第14卷第1期	气 候 与 环 境 研 究	Vol. 14	No. 1
2009 年 1 月	Climatic and Environmental Research	Jan.	2009

赵滨,钟青. 2009. 蛙跳格式的替代方案及其在大气环流模式中的应用 [J]. 气候与环境研究,14 (1):21-30. Zhao Bin, Zhong Qing. 2009. An alternative method to leapfrog time differencing and its applications in an atmospheric general circulation model [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 14 (1): 21-30.

# 蛙跳格式的替代方案及其在大气环流模式中的应用

赵 滨<sup>1,2,3</sup> 钟 青<sup>1</sup>

1 中国科学院大气物理研究所,北京 100029

2 中国科学院研究生院,北京 100049

3 国家气象中心,北京 100081

**摘 要** 蛙跳(Leapfrog)时间差分格式采用 Asselin-Robert 时间滤波方案去除计算解能够降低原始方程组的时间差分格式的计算精度,采用二阶 Runge-Kutta 格式构造欧拉前差方案可弥补蛙跳格式的不足。即在不存在计算解的条件下去除滤波影响,更大程度保持方程组的计算准确性。作者基于 NCAR CAM3.0(Community Atmosphere Model 3.0)完善的软件平台,将原模式的三时间层蛙跳时间差分方案修改为两时间层二阶 Runge-Kutta 时间差分格式,对与重力波有关项使用中央差隐式处理,以此构建半隐式大气环流谱模式。通过斜压波实验比较不同格式在保持初值稳定性上的表现,从而发现,二阶 Runge-Kutta 方案能够更好的保证方案的初值稳定性。同时在纬向对称平衡场中加入扰动的情况下,二阶 Runge-Kutta 方案模拟的斜压波动发展演变的特征具有良好的收敛性,对波动发展的描述能力更强。存在这种优势的可能原因可归结为格式自身的优势和摆脱了时间滤波的负面影响,通过加入不同滤波系数的比较实验可以看到,滤波的平滑作用对模式结果的影响显著,但格式自身的优势也是改进模拟结果的主要因素。通过非绝热条件下 20 年(1980~1999 年)气候态全模式模拟考察模式在气候模拟中的表现,结果表明,此方案在长期的气候模拟中同样可降低预报变量及诊断变量的模拟误差,具有更好的模拟能力。

关键词 Asselin-Robert 滤波 二阶 Runge-Kutta 方案 蛙跳格式 斜压波实验 气候模拟 文章编号 1006-9585 (2009) 01-0021-10 中图分类号 P435 文献标识码 A

# An Alternative Method to Leapfrog Time Differencing and Its Applications in an Atmospheric General Circulation Model

ZHAO  $\operatorname{Bin}^{1,2,3}$  and ZHONG  $\operatorname{Qing}^1$ 

1 Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029

2 Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049

3 National Meteorological Center, Beijing 100081

**Abstract** Asselin-Robert time filter used in leapfrog time differencing scheme for deleting computing solution can degrade the accuracy of the calculations. The second-order Runge-Kutta method is not subject to time splitting and has the same accuracy as leapfrog scheme. A new Eular-forward semi-implicit atmospheric general circulation model with the spectral method is developed from NCAR CAM3. 0 (Community Atmosphere Model 3. 0). Using the sec-

资助项目 国家自然科学基金资助项目 40775067 和 40475026

作者简介 赵滨, 男, 1978年出生, 博士, 主要从事非静力全球模式研究。E-mail. zhaob@cma.gov. cn

收稿日期 2008-03-06 收到, 2008-10-22 收到修定稿

ond order Runge-Kutta method as the alternative method to leapfrog scheme and Crank-Nicholson scheme for implicit. By an idealized baroclinic wave test, we compare the ability of different time differencing methods for keeping initial steady-state, and it shows that the second-order Runge-Kutta method has lower error norm. Furthermore, after the baroclinic wave is triggered when overlaying the steady-state initial conditions with the zonal wind perturbation, the second-order Runge-Kutta method has excellent convergence and better simulation ability for wave development. It can be explained as the negative influence of Asselin-Robert time filter for leapfrog. After adding different filter coefficients in two time differencing methods, we can see that time filter can smooth the results of simulation and influence the simulation ability deeply but the advantage of time differencing method is also the main reason for better results. A long-term integration of 20 years (1980—1999) with a medium resolution is also carried out to compare the simulation ability with CAM3. It is found that the new model can reduce simulation errors and has better simulation ability.

**Key words** Asselin-Robert time filter, second-order Runge-Kutta method, leapfrog method, baroclinic wave test, climate simulation

# 1 引言

自数值预报的概念提出后大气模式迅速发展, 但模式构建的缺陷和精度不足一直是制约模式发 展的重要因素。Robert(1969)最早在其σ坐标 下的斜压模式中使用半隐式方法构造原始方程组, 此方法将方程中的高频波(对静力模式来说是重 力波)部分采用隐式处理,但对低频部分采用显 式处理,以抑制因 CFL (Courant-Friedrich-Lewy)条件制约而使时间步长过短,现在的大气 环流模式 (AGCM)大多采用此类半隐式差分方 案构造(陈嘉滨等,1993; Simmons et al, 1997; 纪立人等,2005)。

当前建立在欧拉框架下的半隐式静力模式主要采用三时间层蛙跳(Leapfrog)时间差分方案。 蛙跳格式作为"简单"而"准确"的时间差分方 案可以保持时间差分中的二阶精度,但在差分方 程中会出现两个解,一个是"合理的"解析解, 另一个是随每个时间步长改变符号且移动方向不 正确的"计算解"。其"计算解"是在模式计算中 产生的虚假解,没有物理意义,当前主要采用 Asselin-Robert 时间滤波器(Asselin, 1972; Robert, 1966)将其滤去,这就必然降低了模式计 算的准确性(Durran, 1991;纪立人等, 1980)。

采用两时间层时间差分方案,可以解决蛙跳 格式所存在的计算解及时间滤波的精度降阶问题。 但若使用简单欧拉前差方案,仅能保证一阶精度 且无法确保方程稳定性,如要达到与蛙跳格式类 似精度和稳定性的要求,则两时间层时间差分方 案就必须付出更多的计算代价。

当前主要的处理方法可分为两类 (Matsuno, 1966; Yong, 1968; Pfeffer et al, 1992; Kalnay, 2005): 一类以 Adams-Bashforth 格式为代表, 其 优势在于此类格式在每时间步长仅需要积分一次, 理论上可以在较小的计算代价下满足提高计算精 度的要求,但缺点在于其很难使动力过程和物理 过程匹配,从而造成模式的计算不稳定,这种不 稳定虽可采用减小时间步长的方法或其他人为措 施进行弥补,但无疑将降低计算的效率和精度。 另一类是多步积分的预估校正方案,其中,一阶 matsuno方案可保证模式的稳定性要求,但每步需 要进行两次积分,增加计算代价,并对模拟结果 过度阻尼耗散,影响模拟效果;二阶 Runge-Kutta 方案("Heun"方案)可弥补 matsuno 方案的精 度不足,并在很大程度上抵消过度耗散的影响, 可以在保持计算稳定性的条件下提高模式的计算 精度,同样此方案每步需要进行两次积分。

基于 NCAR CAM3.0 模式 (Collins et al., 2004, 2006a, 2006b; James et al., 2006) 先进 的软件平台(此模式采用三时间层蛙跳格式,时间滤波系数为0.06),本文使用二阶 Runge-Kutta 这种时间差分精度与蛙跳格式对等的时间差分方 案构造新模式,应用斜压波实验检验蛙跳格式在 动力模拟中存在的问题及改进方案的优势,并通 过长时间气候态积分结果检验模式在非绝热条件

下的模拟能力。

## 2 Runge-Kutta 方案及模式简介

对于典型差分方程

$$\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = F \ (t, \ \psi),$$

采用泰勒展开可写为

$$\frac{\psi(t_{n+1}) - \psi(t_n)}{h} = \psi'(t_n) + \frac{h}{2} \psi''(t_n) + \frac{h^2}{3!} \psi'''(t_n) + \dots + \frac{h^{r-1}}{r!} \psi^r(t_n),$$

而 Runge-Kutta 方案相当于将其变为倾向求和 形式:

$$\begin{split} \psi(t_{n+1}) = \psi(t_n) + h \sum_{i=1}^{r} c_i K_i, \\ K_1 = F[t_n, \psi(t_n)], \\ K_i = F[t_n + \lambda_i h, \psi(t_n) + h \sum_{j=1}^{i-1} \mu_{ij} K_j], \\ 其中, i = 2, 3, \cdots, r, \lambda_i = \sum_{j=1}^{i-1} \mu_{ij}. \\ 对于二阶 Runge-Kutta, 方程可写为 \\ \psi(t_{n+1}) = \psi(t_n) + h(c_1 K_1 + c_2 K_2), \\ K_1 = F[t_n, \psi(t_n)], \\ K_2 = F[t_n + \lambda_2 h, \psi(t_n) + \mu_{21} h K_1], \\ 帮助记者 h \end{split}$$

截断误差为

$$d_{n+1} = \psi(t_{n+1}) - \psi(t_n) - h \Big\{ c_1 F [t_n, \psi(t_n)] + c_2 F[t_n + \lambda_2 h, \psi(t_n) + \mu_{21} h K_1] \Big\}.$$

为保证方程截断误差为三阶小量,可得方程一个 解为

$$c_1 = c_2 = \frac{1}{2}, \ \lambda_2 = \mu_{21} = 1,$$

即可将方程简化为

$$\psi(t_{n+1}) = \psi(t_n) + h(K_1 + K_2)/2,$$
  

$$K_1 = F[t_n, \psi(t_n)],$$
  

$$K_1 = F[t_n + h, \psi(t_n) + hK_1],$$

即二阶 Runge-Kutta 方案中经典的 Heun 方案。

### 3 斜压波动力检验

斜压波实验最早由 Hoskins et al. (1975) 和 Monaco et al. (1975) 提出,旨在研究模式用一 个理想初始场启动下的积分结果,判断模式本身的精确性、稳定性和收敛性。本文采用 Jablonowski et al. (2006)、Giraldo et al. (2004)和 Cheong (2006)提出的一套斜压波实验设计方案 和检验方式,比较二阶 Runge-Kutta 方案与蛙跳 格式在动力模拟中的表现。

实验分为两部分,一是在纬向对称的平衡初 始场基础上,模式积分 30 d,讨论动力框架保持 模式初值稳定性的能力。另一是在纬向对称的平 衡初始场上叠加北半球纬向风场以及涡度和散度 场扰动,强迫出一个短时的斜压波动,这个实验 可以探讨不同动力框架模拟结果的演变规律和收 敛性,同时可以作为衡量不同模式对波动发展描 述能力优劣的指标。

#### 3.1 稳定状态

斜压波纬向对称的平衡初始场分布如 Jablonowski 实验设计: 纬向风场 *u* 分布为对称结构,在 中纬度存在对称的急流区,设定经向风场 *v* 为零, 则初始散度为零,初始地面气压设定为标准气压 1 000 hPa。模式在此初值基础上,分辨率采用 T85 (256×128)和 T170 (512×256)分别积分 30 d,检验模式保持初值稳定性的能力。

在实验中考察地面气压随时间的演变特征, 即研究其与模式初值的偏离程度,可以有效地分 析不同格式积分结果对于经调整重建准定长状态 的快慢和总体误差的分布特征。我们定义误差系 数 l<sub>2</sub>作为整体特征的衡量标准。

$$l_{2}[p_{s}(t)-p_{s}(t=0)] = \left\{\frac{1}{2}\int_{0}^{1}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}[p_{s}(\lambda,\varphi,t)-p_{s}(\lambda,\varphi,t=0)]^{2}\cos\varphi \,d\varphi \,d\lambda\right\}^{1/2} \approx \left\{\frac{\sum_{i}\sum_{j}[p_{s}(\lambda_{i},\varphi_{j},t)-p_{s}(\lambda_{i},\varphi_{j},t=0)]^{2}\omega_{j}}{\sum_{i}\sum_{j}\omega_{j}}\right\}^{1/2},$$

其中,  $(\lambda_i, \varphi_i)$  为经纬度格点;  $p_s$ 为地面气压; 而  $\omega_i$  为高斯权重系数, 即

$$\omega_{j} = |\sin(\varphi_{j+1/2}) - \sin(\varphi_{j-1/2})|$$

图 1a 给出了稳定状况下 *l*<sub>2</sub>分布。可以看到蛙 跳格式 (CAM)误差保持在 2 hPa 以上,高分辨 率 (T170)误差虽有降低,但依然误差明显。二 阶 Runge-Kutta 误差 (2RK)显著降低,保持在 0.6 hPa 左右。此结果为全球平均结果,为检验全



图 1 (a) 稳定状况下 *l*<sub>2</sub>分布及 (b) (0°, 0°) 地面气压与初值差异的演变特征 Fig. 1 (a) *l*<sub>2</sub> norm distribution in steady-state test and (b) the evolution of error between *p*<sub>s</sub> (0°, 0°) with initial data

球各个格点是否均可保持这样的趋势,我们任取 全球一点(0°,0°)(图1b),观察其地面气压与 初值差异的演变特征。可以看到其整体的分布形 势与图1a一致,同样方法任取其他格点依然可以 保持这种属性不变(图略)。可见,此形势在全球 具有普遍性,因此可以认为在稳定条件下,二阶 Runge-Kutta具有更为明显的精确性和初值稳定 收敛能力。

#### 3.2 扰动状态

在纬向对称的平衡初始场(40°N,20°E)上, 叠加纬向风场、相对涡度场和散度场扰动。模式 在此扰动的触发下会激起一个短时斜压波动,研 究这个斜压波动的发展形式可以探讨不同格式模 拟结果的演变规律和收敛性,并且可以作为衡量 不同格式模拟能力优劣的指标。

图 2 给出了新模式在不同分辨率下(T85、 T170)模拟的地面气压演变规律。可以看到,波 动在前 4 天发展缓慢,第 6 天快速发展出 2 对弱 低压系统,第 8 天此系统进一步加深,之后波动 快速破裂,第 10 天后低气压继续加强,扰动由北 半球而逐渐传向南半球。从图中可以发现,不同 分辨率下模式结果表现出强烈的一致性,表明模 式有较好的收敛性。而其发展演变的特征也表明 新模式有描述此低压发展的能力。

在描述波动发展过程中,地面气压的演变是 整体模拟能力的一个标准。图3给出了不同格式、 不同分辨率下地面气压 14 d 的演变特征。可以看 到,蛙跳格式和二阶 Runge-Kutta 方案在整体的 演变特征上有明显的一致性,但各自的地面气压 随着分辨率提高有明显的降低,即高分辨率使气 压模拟加深,这在图 3b 的 9~14 d "结果放大图" 上有明显的显现。而不同格式间也存在差异,二 阶 Runge-Kutta 方案模拟的气压较蛙跳格式更低, 体现出更好的模拟能力。

产生这种差异的原因可以推断为两种可能, 一种是时间差分方案自身的原因,即二阶 Runge-Kutta 方案本身相对于蛙跳格式就存在一定的优越 性,在模拟结果中能够体现出如图 1 中所表现的 明显优势;另一种也许是由于 Asselin-Robert 时 间滤波的影响降低了蛙跳格式的精度,而由于二 阶 Runge-Kutta 方案不需要时间滤波平滑,所以 体现出了上述的优势。因此,有必要对时间滤波 的影响进行一些简单的分析,探讨产生差异的可 能因素。

#### 3.3 Asselin-Robert 时间滤波影响

Asselin-Robert 时间滤波方案是为了消除蛙跳 格式的计算解问题而对模式结果进行平滑的方案。 其简单形式为

 $\overline{\psi^n} = \psi^n + r \ (\overline{\psi^{n-1}} - 2\psi^n + \psi^{n+1}),$ 

在 NCAR CAM3 模式中,滤波系数 r=0.06,为 检验滤波对模式结果的影响,改变滤波系数,分 别选取: r=0.0、0.01、0.06、0.1、0.5。其中 r





=0.0即去掉时间滤波,而 *r*=0.5则是一个极端的情况,即对结果进行中点平均。

蛙跳格式在斜压波稳定状态模拟中即使去掉 滤波也可以成功积分 30 d,而在扰动状态下无法 正常积分,甚至 r=0.01 也仅可模拟 15 d。采用 与蛙跳格式相似的时间平滑方案,在近似对等的 情况下,使二阶 Runge-Kutta 方案中也加入时间 滤波,考虑处于相似情况下模拟结果的变化情况, 以期探讨时间滤波对模拟影响的基本规律。

图4给出了高分辨率下使用不同滤波系数在 斜压波稳定状态中地面气压误差 l<sub>2</sub>的时间演变。 可以看到,时间滤波对模拟结果的平滑效果明显,

25





图 4 使用不同滤波系数在斜压波稳定状态中地面气压误差  $l_2$ 的时间演变: (a) CAM (蛙跳结果); (b) (a) 的放大趋势; (c) 二阶 Runge-Kutta 结果; (d) (c) 的放大趋势

Fig. 4 The evolution of  $l_2$  norm distribution in steady-state test with different time filter coefficients: (a) CAM (leapfrog); (b) enlarge from (a); (c) Second order Runge-Kutta; (d) enlarge from (c)

从图 4b 和 4d 的放大效果图中可以清楚看到,随 着滤波系数的增大,模拟结果平滑程度逐渐增强, 但滤波并未影响整体的误差分布形式,蛙跳格式 依然保持了 2 hPa 以上的高误差,而二阶 Runge-Kutta 的结果也一致保持在 0.6 hPa 左右的低误差 形势。可见,时间滤波在斜压波稳定状态下的作 用仅是对模拟效果的平滑,而产生 l<sub>2</sub>明显差异的 原因更多是由于格式自身的差异所引起的。二阶 Runge-Kutta 方案在初值稳定性和精确性的优势 显而易见。

图 5 给出了高分辨率下使用不同滤波系数在 斜压波扰动状态中地面气压的演变。可以看到, 随着滤波系数的增大,地面气压有逐渐减弱的趋势(图 5b),这将对模拟效果有明显的影响。而 在二阶 Runge-Kutta 中加入滤波后的影响更为明显(图 5c),当 r=0.2时(图 5d),14 d模拟中, 滤波结果甚至低于低分辨率(T85)的无滤波结 果,也就是说加入强的时间滤波,其负面作用甚 至强于降低水平分辨率的负面效果。

### 4 非绝热气候态检验



在确定模式动力框架基本可行的前提下,完 全接入物理过程参数化软件包,在全模式非绝热

图 5 使用不同滤波系数在斜压波扰动状态中地面气压演变:(a) CAM (蛙跳结果);(b) (a) 的放大趋势;(c) 二阶 Runge-Kutta 结果;(d) 二阶 Runge-Kutta 不同分辨率比较

Fig. 5 The evolution of surface pressure in perturbation-state with different time filter coefficients: (a) CAM (leapfrog); (b) enlarge from (a); (c) Second order Runge-Kutta; (d) compare with different resolutions for Second order Runge-Kutta

条件下对模式进行 20 年气候态模拟。应用 ECM-WF 资料创建初始场,分辨率(T42L26),选取 1979 年 7 月 1 日 0000 UTC 启动,积分至 2000 年 1 月 1 日,取 1980 年 1 月~1999 年 12 月的 20 年 模拟结果与同等条件下 CAM3.0 模拟结果进行对 比分析,了解模式的气候态模拟特征。采用 EC-MWF 的分析(ERA-40)资料作为月平均实况风场、温度场;CPC Merged Analysis of Precipitation (CMAP)作为月平均实况降水资料。为方便 起见,新模式暂定名 FCAM,以便与原模式 CAM3.0 区分。

图 6 给出了平均的纬向风、温度误差垂直分 布,可以看到,FCAM 模拟结果在多方面均有明 显的改进: CAM3.0 在对流层上层 (200 hPa), 50°N 附近存在着 6 m  $\cdot$  s<sup>-1</sup>的高估, 30°S 存在着 10 m  $\cdot$  s<sup>-1</sup>以上的高估, 而 FCAM 在上述区域的 高估偏差均有降低。同时在 20°N 附近 CAM3.0 的-4 m  $\cdot$  s<sup>-1</sup>低估区域在 FCAM 中有显著改进。

两模式在温度模拟上均有良好的表现,大多数区域的温度误差均处于2K以内,高纬地区改进明显,200 hPa 附近的低估值由-10 K (CAM3.0) 变为-6K (FCAM)。

考察两模式的降水误差分布(杨军丽等, 2007),从纬向平均的夏季(JJA)、冬季(DJF) 平均降水误差分布(图7)上可以看到,两模式在 大多位置上均与实况 CMAP 保持相似特征, In-



图 6 1980~1999 年平均纬向风场(单位: m・s<sup>-1</sup>)和温度误差(单位:℃)的垂直分布: (a) CAM-U; (b) FCAM-U; (c) CAM-T; (d) FCAM-T

Fig. 6 The distribution of zonal annual average differences from ERA-40 reanalysis durinp 1980 and 1999: (a) CAM-U; (b) FCAM-U; (c) CAM-T; (d) FCAM-T



图 7 纬向平均的夏冬季平均降水及误差分布: (a) 夏季降水; (b) 冬季降水; (c) 夏季降水误差; (d) 冬季降水误差 Fig. 7 The distribution of zonal average summer (JJA) and winter (DJF) precipitation : (a) JJA precipitation; (b) DJF precipitation; (c) JJA precipitation differences from CMAP; (d) DJF precipitation differences from CMAP

ter-Tropical Convergence Zone (ITCZ) 区热带降水分布,特别是冬季与实况保持很好的匹配。 FCAM 模拟的整体趋势与 CAM3.0 相似,而赤道 南部的降水峰值总低于北部。可以看到,两模式 在中低纬地区的降水模拟依然存在较为明显的低 估,但 FCAM 的整体降水误差在大多区域均好 于 CAM3.0。

### 5 结论

本文是静力/非静力全球谱模式构建的前期工 作,建立多尺度可选的静力/非静力模式将大大提 高对强天气现象的模拟能力,而静力模式的时间 差分方案的改进是本文研究的重点。改进现有大 气环流模式所固有的蛙跳格式虚假计算解和滤波 降阶的现象,是提高大气环流模式预报精度的一 种可行方案。初步结果表明:二阶 Runge-Kutta 方案在动力斜压波试验中相对于蛙跳格式表现出 明显优势,其初值稳定误差仅为后者的1/4,而在 扰动发展过程中显现出更好的模拟能力。这种优 势一方面是由于蛙跳格式时间滤波的影响,实验 表明,时间滤波可以平滑模拟结果,而对扰动结 果表现出明显的负面作用;另一方面,二阶 Runge-Kutta方案本身的格式优势也是产生这种 结果的主要原因。将修改后的动力框架结合物理 过程,通过全模式20年模拟结果检验可以更为清 晰地了解新模式在气候研究中的可行性。通过实 验表明:新模式无论在预报变量(风场、温度场)

29

还是诊断变量(降水)均较原模式有所改进。

通过动力及气候检验,可以认为,利用二阶 Runge-Kutta方案作为蛙跳格式一种可能的替代 方案,具有较好的可行性,模拟结果中显示出的 优势或许在其他方面表现更为显著。对如何进一 步提高此方案的运算效率和模拟效果,在以后的 工作中将做详细的研究。

#### 参考文献 (References)

- Asselin R A. 1972. Frequency filter for time integrations [J]. Mon. Wea. Rev., 100 (6): 487-490.
- 陈嘉滨, 江野. 1993. 谱模式中半隐式时间积分格式稳定性的实验 和分析 [J]. 大气科学, 17 (3): 274-282. Chen Jiabin, Jiang Ye. 1993. Analysis and test of stability of semi-implicit scheme in spectral model [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 17 (3): 274-282.
- Cheong H B. 2006. A dynamical core with double fourier series: Comparison with the spherical harmonics method [J]. Mon. Wea. Rev., 134 (4): 1299-1315.
- Collins W D, Rasch P J. 2004. Description of the NCAR community atmosphere model (CAM3.0) [R]. NCAR Technical Note NCAR/TN-464+STR. National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado, 210pp.
- Collins W D, Blackmon M L, Bonan G B, et al. 2006a. The community climate system model version 3 (CCSM3) [J]. J. Climate, 19 (11): 2122 – 2143.
- Collins W D, Rasch P J, Boville B A, et al. 2006b. The formulation and atmospheric simulation of the community atmosphere model version 3 (CAM3) [J]. J. Climate, 19 (11): 2144 - 2161.
- Durran D R. 1991. The third-order Adams-Bashforth method: An attractive alternative to leapfrog time differencing [J]. Mon. Wea. Rev., 119 (3): 702-720.
- Giraldo F X, Rosmond T E. 2004. A Scalable Spectral Element Eulerian Atmospheric Model (SEE-AM) for NWP: Dynamical core tests [J]. Mon. Wea. Rev., 132 (1): 133-153.
- Hoskins B J, Simmons A J. 1975. A multi-layer spectral model and the semi-implicit method [J]. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 101: 637-655.
- Jablonowski C, Williamson D L. 2006. A Baroclinic Wave Test Case for Dynamical Cores of General Circulation Models: Model Intercomparisons [R], NCAR Technical Note NCAR/TN - 469 +STR, Boulder, CO, 89pp.

- James W H, James J K, Phillips A S, et al. 2006. The dynamical simulation of the Community Atmosphere Model Version 3 (CAM3) [J]. J. Climate, 19 (11) : 2162-2183.
- 纪立人, 邢如楠, 陈雄山. 1980. 初始方程三层模式的改进实验 [J]. 大气科学, 4 (4): 310 - 318. Ji Liren, Xin Runan, Chen Xiongren. 1980. Improveing experiments of a three-level primitive equation model [J]. Scientia Atmosplerica Sinica (in Chinese), 4 (4): 310-318.
- 纪立人,陈嘉滨,张道民,等. 2005. 数值预报模式动力框架发展 的若干问题综述 [J]. 大气科学, 29 (1): 120-130. Ji Liren, Chen Jiabin, Zhang daomin, et al. 2005. Review of some numerical aspects of the dynamic framework of NWP model [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 29 (1): 120-130.
- Kalnay E. 2005. 大气模式、资料同化和可预报性(中文版) [M]. 北京: 气象出版社. Kalnay E. 2005. Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability [M]. Beijing: China Meteorological Press.
- Matsuno T. 1966. Numerical integrations of the primitive equations by a simulated backward difference method [J]. J. Meter. Soc. Japan (Ser. 2), 44 (1): 76-84.
- Monaco A V, Williams R T. 1975. An Atmospheric Global Prediction Model Using a Modified Arakawa Differencing Scheme [R]. Technical Report NPS-51WU75041, Dept. of Meteorology, Naval Postgraduate School, Monterey, CA.
- Pfeffer R L, Navon L M, Zou X L. 1992. A comparison of the impact of two time-differencing schemes on the NASA-GLAS climate model [J]. Mon. Wea. Rev., 120 (7): 1381-1393.
- Robert A J. 1966. The integration of a low-order spectral form of the primitive meteorological equations [J]. J. Meteor. Soc. Japan, 44 (2): 237-244.
- Robert A J. 1969. The integration of a spectral model of the atmosphere by the implicit method [R]. Proc. WMO/IUGG symposium on NWP, Japan Meteorological Society, Tokyo, Japan,: 19 - 24.
- Simmons A J, Temperton C. 1997. Stability of a two-time-level semi-implicit integration scheme for gravity wave motion [J]. Mon. Wea. Rev., 125 (4): 600-615.
- 杨军丽,郭裕福,王斌. 2007. 亚洲季风降水的多模式模拟结果 分 [J]. 气候与环境研究,12 (4): 533-545. Yang Junli, Guo Yufu, Wang Bin. 2007. Analysis of AGCMs in Asian monsoon precipitation simulations [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 12 (4): 533-545.
- Yong J A. 1968. Comparative properties of some time differencing schemes for linear and nonlinear oscillations [J]. Mon. Wea. Rev., 96 (6): 357-364.