

大气边界层湍流涡旋结构的小波分解*

胡 非

(中国科学院大气物理研究所大气边界层物理和大气化学国家重点实验室, 北京 100029)

摘 要 利用离散正交小波在若干物理判别准则下对边界层湍流脉动信号进行去噪和多尺度分解, 从而有效地区分出均匀各向同性小涡成份和大尺度含能涡旋成份。能谱分析发现, 小涡的谱动力学行为具有非常好的标度不变性, 标度关系满足 Kolmogorov 的 $-5/3$ 律。

关键词 大气边界层 湍流 小波变换

1 引言

大气湍流包含各种不同尺度的涡旋结构。不同尺度的涡旋在物质和能量的传输过程中担负着不同的作用。例如大尺度相干涡旋携带最多的动能, 小尺度涡旋则主要起扩散和耗散能量的作用。长期以来, 理论上大都是按照 Kolmogorov 的思想研究均匀各向同性湍流模型。后来在边界层中发现了相干结构以后, 对非均匀各向同性湍流的研究日益受到重视。但是尽管从理论上已知这种区别不同尺度涡旋结构的重要性, 却很难在实际资料的分析中实现, 其原因是过去没有特别有效的在物理空间中进行信号分解的手段。早期很多工作都是基于傅里叶变换滤波的, 但这只是在频率或波数空间中的一种分解, 并未真正涉及具体的时空尺度。

80年代后兴起的小波(也称子波)变换方法, 很快被用来弥补傅里叶方法的不足, 有不少研究工作已将其应用到普通湍流中^[1~4]。小波变换可否用来对大气边界层湍流中的大、小涡旋进行有效的分解? 本文主要利用正交小波研究这方面的问题。

2 小波变换

小波变换有连续的和离散两种^[5~7]。

2.1 连续小波变换

函数 $f(t)$ 在小波母函数为 $\psi(t)$ 时的连续小波变换定义为 $f(t)$ 与 $\psi_{ab}(t)$ 的卷积:

$$W_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{ab}(t) dt, \quad (1)$$

其中, $\psi_{ab}(t)$ 是 $\psi(t)$ 经过平移(参数为 b)和伸缩(参数为 a)变换得到的小函数族:

$$\psi_{ab}(t) = \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2)$$

1998-05-05 收到

* 本工作还得到国家自然科学基金项目 49505065 的资助

数学上要求母函数 $\psi(t)$ 必须满足一系列严格要求。目前,已被证明满足有关条件并被广泛使用的连续子波函数有墨西哥帽、法兰西帽和 Morlet 函数。

小波变换可形象地看成数学显微镜,其光学性质则取决于母函数 $\psi(t)$ 。小波变换可以根据 $f(t)$ 中不同尺度的成分,自动变焦,调整分辨率(见图1)。正如文献[4]指出,对于湍流信号而言,小波函数具有明确的物理意义:如果 b 是空间参数,则 ψ_{ab} 表示物理空间中 b 处的一个空间尺度为 a 的湍涡结构;如果 b 是时间参数,则 ψ_{ab} 表示时刻 b 发生了一个时间尺度为 a 的事件。小波变换相当于将信号与小波函数在某一位置 b 做局部相关分析,如果其相关性高,则表明信号在该处含有该小波成分,使得信号在该处与该小波具有好的一致性。

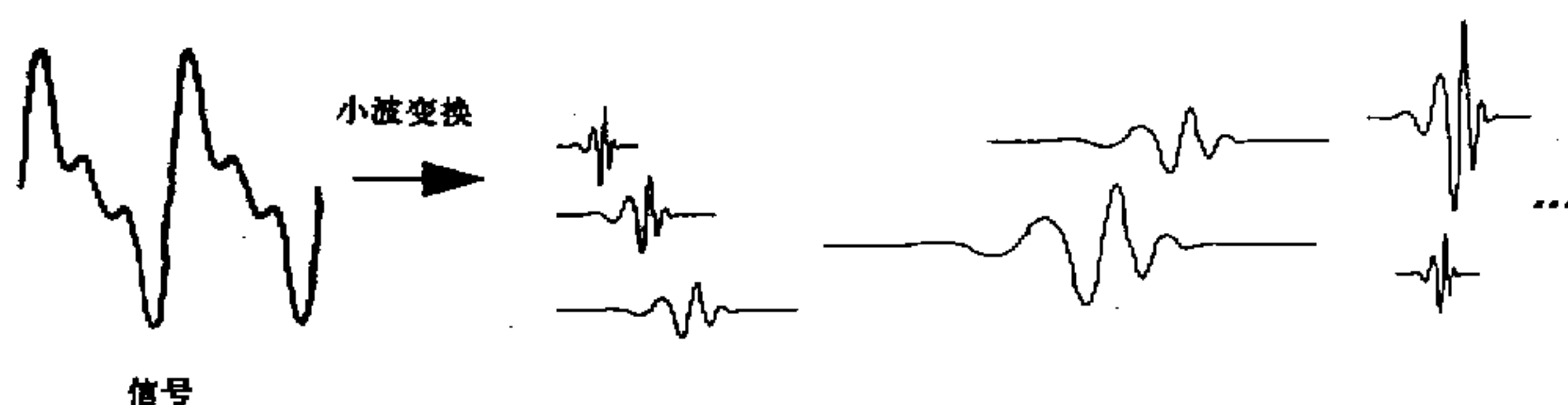


图1 不同位置 a 不同尺度 b 用不同的小波函数逼近原始信号

在图2中,我们给出了一个用 Morlet 母函数对大气边界层湍流信号进行连续小波变换的例子。湍流信号由美国生产的高性能超声风速温度仪(SAT-211/3K型, Appl. Tech. Co.制造, 采样频率为20 Hz, 声程为15 cm)取得,于1997年冬天在中国科学院大气物理研究所325 m气象塔10 m高度上连续进行了100多个小时的不间断采样,观测期间天气晴朗,下垫面是典型的城市粗糙型。图2中纵坐标为时间尺度 a ,横坐标则代表实际的采样时刻 b ,图中黑色代表小波变换系数 $W(a, b) > 0$,这样做是为制图方便,实际上在计算机屏幕上可以用不同色彩或灰度看得更细致^[7]。图2显示,在不同时间尺度上,湍流具有越来越精细的涡旋结构,而在整个观测时段内(这里取了50 s,即1000个数据点),各种不同尺度的湍流结构表现出相似性特征。由此可见,小波变换的确可以揭示出由傅里叶变换不能揭示的内容。

2.2 离散正交小波变换

在连续小波变换中,当 a 、 b 连续取值时变换系数 $W(a, b)$ 对应于不同 a 、 b 的值并不是相互独立的,它们之中有一定的重复信息。在处理实际的离散信号时,我们可以通过取特定的 a 和 b 来构造离散的完备正交小波函数序列。通常取 $a = a_0^j$, $b = ib_0 a_0^j$, $a_0 = 2$, $b_0 = 1$,称为二进小波序列(octaves),从而有 $\psi_{ab} \rightarrow \psi_{ij}$,任何函数 $f(t)$ 都可以用 ψ_{ij} 的线性组合逼近到任意高的精度。对于采样间隔为 Δ 的离散数据序列 $f(k)$, $k = 1, 2, \dots, n$,其小波变换(正变换和反变换)简化为

$$W_f(i, j) = \Delta \sum_{k=1}^n \psi_{ij}(k) f(k), \quad (3)$$

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{i=-\infty}^{\infty} W_f(i, j) \psi_{ij}(t) 2^j \quad (4)$$

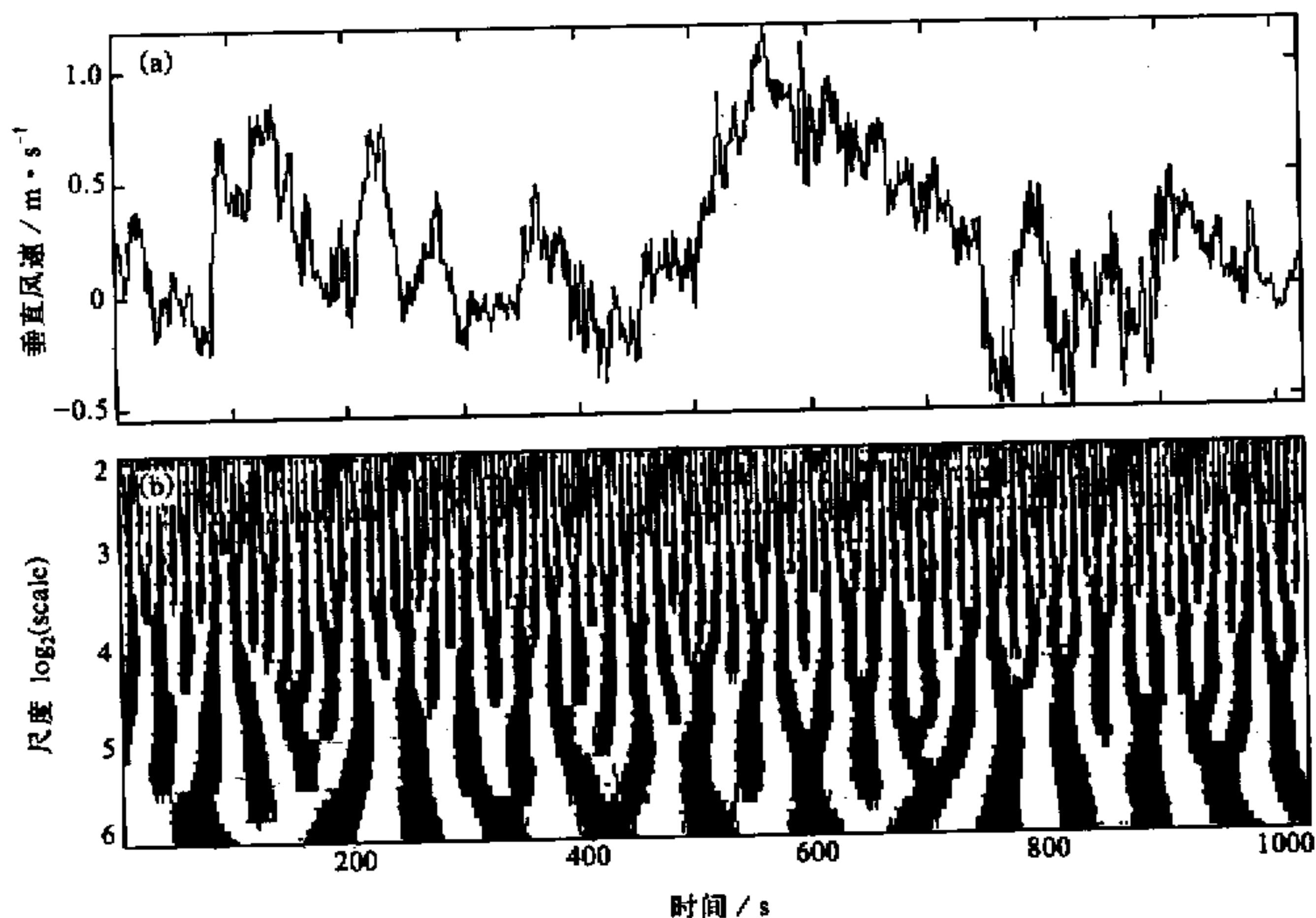


图2 实测大气湍流垂直风速信号(a)及其连续小波变换(b)。观测时间: 1997-12-16-14:00

表达式(4)与傅里叶变换有两点明显不同,一是级数展开时有两个指标,分别表征尺度和位置,二是基函数本身也包含了尺度和位置信息。

离散小波变换有快速算法,例如 Mallat 交叉映射金字塔算法(FWT),该方法相当于傅里叶分析中快速傅里叶变换(FFT)的地位,详见文献[9]。有一些非常重要的离散正交小波母函数是不能象连续小波母函数那样写出具体表达式的,其中最著名的是 Daubechies 小波^[5]。离散小波变换结果的物理意义与连续情形的相同。

2.3 多尺度分析

反复利用离散小波变换可以对一个信号进行多次分解和重建,在重建过程中如果再加上先验的门限判别准则,则可以达到区分尺度、去噪滤波和压缩信息等目的。将离散小波变换看作一个滤波器可以将原始信号分解成“近似”和“细节”两部分,它们各占一半数据长度,并不增加数据的存贮量,但由它们却可以精确地重构原信号,即原始信号 = “近似”(A) + “细节”(D),如图3所示,限于篇幅这里不详细介绍,可参阅文献^[5~7,9]。

3 湍流信号的去噪和分解

实测的湍流数据,必须进行去噪处理,特别是消除宽带白噪声。本文的基本做法是先对原始信号进行离散正交二进小波变换,然后寻找每个尺度上小波变换系数对应的模的极大值,再对最大尺度上的极大值点做门限截留等处理,最后用保留下来的变换系数重建信号,分解和重建均用 Mallat 算法。图4给出了一个正弦函数加上随机噪声后又

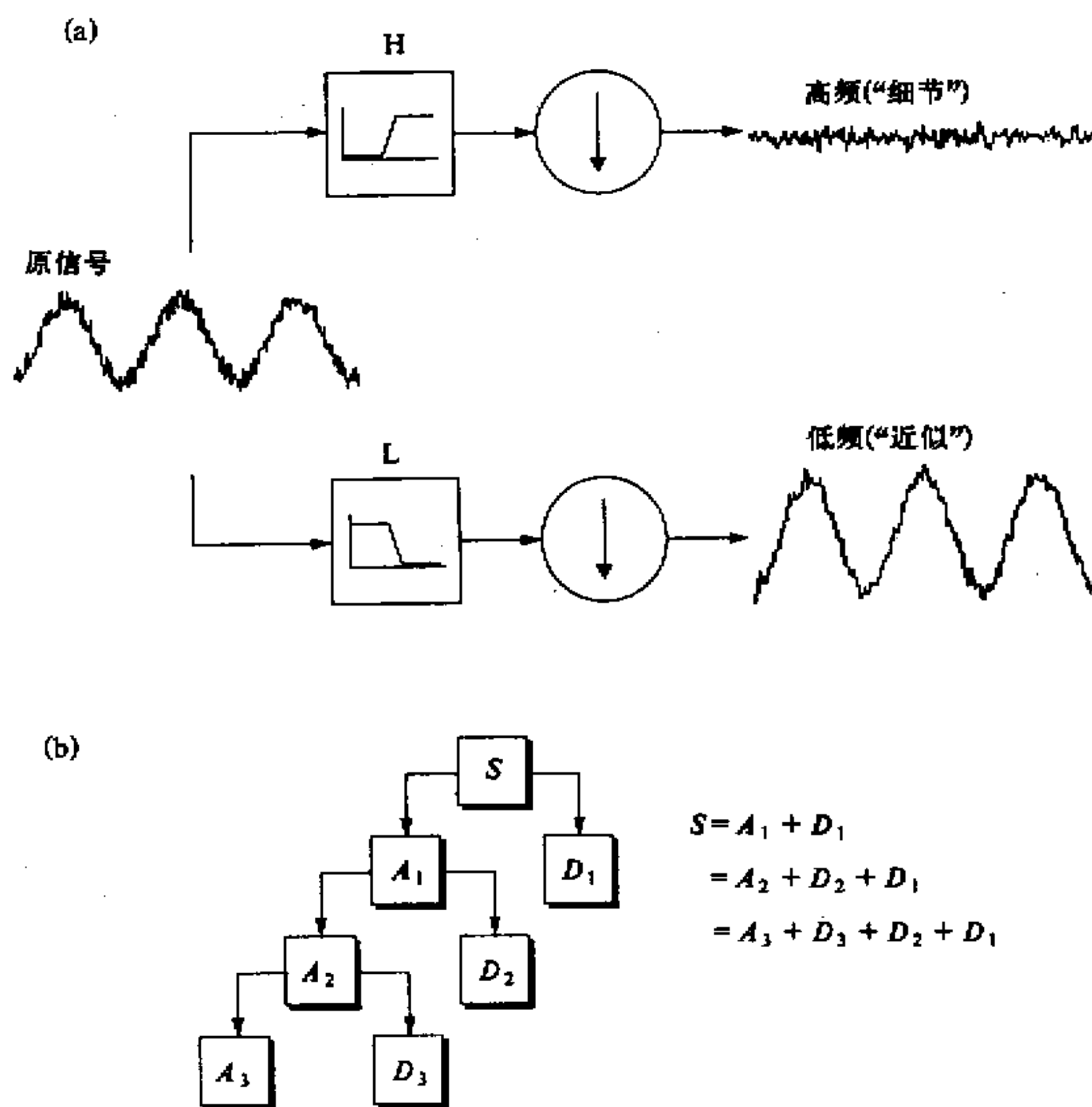


图3 小波分解示意图

用小波去噪的例子(使用二阶正交对称小波)。

图5和图6给出与图2同一时段的湍流资料(但这里取8192个观测数据,长度为409.6 s)经小波去噪后的结果,其中图5为了便于细看只画出了前4000个点。需要说明的是,小波母函数的选择是经许多次反复数值实验比较后确定的,我们发现三阶Daubechies小波用于大气湍流资料非常好。从图5中可明显看出小波变换具有很好的去噪效果,它在消除湍流小尺度高频噪声时非常有效,且严格保持了原信号的相位特性和幅值的大小。进一步从FFT变换后的谱密度(图6)中,可以看到噪声的能量确实是集中在高频部分,并且在一段频率范围内保持平台而不发生变化,这正是白噪声的谱特征。噪声使能谱在高频“翘尾”是湍流谱分析时经常遇到的现象,实际上由于粘性耗散作用高频湍流能量应该是衰减的,因此在分析湍流资料时消除高频噪声是必需的。本文中使用的资料均已进行了小波去噪处理。

现在利用小波的多尺度分解功能对实测湍流信号进行分解。图7给出了一个例子,资料与图5和图6相同(即资料时段为409.6 s),使用三阶Daubechies小波,一直分解到 2^9 尺度(即512 s)。图7中曲线代表原信号的“近似”成分,即大尺度成分(小尺度“细节”成分没有画出),可以清楚地看到小波分解在不同尺度上不断提取湍流信号“筋骨”的过程。

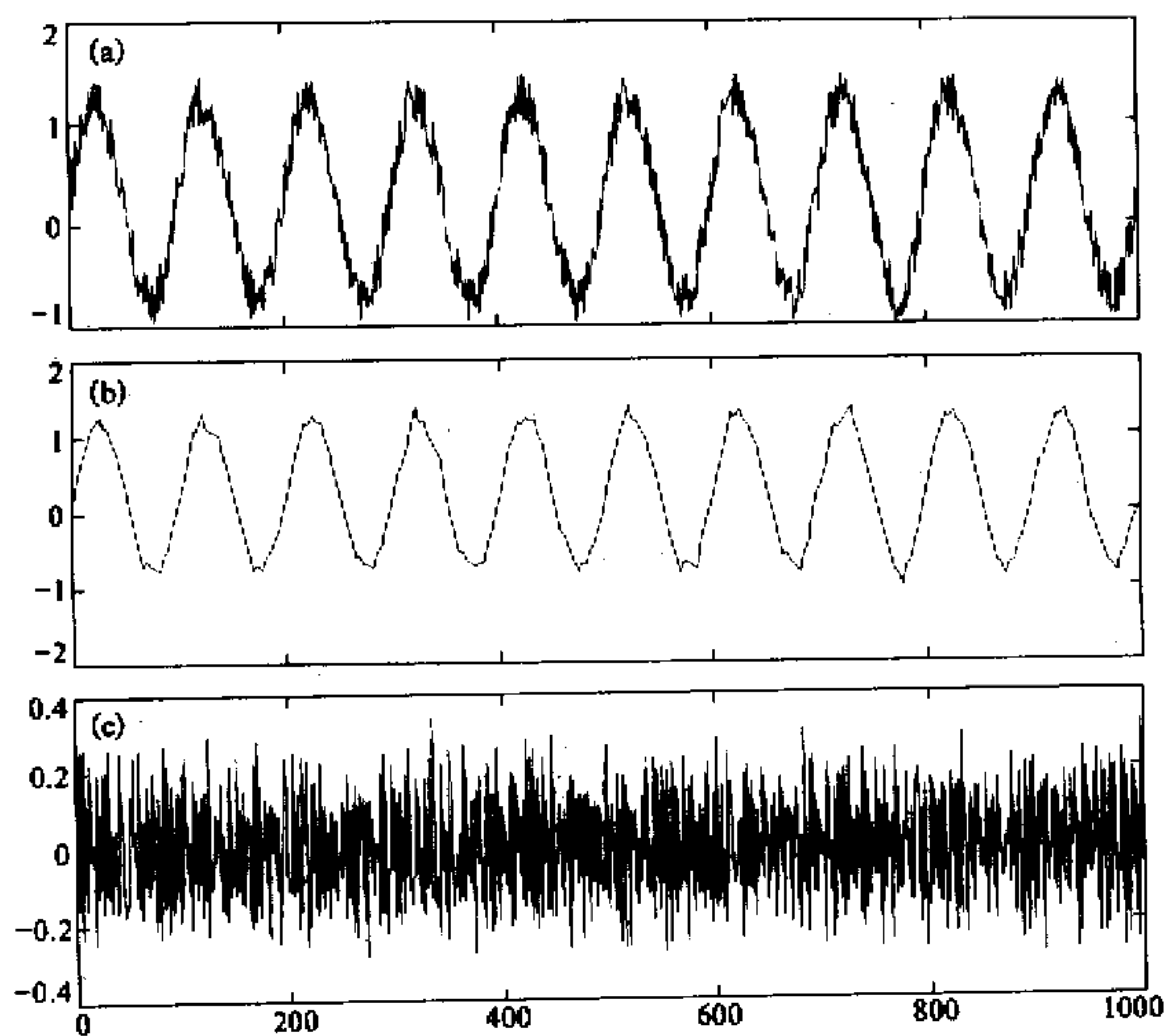


图4 (a) 正弦函数信号加随机噪声; (b) 用小波去噪并恢复信号; (c) 噪声

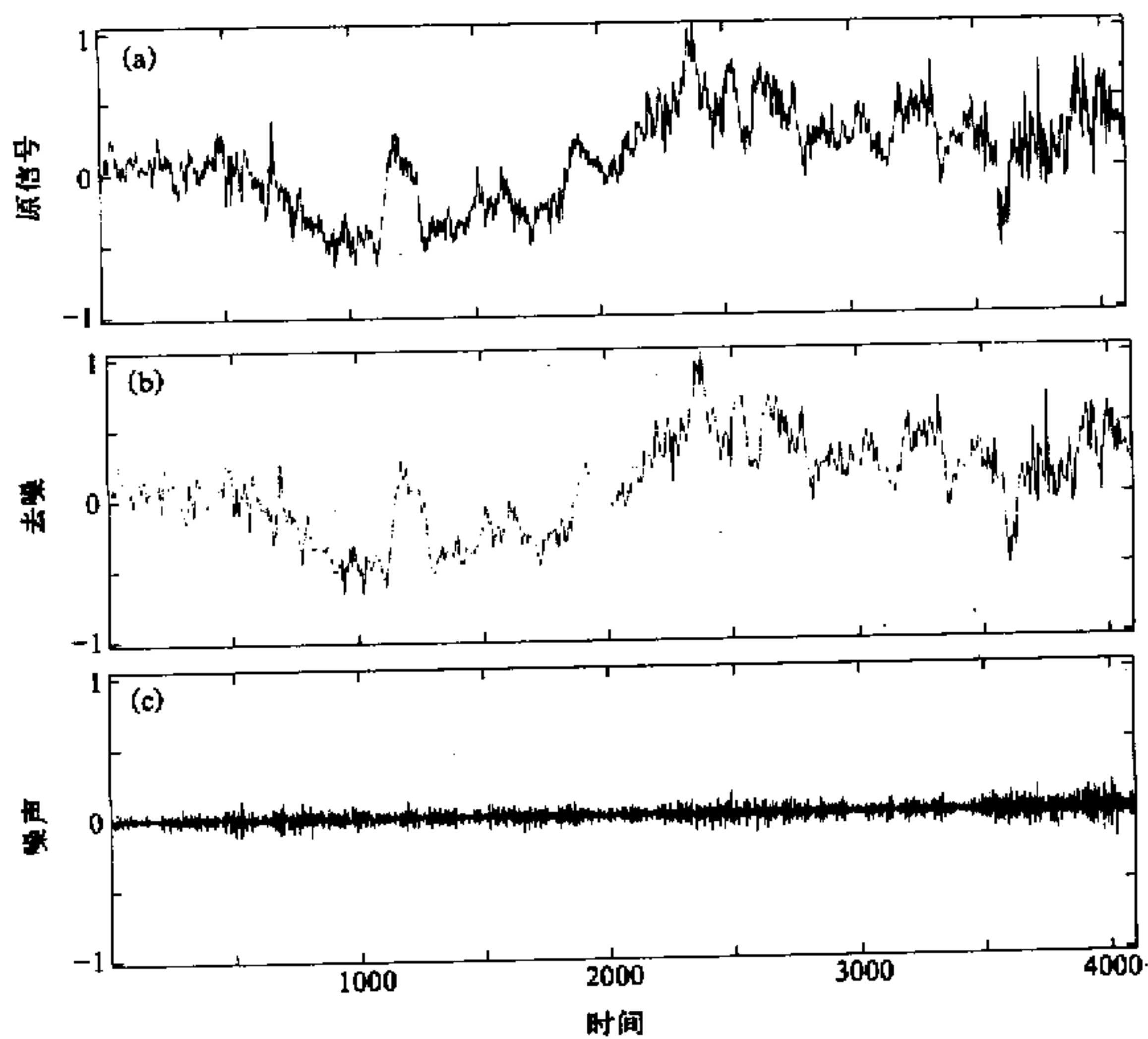


图5 对实测湍流垂直速度信号进行小波去噪
横坐标单位为 s, 纵坐标单位为 m/s

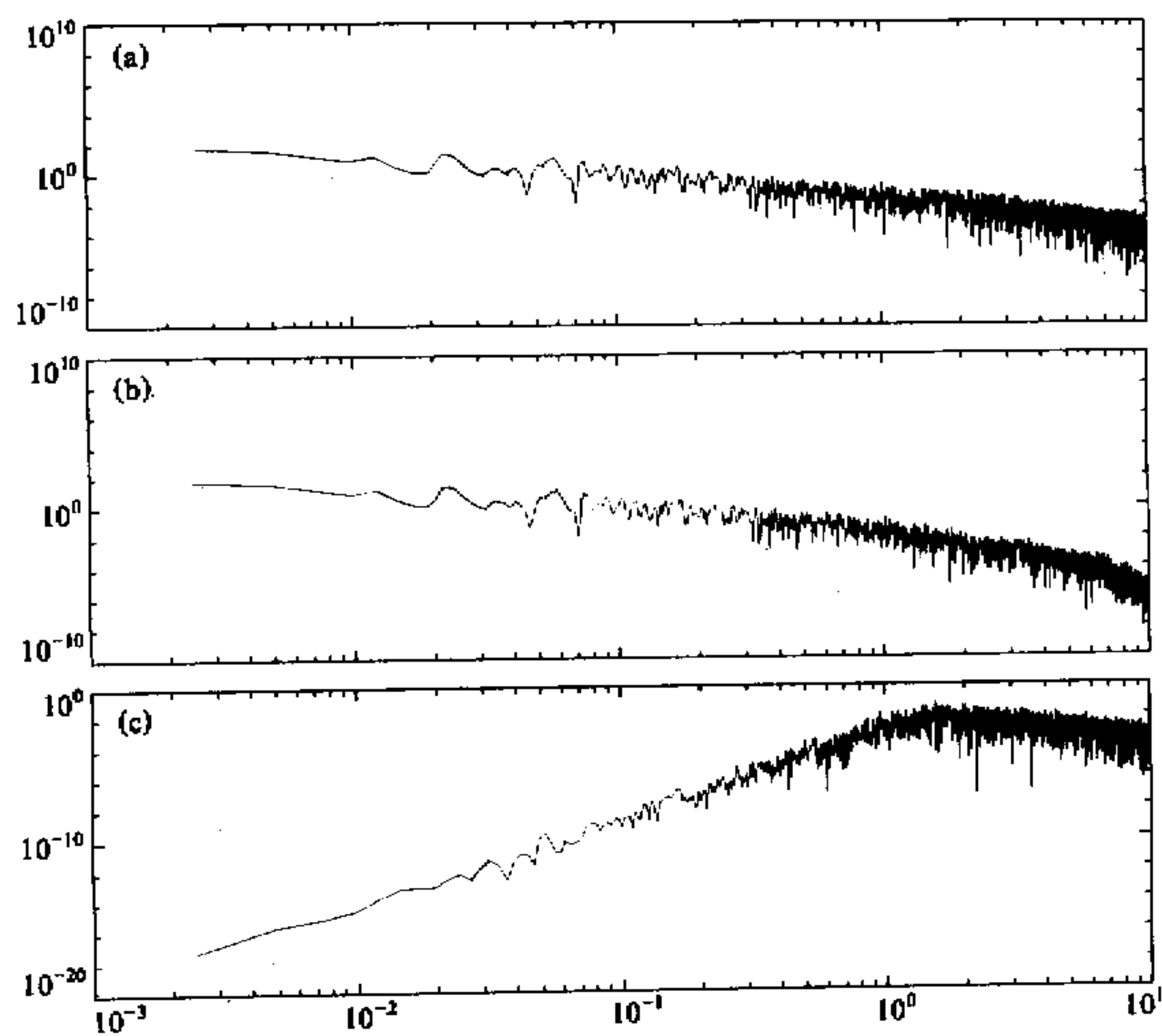


图 6 对应于图 5 的功率谱密度分析。横坐标单位为 Hz

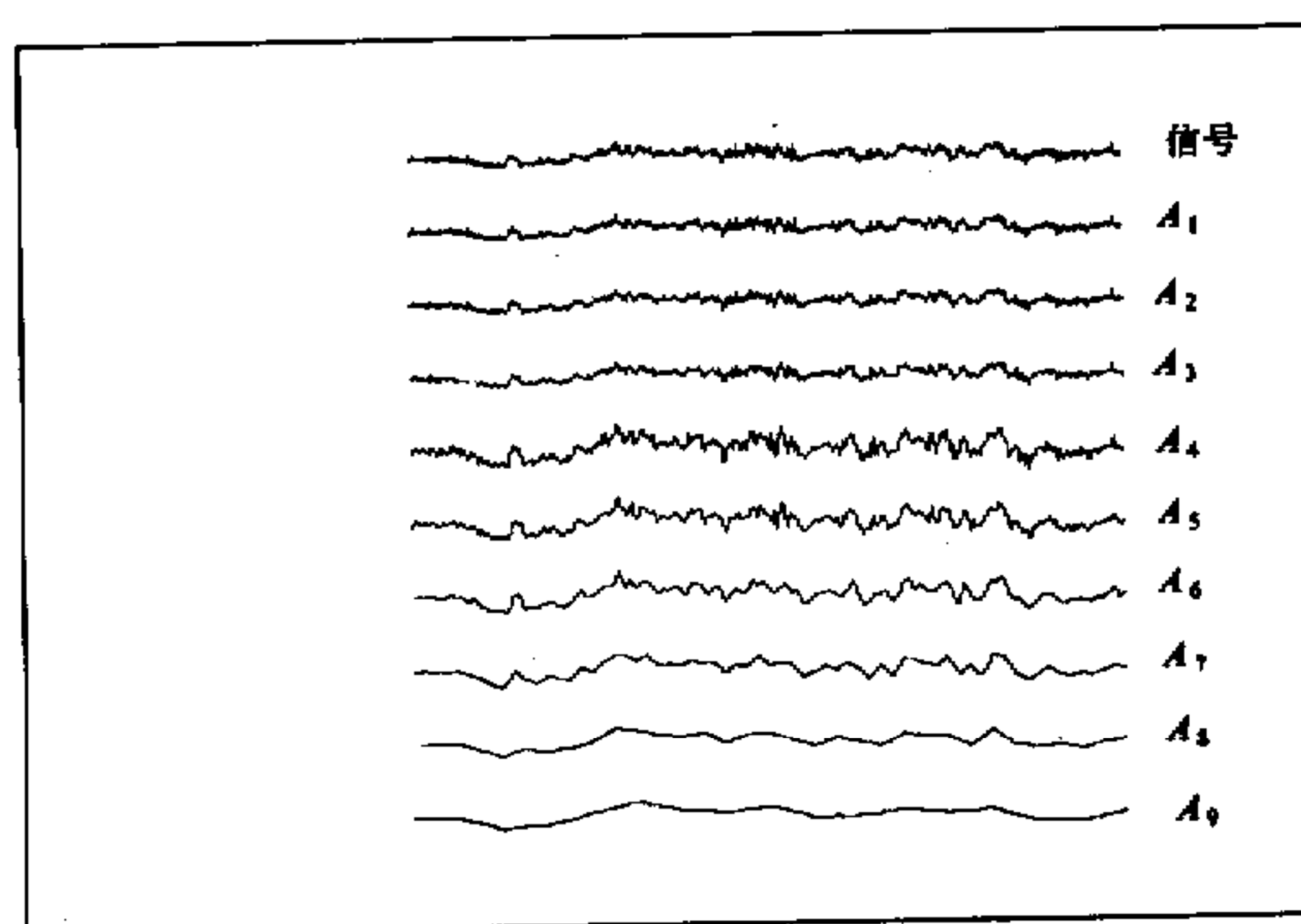


图 7 利用二进正交小波对实测大气湍流资料进行多尺度分解

4 区分涡旋结构

既然湍流有很宽广的尺度和复杂的结构(参见图 2 和图 6), 那么究竟选取什么样的小波母函数以及将多尺度分解进行到什么程度才可以提取出我们感兴趣的信息? 这需要事先给出判别的准则并进行数值实验。区分大、小涡流的一种自然的选择是: (1) 分解出来的小涡应该是各向同性的, 即小涡的 u 、 v 和 w 三个分量的平方应该相等; (2) 大、小尺度涡旋应该关联程度很小, 即大小涡旋对应的 u 、 v 、 w 三者中不相关联; (3) 小尺度涡旋的动能远远小于大尺度涡旋的动能; (4) 大涡对湍流动量通量的贡献远大于小涡^[10]。此外, 还可检查信号的偏斜度和陡峭度^[5]。

在上述准则下, 我们进行大量数值实验, 发现对于我们所分析的近百小时的北京冬季边界层大气湍流信号, 取三阶 Daubechies 小波后做 5~9 次较好(对于 20 Hz 采样的数据, 相当于分解到 $2^5/20 \sim 2^9/20$ s 的特征尺度)。图 7 给出的分解就是这样做的。限于篇幅, 只在图 8 和图 9 中给出了一个计算的例子(资料与前相同), 请注意它们与去噪声图 5 和图 6 的不同, 特别是在功率谱分布上。在研究的时段内(204.8 s)湍流大涡的动能之和为 $366.4 \text{ m}^2/\text{s}^2$, 而小涡动能仅为 $34.8 \text{ m}^2/\text{s}^2$ (均为单位质量), 大小涡旋的速度关联均小于 10^{-3} 。

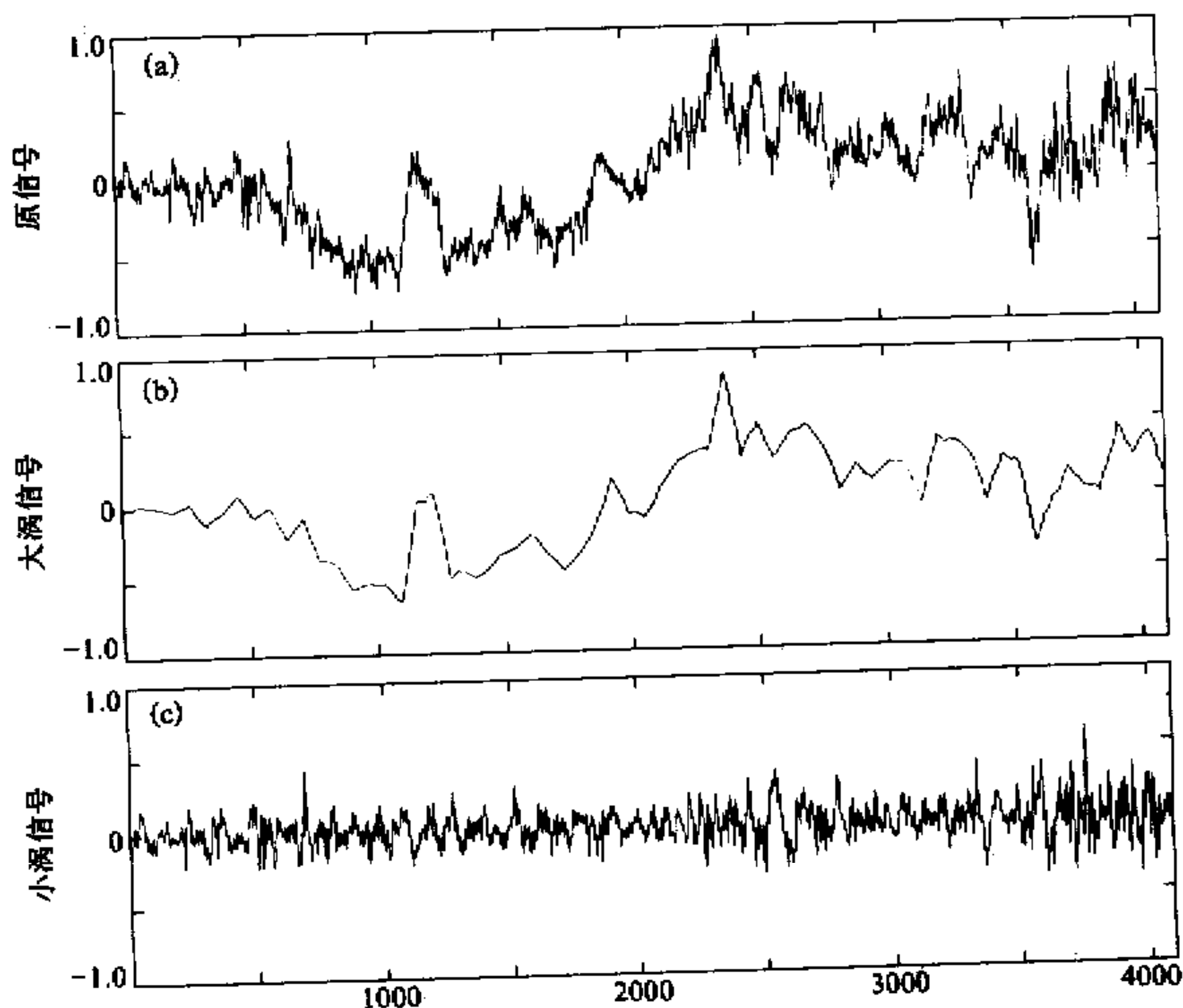


图 8 用三阶 Daubechies 小波分解 6 步获得湍流信号
(a) 原信号; (b) 大涡信号; (c) 小涡信号

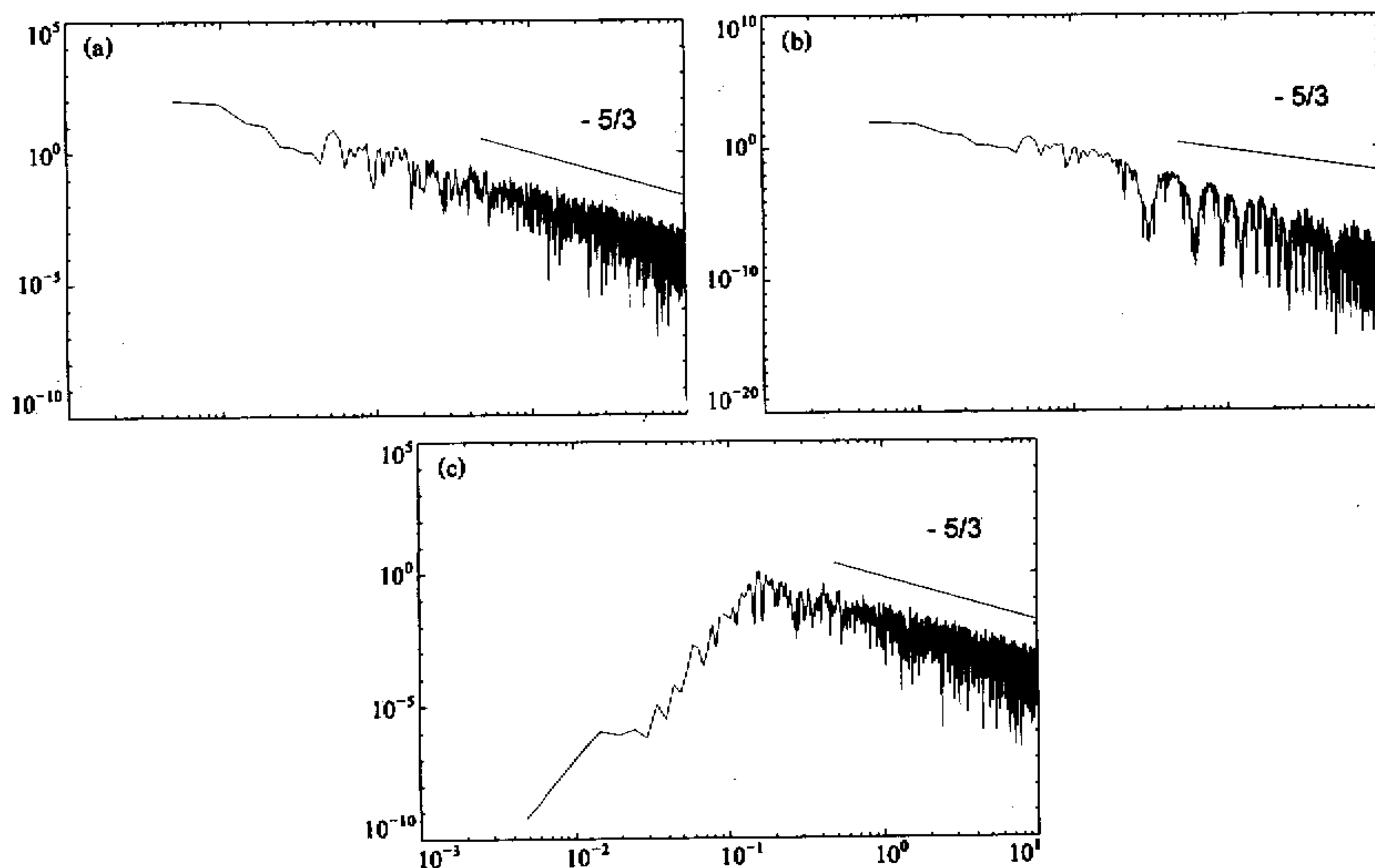


图9 对应于图8的功率谱密度分析
横坐标单位为 Hz

从图中还可以看到, 在双对数坐标下, 小尺度(高频)湍流的频谱分布具有很好的线性关系, 也即能谱密度与频率成幂指数函数关系, 这就是通常所说的湍流谱标度率, 标度指数为“ $-5/3$ ”。

5 结论

比起传统的傅里叶变换来, 小波变换可以从另一个侧面揭示大气湍流的细微结构。由于有 Mallat 快速算法(FWT), 利用正交小波变换可以方便地去除噪声和进行多尺度分解。对大气湍流的小波分析而言, 三阶 Daubechies 母函数是很好的选择。

致谢 赵松年研究员与作者就小波变换进行了大量有益的讨论; 在进行湍流观测实验时, 北京大学张霭琛教授给予了很多帮助, 在此一并致谢!

参 考 文 献

- 1 Ruskai, M. B. et al., 1992, *Wavelets and Their Applications*, Jones and Bartlett Publishers, Boston.
- 2 Farge, M., 1992, Wavelet transforms and their applications to turbulence, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 24, 395~457.
- 3 Yamada M. And Ohkitani K., 1990, Orthonormal wavelet expansion and its application to turbulence, *Prog. Theor. Physics.*, 83(5), 819~823.
- 4 姜楠、王振东、舒玮, 1997, 子波分析识别湍流猝发事件的能量最大准则, *力学学报*, 29(4), 406~412.

- 5 Daubechies, I., 1992, Ten lectures on wavelets, CBMS, SIAM.
- 6 赵松年、熊小芸, 1997, 子波变换与子波分析, 电子工业出版社.
- 7 陈逢时, 1998, 子波变换理论及其在信号处理中的应用, 国防工业出版社.
- 8 胡非, 1995, 湍流、间隙性与大气边界层, 科学出版社.
- 9 Mallat, S.G., 1989, Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of $L^2(\mathbb{R})$, *Trans. of Amer. Math. Soc.*, **315**, 69~88.
- 10 汪健生、张金钟、舒玮, 1995, 提取壁湍流相干结构的数值滤波方法, *力学学报*, **27**(4), 519~524.

Atmospheric Boundary Layer Eddy Structure Identification by Orthonormal Wavelet Expansion

Hu Fei

(State Key Laboratory of Atmospheric Boundary Physics and Atmospheric Chemistry,
Chinese Academy of Sciences, Institute of Atmospheric Physics, Beijing 100029)

Abstract Orthonormal wavelet transform is applied to experimental data of boundary layer turbulence, including multi-scale decomposition and high frequency noise removing. Some physical criterions, such as isotropic, are respectively proposed to determine the time scale that is related to coherent and small scale parts of turbulence.

Key words atmospheric boundary layer turbulence wavelet transform