

多维时间序列交叉谱分析在降水场 诊断中的应用*

陶 云 朱天禄

(云南省气象台, 昆明 650034)

摘 要 在经典时间序列的交叉谱分析基础上, 建立多维交叉谱矩阵, 对某一感兴趣的频率段交叉谱矩阵作特征值和特征向量分析。作为初步应用, 在获得云南5月雨量存在准4.5年的显著耦合振荡周期的前提下, 对相应的交叉谱矩阵进行特征值和特征向量分析后发现, 用前3个相应协谱和正交谱的特征向量就可反映云南5月雨量场在4.5年耦合振荡周期上的大部分空间分布信息, 并得到了一些具有天气气候学意义的结论。结果表明应用多维时间序列的交叉谱分析来研究云南5月雨量场的演化特征是可行的。

关键词: 多维时间序列; 交叉谱; 降水场

1 引言

交叉谱分析在气象上的应用非常广泛, 而且前景广阔。前人的有关研究成果已经在文献[1]中得到了很好的总结, 特别是对于两时间序列的交叉谱分析已被写进有关的教材中^[2,3]。限于篇幅这里就不再一一赘述。经典的交叉谱分析限于揭露两个时间序列在频域上的相互关系, 文献[4]中初步将经典交叉谱分析拓展为多维时间序列的交叉谱分析, 以此来研究整个样本中所有时间序列之间在频域上的相互关系。但提取关键频率段的方法尚不完善。因此, 本文在提出一套较为合理的提取关键频率段方法的基础上, 作为初步应用, 对云南5月雨量进行了多维时间序列交叉谱的分析研究。

2 资料与方法

2.1 资料

选用云南18个代表站1958至1999年共42年的5月雨量资料。

2.2 方法

对于 p 个时间序列, $x_1(t), x_2(t), \dots, x_p(t)$, 其向量形式为

2002-12-16收到, 2003-03-26收到修改稿

* 云南省气象局2003年青基课题(“九五”短期气候预测方法在云南雨季开始期预测中的释用对比研究)资助

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_p(t) \end{bmatrix}, \quad (-\infty < t < \infty) \quad (1)$$

这些不同的时间序列两两之间在频域上的交互关系可以用交叉谱来表征,而每一时间序列的功率谱也可以用其自身的交叉谱来表示^[1]。因而,可以与多元时间序列分析相似,建立一个衡量不同时间序列交叉谱的矩阵,称为交叉谱矩阵。 p 个时间序列的交叉谱矩阵表示为

$$\mathbf{S}(\omega) = \begin{bmatrix} s_{11}(\omega) & s_{12}(\omega) & \cdots & s_{1p}(\omega) \\ s_{21}(\omega) & s_{22}(\omega) & \cdots & s_{2p}(\omega) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ s_{p1}(\omega) & s_{p2}(\omega) & \cdots & s_{pp}(\omega) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中

$$s_{ij}(\omega) = P_{ij}(\omega) - iQ_{ij}(\omega), \quad (3)$$

式中 $P_{ij}(\omega)$ 为协谱, $Q_{ij}(\omega)$ 为正交谱。交叉谱还可写成位相形式

$$s_{ij}(\omega) = A_{ij}(\omega) e^{-i\theta_{ij}(\omega)}, \quad (4)$$

式中 $\theta_{ij}(\omega)$ 为位相谱,

$$A_{ij}(\omega) = |s_{ij}(\omega)| = \sqrt{P_{ij}^2(\omega) + Q_{ij}^2(\omega)}, \quad (5)$$

为振幅谱。

交叉谱矩阵式(2)中的对角元素分别为 p 个时间序列的功率谱,非对角元素为 p 个时间序列两两的交叉谱。由于交叉谱是复数谱,因此上述交叉谱矩阵为一复数矩阵。其复共轭矩阵记为

$$\mathbf{S}^*(\omega) = \begin{bmatrix} s_{11}(\omega) & s_{12}^*(\omega) & \cdots & s_{1p}^*(\omega) \\ s_{21}^*(\omega) & s_{22}(\omega) & \cdots & s_{2p}^*(\omega) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ s_{p1}^*(\omega) & s_{p2}^*(\omega) & \cdots & s_{pp}(\omega) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

该矩阵中每个元素是 $\mathbf{S}(\omega)$ 阵中每个元素的复共轭。由于

$$s_{ij}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{ij}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{ij}(-\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = s_{ji}^*(\omega), \quad (7)$$

因此有 $\mathbf{S}^*(\omega)^T = \mathbf{S}(\omega)$, 符号 T 表示复共轭矩阵 $\mathbf{S}^*(\omega)$ 的转置。可见,矩阵 $\mathbf{S}(\omega)$ 为一复厄米特矩阵(Hermitian Matrix)^[1]。

对于两个时间序列 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$, 用协谱和正交谱来表示的交叉谱矩阵为^[3]

$$\mathbf{S}(\omega) = \begin{bmatrix} P_{11}(\omega) & P_{12}(\omega) - iQ_{12}(\omega) \\ P_{12}(\omega) + iQ_{12}(\omega) & P_{22}(\omega) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

根据矩阵特征值的性质,对于 $\mathbf{S}(\omega)$ 矩阵的特征值 $\lambda_1(\omega)$ 及 $\lambda_2(\omega)$ 有

$$\begin{cases} \lambda_1(\omega) + \lambda_2(\omega) = P_{11}(\omega) + P_{22}(\omega), \\ \lambda_1(\omega)\lambda_2(\omega) = |\mathbf{S}(\omega)|, \end{cases} \quad (9)$$

$|\mathbf{S}(\omega)|$ 表示矩阵 $\mathbf{S}(\omega)$ 行列式之值。根据上述两式不难获得

$$\lambda_1^2(\omega) - [P_{11}(\omega) + P_{22}(\omega)]\lambda_1(\omega) + |\mathbf{S}(\omega)| = 0, \quad (10)$$

根据行列式的性质

$$\begin{aligned} |S(\omega)| &= P_{11}(\omega)P_{22}(\omega) - [P_{12}(\omega) - iQ_{12}(\omega)][P_{12}(\omega) + iQ_{12}(\omega)] \\ &= P_{11}(\omega)P_{22}(\omega) - [P_{12}^2(\omega) + Q_{12}^2(\omega)], \end{aligned} \quad (11)$$

利用凝聚谱的表达式

$$R_{12}^2(\omega) = \frac{P_{12}^2(\omega) + Q_{12}^2(\omega)}{P_{11}(\omega)P_{22}(\omega)}, \quad (12)$$

式 (11) 可进一步简化为

$$|S(\omega)| = P_{11}(\omega)P_{22}(\omega) \left[1 - \frac{P_{12}^2(\omega) + Q_{12}^2(\omega)}{P_{11}(\omega)P_{22}(\omega)} \right] = P_{11}(\omega)P_{22}(\omega)[1 - R_{12}^2(\omega)], \quad (13)$$

将式 (13) 代入式 (10) 可解出两个特征值分别为

$$\lambda_1(\omega) = \frac{1}{2}[P_{11}(\omega) + P_{22}(\omega)] + \frac{1}{2}\sqrt{[P_{11}(\omega) + P_{22}(\omega)]^2 + 4P_{11}(\omega)P_{22}(\omega)R_{12}^2(\omega)}, \quad (14)$$

$$\lambda_1(\omega) = \frac{1}{2}[P_{11}(\omega) + P_{22}(\omega)] - \frac{1}{2}\sqrt{[P_{11}(\omega) + P_{22}(\omega)]^2 + 4P_{11}(\omega)P_{22}(\omega)R_{12}^2(\omega)}. \quad (15)$$

由式 (14) 可知, 当两个时间序列的某一频率的凝聚值越大, 其相应的特征值就越大。根据该最大特征值对应的特征向量, 就可以提取某一感兴趣频率段的空间分布特征。在获得某一感兴趣频率段的条件下, 对交叉谱矩阵作特征值和特征向量的分析, 就可以提取相应的特征值及其空间分布特征。

3 云南 5 月雨量场分析的实例

云南的 5 月是冬季风向夏季风过渡的时期, 同时也是农业生产的关键时期之一^[5~8]。该月云南雨量年际变化剧烈, 因此研究其雨量的演变规律具有重要的意义。这里给定最大延迟时间为 9 年。为获得云南 5 月雨量的显著耦合振荡周期, 首先计算在时滞分别为 1, 2, …, 9 年条件下, 此 18 个测站中任意两测站的凝聚谱共

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{18 \times 17}{2} = 153 \text{ 个},$$

取其平均值绘制成图 1。从图中可看出, 云南 5 月雨量凝聚谱平均值在 $l=4$ 波时为最大值, 对其进行 F 检验, 得 $F=5.83$, 通过了信度为 95% 的显著性检验。表明云南 5 月雨量存在 $T=4.5$ 年的准周期耦合振荡。

我们还统计了通过信度为 95% 显著性检验的凝聚谱个数占所计算的 153 个凝聚谱的百分率 (图 2)。从图中可清楚地看出, 仍然是 $l=4$ 波时, 通过信度为 95% 显著性检验的百分率最高。在 153 个凝聚谱值中约 70% 的凝聚谱值通过了信度为 95% 的显著性检验, 说明云南 5 月雨量确实存在准 4.5 年的耦合振荡。

在获得云南 5 月雨量的显著耦合振荡周期后, 就可对此耦合振荡周期上的交叉谱矩阵进行特征值和特征向量的分析, 获得相应的非零特征值 (表 1)。从表 1 中可看出,

表 1 前 7 个特征值方差分布表

第 i 个特征值	解释方差	累积解释方差率/%
1	1.494	67.2
2	0.252	78.5
3	0.192	87.2
4	0.150	93.9
5	0.070	97.1
6	0.040	98.9
7	0.025	100.0

前3个特征值的累积解释方差已达87.2%。因此,分析与这前3个特征值相对应的特征向量,就可获得云南5月雨量在准4.5年耦合振荡周期上协谱和落后长度谱的空间分布特征(图3~5)。

从图3a中可以看出,云南5月雨量在准4.5年耦合振荡周期上协谱的第一特征场的空间分布较为一致,表明云南5月雨量呈现全省一致的变化特征。从相应的落后长度谱的空间分布图3b来看,也基本呈现全省一致的变化特征,其中最先出现振荡的站点蒙自、玉溪和景洪与最后出现振荡的站点腾冲时间相差半年左右,最后出现振荡的区域主要分布在滇西和滇东北大部分地区。云南的5月是冬季风向夏季风转换的时期,且夏季同时受印度季风和东亚季风的共同影响,两支夏季风对云南的共同影响区域为 101°E ~ 103°E 。这意味着在云南5月雨量全省一致偏多的年份,这两支夏季风可能同时偏强,反之,则可能同时偏弱。

从图4a中可以看出,云南5月雨量在准4.5年耦合振荡周期上协谱的第二特征场的空间分布大致呈现东—西向的“跷跷板”型。其零线在 101°E 大致位于 24°N ~ 26°N ,

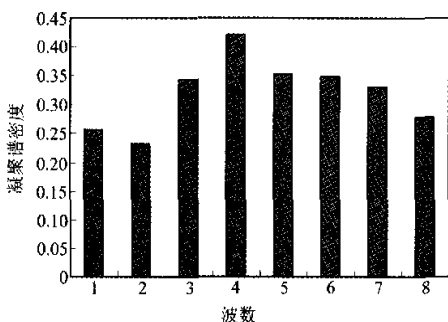


图1 云南5月雨量凝聚谱平均

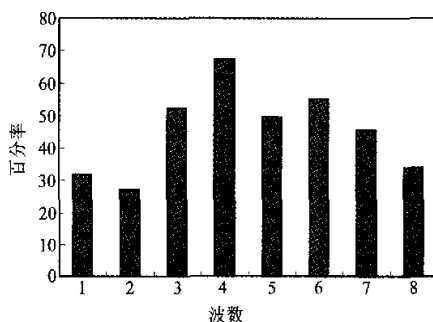


图2 通过信度为95%显著性检验的凝聚谱个数

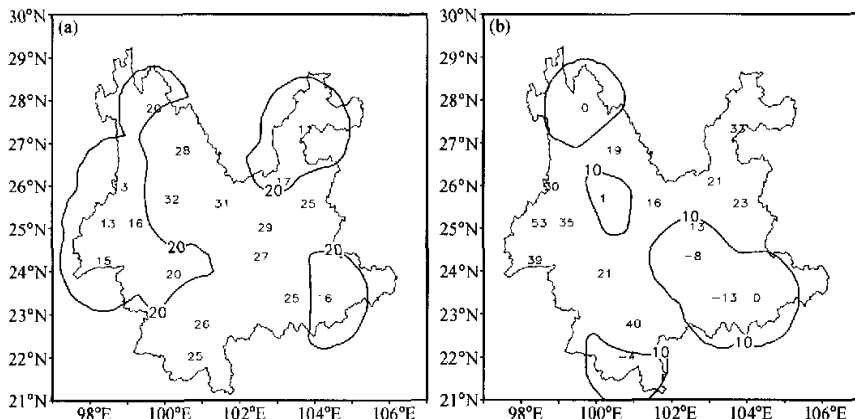


图3 协谱和落后长度谱的第一特征场
(a) 协谱 ($\times 10^{-2}$); (b) 落后长度谱 ($\times 10^{-2}$)

在 104°E 大致位于 $22^{\circ}\sim 24^{\circ}\text{N}$, 在 $101^{\circ}\sim 104^{\circ}\text{E}$ 则大致位于 24.5°N ; 即若在 $(24^{\circ}\sim 26^{\circ}\text{N}, 101^{\circ}\text{E}$ 以西), $(22^{\circ}\sim 24^{\circ}\text{N}, 104^{\circ}\text{E}$ 以西), 以及 $(101^{\circ}\sim 104^{\circ}\text{E}, 24.5^{\circ}\text{N}$ 以南), 5 月雨量偏多 (少), 则在 $(24^{\circ}\sim 26^{\circ}\text{N}, 101^{\circ}\text{E}$ 以东), $(22^{\circ}\sim 24^{\circ}\text{N}, 104^{\circ}\text{E}$ 以东), 以及 $(101^{\circ}\sim 104^{\circ}\text{E}, 24.5^{\circ}\text{N}$ 以北) 5 月雨量偏少 (多)。从相应的落后长度谱的空间分布图 4b 来看, 也基本呈现西—东向‘先、后、先’的变化型, 其中最先开始振荡的区域大致位于滇西和滇东, 最先出现振荡的站点腾冲和最后出现振荡的站点楚雄时间相差 2 年左右。对于这种分布型, 则意味着印度季风和东亚季风呈现反向变化, 即印度季风强 (弱), 东亚季风弱 (强)。

从图 5a 中可以看出, 云南 5 月雨量在准 4.5 年耦合振荡周期上协谱的第三特征场

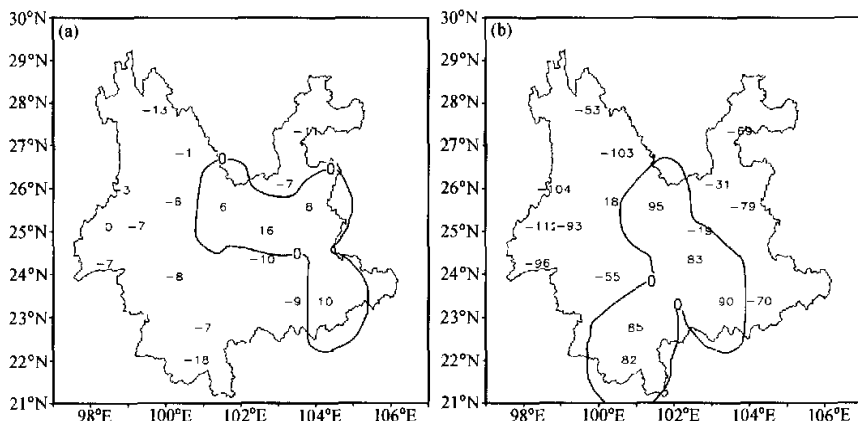


图 4 协谱和落后长度谱的第二特征场

(a) 协谱 ($\times 10^{-2}$); (b) 落后长度谱 ($\times 10^{-2}\text{a}$)

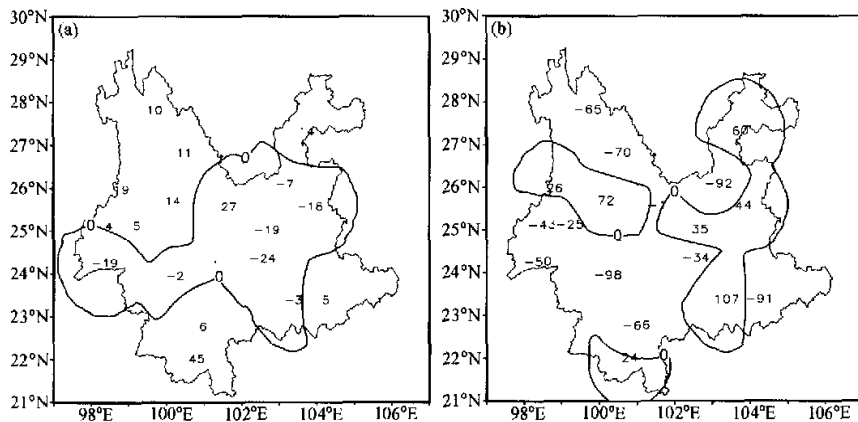


图 5 协谱和落后长度谱的第三特征场

(a) 协谱 ($\times 10^{-2}$); (b) 落后长度谱 ($\times 10^{-2}\text{a}$)

的空间分布呈现南—北向“多、少、多”的带状分布。而从相应的落后长度谱的空间分布图 4b 来看,其空间分布型较为复杂,并未与协谱的空间分布型一致,而是大致呈现东—西向的条状分布,其中最先出现的振荡区域大致分别位于滇西和滇东。对于这种分布型,意味着此时云南 5 月降水的多少并不完全受印度季风和东亚季风的影响,其他一些局地因素,例如地形等对云南各测站 5 月降水的多少也有重要的贡献,因而降雨分布所呈现的局地特征比较明显。

4 结论与讨论

(1) 在经典的两维时间序列交叉谱分析的基础上,将其拓展为多维时间序列的交叉谱分析。

(2) 由任意两时间序列的协谱和正交谱构成的交叉谱矩阵是一复厄米特矩阵。对某一感兴趣频率段的交叉谱矩阵作特征值和特征向量的分析,就可以提取在此频率段上要素的公共相关关系及其相应的落后时间关系。作为初步应用,我们在给定最大延迟时间为 9 年的条件下,首先对云南 18 个测站的 5 月雨量场进行所有两测站组合的降雨时间序列凝聚谱分析,获得云南 5 月雨量存在准 4.5 年的显著耦合振荡周期。在此周期上,对相应的交叉谱矩阵进行特征值和特征向量分析,发现前 3 个特征值的累积解释已超过总方差的 85.0%。因此,只需对前 3 个特征值相应协谱和正交谱的特征向量进行分析,即可获得云南 5 月雨量场在 4.5 年耦合振荡周期上的一些演变规律。通过对初步试用结果的分析,得到了一些具有天气气候学意义的结论。由此表明,应用多维时间序列的交叉谱分析来研究云南 5 月雨量场的演化特征是可行的。

(3) 要进行多维时间序列的交叉谱分析,首先要求确定一个或多个感兴趣的频率段。但对于由多个时间序列协谱和正交谱构成的一般意义上的交叉谱矩阵来说,其最大特征值不一定能反映各个时间序列是否存在某一耦合共振关系,因此文中采取了先计算任意两时间序列的凝聚谱,然后根据其平均值来确定一个或多个感兴趣的频率段。是否有更合理的方法来确定感兴趣的频率段还有待于进一步探讨。

参 考 文 献

- 1 黄嘉佑、李贵,气象中的谱分析,北京:气象出版社,1984,96~127.
- 2 黄嘉佑,气象统计分析与预报方法,北京:气象出版社,2000,239~243.
- 3 丁裕国、江志红编著,气象数据时间序列信号处理,北京:气象出版社,1998.
- 4 曹杰,夏季西太平洋副热带高压演变物理机制的研究,中国科学院大气物理研究所博士学位论文,2002.
- 5 解明恩、张万诚,云南短期气候预测方法与模型,北京:气象出版社,2000,5~15.
- 6 段旭、琚建华、肖子牛、王冰,云南气候异常物理过程及预测信号的研究,北京:气象出版社,2000,25~91.
- 7 陈桂英、张培群、许力,1999 年夏季中国降水南多北少成因初探,气候与环境研究,2001,6(3),312~320.
- 8 黄荣辉、陈文,关于亚洲季风 ENSO 循环相互作用研究最近的进展,气候与环境研究,2002,7(2),146~159.

An Application of Multi-Dimensional Time Series Cross Spectrum Analysis to the Diagnosis of Yunnan's Precipitation Field

Tao Yun, and Zhu Tianlu

(*Meteorological Observatory of Yunnan Province, Kunming 650034*)

Abstract After the multi-dimensional cross spectrum matrix introducing on the basis of classical time series cross spectrum, we analyzed the eigenvalue and characteristic vectors of cross spectrum matrix on a interested frequency range. As an application example, on the condition of having obtained quasi-4, 5-year significant coupling oscillation period of Yunnan's May precipitation, the eigenvalue and characteristic vector of corresponding cross spectrum matrixes were analyzed. The leading 3 characteristic vectors of the covariant and orthogonal spectrums can reflect the most spatial distribution of Yunnan's May precipitation on quasi-4, 5-year significant coupling oscillation period. Some results with synoptic-climatologic characteristics were also obtained. It was feasible that the multi-dimensional time series cross spectrum analysis was applied to studying the evolution characteristics of Yunnan's May precipitation field.

Key words: multi-dimensional time series; cross spectrum; precipitation field