

集合 KALMAN 滤波和最优插值方法在不同观测分布的比较理想试验

林彩燕^{1,2} 朱江¹ 陆春谷³

1 中国科学院大气物理研究所国际气候与环境科学中心, 北京 100029

2 中国科学院研究生院, 北京 100049

3 NOAA-Research Forecast Systems Laboratory Boulder, CO 80305

摘要 目前一种比较流行并且可行的同化方法—集合 Kalman 滤波 (EnKF) 能够计算依赖于流的误差统计量。理论上, EnKF 能够比最优插值、三维变分等更准确地计算误差统计量, 能更好地融合背景场和观测场的信息。作者利用二维平流扩散方程经过 10 天的同化循环, 比较不同观测分布的情况下 EnKF 和最优插值 (OI) 的模拟能力。理想试验结果显示, 随着观测分布密度的减小, 尤其是当观测的分辨率大于 OI 估计的相关尺度时, 集合 Kalman 滤波的结果比最优插值有更明显的改进。

关键词 集合 Kalman 滤波 最优插值 观测分布

文章编号 1006-9585 (2006) 04-0553-12 **中图分类号** P435 **文献标识码** A

Comparison of Ensemble Kalman Filter with Optimal Interpolation in Different Observational Networks

LIN Cai-Yan^{1,2}, ZHU Jiang¹, and LU Chun-Gu³

1 *International Center for Climate and Environment Sciences, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029*

2 *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049*

3 *NOAA-Research Forecast Systems Laboratory Boulder, CO 80305*

Abstract The performance of data assimilation using the “flow-dependent” statistics calculated from an ensemble of short-range forecasts (termed as Ensemble Kalman Filter, EnKF) with 100 members compared with Optimal Interpolation (OI) is examined in an idealized environment. In order to test which one is much better for dust storms or pollutants data assimilation, using a 2-dimension diffusion equation and simulated observations, a series of 10-day data assimilation cycles are performed in a perfect model context with different observational networks. The results indicate that as the resolution of observations decreases, EnKF improves more than OI, especially when the resolution becomes much higher than the estimated correlation scale used in OI, which usually happens for observations of dust.

Key words Ensemble Kalman Filter, Optimal Interpolation, observational networks

收稿日期 2005-04-12 收到, 2006-01-06 收到修定稿

资助项目 国家杰出青年基金资助项目 40225015

作者简介 林彩燕, 女, 1980 年出生, 博士生, 主要从事集合资料同化方法研究及其在大气污染方面的应用研究工作。

E-mail: cylin@mail.iap.ac.cn

1 引言

近几十年来,随着各种常规、非常规观测资料的增加,资料同化方法经历了一个迅速的发展过程。从最优插值^[1]到变分同化^[2~9],Kalman 滤波^[10~13],再到集合资料同化^[14~24],不管在理论、技术方面还是在应用方面都取得了很大的进展。而各种资料同化方法的一个关键就是对背景误差统计量的定义,特别是其相关函数结构,它的准确与否决定了背景场和观测场之间的权重以及如何从观测点向周围传播信息的影响^[25]。

在地球流体中,各种运动的具体形式是随着时间、空间变化的,比如大气系统,其真实的背景误差应该是很大程度上依赖于具体的天气形势,也就是说理想的背景误差应该是依赖于流的。最优插值和三维变分所用的背景误差统计量是一个静态的形式,一般被认为是大体上均匀、各向同性、时间上少变的^[26~28];四维变分中的背景误差,某种意义上说是依赖于流的,因为它在同化窗口内是隐式的发展,但是在每次同化循环的开始也都是一样的静态形式^[29];而 Kalman 滤波(KF)是用一种系统方法根据模式动力计算随时间演变的预报误差统计量,以便更准确地描述流体运动的不确定性;集合 Kalman 滤波^[14]是传统的 Kalman 滤波的一个 Monte Carlo 近似,其背景误差协方差是由一组有限的预报集合估计,也具有随空间、时间变化的复杂结构。

然而, Kalman 滤波是在假设误差是高斯和线性增长的前提下才可以达到最优分析,并且其庞大的计算量,尤其是预报误差协方差矩阵的预报,在实际大气、海洋的大维数系统中的应用很难实现。EnKF 结合了 Kalman 滤波和集合预报的优点,即用一组短期集合预报来估计具有依赖于流的预报误差统计量以同化新的观测信息。虽然 EnKF 计算量也很大,但是由于它概念简单,不需要作线性假设,不要求解模式的切线性及其伴随,适合于并行计算等优点,是一个目前比较流行的方法。

继 1994 年 Evensen 提出 EnKF 之后,很多人在这方面作了进一步的研究^[22~24,30~36],并证明集合 Kalman 滤波能够有效处理强非线性动力系统

和大维数的状态空间,且已投入到大气、海洋原始方程模式的实际应用中。然而,其理论上的优越性在数值试验中,尤其对于观测稀少的沙尘、污染物的输送等数值模拟^[37,38]是否能够显现出来。基于此,本文利用一个二维线性平流扩散方程,比较了不同观测分布情况下集合 Kalman 滤波和最优插值的模拟能力。

2 最优插值和集合 Kalman 滤波简介

2.1 最优插值

最优插值方法(OI)是基于统计理论的一种分析方法,其实也是 3DVAR 的一个特例。3DVAR 的代价函数:

$$J(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \mathbf{x}^b)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) + (\mathbf{y}^o - \mathbf{H}[\mathbf{x}])^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}^o - \mathbf{H}[\mathbf{x}]), \quad (1)$$

假设观测算子 $\mathbf{H}$ 是线性的,令目标函数的梯度 $\nabla J(\mathbf{x}) = 0$,得 OI 的分析方程:

$$\mathbf{x}^a = \mathbf{x}^b + \mathbf{K}(\mathbf{y}^o - \mathbf{H}[\mathbf{x}^b]), \quad (2)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}, \quad (3)$$

即分析场是在方差最小的意义下背景场和观测场的一种线性组合。其中, $\mathbf{B}$ 为背景场误差协方差矩阵,认为是静态的; $\mathbf{R}$ 为观测误差协方差矩阵。利用所求增益矩阵 $\mathbf{K}$,以及背景场 $\mathbf{x}^b$ 和观测场 $\mathbf{y}^o$ 直接求解分析场 $\mathbf{x}^a$ 。一般还假定在决定分析增量的过程中只有少数的观测数据是重要的,也就是只同化模式点周围一定区域内的观测信息(下面试验不作此假定)。

2.2 集合 Kalman 滤波

集合 Kalman 滤波(EnKF)是 Evensen^[14]根据 Epstein^[39]的随机动力预报理论,提出的用 Monte Carlo 方法来产生一组集合的集合资料同化方法。标准集合 Kalman 滤波的基本思想是:根据背景场和观测场误差统计量随机抽取有限样本的集合扰动分别加到背景场和观测场上来产生背景场集合和观测场集合,并用背景场集合的短期预报来估计预报误差协方差矩阵,然后和新时刻的观测进行同化,得到一组分析场集合,用此分析场作短期预报到下一个观测时刻再同化,如此循环。

忽略时间下标 t :

$$\mathbf{X}^b = (\mathbf{x}_1^b, \dots, \mathbf{x}_N^b), \quad (4)$$

$$\mathbf{x}^b = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i^b, \quad (5)$$

$$\mathbf{X}'^b = (\mathbf{x}'_1^b, \dots, \mathbf{x}'_N^b), \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{B}}^b = \frac{1}{N-1} \mathbf{X}'^b \mathbf{X}'^{bT}, \quad (7)$$

其中, $\mathbf{X}^b$ 表示 t 时刻的包含集合成员的一个背景场矩阵, $\mathbf{x}^b$ 表示集合平均, $\mathbf{x}'_i^b = \mathbf{x}_i^b - \mathbf{x}^b$ 表示集合平均的扰动, $\hat{\mathbf{B}}^b$ 是用一组模式预报集合估计的背景场误差协方差矩阵。分析方程:

$$\mathbf{x}_i^a = \mathbf{x}_i^b + \mathbf{K}(\mathbf{y}_i^o - \mathbf{H}(\mathbf{x}_i^b)), \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{K}} = \hat{\mathbf{B}}^b \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \hat{\mathbf{B}}^b \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}, \quad (9)$$

其中, $\mathbf{y}_i^o = \mathbf{y}^o + \mathbf{y}'_i^o$ 表示扰动的观测, $\mathbf{y}'_i^o \sim N(0, \mathbf{R})$ 即扰动的平均值为零。即用 N 个不同的观测来更新 N 个不同的背景场。

3 比较试验

3.1 模式

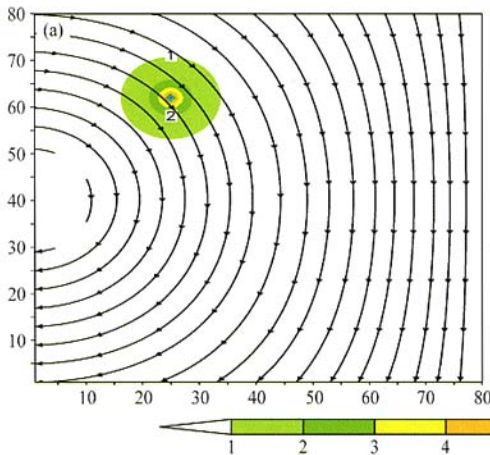
用二维线性平流扩散方程作为预报模式:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} = \left(K_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right), \quad (10)$$

其中

$$U(x, y) = -\frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2N_x}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{2N_y}y\right),$$

$$V(x, y) = -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2N_x}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{2N_y}y\right),$$



$$K_x = \frac{\Delta x |U(x, y)|}{2}, K_y = \frac{\Delta y |V(x, y)|}{2},$$

$$\Delta t = 800 \text{ s},$$

$$\Delta x = \Delta y = 8 \text{ km}, \quad x \in (0, N_x], y \in (0, N_y],$$

$$N_x = 80 \times 8 \text{ km}, N_y = 80 \times 8 \text{ km}$$

给定一个初始场

$$C_{t=0}^{\text{true}}(x, y) =$$

$$\begin{cases} \frac{80}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} + 1}, & \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} \leq 80 \text{ km} \\ 0, & \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} > 80 \text{ km} \end{cases}$$

$a=200, b=496$, 如图 1a 所示。采用周期边界条件, 向前积分 10 天作为真实场 $C_t^{\text{true}}(x, y)$ 。这里的试验没有考虑模式误差。

3.2 观测的模拟

3.2.1 观测位置的选取

在模式格点上每隔 5、8、10、12、15 和 18 个格点分别取一个“观测”站, 得到 6 个不同的观测网 (图 2)。

3.2.2 观测的生成

观测场 $\mathbf{Y}_t^o$ 是用每隔 6 h t 时刻“观测”站点的真实场 $\mathbf{Y}_t^{\text{true}}$ 上加上均值为零, 方差为 $\sigma^2 = (0.1\mathbf{Y}_t^{\text{true}})^2$ 的正态分布随机数来模拟的:

$$\mathbf{Y}_t^o = \mathbf{Y}_t^{\text{true}} + \mathbf{R}_t, \quad \mathbf{R}_t \sim N(0, \sigma^2). \quad (11)$$

3.3 参考场

给定一个初始的参考场 $C_{t=0}^{\text{ref}}(x, y)$ 向前积

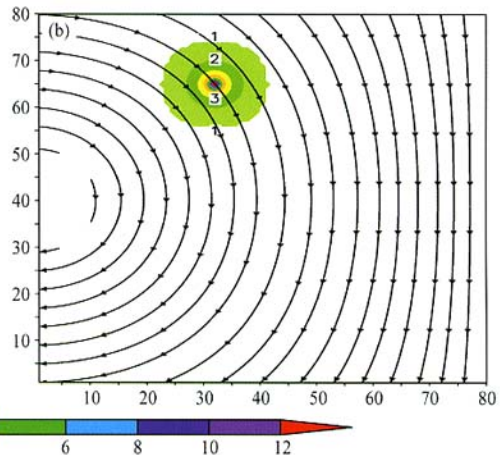


图1 (a) 给定的初始场 $C_t^{\text{true}}(x, y)$ 和 (b) 在初始场上加上振幅和相位偏差的初始参考场 $C_{t=0}^{\text{ref}}(x, y)$ (横坐标和纵坐标分别表示 x, y 方向的格点数, 下同)

Fig. 1 (a) Initial true fields $C_t^{\text{true}}(x, y)$, (b) initial reference fields $C_{t=0}^{\text{ref}}(x, y)$ with amplitude and phase shifts from $C_t^{\text{true}}(x, y)$, where the abscissa and the ordinate denote the grid points in x, y direction respectively, same for the follows

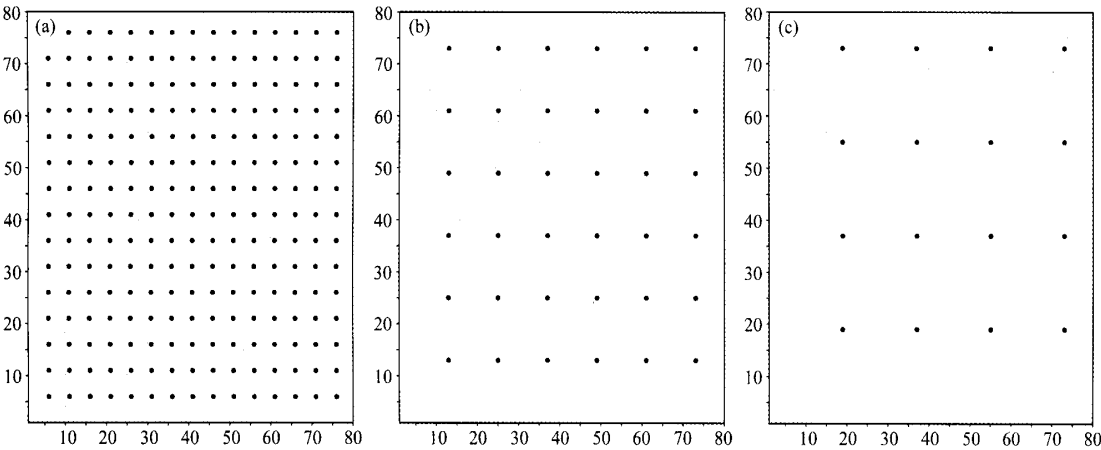


图2 模拟的“观测”站(黑点): (a) 每隔5个格点, (b) 每隔12个格点, (c) 每隔18个格点 (其他的观测分布图省略)

Fig. 2 The black dots indicate the positions of the simulated observations, (a) every 5 grid-point, (b) every 12 grid-point, (c) every 18 grid-point, the rest may be deduced by analogy

分10天,取周期边界条件,所得到的预报场作为参考场(不同化),如图1b所示。其中,初始的参考场是在真实场上的振幅上分别加上7个和3个格点的位相偏移及振幅的0.25倍偏差:

$$C_{t=0}^{ref}(x,y)=1.25C_{t=0}^{true}(x+7,y+3).$$

3.4 OI 试验设置

(1) 观测误差协方差矩阵 R 的选取。观测的误差方差为 $\sigma^2=(0.1Y_t^{true})^2$, 即各点的观测误差均方差为该点真实值的0.1倍,并且不考虑空间相关性,即 R 为对角矩阵。

(2) 背景场误差协方差矩阵 B 的选取。经过多次不同的均方差和相关尺度的试验比较,选取一组相对较好的组合,背景场误差的均方差选为0.8,空间相关采用高斯相关函数,相关的尺度因

子 L 选为56 km,即7个格距:

$$\rho(x,y)=\exp\left(\frac{-\Delta x^2-\Delta y^2}{L^2}\right).$$

(3) OI 的同化循环流程(图3)。

3.5 EnKF 试验设置

(1) 初始样本生成:

$$C_{t=0}(x,y)=(1+R_3)C_{t=0}^{ref}(x+R_1,y+R_2),$$

(13)

其中, $R_1\sim N(0,4.5^2), R_2\sim N(0,2.5^2), R_3\sim N(0,1^2), i=1,\cdots,N, N=100$ (集合成员数)。

(2) 观测扰动的生成是在 Y^o 的基础上加上满足观测误差分布的扰动,即均值为零,方差为 $\sigma^2=(0.1Y_t^{true})^2$ 的正态分布随机数,下标 t 表示时刻:

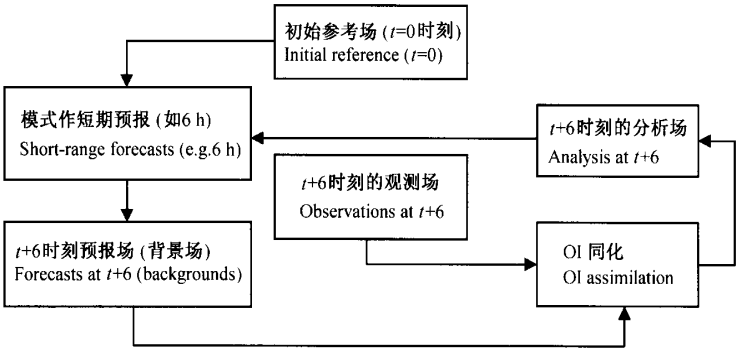


图3 OI 的同化循环流程
Fig. 3 A setup of OI flow chart

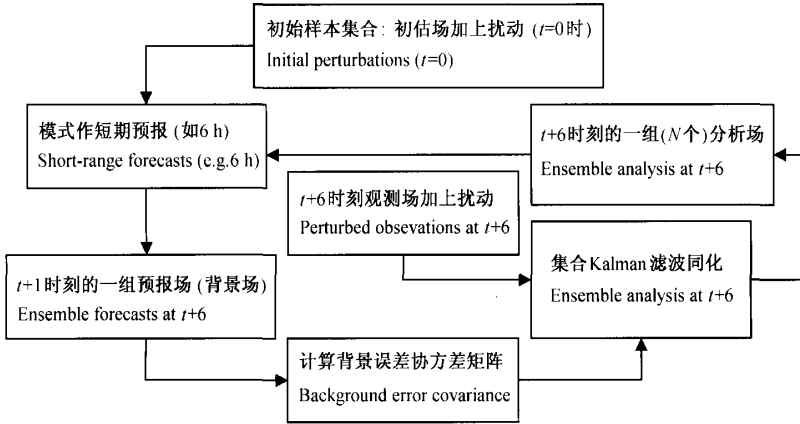


图 4 EnKF 的同化循环流程

Fig. 4 A setup of EnKF flow chart

$$D_i^r = Y_i^o + R^i, R^i \sim N(0, \sigma^2), \quad (14)$$

(3) R 矩阵的选取同 OI。

(4) B 矩阵的选取：EnKF 不直接计算 B 矩阵，而是直接计算 BH^T ， HBH^T 求增益矩阵，以减少计算量和存储量^[14,22]：

$$BH^T = \overline{(C_i^f - \bar{C}^f)(HC_i^f - \bar{HC}^f)^T}, \quad (15)$$
$$\bar{HC}^f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N HC_i^f$$

$$HBH^T = \overline{(HC_i^f - \bar{HC}^f)(HC_i^f - \bar{HC}^f)^T}. \quad (16)$$

(5) EnKF 同化循环流程（图 4）。

4 试验结果

由于篇幅限制，我们只选择了一些结果来比较。图 5、6、7 是经过 5 天和 10 天预报的真实场，没有同化的参考场以及 3 种不同观测网经过 5 天和 10 天的 EnKF、OI 的同化结果的比较。

从图可以看出，经过 5 天的预报，没有同化的参考场的位相要比真实场大约偏东 7 个格距，且振幅偏大 0.5 左右，形状基本一致；另外由于所处地方向南的风速相对较大，所以南北方向的位相偏差基本减小为零。而经过 10 天的预报后，没有同化的参考场的位相比真实场的大约偏东 5 个格距、偏南 2 个格距，且振幅偏大 0.4 左右，但是形状和真实场保持一致。

图 5 是每隔 5 个格点取一个“观测”站的试

验。从左边的图上可以看出，经过 5 天循环，EnKF、OI 同化的结果和真实场相比，不论是振幅还是位相基本都很接近，只是 EnKF 的结果相对更接近于真实场，其中心值大约比真实场偏大 0.08，而 OI 同化的中心值要比真实场偏大 0.15 左右，而且 EnKF 同化结果的形式和真实场的也更接近。右边的图是经过 10 天同化循环的结果。可以看出，两种同化结果都与真实场非常接近。总的来说，对于每隔 5 个格点取一个“观测”站的密度较大的观测分布，EnKF 和 OI 的同化结果很相近，且都比较理想。

图 6 是每隔 12 个格点取一个“观测”站的试验。经过 5 天循环的结果，EnKF 的同化结果和真实场相比，不论是振幅、位相还是形状仍然很接近；但是 OI 的同化结果除了中心值比真实值大 0.15 左右，还在其他地方出现了几个虚假中心。经过 10 天同化循环后，EnKF 同化后的中心值偏小了大约 0.02，而 OI 同化的中心值却偏大了 0.23 左右，形状也差别较大，而且还有其他的虚假中心。也就是说观测减少了，EnKF 的同化结果较明显的比 OI 同化结果要好。

图 7 是每隔 18 个格点取一个“观测”站的结果比较。经过 5 天的 EnKF 同化循环后，中心值偏小了大约 0.03，且形状也有点扭曲，但是结果相对还是比较好的；而 OI 的同化结果明显的出现了 3 个中心，而且振幅也明显的偏小。经过 10 天的同化循环后，EnKF 的同化结果除了中心值偏

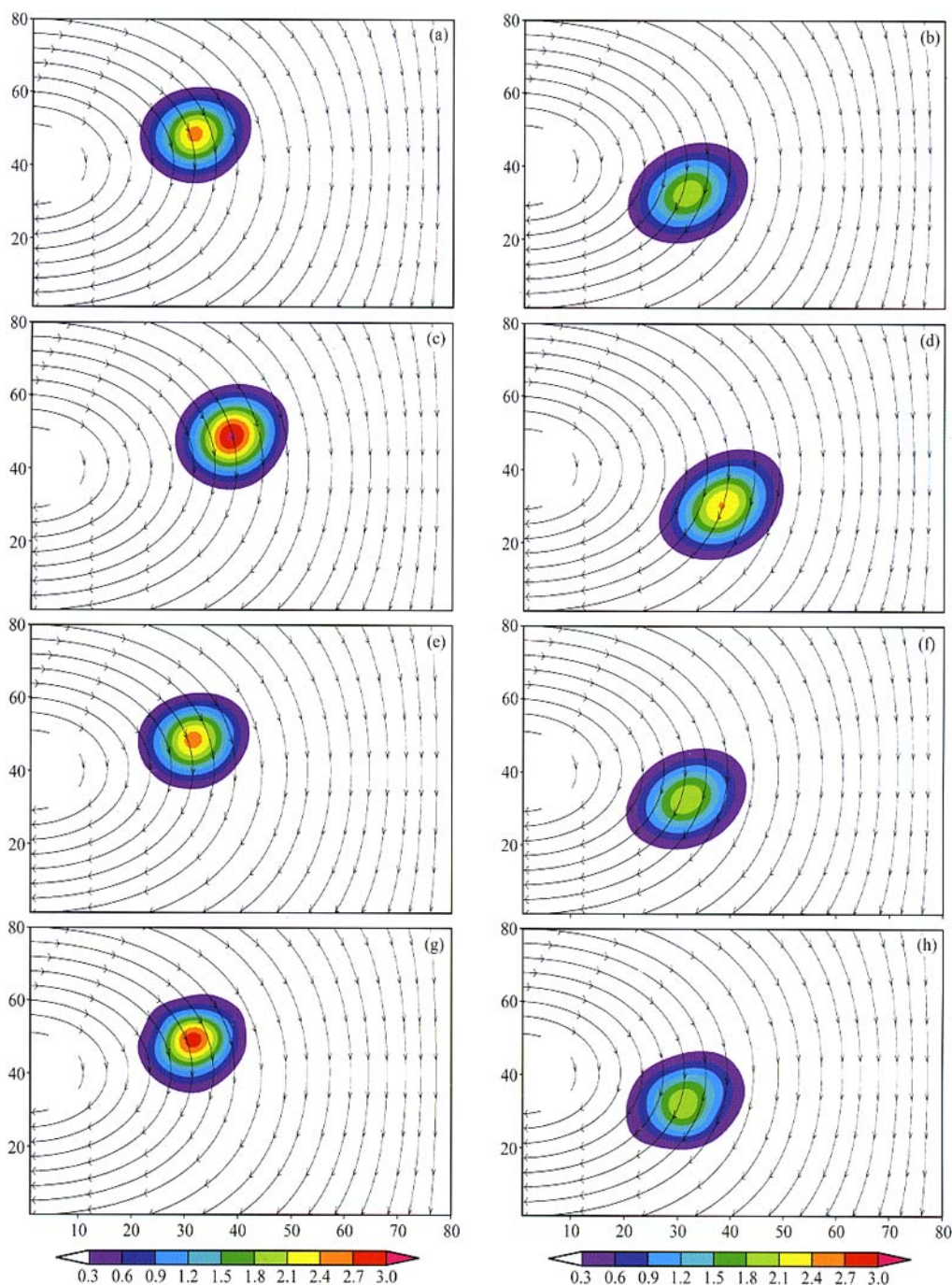


图5 每隔5个格点取一“观测”站的试验(左图和右图分别是经过5天和10天的预报,6h同化一次): (a)、(b) 真实场; (c)、(d) 未同化; (e)、(f) EnKF同化; (g)、(h) OI同化

Fig. 5 Test of every 5 grid-point observation network (the left and right panels are the after 5 day and 10-day assimilation cycles, respectively): (a), (b) truth, (c), (d) reference, (e), (f) EnKF, (g), (h) OI

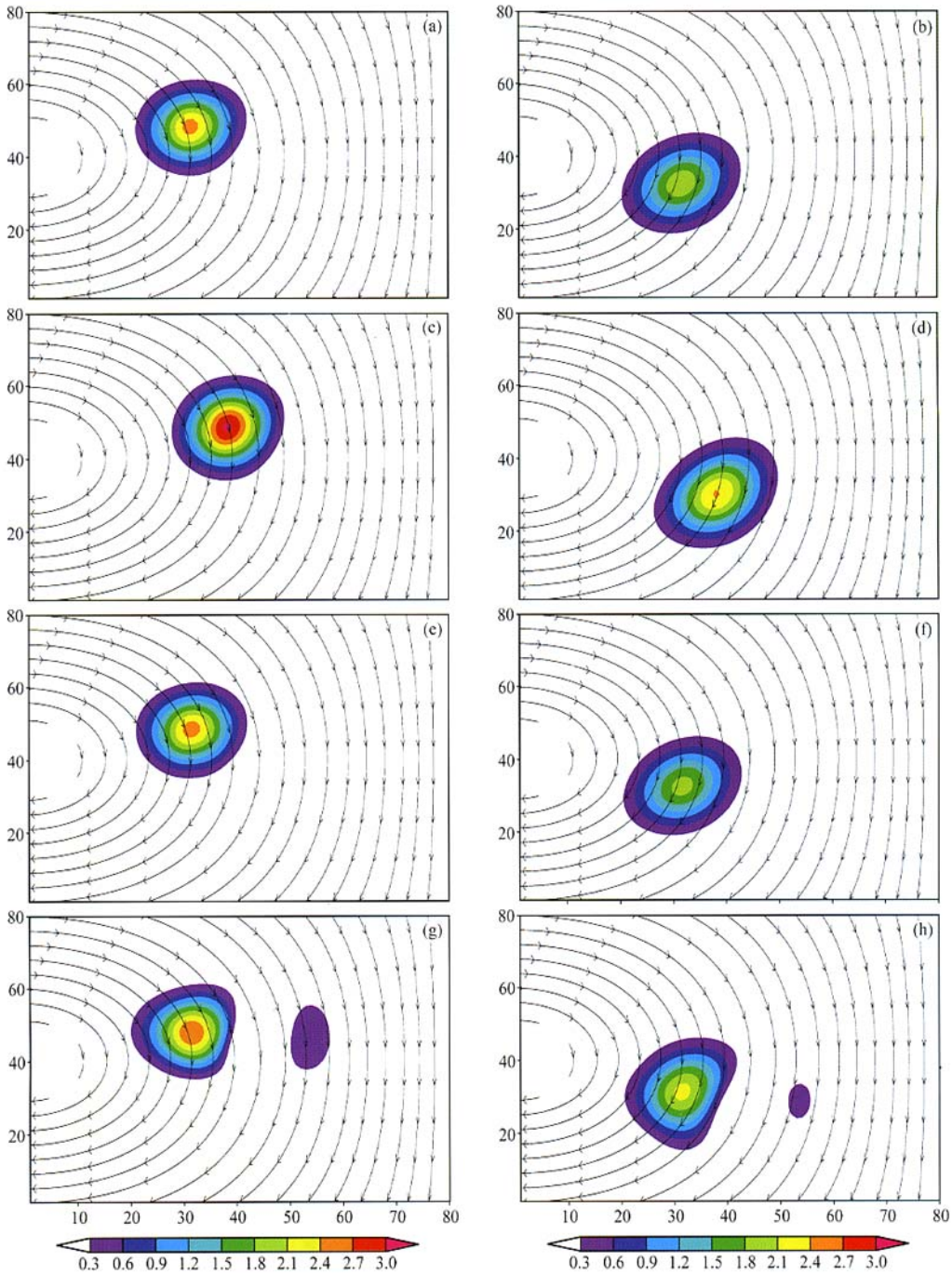


图 6 每隔 12 个格点取一“观测”站的试验，其余同图 5

Fig. 6 As in Fig. 5 but for observation network from every 12 grid-point

小了大约 0.135，形式还是和真实场的比较一致；而 OI 的同化结果除了较大的变形外，振幅还明显的偏小了，其位相已经和真实场有较大的差别了。

随着观测密度继续减小，EnKF 更明显地表现出它的优势了。

其他观测网分布的试验结果类似（图略）：

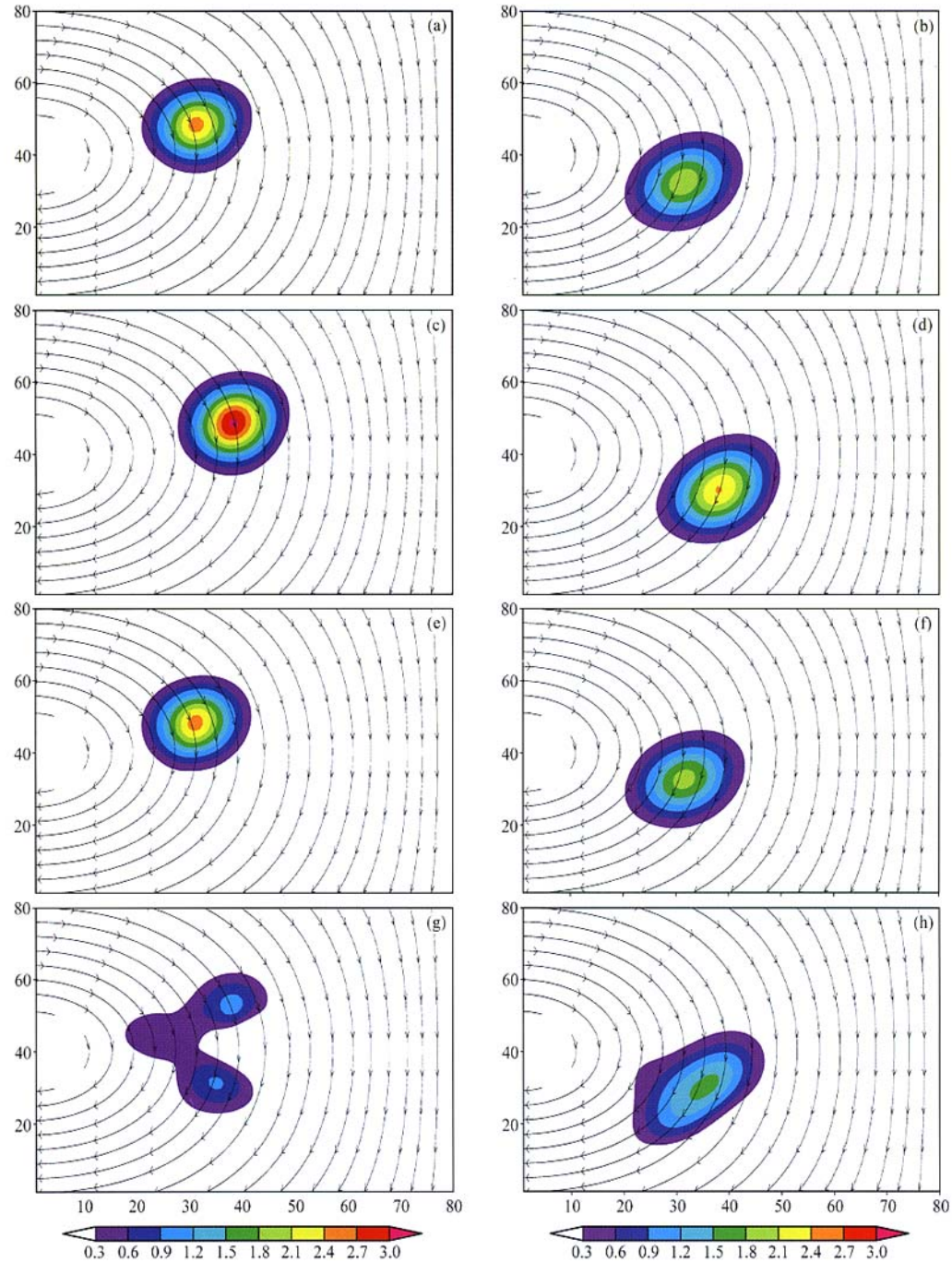


图7 每隔18个格点取一“观测”站的试验(左图和右图分别是经过5天和10天的预报,6 h同化一次);(a)、(b)真实场;(c)、(d)未同化;(e)、(f) EnKF同化;(g)、(h)OI同化

Fig. 7 As in Fig. 5 but for observation network from every 18 grid-point

随着观测分布密度的减小,EnKF同化的结果虽然也稍微变差了,但是变化不是很大,仍然与真实场比较接近;而OI的同化结果却有明显地变差趋势。

图 8 是 6 种不同观测网格分布的 EnKF、OI 的分析场以及没有同化的参考场的均方根误差 (RMSE) 的时间演变：黑色的实线是没有同化的，彩色实线是 OI 同化，彩色虚线是 EnKF 同化。其中，用于 OI 同化背景场误差协方差中的均方差为 0.8，相关尺度 L 为 7 个模式格距。可以看出，随着观测逐渐稀疏，OI 的均方根误差变大；而 EnKF 的均方根误差，对于 5、8、10 个模式格距的观测同化结果很相似，其他除了前几次同化有比较明显的区别外，也基本差别不大。

5 讨论

当“观测”站的格距为 5 或 8 个模式格距时，EnKF 和 OI 的同化结果很相近，且与真实场也比较接近；但当“观测”站的格距大于 8 个模式格距左右（估计的相关尺度 L 是 7 个格距），如 10 个模式格距以上，EnKF 和 OI 同化结果之间的差别就变大了，而且随着格距的增大而增大。由于 OI 不能准确的估计随时空变化的相关分布，当观测稀疏到一定程度时，由于相关尺度的约束，导致本来就稀少的观测信息未能对背景场进行调整；而 EnKF 却能计算随流变化的相关

尺度以同化更多的观测信息。图 9 为每隔 10 个格点取一个“观测”站的（图中的小黑点）试验中，某一时刻某一“观测”点与周围的背景误差协方差的相关($\rho(x,y) \geq e^{-1}$)。从图中可以看出，OI 中在调整该点的背景场时，只有一个“观测”站的观测信息可以用到；而 EnKF 中具有依赖于流的相关结构，使得调整该点背景场时可以同化到不是简单与该点距离远近有关的 10 个左右“观测”站的观测信息。换句话说，在 EnKF 中该点的观测信息可以影响到与真实场有关的较大范围。因此，在观测稀疏时，EnKF 能够更好地调整背景场。

如果 OI 同化中的均方差取为 1.6，相关尺度取 16 个格距，虽然相关尺度大可以同化更多的观测的信息，但是 OI 中背景误差协方差的虚假相关会导致同化一些错误的观测信息，从而使得在相同的观测分布下 OI 的同化效果和原来相比更不如 EnKF。如图 10 所示，OI 分析场的 RMSE（图中彩色的实线）相比于 EnKF 的 RMSE（图中彩色的虚线）都明显的增大了。其他不同的相关尺度和均方差的试验也有一致的结果（没有给出），即当观测分布越稀疏时，EnKF 的同化效果就更优于 OI。

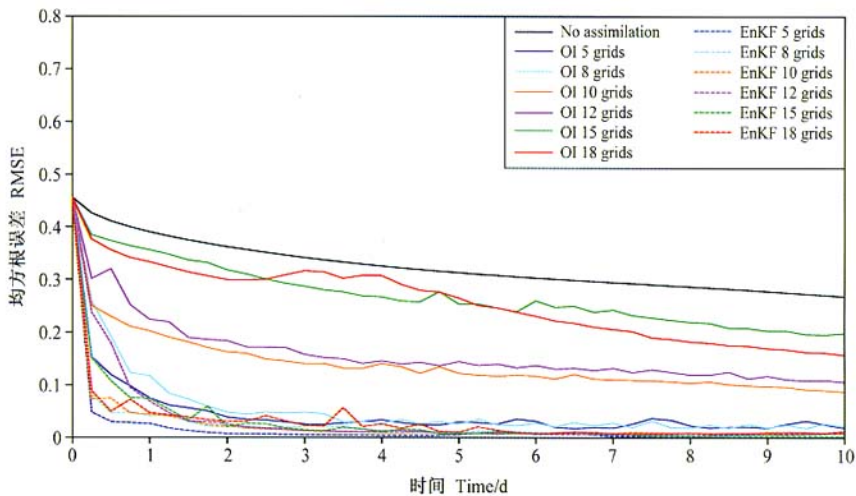


图 8 不同观测网 10 天同化循环每 6 h 的均方根误差（黑实线为未同化；彩色虚线为 EnKF 同化；彩色实线为采用相关 $L=7$ 个格距，均方差=0.8 的背景场误差协方差的 OI 同化）

Fig. 8 Root mean square error (RMSE) every 6 h during 10-day assimilation cycles. The black solid line is the RMSE for forecast without assimilation. The colorful solid lines give the RMSE of OI analysis with length scale = 56 km and variance $\sigma^2=0.8^2$ for different observation networks. The colorful dashed ones are for the RMSE of the analysis of the ensemble mean

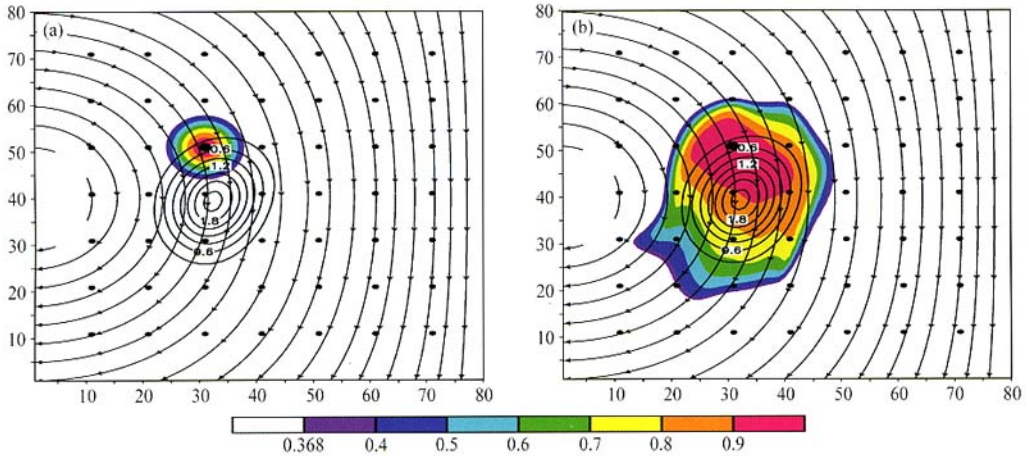


图9 每隔10个格点取一个“观测”站(小黑点)的某一时刻某一“观测”点与周围背景误差协方差的相关,黑色等值线是经过5天积分后的真实场,阴影为用于该时刻同化某一“观测点”(大黑点)在背景场误差与其他点的相关:(a)OI,(b)EnKF

Fig. 9 Correlation fields in the background error covariance calculated in OI and EnKF with respect to the point denoted by the big black dot for every 10 grid-point observation network indicated by black dots

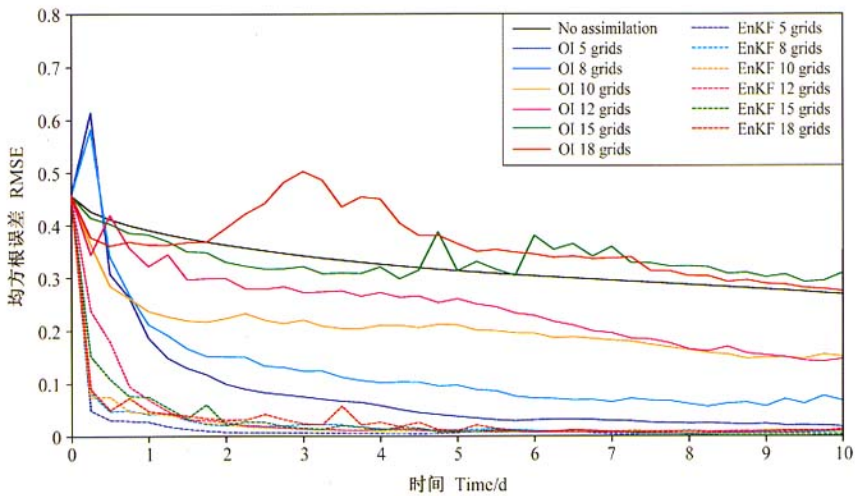


图10 不同观测网10天同化循环的每6h的均方根误差(黑实线为未同化;彩色虚线为EnKF同化;彩色实线为采用 $L=16$ 个格距,均方差=1.6的背景场误差协方差的OI同化)

Fig. 10 As in Fig. 8 but for OI with length scale = 128 km and variance

6 结论

用相同的预报模式,相同的观测误差统计量,在观测不是很密集的情况下,EnKF的结果要比最优插值的要好,而且随着观测分布密度的减小,EnKF的结果与最优插值相比的改进程度越大;当观测分布较密集时(如试验中的每隔5、8个格

点取一个“观测”站),EnKF的结果和OI的就很相似,且与真实场比较接近。

EnKF的背景误差协方差是模式的集合预报来统计的,随着模式动力发展而发展,其相关结构随时间、空间而变化。这样,EnKF就能够较准确的估计背景场误差的空间相关结构,更好融合背景场和观测场的信息以及传播观测站点观测信息的影响。特别是当“观测”站的距离大于相

对准确的估计的相关尺度时, 由于 EnKF 能够计算具有流依赖的相关结构, 能够更有效的同化观测信息, 其同化效果比用一般的把背景场误差认为是静态的同化方法好的多; 而对于足够密集的观测网, 在其相关尺度内就有足够的准确的观测信息传到背景场, 简单的插值方法就能够较好的融合观测场的信息, 而不需要用比较复杂的计算量较大的同化方法。

参考文献 (References)

- [1] Lorenc A C. A global three-dimensional multivariate statistical interpolation scheme. *Mon. Wea. Rev.*, 1981, **109**: 701~721
- [2] Le Dimet mF-X, Talagrand O. Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations. *Tellus*, 1986, **38** (A): 97~110
- [3] Th'eput J-N, Courtier P. Four-dimensional variational data assimilation using the adjoint of a multilevel primitive-equation model. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 1991, **117**: 122~1254
- [4] Zupanski D, Mesinger F. Four-dimensional variational assimilation of precipitation data. *Mon. Wea. Rev.*, 1995, **123**: 1112~1127
- [5] Courtier P. Variational methods. *J. Meteor. Soc. Japan*, 1997, **75** (1B): 211~217
- [6] Gauthier P C, Charette L, Fillion L, et al. Implementation of a 3D variational data assimilation system at the Canadian Meteorological Center. Part I: The global analysis. *Atmos. Ocean*, 1998, **37**: 103~156
- [7] Lu C, Browning G L. Four-Dimensional Variational Data Assimilation for Limited-Area Models: Lateral Boundary Conditions, Solution Uniqueness, and Numerical Convergence. *J. Atmos. Sci.*, 2000, **57**: 1341~1353
- [8] Zhu J, Kamachi M. An adaptive variational method for data assimilation with imperfect models. *Tellus*, 2000, **52** (A): 265~279
- [9] Zhi J L, Navon I M. Optimality of variational data assimilation and its relationship with the Kalman filter and smoother. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 2001, **127**: 661~684
- [10] Kalman R E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Transaction of the ASME Journal of Basic Engineering*, 1960: 35~45
- [11] Talagrand O. Assimilation of observations, an introduction. *J. Meteor. Soc. Japan*, 1997, **75** (1B): 191~209
- [12] Daley R. Atmospheric data assimilation. *J. Meteor. Soc. Japan*, 1997, **75** (1B): 319~329
- [13] 高山红, 吴增茂, 谢红琴. Kalman 滤波在气象数据同化中的发展与应用. *地球科学进展*. 2000, **15**: 571~575
Gao Shanhong, Wu Zengmao, Xie Hongqin. The Developments and Applications of Kalman Filters in Meteorology Data Assimilation. *Advance in Earth Sciences* (in Chinese), 2000, **15**: 571~575
- [14] Evensen G. Sequential data assimilation with a nonlinear quasigeostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics. *J. Geophys. Res.*, 1994, **99** (C5): 10143~10162
- [15] Houdekame P L, Mitchel H L. Data assimilation using an ensemble Kalman filter technique. *Mon. Wea. Rev.*, 1998, **126**: 796~811
- [16] Evensen G, van Leeuwen P J. An Ensemble Kalman Smoother for nonlinear dynamics. *Mon. Wea. Rev.*, 2000, **128**: 1852~1867
- [17] Hamill T M, Snyder C. A hybrid ensemble Kalman filter 3D variational analysis scheme. *Mon. Wea. Rev.*, 2000, **128**: 2905~2919
- [18] Bishop C H, Etherton B J, Majumdar S J. Adaptive Sampling with the Ensemble Transform Kalman Filter. Part I: Theoretical Aspects. *Mon. Wea. Rev.*, 2001, **129**: 420~436
- [19] Pham D T. Stochastic methods for sequential data assimilation in strongly nonlinear systems. *Mon. Wea. Rev.*, 2001, **129**: 1194~1207
- [20] Anderson J L. An ensemble adjustment filter for data assimilation. *Mon. Wea. Rev.*, 2001, **129**: 2884~2903
- [21] Whitaker J S, Hamill T M. Ensemble Data Assimilation without perturbed observations. *Mon. Wea. Rev.*, 2002, **130**: 1913~1924
- [22] Tippett M K, Anderson J L, Bishop C H, Hamill T M, Whitaker J S. Ensemble square root filters. *Mon. Wea. Rev.*, 2003, **131**: 1485~1490
- [23] Evensen G. The Ensemble Kalman Filter: Theoretical Formulation and Practical Implementation. *Ocean Dyn.*, 2003, **53**: 343~367
- [24] Hamill T M. Ensemble-based atmospheric data assimilation. 2004 (<http://www.cdc.noaa.gov>)
- [25] Fu Weiwei, Zhou guangqing, Wang Huijun. Ocean Data Assimilation with Background Errors Covariance Derived from OGCM Outputs. *Adv. Atmos. Sci.*, 2004, **21** (2): 181~192
- [26] Rabier F, McNally T. Evolution of forecast error covariance matrix. ECMWF Tech. Memo, 1993, 195: 36 pp (Available from ECMWF, Shinfield Park, Reading, Berkshire RG2 9AX, United Kingdom)
- [27] Cohn S E, da Silva A, Guo J, et al. Assessing the Effects of Data Selection with the DAO Physical-Space Statistical Analysis System. *Mon. Wea. Rev.*, 1998, **126**: 2913~

- 2926
- [28] Daley R, Barker E. NAVDAS: Formulation and Diagnostics. *Mon. Wea. Rev.*, 2001, **129**: 869~883
- [29] Fisher M. Assimilation Techniques (5): Approximate Kalman Filters and Singular Vectors. ECMWF Meteorological Training Course Lecture Series, 2001 (<http://www.ecmwf.int>)
- [30] Evensen G, van Leeuwen P J. Assimilation of Geosat Altimeter Data for the Agulhas Current Using the Ensemble Kalman Filter with a Quasigeostrophic Model. *Mon. Wea. Rev.*, 1996, **124**: 85~96
- [31] Burgers G, van Leeuwen P J, Evensen G. Analysis scheme in the ensemble Kalman filter. *Mon. Wea. Rev.*, 1998, **126**: 1719~1724
- [32] Van Leeuwen P J. Comments on "Data assimilation using an ensemble Kalman filter Technique". *Mon. Wea. Rev.*, 1999, **127**: 1374~1377
- [33] Houtekamer P L. Reply. *Mon. Wea. Rev.*, 1999, **127**: 1378~1379
- [34] Mitchell H L, Houtekamer P L. An Adaptive Ensemble Kalman Filter. *Mon. Wea. Rev.*, 2000, **128**: 416~433
- [35] Houtekamer P L, Mitchell H L. A sequential ensemble Kalman filter for atmospheric data assimilation. *Mon. Wea. Rev.*, 2001, **129**: 123~137
- [36] Mitchell H L, Houtekamer P L, Gérard P. Ensemble Size, Balance, and Model-Error Representation in an Ensemble Kalman Filter. *Mon. Wea. Rev.*, 2002, **130**: 2791~2808
- [37] 邵亚平. 沙尘天气的数值预报. 气候与环境研究, 2004, **9** (1): 127~138
Shao Yaping. Numerical Prediction of Dust Weather. *Climatic and Environmental Research* (in Chinese), 2004, **9** (1): 127~138
- [38] 安俊岭, 王自发, 黄美元, 等. 区域空气质量数值预报模型. 气候与环境研究, 1999, **4** (3): 244~251
An Junling, Wang Zifa, Huang Meiyuan, et al. Numerical Regional-Scale Air Quality Forecast Model. *Climatic and Environmental Research* (in Chinese), 1999, **4** (3): 127~138
- [39] Epstein E S. Stochastic dynamic prediction. *Tellus* (Ser. A), 1969, **21**: 739~759