第4卷 第3期
1999 年 9 月

气候与环境研究
Climatic and Environmental Research

Vol. 4, No. 3
Sept. 1999

污染物大尺度垂直输送的理论研究*

高守亭 雷霆

(中国科学院大气物理研究所大气边界层物理和大气化学国家重点实验室，北京 100029)

摘 要 从大尺度动力学的观点讨论了污染物进入自由大气后的垂直输送问题，重点讨论了绝热条件下中性波及斜压不稳定波引起的垂直运动对污染物的垂直输送以及非绝热情况下由剩余环流引起的垂直运动对污染物的垂直输送，并从波作用对垂直运动贡献的观点，指出了平流层内由于波作用引起的非局地的下沉运动对污染物垂直输送的控制作用，最后还指出以往对垂直运动诊断研究的一些成果也是对污染物垂直输送有贡献的因素。

关键词 波的作用 垂直运动 污染物输送 输送控制

1 引言

污染物的垂直输送及水平输送是空气污染研究的重要内容之一。而垂直输送是研究的难点，因为人类的活动都是在近地面，所以同人类活动有关的各种污染源都在近地面的边界层内。各种污染物及气体排放物，如 CO_2，CH_4，CFCs 以及 NO_x 等最初都发生在近地层。这些气体及有关的污染物经过边界层的摩擦抽吸进入自由大气之后，在自由大气中是如何传输的，这个很有意义的研究课题引起了很多环境学家的关注。目前尚很少有人把大尺度运动及波、流相互作用同污染物的输送结合在一起来研究，所以对污染物的垂直输送问题一直没有较系统而全面的解释，特别是从根本上缺乏从大尺度运动着眼的垂直输送理论。

本文正是针对这一研究的不足，从天气动力学的角度提出了污染物的大尺度垂直输送理论，为污染物的垂直输送打下了初步的理论基础。

2 斜压不稳定区内污染物的垂直输送

为了研究的方便，使用压力对数坐标系，定义为

$$z = -H\ln(p / p_r), \tag{1}$$

其中，H是大气标高，p_r是参考大气压。设上下边界位于$z = \pm H/2$，下边界表示地面，上边界可以表示为对流层顶。

为了使问题简单而清楚，采用如下模型：（a）忽略f随纬度的变化；（b）认为解在x, y方向是周期的；（c）垂直风切变可表示为$\Delta u / H$，且认为层结N为常数。

对应以上模型流函数 Ψ 可以定义为

1999-05-10 收到

* 中国科学院"九五"重大A项目KZ951-A1-403专题资助

$$\Psi = -\frac{\Delta u}{H} yz. \tag{2}$$

没有外加热源的热力方程为

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{V}\cdot\nabla\right)\frac{\partial\varphi}{\partial z} + wN^2 = 0. \tag{3}$$

在准地转框架下，流函数 Ψ 同位势高度 φ 的关系为

$$\Psi = \varphi / f. \tag{4}$$

把流函数 Ψ 分成基本流函数$\overline{\Psi}(z)$及扰动流函数$\Psi^*(x, y, z, t)$，则（3）式的线性化形式为

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\Delta u z}{H}\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial \Psi^*}{\partial z}\right) - \frac{\Delta u}{H}\frac{\partial \Psi^*}{\partial x} = -\frac{N^2}{f} w^*, \tag{5}$$

其中运用了$u^* = -\partial\Psi^* / \partial y$，$v^* = -\partial\Psi^* / \partial x$。在上、下边界上（$z = \pm H/2$）应有$w^* = 0$，则有:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\Delta u}{2}\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial \Psi^*}{\partial z}\right) - \frac{\Delta u}{H}\frac{\partial \Psi^*}{\partial x} = 0. \tag{6}$$

Ψ^* 可以被写成波形解:

$$\Psi^*(x, y, z, t) = \varphi^*(z)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx + ly - \omega t)}, \tag{7}$$

将（7）代入（6）后得

$$\left(-\omega \pm \frac{\Delta u}{2}k\right)\frac{\mathrm{d}\varphi^*}{\mathrm{d}z} - \frac{\Delta u}{H}k\varphi^* = 0. \tag{8}$$

(8) 式的进一步求解，是要求首先给出φ^*的具体表达式，这就需要从另一方面来思考。由绝热、无摩擦条件下的位涡守恒而知位涡为

$$q = f + \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{f^2}{N^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}. \tag{9}$$

把（2）代入（9）可发现，基本态的位涡是常数并为f。由位涡守恒$\mathrm{d}q/\mathrm{d}t = 0$，可知这种基本态的位涡不能随其后的流动发展而改变。因此，可以推断出扰动位涡q^*为

$$q^* = \frac{\partial^2\Psi^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi^*}{\partial y^2} + \frac{f^2}{N^2}\frac{\partial^2\Psi^*}{\partial z^2} = 0. \tag{10}$$

把（7）代入（10）式得到

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi^*}{\mathrm{d}z^2} - \frac{N^2K^2}{f^2}\varphi^* = 0, \tag{11}$$

这里，$K^2 = k^2 + l^2$。故有解

$$\varphi^* = A\cosh(z/L) + B\sinh(z/L), \tag{12}$$

这里，A、B是待定常数，$L=f/NK$。在$z=\pm H/2$处，把φ^*代入（8）有：

$$\frac{KN}{f}\left(-w\pm\frac{\Delta u}{2}k\right)(\pm AS+BC)-\frac{k\Delta u}{H}(AC\pm BS)=0, \tag{13}$$

这里，$C=\cosh(KNH/2f)$，$S=\sinh(KNH/2f)$。进而可求出：

$$\omega^2=k^2\Delta u^2\left[\frac{1}{2}\tanh\left(\frac{K}{2L_R}\right)-\frac{L_R}{K}\right]\left[\frac{1}{2}\coth\left(\frac{K}{2L_R}\right)-\frac{L_R}{K}\right], \tag{14}$$

这里，$L_R=NH/f$ 是 Rossby 变形半径。

从（14）式可知，当K较大时，ω^2是正值。这表明频率是实的，即波为中性波。在准地转框架下，同中性波相联系的垂直速度w^*可表示为

$$w^*=-\frac{f}{N^2}\left(\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial\Psi^*}{\partial z}+\frac{\Delta uz}{H}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial\Psi^*}{\partial z}-\frac{\Delta u}{H}\frac{\partial\Psi^*}{\partial x}\right). \tag{15}$$

把Ψ^*的（7）表达式代入（15），有

$$w^*=-\frac{f}{N^2}\left[\frac{\partial\varphi^*}{\partial z}\omega\sin(kx+ly-\omega t)-\frac{\Delta uz}{H}k\varphi^*\sin(kx+ly-\omega t)+\frac{\Delta u}{H}k\varphi^*\sin(kx+ly-\omega t)\right]. \tag{16}$$

利用φ^*的表达式，则w^*进一步可写为

$$\begin{aligned}w^*=-\frac{f}{N^2}\Big\{&\omega\left[\frac{A}{L_R}\sinh\left(\frac{z}{L_R}\right)+\frac{B}{L_R}\cosh\left(\frac{z}{L_R}\right)\right]\sin(kx+ly-\omega t)\\&-\frac{\Delta uz}{H}k\left[A\cosh\left(\frac{z}{L_R}\right)+B\sinh\left(\frac{z}{L_R}\right)\right]\sin(kx+ly-\omega t)\\&+\frac{\Delta u}{H}k\left[A\cosh\left(\frac{z}{L_R}\right)+B\sinh\left(\frac{z}{L_R}\right)\right]\sin(kx+ly-\omega t)\Big\}.\end{aligned} \tag{17}$$

（17）式是$\omega>0$的中性波情况下垂直运动w^*的表达式。

同时，从（14）式可知，当K较小时，ω^2是负值。这表明频率是虚的，即出现斜压不稳定。研究证明，对不稳定的模态，波的增长率σ为

$$\sigma=i\omega=0.31\Delta y/L_R. \tag{18}$$

因$\omega^2<0$可知，ω可记为$\omega=i\omega_i$ ($\omega_i>0$)，由（16）及（12）可知，这时w^*可表示为

$$\begin{aligned}w^*=-\frac{f}{N^2}\Big\{&\omega_i\left[\frac{A}{L_R}\sinh\left(\frac{z}{L_R}\right)+\frac{B}{L_R}\cosh\left(\frac{z}{L_R}\right)\right]\sin(kx+ly-\omega t)\\&-\frac{\Delta uz}{H}k\left[A\cosh\left(\frac{z}{L_R}\right)+B\sinh\left(\frac{z}{L_R}\right)\right]\sin(kx+ly-\omega t)\\&+\frac{\Delta u}{H}k\left[A\cosh\left(\frac{z}{L_R}\right)+B\sinh\left(\frac{z}{L_R}\right)\right]\sin(kx+ly-\omega t)\Big\}.\end{aligned} \tag{19}$$

可见，无论对中性波或增长波，同它们连带的垂直运动都可以求得。因此，对任何一种污染物质或气体，若混合密度为c^*，则物质的垂直输送可表示为c^*w^*。这恰是大尺

度斜压对流引起的垂直运动对污染物的垂直输送。因这种输送范围较大，所以起着相当大的作用。

3 行星波尺度加热场对污染物的垂直输送作用

上节主要讨论了绝热情况下，中性波及斜压不稳定波引起的垂直运动对污染物的传输作用，但污染物主要发生在与人类活动有关的大气边界层内，所以下垫面的热力作用不可忽略。正是如此，本节在污染物垂直输送的理论中考虑了加热效应对垂直运动的贡献。实际上，加热分布是一个很复杂的问题，如局地加热很强，就会出现自然对流或深对流。即使局地加热不太强，但其加热场的拉普拉斯分布明显，仍会产生明显的对流，至少是浅对流。关于深对流和浅对流引起的污染物垂直输送将有另文讨论，这里仅限于讨论大尺度的纬向平均加热效应对污染物垂直输送的贡献。

有关波与流相互作用的理论研究表明[1]，当引入剩余环流后，变形的欧拉方程可以写为

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial t}-f\overline{v}^{**}=\frac{1}{\rho_0}\nabla\cdot\vec{F},\tag{20}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\overline{\varphi}}{\partial z}\right)+N^2\overline{w}^{**}=\frac{K}{H}\overline{J},\tag{21}$$

$$\frac{\partial\overline{v}^{**}}{\partial y}+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z}(\rho_0\overline{w}^{**})=0,\tag{22}$$

这里$\vec{F}$称 E-P 通量，定义为

$$\vec{F}=-\rho_0(\overline{u'v'})\vec{j}+\frac{f\rho_0}{N^2}(\overline{v'\varphi'_z})\vec{K}\tag{23}$$

且

$$\overline{v}^{**}=\overline{v}-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\rho_0}{N^2}\overline{v'\varphi'_z}\right),\tag{24}$$

$$\overline{w}^{**}=\overline{w}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\overline{v'\varphi'_z}}{N^2}\right),\tag{25}$$

这里，$\overline{v}^{**}$、$\overline{w}^{**}$称为剩余经向环流，$\overline{J}$是纬向平均的加热源。

对定常情况，(21) 式可简化为

$$N^2\overline{w}^{**}=\frac{\kappa}{H}\overline{J}\quad 或\quad \overline{w}^{**}=\frac{\kappa}{N^2H}\overline{J}.\tag{26}$$

可见，只要知道$\overline{J}$的分布就相当于知道了$\overline{w}^{**}$，而$\overline{w}^{**}$完全是由加热效应引起的。因此，对于任何一种混合密度为c^*的污染物质，其垂直输送为$\overline{w}^{**}c^*$。这是一种行星尺度范围的，纬向平均的，由加热效应引起的污染物垂直输送。

需要说明的是，对 (26) 式这样简单的显示表示，是在定常情况下求得的。这就意味着对$\overline{J}$的分布是有限制的，不能使$\overline{J}$分布是任意的。因为在定常时，由 (20) 式可

知，波的强迫作用唯一地决定了$\overline{v}^{**}$，而（26）式又由唯一地决定了$\overline{w}^{**}$。这样，要想满足连续性方程

$$\frac{\partial \overline{v}^{**}}{\partial y}+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \rho_0}{\partial z}\overline{w}^{**}+\frac{\partial \overline{w}^{**}}{\partial z}=0, \tag{27}$$

则知$\overline{J}$必受到限制，因为将（26）式代入（27）可得

$$\overline{J}=\frac{gH}{\kappa}\left(\frac{\partial \overline{v}^{**}}{\partial z}+\frac{\partial \overline{w}^{**}}{\partial z}\right), \tag{28}$$

这里利用了$N^2=-\dfrac{g}{\rho_0}\dfrac{\partial \rho_0}{\partial z}$。可见，$\overline{J}$的分布必须由（28）式决定，而不能是任意的。

如果$\overline{J}$是任意的，必须考虑非定常情形。同样可表示出$\overline{w}^{**}$但关系式相对复杂。因为在非定常时，由（21）式得知:

$$\overline{w}^{*}=\frac{1}{N^2}\left[\frac{\kappa}{H}\overline{J}-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial z}\right)\right]. \tag{29}$$

因为

$$\frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial z}=\frac{R\overline{T}}{H}, \tag{30}$$

把（30）代入（29）并利用$\kappa=R/c_p$，得到:

$$\overline{w}^{**}=\frac{1}{N^2}\frac{R}{H}\left(\frac{1}{c_p}\overline{J}-\frac{\partial \overline{T}}{\partial t}\right). \tag{31}$$

可见，只要给出$\overline{J}$分布及$\overline{T}$分布，就可以算出$\overline{w}^{**}$。在大气的中低层由于N^2的值相对较小，并且加热也是在低层明显，所以$\overline{w}^{**}$在大气的中低层应当是明显的。到了对流层顶，由于N^2的明显加大，加之$\overline{J}$主要由辐射效应所决定，所以$\overline{w}^{**}$就明显减小了。可见，非绝热加热效应主要在对流层内对污染物的垂直输送起着较明显的作用，而在其上的更高层就明显减弱了。

4 污染物垂直输送的非局地控制

前面重点介绍了大范围污染物的垂直输送机制。单从表达式上看，由于垂直运动$\overline{w}^{*}$或$\overline{w}^{**}$的存在，给人的印象是污染物可以向高层无限制地输送。但实际上并不那么简单，因为当污染物被输送到平流层，它们的行为将受到平流层动力学的控制，而平流层动力学同对流层动力学有很大的差别。

平流层内定常、纬向平均的动量方程可写为

$$\overline{v}\left[\frac{1}{a\cos\varphi}\frac{\partial}{\partial \varphi}(\overline{u}\cos\varphi)-z\Omega\sin\varphi\right]+\overline{w}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}=\overline{J}, \tag{32}$$

其中，a是地球半径，φ是纬度，$\overline{u}$，$\overline{v}$和$\overline{w}$是平均环流的纬向及垂直分量。$\overline{P}$表示单位质量的纬向平均强迫。连续性方程可写为

$$\frac{1}{a\cos\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\overline{v}\cos\varphi)+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z}(\rho_0\overline{w})=0. \tag{33}$$

若再引入满足连续性方程的流函数

$$\overline{v}=-\frac{1}{\rho_0\cos\varphi}\frac{\partial\Psi}{\partial z},\quad \overline{w}=-\frac{1}{a\rho_0\cos\varphi}\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi} \tag{34}$$

及纬向平均的角动量

$$\overline{m}=a\cos\varphi(\overline{u}+a\Omega\cos\varphi), \tag{35}$$

则（33）可写为[2]

$$\frac{\partial(\Psi,\overline{m})}{\partial(\varphi,z)}=\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi}\frac{\partial\overline{m}}{\partial z}+\frac{\partial\Psi}{\partial z}\frac{\partial\overline{m}}{\partial\varphi}=\rho_0a^2\cos\varphi\overline{J}, \tag{36}$$

若用$\overline{m}_\varphi=\partial\overline{(m,z)}/\partial\overline{(\varphi,z)}$去除（36）式则得:

$$\frac{\partial(\Psi,\overline{m})}{\partial(\overline{m},z)}=\frac{\rho_0a^2\cos\varphi\overline{J}}{\overline{m}_\varphi}. \tag{37}$$

从全球性的$\overline{m}$在中层大气中的分布可以看出，在中高纬度，$\overline{m}$的等值线几乎是垂直分布的（图略），故可视为在给定纬度带，在垂直方向上，$\overline{m}$是一个常数，即$\partial\overline{m}/\partial z=0$。于是，（37）可写为

$$\frac{\partial(\Psi,\overline{m})}{\partial(\overline{m},z)}=-\left(\frac{\partial\Psi}{\partial z}\right)_{\overline{m}}=\frac{\rho_0a^2\overline{J}\cos^2\varphi}{\overline{m}_\varphi}. \tag{38}$$

若对（38）式进行垂直积分，则有:

$$\Psi(\varphi,z)=\int_z^\infty\left(\frac{\rho_0a^2\overline{J}\cos^2\varphi}{\overline{m}_\varphi}\right)_{\varphi=\varphi(z)}\mathrm{d}z, \tag{39}$$

这里利用了$z\to\infty$时，$\Psi\to0$的条件。依据（34）式中$\overline{w}$的表达式，则由（39）可知:

$$\overline{w}=\frac{1}{\rho_0\cos\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\int_z^\infty\left(\frac{\rho_0a\overline{J}\cos^2\varphi}{\overline{m}_\varphi}\right)_{\varphi=\varphi(z)}\mathrm{d}z\right], \tag{40}$$

在准地转理论推导下，由于$|\overline{u}|<2\Omega a|\sin\varphi|$，故我们可以写$\overline{m}_\varphi\approx-2\Omega a^2\sin\varphi\cos\varphi$，于是（40）可进一步写为

$$\overline{w}\equiv-\frac{1}{a\rho_0\cos\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\int_z^\infty\left(\frac{\rho_0\overline{J}\cos\varphi}{2\Omega\sin\varphi}\right)_{\varphi=\mathrm{const.}}\mathrm{d}z\right], \tag{41}$$

由（41）式可看出，在北半球中高纬度，$\overline{w}$的符号及大小完全由z高度以上$\overline{J}$的积分所决定，而与z以下的$\overline{J}$的状况无关。这样也就不会因为对流层顶的存在而影响到$\overline{w}$，特别把（41）式的积分下限恰取在对流层顶之上。这样平流层内的垂直运动就完全由平流层内$\overline{J}$的积分性质所决定。

在平流层内，$\overline{J}$主要是上传的重力波的破碎及Rossby波的破碎所引起，并且它在

中高纬度区域为明显的负值[2]，引起下沉运动，这就大大控制了污染物的向上输送。这种对污染物垂直输送的非局地控制是污染物垂直输送理论必须考虑的方面。

5　讨论和结束语

以上从大尺度斜升对流和波与流相互作用的观点从动力学的角度讨论了污染物在自由大气中的大范围垂直输送问题。除了以上两个方面外，在高空急流的入口区及出口区的直接环流和间接环流也迫使污染物在垂直方向上传输。例如，在高空急流入口区，由于 $du/dt>0$，由方程

$$\frac{du}{dt}=fv_a \tag{42}$$

可知在北半球，由$f>0$ 得出$v_a>0$（v_a是非地转分量），故知有跨急流入口区的自南向北的质量输送，根据连续性的要求在急流入口区南侧必有上升运动，而其北侧则必有下沉运动，即围绕着急流入口区出现了正环流。在高空急流的出口区，由于 $du/dt<0$，而知$v_a<0$，所以有跨急流出口区的自北向南的非地转质量输送。由于连续性的要求，则迫使急流出口区北侧有上升运动而其南侧有下沉运动，出现反环流。这两种不同的质量环流，都会把污染物从大气的低层带到大气的高层并进行水平输送。所以，高空急流入口区及出口区的次级质量环流引起的污染物垂直输送也是不可忽略的。

依据准地转理论，在p作坐标中不计 β 效应的w方程可以用$\vec{Q}$矢量表示为[3]

$$\left(\nabla_p^2-\frac{f_0^2}{r}\frac{\partial^2}{\partial p^2}\right)w=-2\nabla_p\cdot\vec{Q}, \tag{43}$$

其中，

$$\vec{Q}=-\frac{R}{\sigma p}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\vec{V}_g}{\partial x}\cdot\nabla_p T\\ \dfrac{\partial\vec{V}_g}{\partial y}\cdot\nabla_p T\end{bmatrix},\qquad \sigma=-T\frac{\partial\ln Q}{\partial p}$$

是稳定度参数。

由于$\nabla_p^2 w\propto -w$，故当$\nabla_p\cdot\vec{Q}>0$ 时，有$w>0$，出现下沉运动；当$\nabla_p\cdot\vec{Q}<0$ 时，则有$w<0$，出现上升运动。产生垂直运动的根本原因是由于地转运动本身可以破坏热成风平衡，要想恢复热成风平衡，则必须由次级环流进行地转调整，出现垂直运动。因为在这方面已有很多研究，这里只是附带说明。这种地转调整引起的垂直运动也会使各种污染物在垂直方面的分布上发生变化。

以往对污染物在自由大气中的垂直传输研究较少，主要认为积云对流是对污染物向大气深层输送的重要途径。实际上，大范围的污染物的垂直输送问题，没有被很好地认识和研究。正是针对在这一问题上研究的不足，本文给出了动力学的讨论和结果。

参考文献

1 Brasseur P., 1998, *The Stratosphere and Its Role in the Climate System*, Springer, 28~29.
2 Haynes, P.H. et al., 1991, On the "downward control" of extratropical circulations by eddyinduced mean zonal forces, *J. Atmos. Sci.*, **48**, 651~678.
3 Bluestein B., 1992, *Synoptic–Dynamic Meteorolosy in Midlatitudes*, Oxford University Press, 352~353.

Large–Scale Vertical Transport Theory of Pollutants

Gao Shouting and Lei Ting

(State Key Laboratory of Atmospheric Boundary Layer Physics and Atmospheric Chemistry, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)

Abstract In the paper, from viewpoint of large–scale dynamics, the vertical transport of pollutants after being pumped into free atmosphere is discussed. Especially, both the vertical transport of pollutants induced by neutral wave and baroclinic instability wave under adiabatic condition and diabatic heating are emphasized. And then from viewpoint of the contribution of wave action to the vertical motion, the controlling function of the non–local descending motion to pollutants transport in the stratosphere is mentioned. In the end, it is pointed out that the previous diagnostic study of the vertical motion is also an unnegligible factor to pollutants transport.

Key words wave action vertical motion pollutant transport transportation control