

张永垂, 路凯程, 张铭. 2012. 两层正压准平衡海洋模型的中纬度定常风场强迫解 [J]. 气候与环境研究, 17 (2): 215-222, doi:10.3878/j.issn.1006-9585.2011.10054. Zhang Yongchui, Lu Kaicheng, Zhang Ming. 2012. The analytical solution of mid-latitude large-scale wind field forcing of two-layer barotropic quasi-equilibrium ocean model [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 17 (2): 215-222.

## 两层正压准平衡海洋模型的中纬度定常风场强迫解

张永垂<sup>1</sup> 路凯程<sup>1, 2</sup> 张铭<sup>1</sup>

1 解放军理工大学气象学院大气环流与短期气候预测实验室, 南京 211101

2 中国人民解放军39506部队82分队, 北京 100076

**摘要** 建立了风场强迫下考虑瑞利摩擦的水平二维两层正压准平衡海洋模型, 并在中纬度大尺度理想风场强迫的情况下, 进行了解析求解。结果表明, 在西风急流强迫下, 在理想海洋的西海岸以东的上层流场上, 在西风急流处会出现较强的东向流; 在接近 $\beta$ 通道侧壁处则有西向逆流出现; 在近西海岸处, 在上述东向流的两侧有气旋性曲率与反气旋性曲率的流动; 而下层流场的强度与上层流场大致相同, 但流向大体相反。由理想西风急流异常强迫出的流场异常的分布形式与以上结果类似。与实际风场异常强迫下的北太平洋上层流场异常进行比较后可知, 模型得到上层海洋的结果与实际情况有相像之处。最终, 该海洋模型的解趋于风场强迫特解。

**关键词** 两层正压 准平衡 海洋模型 中纬度 风场强迫

**文章编号** 1006-9585 (2012) 02-0215-08 **中图分类号** P732.7 **文献标识码** A

doi:10.3878/j.issn.1006-9585.2011.10054

## The Analytical Solution of Mid-Latitude Large-Scale Wind Field Forcing of Two-Layer Barotropic Quasi-Equilibrium Ocean Model

ZHANG Yongchui<sup>1</sup>, LU Kaicheng<sup>1, 2</sup>, and ZHANG Ming<sup>1</sup>

1 *Laboratory of Atmospheric Circulation and Short-Range Climate Forecast Meteorological College, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101*

2 *Unit 39506, 82, PLA, Beijing 100076*

**Abstract** A two-dimensional two-layer barotropic quasi-equilibrium ocean model under the wind forcing considering Rayleigh dissipation is built, and the analytic solution is given under the situation of mid-latitude large-scale wind field forcing. The results show that, under the forcing of the westerly jet stream, in the upper flow field of the east to west coast of the ideal ocean, there is a stronger east flow in the westerly forcing, and there is a west branch near the  $\beta$ -channel wall; while near the west coast, there are streams with cyclonic curvature and anti-cyclonic curvature on both sides of eastward flow. The lower flow field, whose strength is approximately the same with the upper flow field, but the direction of the flow is generally opposite. The distribution form of flow anomalies forced by the ideal westerly jet anomalies is similar to the results above. Compared to the upper flow field anomalies in the North Pacific forced by the actual wind anomalies, there are similarities between the actual situation and the results of the upper

**收稿日期** 2010-04-18 收到, 2011-11-10 收到修定稿

**资助项目** 国家重点基础研究发展计划项目 2007CB411805

**作者简介** 张永垂, 男, 1982 年出生, 博士, 讲师, 主要从事海气相互作用研究。E-mail: zhangyc@ymail.com

ocean in the article. Finally, the solution of the ocean model runs to the forcing particular solution of wind field here.

**Key words** two-layer barotropic, quasi-equilibrium, ocean model, middle latitude, wind field forcing

## 1 引言

中纬度西风带急流和风暴轴的重要性众所周知 (Hoskins and Pearce, 1987), 西风急流的异常会造成相应近地面西风应力的异常, 从而引起中纬度上层洋流的异常, 并通过海气相互作用引起气候的变化。虽然观测表明中纬度的海气相互作用较热带小很多, 但有关这方面的研究现已为学者所重视。Qiu (2003) 研究了东太平洋风应力强迫的 Rossby 波。Cabanès et al. (2006) 研究了风应力驱动的正压 Sverdrup 平衡和一阶斜压 Rossby 波。Qiu and Chen (2006) 使用了风应力驱动的约化重力模式用以研究南太平洋海表面高度时空变化的动力机制。为求解的方便, 当前在解析研究中大都仍采用长波近似带有风应力强迫的水平一维线性 Rossby 波模型 (Qiu, 2002; Qiu and Chen, 2006)。虽然在这些模型中能考虑风应力强迫随时间的变化并得到相应的非定常解, 但是这也带来了水平一维模型的局限, 即其不能准确考虑中纬度地面西风应力异常对海洋流动的强迫。这是由于该异常的分布在中纬度最大, 并向南北两个方向衰减, 其在经向的分布是不均匀的, 亦即该异常具有水平二维分布的特点 (此时风应力的经向变化必须要考虑)。为克服水平一维模型的局限, 我们曾建立了风场强迫下考虑瑞利摩擦的水平二维正压准平衡海洋模型 (以下简称正压模型), 并首先对定常的地面风应力做了解析求解 (路凯程等, 2011; 张永垂等, 2011) [大尺度的风应力可看作是准定常的 (赵艳玲, 2008)]。结果表明, 在近地面西风急流的强迫下, 在理想海洋的西海岸以东会出现由气旋曲率与反气旋曲率构成的流动; 其性质属准平衡的涡旋波。该正压模型对描写海洋上层的风生流及其异常是合适的, 但不能刻画深层海洋的流动及其异常。因海洋的温度和盐度在垂直方向存在跃层, 故用水平二维两层正压模型来刻画海洋上层和深层的流动应该是一个更好的选择。为此本文建立了风场强迫下

考虑瑞利摩擦的水平二维两层正压准平衡海洋模型 (以下简称两层正压模型), 并对其做了了解析求解和讨论。

## 2 数学模型

这里的数学模型采用  $\beta$  通道线性化两层正压准平衡, 即准无辐散方程组; 不考虑基流、两层水体间的质量交换和其引起的垂直运动, 但考虑了大气风应力对海洋的强迫和瑞利摩擦, 这样有:

$$\frac{\partial u_k}{\partial t} - (f_0 + \beta y)v_k + \frac{\partial(a_k\Phi_1 + \Phi_2)}{\partial x} + \mu\delta_k(u_1, u_2) = \varepsilon_k\tau_x = \varepsilon_k\gamma u_a, \quad (1-1)$$

$$\frac{\partial v_k}{\partial t} - (f_0 + \beta y)u_k + \frac{\partial(a_k\Phi_1 + \Phi_2)}{\partial y} + \mu\delta_k(v_1, v_2) = \varepsilon_k\tau_y = \varepsilon_k\gamma v_a, \quad (1-2)$$

$$\frac{\partial u_k}{\partial x} + \frac{\partial v_k}{\partial y} = 0, \quad (1-3)$$

其中  $k=1, 2$ , 分别为上、下两层编号;  $\tau_x = \gamma u_a$ 、 $\tau_y = \gamma v_a$  为风应力,  $u_a$ 、 $v_a$  为风速,  $\gamma$  为比例系数;  $\mu$  为瑞利摩擦系数, 在此均设为常数;  $f_0$  为  $y_0$  处的地转参数,  $\beta = (\partial f / \partial y)_{y=y_0}$ ,  $y_0$  为  $\beta$  通道的中心位置;  $\Phi$  为位势高度;  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = \rho_1 / \rho_2 < 1$ , 后者为上、下两层密度之比, 是小于 1 大于 0 的常数; 示踪系数  $\delta_k$ 、 $\varepsilon_k$  则分别定义为  $\delta_1 = 1$ 、 $\delta_2 = -1$  和  $\varepsilon_1 = 1$ 、 $\varepsilon_2 = 0$ 。

因是扰动线性方程组, 方程 (1) 的解可写成自由波动的解 (用下标 I 来表示) 和强迫特解 (用下标 II 来表示) 的叠加:

$$u_k = u_{Ik} + u_{IIk}, v_k = v_{Ik} + v_{IIk}, \Phi_k = \Phi_{Ik} + \Phi_{IIk}, \quad (2)$$

其分别满足:

$$\frac{\partial u_{Ik}}{\partial t} - (f_0 + \beta y)v_{Ik} + \frac{\partial(a_k\Phi_{II} + \Phi_{I2})}{\partial x} + \mu\delta_k(u_{I1} - u_{I2}) = 0, \quad (3-1)$$

$$\frac{\partial v_{Ik}}{\partial t} - (f_0 + \beta y)u_{Ik} + \frac{\partial(a_k\Phi_{II} + \Phi_{I2})}{\partial y} + \mu\delta_k(u_{I1} - u_{I2}) = 0, \quad (3-2)$$

$$\frac{\partial u_{Ik}}{\partial x} + \frac{\partial v_{Ik}}{\partial y} = 0, \quad (3-3)$$

和

$$\frac{\partial u_{1k}}{\partial t} - (f_0 + \beta y)v_{1k} + \frac{\partial(a_k\Phi_{11} + \Phi_{12})}{\partial x} + \mu\delta_k(u_{11}, u_{12})\epsilon_k\tau_x = \epsilon_k\gamma u_a, \quad (4-1)$$

$$\frac{\partial v_{1k}}{\partial t} - (f_0 + \beta y)v_{1k} + \frac{\partial(a_k\Phi_{11} + \Phi_{12})}{\partial y} + \mu\delta_k(v_{11}, v_{12})\epsilon_k\tau_y = \epsilon_k\gamma v_a, \quad (4-2)$$

$$\frac{\partial u_{1k}}{\partial x} + \frac{\partial v_{1k}}{\partial y} = 0, \quad (4-3)$$

这里方程组 (4) 的形式与方程组 (1) 相同, 为方便仍写出。在此本文仅考虑强迫特解, 对于自由波解的情况在 (张永垂等, 2012) 中给出。

若是大尺度风场强迫, 则可设  $u_a$ 、 $v_a$  为准定常 (赵艳玲, 2008), 即有:

$$v_a \approx u_a(x, y), v_a \approx v_a(x, y). \quad (5)$$

下面来求取该强迫特解。因此时风场强迫可看作定常, 故该强迫特解亦可设为定常。此时方程组 (4) 中有关对时间的偏导数项可略去, 同时由 (4-3) 可分别引入上、下层的扰动流函数  $\Psi_k$  ( $k=1, 2$ ), 这样有

$$u_k = -\frac{\partial\Psi_k}{\partial y}, v_k = \frac{\partial\Psi_k}{\partial x}. \quad (6)$$

经以上处理后方程组 (4) 可简化为:

$$-(f_0 + \beta y)\frac{\partial\Psi_k}{\partial x} + \frac{\partial(a_k\Phi_1 + \Phi_2)}{\partial x} - \mu\delta_k\left(\frac{\partial\Psi_1}{\partial y} - \frac{\partial\Psi_2}{\partial y}\right) = \epsilon_k\gamma u_a, \quad (7-1)$$

$$-(f_0 + \beta y)\frac{\partial\Psi_k}{\partial y} + \frac{\partial(a_k\Phi_1 + \Phi_2)}{\partial y} - \mu\delta_k\left(\frac{\partial\Psi_1}{\partial x} - \frac{\partial\Psi_2}{\partial x}\right) = \epsilon_k\gamma v_a. \quad (7-2)$$

这里为方便, 已略去下标 “II”。

将 (7-2) 式对  $x$  微商后再减去 (7-1) 式对  $y$  的微商, 则有

$$\delta_k\Delta(\Psi_1 - \Psi_2) + \frac{\beta}{\mu}\frac{\partial\Psi_k}{\partial x} = \epsilon_k\frac{\gamma}{\mu}\zeta_a \quad (8)$$

在此  $\Delta \equiv \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$  为 Laplace 算子,  $\zeta_a \equiv \partial v_a/\partial x - \partial u_a/\partial y$  为强迫风场的旋度。在 (8) 式中将  $k$  分别取为 1、2, 可得两式, 再将这两式相加, 有

$$\frac{\partial(\Psi_1 + \Psi_2)}{\partial x} = \frac{\gamma}{\beta}\zeta_a. \quad (9-1)$$

而两式相减则有

$$2\Delta(\Psi_1 - \Psi_2) + \frac{\beta}{\mu}\frac{\partial(\Psi_1 - \Psi_2)}{\partial x} = \frac{\gamma}{\mu}\zeta_a. \quad (9-2)$$

令  $\Lambda = \Psi_1 - \Psi_2$  则 (9-2) 可写成

$$\Delta\Lambda + \frac{\beta}{2\mu}\frac{\partial\Lambda}{\partial x} = \frac{\gamma}{2\mu}\zeta_a. \quad (10)$$

因强迫风场  $u_a$ 、 $v_a$  为已知, 故其旋度  $\zeta_a$  也为已知。解非齐次椭圆型方程 (10) 则可求得解  $\Lambda = \Psi_1 - \Psi_2$ , 再与 (9-1) 联立, 则可解出  $\Psi_1$ 、 $\Psi_2$ 。

本文考虑中高纬受风场强迫的  $\beta$  通道中在  $x$  方向为半无界空间的理想海洋情况, 此时设在  $x=0$  处有刚壁 (西海岸), 在  $y=y_0 \pm m$  处也设为刚壁 ( $\beta$  通道壁), 这里  $M$  可视为该  $\beta$  通道的半宽。这样  $\Psi_1$ 、 $\Psi_2$  则需满足以下边条件:

$$x=0, \Psi_k=0; y=y_0 \pm M, \Psi_k=0; k=1, 2. \quad (11-1)$$

由此可知  $\Lambda$  也需满足以下边条件

$$x=0, \Lambda=0; y=\pm M, \Lambda=0. \quad (11-2)$$

### 3 解析解的求取

考虑大气强迫风场为:

$$u_a = \hat{u}_a + \tilde{u}_a e^{-\nu x} \cos\left[\frac{\pi}{M}(y - y_0)\right], \quad (12-1)$$

$$v_a = 0. \quad (12-2)$$

这里  $\hat{u}_a > \tilde{u}_a$ ,  $\nu > 0$ 。(12) 式表明, 大气在  $y=0$  处有一西风急流, 且其风速在  $x$  方向随离西海岸距离的增加而呈指数减小 (当  $\nu$  很小时可认为西风在纬向大体是均匀的); 在西海岸线上即  $x=0$  的地方, 其在  $y=y_0$  处有最大值  $\hat{u}_a + \tilde{u}_a$ , 而在  $y=y_0 \pm M$  处则有最小值  $\hat{u}_a - \tilde{u}_a$ , 这里  $\hat{u}_a$ 、 $\tilde{u}_a$  均为常数。以下求取该强迫风场下的解析解。注意到

$$\zeta_a = \frac{\partial u_a}{\partial y} = \frac{\pi}{M}\hat{u}_a e^{-\nu x} \sin\left[\frac{\pi}{M}(y - y_0)\right], \quad (13)$$

这样有

$$\Delta\Lambda + \frac{\beta}{2\mu}\frac{\partial\Lambda}{\partial x} = \frac{\gamma\pi\tilde{u}_a}{2\mu M}e^{-\nu x} \sin\left[\frac{\pi}{M}(y - y_0)\right]. \quad (14)$$

现设

$$\Lambda = T(x) \sin\left[\frac{\pi}{M}(y - y_0)\right], \quad (15)$$

将 (15) 代入 (14) 后可得关于变量  $x$  的线性非齐次二阶常微分方程:

$$T'' + \frac{\beta}{2\mu}T' - \left(\frac{\pi}{M}\right)^2 T = \frac{\gamma\pi\tilde{u}_a}{2\mu M}e^{-\nu x}. \quad (16)$$

下面要求方程 (16) 的通解, 为此先求一个特解。

用观测法易知该特解与  $e^{-x}$  成比例, 其比例系数  $\tilde{C}$  用待定系数法易求, 为:

$$\tilde{C} = \frac{\gamma\pi\tilde{u}_a}{2\mu Mv^2 - \beta Mv - 2\mu\pi^2/M} = \frac{\pi\gamma\tilde{u}_a}{\xi}. \quad (17)$$

在此  $\xi = 2\mu Mv^2 - \beta Mv - 2\mu\pi^2/M$ , 其与风应力无关, 故该特解可记为

$$T = \tilde{C}e^{-x} = \frac{\pi\gamma\tilde{u}_a}{\xi}e^{-x}. \quad (18)$$

下面求齐次方程

$$T'' + \frac{\beta}{2\mu}T' - \left(\frac{\pi}{M}\right)^2 T = 0 \quad (19)$$

的通解。该方程可化为标准型:

$$T'' + aT' + bT = 0, \quad (20)$$

这里  $a = \beta/(2\mu)$ ,  $b = -\pi^2/M^2$ 。考虑到判别式

$$\lambda^2 = a^2 - 4b = \left(\frac{\beta}{2\mu}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{M}\right)^2 > 0, \quad (21)$$

则可令

$$\lambda^2 = \sqrt{\left(\frac{\beta}{2\mu}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{M}\right)^2}, \quad (22)$$

这样该齐次方程的通解为 (卡姆克, 1977)

$$T(x) = C_1 \exp\left(\frac{-a+\lambda}{2}x\right) + C_2 \exp\left(\frac{-a-\lambda}{2}x\right), \quad (23)$$

这里  $C_1$ 、 $C_2$  为两个常数。注意到

$$-a + \lambda = -\frac{\beta}{2\mu} + \sqrt{\left(\frac{\beta}{2\mu}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{M}\right)^2} > 0, \quad (24-1)$$

$$-a - \lambda = -\frac{\beta}{2\mu} - \sqrt{\left(\frac{\beta}{2\mu}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{M}\right)^2} < 0, \quad (24-2)$$

再注意到当  $x \rightarrow \infty$  时有

$$\exp\left(\frac{-a+\lambda}{2}x\right) \rightarrow \infty, \exp\left(\frac{-a-\lambda}{2}x\right) \rightarrow 0. \quad (25)$$

故当  $x \rightarrow \infty$  时显然有  $C_1 = 0$  (否则  $x \rightarrow \infty$  时有  $|\Delta| \rightarrow \infty$ , 其无物理意义), 这样有物理意义的解为

$$T(x) = C_2 \exp\left(\frac{-a-\lambda}{2}x\right) = C_2 e^{-x}, \quad (26)$$

这里

$$\chi = \frac{\beta}{4\mu} + \sqrt{\left(\frac{\beta}{4\mu}\right)^2 + \frac{\pi^2}{M^2}} > 0. \quad (27)$$

在求得了非齐次方程的特解 (18) 式和齐次方程的通解 (26) 式后, 依线性常微分方程理论可知, 要求的非齐次方程 (16) 式的通解为 (18) 式和 (26) 式的叠加, 即有:

$$T(x) = C_2 e^{-x} + \tilde{C} e^{-x}. \quad (28)$$

下面考虑边条件。在  $x=0$  处应有  $T(0) = 0$ , 从而有  $\Lambda(0) = 0$ 。将  $x=0$  代入 (28) 式, 并令该式中的  $T=0$ , 则可得  $T(0) = C_2 + \tilde{C} = 0$ , 由此可得  $C_2 = -\tilde{C}$ 。这样我们就求得了满足  $x=0$  处边条件的方程 (16) 式的解:

$$T(x) = \tilde{C}(e^{-x} - e^{-x}) = \frac{\pi\gamma\tilde{u}_a}{\xi}(e^{-x} - e^{-x}). \quad (29)$$

求得解 (29) 后则易得方程 (14) 满足  $x$ 、 $y$  方向边条件的解

$$\Lambda = \Psi_1 - \Psi_2 = \frac{\pi\gamma\tilde{u}_a}{\xi}(e^{-x} - e^{-x}) \sin\left[\frac{\pi}{M}(y - y_0)\right]. \quad (30)$$

将 (13) 式代入 (9-1) 式可得

$$\frac{\partial(\Psi_1 + \Psi_2)}{\partial x} = \frac{\pi\gamma\tilde{u}_a}{M\beta} e^{-x} \sin\left[\frac{\pi}{M}(y - y_0)\right]. \quad (31)$$

将 (31) 式对  $x$  积分, 并取关于  $y$  的任意积分函数为  $\frac{\pi\gamma\tilde{u}_a}{M\beta} \sin\left[\frac{\pi}{M}(y - y_0)\right]$ , 这样做可以分别满足  $x$ 、 $y$  方向的边条件, 则有

$$\Psi_1 - \Psi_2 = \frac{\pi\gamma\tilde{u}_a}{M\beta}(1 - e^{-x}) \sin\left[\frac{\pi}{M}(y - y_0)\right]. \quad (32)$$

分别将 (30) 式和 (32) 式相加与相减, 则可求得

$$\Psi_k = \frac{\pi\gamma\tilde{u}_a}{2} \left[ \frac{1}{M\beta}(1 - e^{-x}) + \frac{\delta_k}{\xi}(e^{-x} - e^{-x}) \right] \sin\left[\frac{\pi}{M}(y - y_0)\right]. \quad (33)$$

上、下两层的流速为:

$$u_k = -\frac{\partial\Psi_k}{\partial y} - \frac{\gamma\tilde{u}_a\pi^2}{2M} \left[ \frac{1}{M\beta}(1 - e^{-x}) + \frac{\delta_k}{\xi}(e^{-x} - e^{-x}) \right] \cos\left[\frac{\pi}{M}(y - y_0)\right], \quad (34-1)$$

$$v_k = \frac{\partial\Psi_k}{\partial x} - \frac{\pi\gamma\tilde{u}_a}{2} \left[ \left(\frac{1}{M\beta} - \frac{\delta_k\nu}{\xi}\right)e^{-x} + \frac{\delta_k\chi}{\xi}e^{-x} \right] \sin\left[\frac{\pi}{M}(y - y_0)\right], \quad (34-2)$$

这样就完成了以上风场强迫下解析解的求取。

## 4 解的结构

观测表明, 在  $40^\circ\text{N}$  附近的西太平洋近地面西风最大 (Hoskins and Pearce, 1987); 为此以下取  $\beta$  通道的中心为  $40^\circ\text{N}$ , 且  $\beta$  通道的半宽取 1000

km, 即  $M=1000$  km; 并设西海岸 ( $x=0$  处) 的  $\beta$  通道中心和  $\beta$  通道侧边界上的强迫风场  $u_a$  分别达到其最大值  $\hat{u}_a + \hat{u}_a = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  和最小值  $\hat{u}_a - \hat{u}_a = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。另外再设  $\nu = 10^{-9} \text{ m}^{-1}$ , 这样强迫风场在  $x$  方向衰减很小, 可近似看作均匀的。图 1 给出了此时在西海岸处  $u_a$  随  $y$  的分布情况。

取  $\gamma = 10^{-7} \text{ s}^{-1}$ ,  $\mu = 3 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$ ,  $\beta = 1.7536 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ , 此时由 (27) 式可计算出相应的  $\chi$  值。图 2 则给出了由 (34) 式算得的  $u_1$ 、

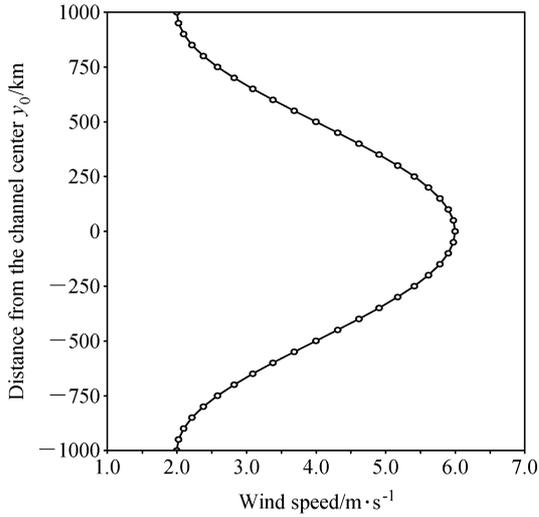


图 1 西海岸处大气强迫风场沿  $y$  的分布  
Fig. 1 Distribution of atmosphere wind forcing along  $y$  in  $x=0$

$v_1$  合成的上层流场。该图上最引人注目的是在纬度  $40^\circ$  处, 上层有很强的东向流, 在其南北近西海岸处分别有明显的反气旋和气旋性涡旋, 其构成一个偶极系统; 而南侧的反气旋流动则反映了回流漩涡 (Recirculation Gyre), 这是北半球海洋环流普遍存在的特征 (Kawai, 1972; Worthington, 1976; Mizuno and White, 1983; Richardson, 1985); 而在近  $\beta$  通道壁处则有西向流存在, 注意到该处海洋的流向与风向相反, 故其为逆流。图 3 则给出了由 (34) 式算得的  $u_2$ 、 $v_2$  合成的下层流场。由该图可见, 下层流场的强度与上层流场大致相同, 而流向则大体相反; 这体现了流动的斜压性。

## 5 讨论

### 5.1 与正压模型比较

我们研究过中纬度大尺度风场强迫下一层正压模型的情况 (路凯程等, 2011; 张永垂等, 2011), 在此将两者进行比较。设该强迫风场仍取图 1 的分布和本文的参数, 图 4 给出了正压模型的计算结果。比较图 4 与图 2 可见, 两者流形很相似, 但正压模型中的流动要较两层正压模型中的强。这是不难理解的: 同样的风应力前者只须

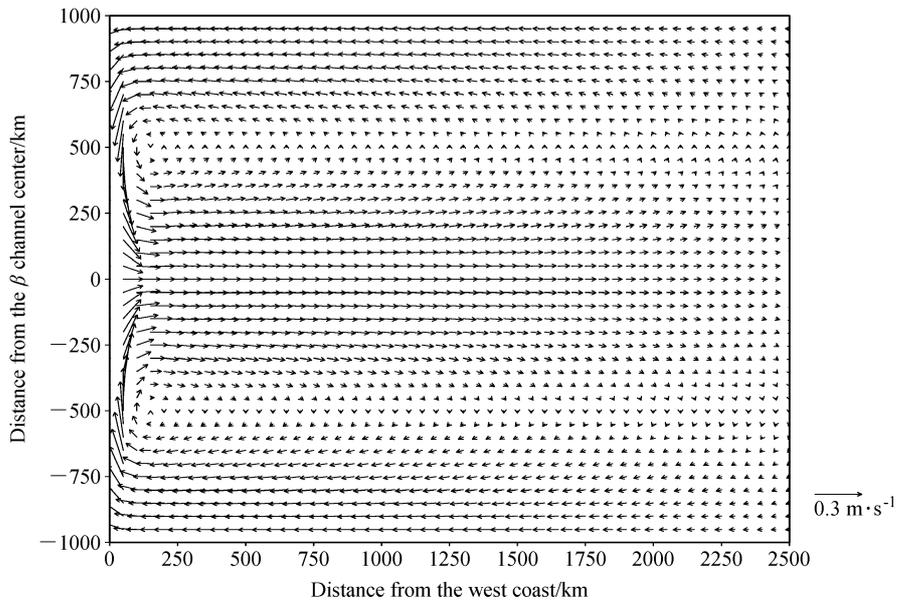


图 2 由解析解算得的上层流场  
Fig. 2 Upper flow field of analytical solution

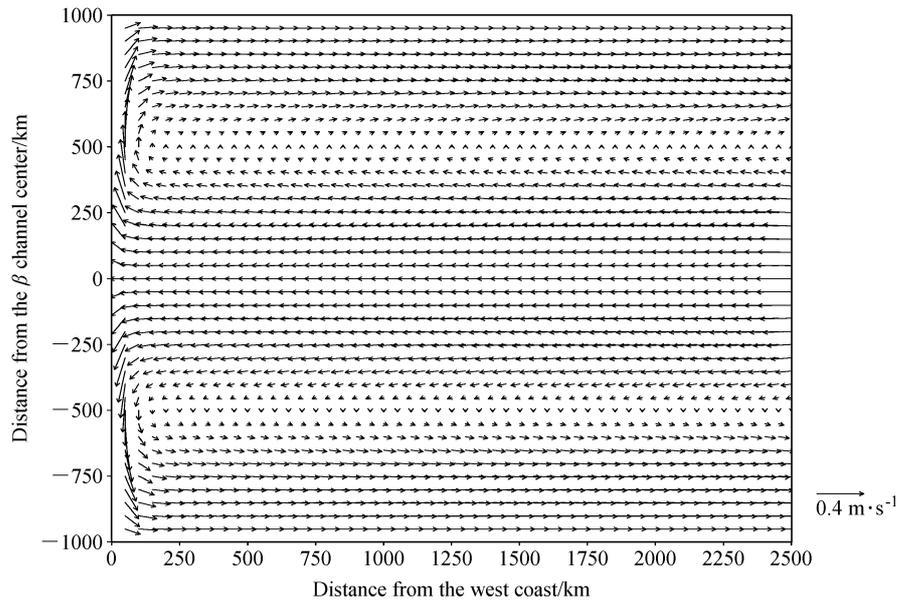


图3 由解析解算得的下层流场

Fig. 3 The lower flow field by analytical solution

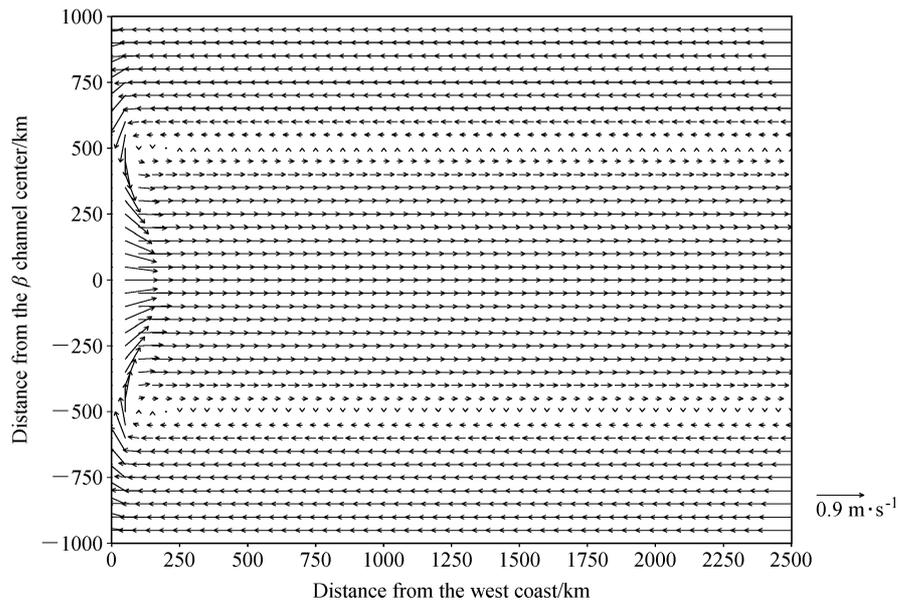


图4 正压模型解析解的流场

Fig. 4 Lower flow field of analytical solution in barotropic model

驱动一层海水，而后者则要驱动两层。且后者因有两层，其耗散也较前者大，故后者的流动自然要较前者小。现将前者的  $\gamma$  和  $\mu$  分别取后者的一半和一倍，则此时不但前者的流形与后者类似，且流场的大小也相近（图略）。正压模型的局限在于其不能刻画海洋较深处的流动，而两层正压模型可部分刻画。

## 5.2 与实际风场异常情况的比较

若以  $\tilde{u}_a = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时为典型的风场强迫，取  $\tilde{u}_a = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  为增强的风场强迫，则此时西风异常为  $\Delta \tilde{u}_a = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，即此时风场存在正异常。且因这里  $\nu$  取得较小，可近似看成风场沿纬向不变。由 (33) 式可知，风场异常时海洋上层流函数异常也与该式有相同的表达式，仅振幅中的因

子由  $\tilde{u}_a$  换成了  $\Delta\tilde{u}_a$ 。由于此时取  $\Delta\tilde{u}_a = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，故该流函数异常的空间分布形式即为图 2、3 所示。张永垂等 (2011) 中的图 4 给出了采用 Carton 资料 (其水平分辨率约  $1^\circ$ ，深度为 112.5、97.5、82.5、67.5、52.5、37.5、22.5、7.5 m，时间为 1950~2001 年) 进行复 EOF 分析得到的 4 月份北太平洋流场异常第一模态 22.5 m 深度处的空间场 (其他 7 层流场异常情况均与该层类似，故图略)。因最大深度为 112.5 m，故实际上图 5 反映的仅是海洋上层流场异常的状况。由该图可见，此时显著的流场异常出现在日本本州岛以东、以南，呈现出一对涡旋偶。注意到 EOF 的空间模态因为特征向量，故可乘以任一常数。若所乘常数为 -1，则北面的涡旋呈气旋性流动，南面的则呈反气旋性流动，这样就与图 2 的流场配置 (海洋上层的解) 相像。由此可见，本文的理想情形在一定程度上反映了海洋上层流场异常的真实情况。不过实际海洋的西海岸是斜的并有弧度，不像本文中理想的正南北方向，故对海洋上层而言，两者有差异也是可以理解的。至于海洋较深处的下层 (即  $k=0$  的层次)，则目前尚无这方面完整可信的实际资料，故无法对两者进行比较。

## 6 结语

本文建立了风场强迫下考虑瑞利摩擦的水平二维两层正压准平衡海洋模型，并进行了解析求解和讨论。结果表明，在理想西风急流的强迫下，在海洋西海岸以东的上层流场上，在西风急流处出现较强的东向流；在接近  $\beta$  通道侧壁处有西向逆流出现；在近西海岸处，上述东向流的两侧有气旋性曲率和反气旋性曲率的流动。两层模式的优点是可以刻画海洋较深处的流动，这里下层流场的强度与上层流场大至相同，但流向大体相反。理想西风急流异常强迫出的流场异常分布形式与以上结果类似。与实际风场异常强迫得到的北太平洋上层流场异常做比较后可知，本文得到的上层海洋流场与实际结果有相像之处。因本文求取的是解析解，所用模型、大气强迫风场和海洋边界均是理想化的，故结果与实际相比尚有差异也是可以理解的。在本文第二部分中将给出两层正压准平衡海洋模型的自由波解情况，因考虑了摩

擦，故最终该自由波解趋于 0，这样该海洋模型的解趋于这里的风场强迫特解。

## 参考文献 (References)

- Cabanes C, Huck T, De Verdere A C. 2006. Contributions of wind forcing and surface heating to interannual sea level variations in the Atlantic Ocean [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 36: 1739 - 1750, doi: 10.1175/JPO2935.1.
- Hoskins B, Pearce R. 1987. 大气中大尺度动力过程 (孙照渤等译) [M]. 北京: 气象出版社, 175 - 209. Hoskins B, Pearce R. 1987. Large-Scale Dynamical Processes in the Atmosphere (Sun Zhaobo et al. translate) [M] (in Chinese). Beijing: China Meteorological Press, 175 - 209.
- Kawai H. 1972. Hydrography of the Kuroshio Extension [M] // Stommel H, Yoshida K, eds. *Kuroshio: Its physical aspects*. Tokyo: University of Tokyo Press, 235 - 354.
- 卡姆克 E. 1977. 常微分方程手册 (张鸿林译) [M]. 北京: 科学出版社, 474pp. Kamke E. 1997. Handbook of Ordinary Differential Equations (Zhang Hongling translate) [M] (in Chinese). Beijing: Science Press, 474pp.
- 路凯程, 张永垂, 张铭. 2011. 正压准平衡海洋模型及其解 II: 中纬度自由涡旋波动 [J]. *气象科学*, 31: 17 - 23. Lu Kaicheng, Zhang Yongchui, Zhang Ming. 2011. Barotropic quasi-equilibrium ocean model and its solution. Part II: Mid-latitude free vortex fluctuations [J]. *Scientia Meteorologica Sinica* (in Chinese), 31: 17 - 23.
- Mizuno K, White E B. 1983. Annual and interannual variability in the Kuroshio Current system [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 13: 1847 - 1867.
- Qiu B. 2002. Large-scale variability in the midlatitude subtropical and subpolar North Pacific Ocean: observations and causes [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 32: 353 - 375.
- Qiu B. 2003. Kuroshio Extension variability and forcing of the Pacific decadal oscillations: responses and potential feedback [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 33: 2465 - 2482, doi: 10.1175/2459.1.
- Qiu B, Chen S M. 2006. Decadal variability in the large-scale sea surface height field of the South Pacific Ocean: Observations and causes [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 36: 1751 - 1762, doi: 10.1175/JPO2943.1.
- Richardson P L. 1985. Average velocity and transport of the Gulf Stream near 55 W [J]. *J. Mar. Res.*, 43: 83 - 111, doi: 10.1357/002224085788437343.
- Worthington L V. 1976. On the North Atlantic circulation [M]. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 110.
- 赵艳玲. 2008. 海洋对风应力响应的解析研究及渤海东海浪流的高分辨率数值研究 [D]. 解放军理工大学博士论文. Zhao Yanling, 2008. Analytic study of the ocean responding to wind stress and high resolution numerical study of the waves and currents in

- the Bohai, Yellow and East China Seas [D]. PLA university of science and technology Ph. D thesis (in Chinese).
- 张永垂, 路凯程, 张铭. 2011. 正压准平衡海洋模型及其解 I: 中纬度大尺度风场强迫情况 [J]. 气象科学, 31: 11-16. Zhang Yongchui, Lu Kaicheng, Zhang Ming. 2011. Barotropic quasi-equilibrium ocean model and its solution. Part I: Mid-latitude forcing of large-scale wind field [J]. Scientia Meteorologica Sinica (in Chinese), 31: 11-16.
- 张永垂, 路凯程, 张铭. 2012. 两层正压准平衡海洋模型的中纬度自由涡旋波动解 [J]. 气候与环境研究, doi: 10.3878/j.issn.1006-9585.2011.10055. Zhang Yongchui, Lu Kaicheng, Zhang Ming. 2012. The analytical solution of mid-latitude free vortex wave of two-layer barotropic quasi-equilibrium ocean model [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), doi: 10.3878/j.issn.1006-9585.2011.10055.