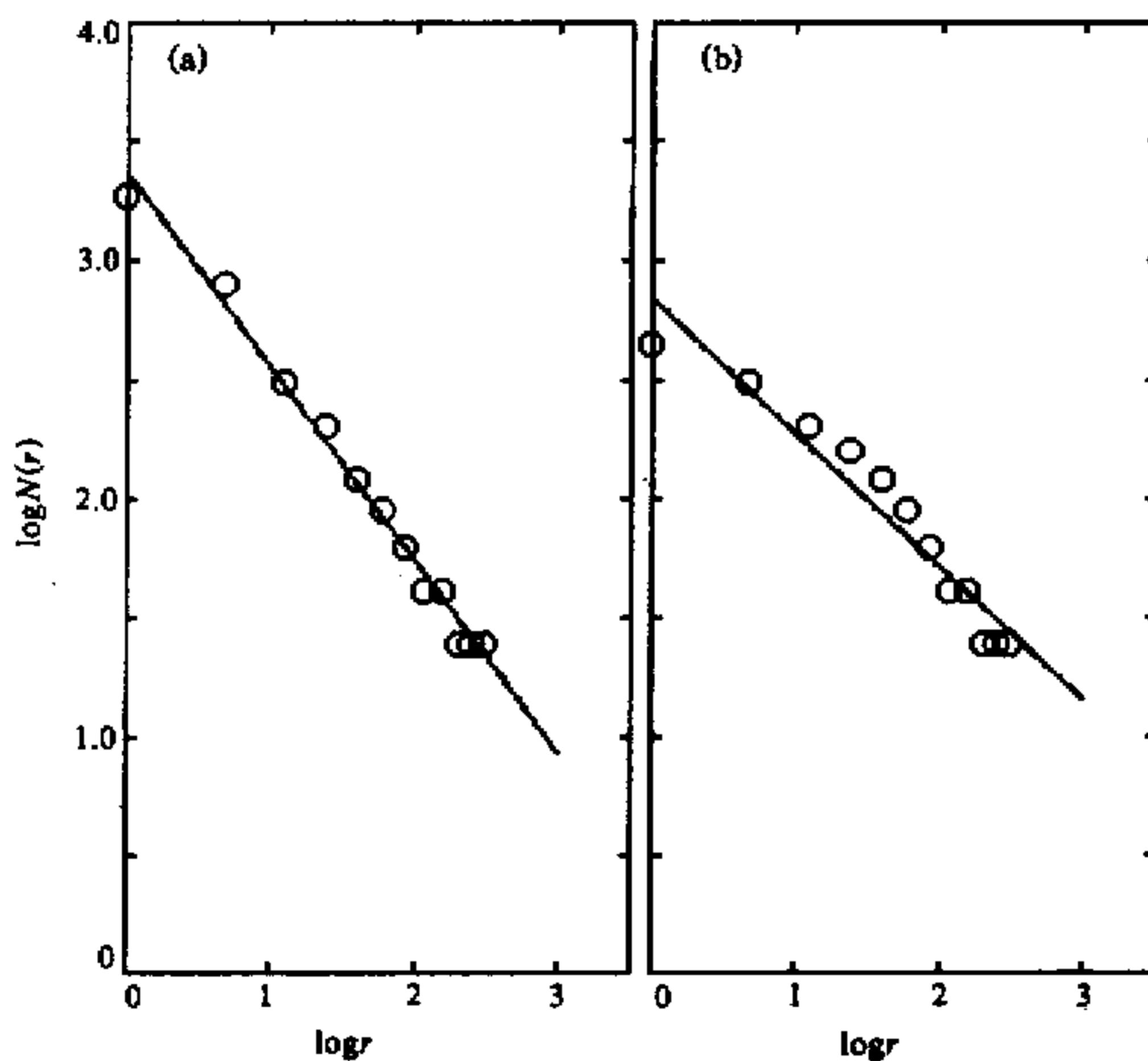


图2 计算冷暖频繁期和冷暖平静期 $D_0$ 的 $\log N(r)$ 与 $\log r$ 关系图  
(a) 冷暖频繁期; (b) 冷暖平静期

区间的 $P_i$ 求和应满足 $\sum_{i=1}^N P_i = 1$ 。

对出现旱涝频繁期时间标度 $r$ 的变换范围取为1~12年，变换步长为1年，先按(9)式计算出 $P_i(r)$ ，再按(5)式分别求出信息量 $I_i(r)$ ，同图1处理相似，频繁旱涝时间分布之信息维 $D_1 = 2.4572$ 。对于旱涝相对平静期，其相应的信息维是 $D_1 = 2.4464$ 。

对于冷暖发生的频繁期和相对平静期，相应的信息维分别为2.4279和2.3731。

### 3.3 气候时间分布广义分维的计算及结果

广义信息量的计算可由(2)式求得，其中的概率 $P_i$ 仍按前面的方法求出，当阶数 $q$ 取一定值时，变换时间标度 $r$ ，由(2)式可计算出相对于不同 $r$ 的第 $q$ 阶广义信息量 $I_q(r)$ 。为了计算旱涝(冷暖)频繁期和较平静期的广义分维，对频繁(平静)期时间标度 $r$ 的变换范围仍然取1~12年，变换步长为1年，当 $q = -3, -2, -1, 2, 3, 4, 5$ 时，分别计算出相应的 $D_q$ ，我们可分别获得旱涝、冷暖发生频繁期及相对平静期多重分维值 $D_q$ ，结果由表4给出。

表4 气候时间分布多重分维的 $D_q$ 值

多重分维	旱涝频繁期	旱涝平静期	冷暖频繁期	冷暖平静期
$D_5$	11.1552	2.9504	13.2232	3.0284
$D_4$	5.6152	2.9726	5.8673	3.0399
$D_3$	4.2162	2.9963	4.3058	3.0489
$D_2$	3.6858	3.0083	3.7316	3.0460
$D_{-1}$	3.5821	2.8894	3.6522	2.7661
$D_{-2}$	3.5012	2.8937	3.6322	2.6439
$D_{-3}$	3.2881	2.9034	3.6491	2.5729

由以上的一系列计算结果，我们可以分别获得旱涝、冷暖发生频繁期及相对平静期多重分维值 $D_q$ (包括 $D_0$ 和 $D_1$ )随阶数 $q$ 的分布变化曲线图3。由图3可见，在 $D_0$ 处曲线有一个转折，但在其两侧，都有 $D_q$ 随着 $q$ 的增加而增加的特征。我们知道， $D_q$ 随 $q$ 的变化关系实际上反映了气候时间分布具有非均匀分形的特性。对于完全自相似的均匀分形， $D_q$ 将不随 $q$ 变化，即有 $D_q = D_0$ ，回到了单一的分维即容量维。因此， $D_q$ 随 $q$ 的变化也是气候时间序列的多分形特征之一。

## 4 结论

通过计算和分析，可以获得如下几点初步结论：

(1) 昆明地区气候变化在时间分布上具有非均匀的分形结构。图3所给出 $D_q$ 随 $q$ 的变化正是这种多分形特征的体现。

(2) 据计算结果可知，无论是灾害发生频繁期还是较平静期，所计算出的各阶分维均大于2。这正表明气候是一种混沌现象。

(3) 灾害频繁时期的旱涝和冷暖时间分布的每一阶分维值都大于较平静期相应的每一阶分维值。这表明频繁期气候异常的时间分布结构在几何特征上要比平静期的复杂，从制约气候的主要因子来讲，在太阳准11年周期变化从峰到谷的下降段(即所定义的

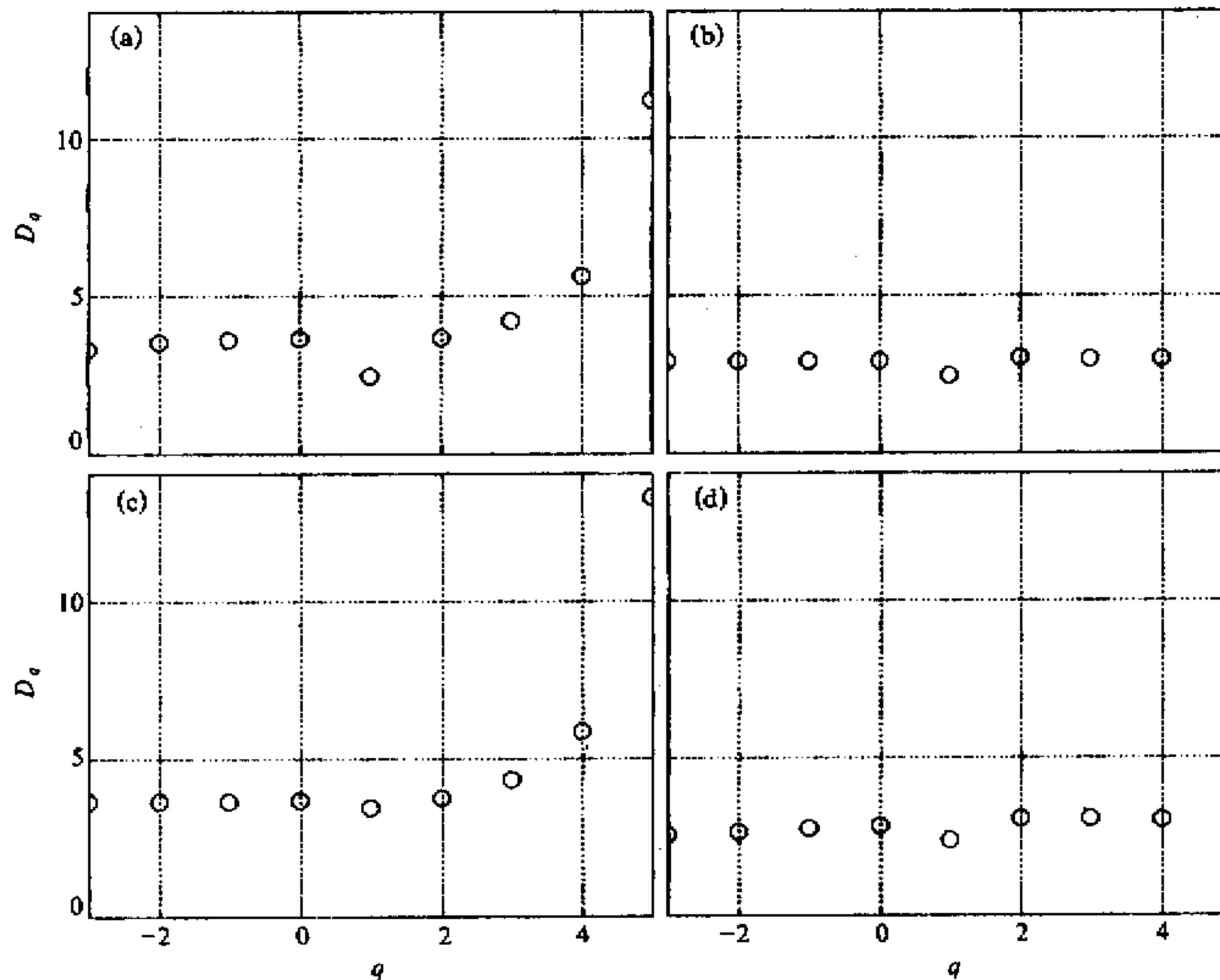


图3 旱涝、冷暖发生的频繁期及相对平静期多重分维值 $D_q$ 随阶数 $q$ 的分布变化曲线  
(a)旱涝频繁期; (b)旱涝平静期; (c)冷暖频繁期; (d)冷暖平静期

气候异常频繁时期), 影响因素该更多一些。

(4) 比较两个时期气候异常时间分布的 $D_q$ 随 $q$ 变化曲线可见, 无论是旱涝还是冷暖, 频繁期的曲线分布型均与平静期的曲线型有显著的差异, 具体讲, 在 $q > 0$ 时, 频繁期的 $D_q$ 随 $q$ 有显著的增加, 而平静期 $D_q$ 随 $q$ 的增加则比较平缓。根据这种差异, 对比相邻两时期 $q > 0$ 时 $D_q$ 随 $q$ 的变化趋势, 有可能进一步判断某一地区的气候是否将真正进入灾害多发时期。

(5) 由于本文所用的资料仅有40年, 故所获结果可能还不够准确, 这有待于在今后更加丰富的观测记录基础之上作进一步的研究。

### 参 考 文 献

- 1 刘式达, 1988, 非线性科学研究地球系统的意义, 见: 分形与分维在地球科学中的应用, 陈颙等编, 北京: 学术期刊出版社, 132~143.
- 2 刘式达, 1990, 地球系统模拟和混沌时间系列, 地球物理学报, 33(2), 144~153.
- 3 朱传镇, 1991, 对于地震分形的几点认识, 地震研究, 14(1).
- 4 高安秀树著, 1989, 分数维(沈步明、常子文译), 北京: 地震出版社, 163~167.
- 5 Grassberger, P., 1987, *Phys. Lett.*, 97.
- 6 黄嘉佑, 1989, 北京地区旱涝与太阳活动的关系分析, 见: 天地生综合研究进展, 北京: 中国科学技术出版社, 342~348.
- 7 陈家期, 1989, 旱涝变化与太阳活动, 见: 天地生综合研究进展, 北京: 中国科学技术出版社, 359~363.

---

8 洪时中、洪时明, 1991, 对地震时空分维的几点认识, 国际地震动态, No.3, 25~27.

## The Multifractal Characteristics of Climate Change at Kunming

Chen Hui

(State Key Laboratory of Atmospheric Boundary Layer Physics and Atmospheric Chemistry,  
Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)

Guo Shichang

(Geophysical Department of Yunnan University, Kunming 650091)

**Abstract** In this paper, the multifractal characteristics of the climate time series from 1951~1990 at Kunming of China ( $25^{\circ}01'N$ ,  $102^{\circ}41'E$ ) have been analysed and discussed.

**Key words** climate multifraction solar activity chaos

---