

气候与环境预测和调控中的数学问题^{*}

曾庆存

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100029)

P4 A

摘 要 数学无所不在, 现代科学与数学的发展是相互促进的, 未能用严谨的数学方式表达的科学问题难于说是属于现代科学范畴的, 现代的数学方法与现代提出的科学问题密切地结合是解决问题的关键。作者论述了现代的气候与环境预测和调控中的一些重要的数学问题, 其中第一个问题即预测问题, 也包括数值天气预测等在内。在这方面论述的问题有预测问题提法的适定性; 非线性系统的分叉、混沌、突变等和可预测时效的关系; 不完整的观测资料四维同化问题; 不同分辨率模式的嵌套问题; 和数值求解的算法问题。第二个问题是自然环境的调控或即自然控制论, 举例分析了人工影响天气、改良局部气候、泥沙冲淤调控和最优航道工程, 以及生态建设规划等问题。

关键词: 气候; 环境; 预测; 人工调控; 自然控制论

1 引言

数学源于人类对自然界的认识。抽去自然界物体的具体形象和属性, 就得到一般的数量、形态及存在于其间的一般规律性, 例如数字、符号和几何图形等, 是为数学的萌芽。人类对自然界的进一步认识, 尤其是与这同步的人类社会的发展以及与之相辅相成的人类智慧的发展, 导致自然科学理论, 尤其是数学的高度发展和更高度的抽象化。甚至在现代科学的分类问题上, 有相当多的学者已经把数学作为独立于科学之外, 而与哲学、科学、文化艺术等并列为人类文明或智慧的门类了。不论这种观点可否认同, 但至少说明: 人类智慧(主要指理性思维)已使数学发展成为最严格有理, 而内涵又极为丰富而优美的学问了, 是人类智慧的精品。但是无论是过去, 现在, 以及将来, 自然科学, 尤其是人类认识、利用和调控自然界, 仍然是数学发展的一个泉源。这虽属于通俗的说法, 多少是建筑在经验之上的推理, 不是严格的(至少是从其现代数学的分析高度上或逻辑论证上), 但应该说是不成问题的。

人类社会的发展, 从采集狩猎、游牧、农业、工业、人造材料和能源到信息产业和航天技术, 似乎说明自然界没有不能被人类认识并为人类利用和改造的东西。一切都可以是“人工合成的”、“人造的”, 而非自然界本来是如此的。现代文明人似乎已在相当大程度上是生活在由人类自己创造(如城市、建筑、交通、通讯等)或调控(如空调等)的环境中, 但是现今人类的能力和大自然的“自为”能力相比毕竟还是太渺小。自然界还有许多是人类尚未认识的东西, 尚不能与之抗衡从而尚无法试图驾驭它们(如果说将来有朝一日能做到的话)。例如宇观的宇宙的起源和结构、宏观的大气和地球环境的

2001-12-05 日收到

^{*} 此文为香山科学会议第148次学术讨论会(2000年10月19~21日)“现代科学与数学”的一个主题报告

变化, 奥妙的生命起源和结构以及微观的物质构造等。这要求自然科学的进一步发展, 且无疑会进一步给数学提供更多、更深的源泉。当然, 数学对各门类的自然科学的进一步发展也必将起更大的促进作用。正如今天早已证明了的, 无论定性、定量的描述、逻辑推理, 甚至于形象思维都已脱离不了现已高度发展了的数学方法。

这里, 将以现今人类面临要解决的大气和环境演变的预测和调控问题为例, 说明有许多新的数学问题需要解决, 数学在此大有用武之地。

2 天气预报和气候预测中的数学问题

由于雷达等电子仪器、人造地球卫星和电子计算机的应用, 以及与物理、力学、数学等的相互促进, 气象学已由一门古老的自然科学发展成为相当现代化且快速发展着的科学, 气象行业自动化程度也很高。但至今像龙卷风、冰雹等现象尚难于监测, 何论预报? 甚至一至三天的常规天气预报常有不准的情况; 而一个月以上的大气状态(指其某种意义上的统计特性即所谓气候)变化的预测则还刚处于试验阶段。其原因是自然界例如大气尺度太宏大, 而结构和过程又太复杂, 广大到我们不可能时时处处都监测它, 复杂到多种尺度和多种类别的过程都包含在内而不能人为分开(像在实验室那样)。“自在”到有些是人类尚无法进入, 无法直观且无法在实验室中作实物模拟实验, 从而人类知识在这些方面尚较贫乏。

气候过程由于范围更大、时间尺度更长、包括过程更多, 认识其变化规律性难于由清晰明显的推理而得到, 因而气候预测更难, 更何况我们还缺乏足够的观测资料! 今主要以气候预测来说明其中的一些数学问题。

2.1 天气和气候预测问题的适定性

无论是数值天气预报还是数值气候预测, 所用的就是描述大气过程的动力学方程组以及大气通过边界与其外介质相互作用的诸多边界条件, 做预报(或叫预测)当然还必须要有初始条件, 数值天气预报或数值气候预测就是一个初-边值问题。就大气部分而言, 相应的方程组就是在重力和科里奥利力作用下的可压缩粘性流体动力学方程组, 但其中还有更加复杂的水汽相变和辐射能传输和转换, 湍流与大尺度流相互作用等的过程, 甚至云的有无和种类、云滴的谱分布和由云形成雨雪的过程至今尚知之不多且难于计算。大抵气候模式中包括有更多和复杂的物理过程, 而天气数值预告模式则要求云雨过程刻画得细致一些。气候模式还包括海洋动力学模式、陆表层(甚至生态)过程模式及其与大气模式的耦合, 更加复杂。现在的问题是: 这些方程组是否封闭的和自洽的? 边界条件的提法是否合理和与方程是否相容? 初值条件的提法是否自洽和与方程及边界条件是否相容? 或即一言以蔽之, 这预测问题在数学上是否是适定的? 至今也没有解决。只在比较简化的情况下, 目前已可证其广义解(强解)的存在性和古典解的唯一性。

2.2 分叉、混沌、突变和可预测时效

即使只取大气动力学方程, 甚至极度简化, Lorenz 已指出其混沌特性; 而用较复杂和较真实的天气和气候模式作预测的大量事实则表明还有分叉、突变等非线性现象。(观测得到的事实也是如此, 因为是复杂的非线性系统, 必有复杂现象, 毫不足怪), 由

这就产生了“可预测时效”问题,即在一定精度的参数(在方程和边界条件中)和有一定误差的初值情况下,可以满足我们要求的一定精度的预测时效是多长?或者哪些过程和类型的预测是有把握的,而另一些则是毫无把握的?又若预测中出现分叉该怎样处理?这些都是未解决甚至未被很好揭露的问题。

2.3 四维资料同化问题

初值来自气象、海洋等的实际观测,而现有的观测系统不能在同一时刻盖满全空间,只是在某些地点和某些时刻对某些变量有观测数据,且是由不同种类的仪器所测得或“摄像”得到的。因此就有由这些不同时刻的不完全的资料的时间序列通过某种“原则”插补到没有资料的部分空间去,从而形成一个“三维空间完整的”初值场的问题,即所谓初值形成问题。目前认为最有效的方法是所谓四维资料同化方法,即构造一个泛函,它由全时段和全空间的动力方程组、边界条件和有观测资料的时段和子空间的观测资料所定义,内含“待定”的方程和边界条件中不很确知的参数甚至函数关系和初始条件中“缺测”的资料。这个泛函相当于某种“广义的误差”,原则上可用伴随算法求泛函的最小值,从而求得解答。问题是这个泛函极其复杂,且由于大气中像云雨物理过程等在计算时常常存在不连续性,如何用数值方法求解,仍是尚待解决的问题,更不用说泛函中还有一些权重系数,如何由理论上而非人为地去决定,也是问题。还应指出,实际的预测问题不是上节所述的那样理想化了的经典的初、边值问题,而应该是包括像四维分析在内的广义初、边值问题,即:使用一组可能不完全的和很不准确的方程组(包括边界条件),在已知一段时段内(而非某一时刻)系统状态变量的可能不完整的和有一定误差的资料集情况下,推求系统变量在未来的演变过程。显然,这是一个全新的数学问题。

2.4 嵌套模式中边界条件的提法问题

要作某个地区的天气或气候预测,或大气污染预报等,总要求在该地区的网格分辨率足够高,而其外可以分辨率低些,或甚至不予计算。常用的办法就是将一个覆盖该地区的高分辨率模式嵌套到一个覆盖更大甚至全球的模式中去,由粗分辨率模式为细分辨率模式提供边界条件,这就是所谓单向嵌套,于是就有所谓嵌套边界条件问题。(当然也可以考虑双向嵌套,即细分辨率模式的计算结果再反馈到粗分辨率模式的计算中去,不过这太复杂,且同样会遇到嵌套边界条件问题)。若直接用粗模式在细模式边界上的值作为细模式的边界条件,则有不完备且时空分辨率不匹配,从而又产生解(函数间)的不协调等许多问题,常出现计算紊乱等许多原问题所没有的虚伪现象,甚至使细模式区内的预告场毫无意义。现在大都是通过试验,多少人为地修改边界值甚至方程来解决。理应有数学理论方法解决,尽管在实际计算上我们仍无法使时间和空间步长为无穷小。

2.5 计算格式的构造问题

做数值天气预报或数值气候预测,尤其是后者,计算量非常巨大,既要抢时效,又要高精度(否则不能作长期的计算),因此,设计高精度又省时的计算格式成为十分重要的问题。

偏微分方程一经离散化,无论是格点方法或谱展开方法,都变成了离散数学问题。离散系统可能与连续系统不一致,即使在格点距趋于无限小或谱展开系数趋于无穷时,该离散系统趋向于原连续系统,但因实际运算时格点距或截谱数目总是有限的,仍然可

以出现计算不稳定、计算紊乱、计算伪解等许多问题。现在已认识和达到的是,使离散系统在全局上保存原问题的整体性质是最有效的克服困难的方法,例如设计出保持能量守恒(在略去源、汇、耗散时,且在大气和海洋动力学中,所谓能量,应改为“有效能量”,即可能转换的能量)和角动量守恒的离散气候系统模式。当然,还有别的一些守恒量,亦可利用。一般是保持原问题的各种“守恒量”种类越多,计算模式就越好。不过这样一来,公式就很复杂,计算很费时。即使如此,如设计得不够“物理化”,仍会出现问题。这是因为系统的各种能量之间可差一至二个数量级,地球固体部分的角动量不知要比气体部分(即大气)的角动量高出多少个数量级。多种能量之间、或分系统之间、可转换的部分亦即与我们必须加以预测的有关部分,只不过是各种大量之间的微小差值,计算格式必须“物理”地考虑到其机理,才能有“高精度”的计算。此外,各种过程时间尺度和空间尺度也很悬殊,如何有效而又省时地进行计算,也未很好解决。还有,像水汽密度等应是非负的函数,在计算格式中亦应保证。

3 自然环境的调控或即自然控制论问题

人类是自觉或不自觉不断地改变着人类赖以生存和发展的自然环境:农业、牧业改变了植被或土壤等地表特性;水利、灌溉系统改变了水文状态(也是一种地表特性)和泥沙冲淤(这又改变了地貌,又是一种地表特性)。地表特性改变到足够的程度就可能影响天气和气候,气候的改变又反过来影响植被和水文等地表特性,也就是说人类活动也影响到气候和天气。至于工业对大气和环境的污染,以及全球范围长期且大量的燃煤燃油释放的二氧化碳和二氧化硫甚至可能影响全球平均的气候和形成酸雨。为了人类的持续发展,现在已提出保护地球、协调发展等问题。人们应就上述种种活动合理规划,合理或最优地调控受影响的那部分环境,合理布局产业以最大限度地减少污染,改良局地气候,最优或即“利益最大”地搞水利工程建设等等。还有,可否直接进行人工影响天气、防灾消害呢?例如消雾、消雹、增雨、摧散龙卷等等。这些是与控制论十分相近的调控自然过程的问题,既有是否可控,又有如何最优控制的问题。凡此种种,统称之为自然控制论。它们与数学规划和控制论数学相近,今就一些具体问题而论之。

3.1 人工影响天气系统的数学问题

今以人工增雨、人工消雾和摧散龙卷为例加以说明。现已制出一些催化剂可以化云成雨、化雾为露(即雾滴降至地面,从而雾消散),若有更有效的催化剂,又明白其化云为雨和化雾为露的函数关系,并采取在空间和时间上“最合理”或“最优的”空中播撒作业,人们可以期望人工增雨和人工消雾成为科学的自然控制工程且业务化。撇开物理机理(即云、雨、雾及催化剂相互作用的方程)不谈,这在数学上至少要求解一个最优控制问题。由于与大尺度大气运动有关,这至少是分布式控制问题,可以是带反馈的或无反馈的(这与作业方式有关)。特别是还有开边界,求解就十分复杂。消雹问题与此类似,今不多述。

也许与工程控制论最相近的是摧散龙卷风问题。这首先当然要掌握龙卷这种最强烈的涡旋运动的动力学,并找到使涡旋减弱或毁灭的方法,例如可以割断从云体到地面涡管的一段的方法(如此,则涡管即行分为两个系统而不具龙卷的形态)。假如这些都知

道了, 则人们先得有监测龙卷初生的设备, 预算出强度, 并按这些信息确定足够能量的“催化剂量”并制导进入指定地点(龙卷)进行作业。这似乎与工程控制论无别。其实不然, 在工程控制论中, “能量”是一个不重要的甚至可以不管的概念。但在像摧消龙卷这样的自然控制论问题中, 能量十分重要, 不能不考虑, 因为要调控的是龙卷区域的流体运动, 要“摧毁”的是相应的十分巨大的涡旋动能, 起码需要具有同一能量量级的“催化剂”。

关于控制大气污染等的规划问题, 在数学上与人工增雨问题相似, 在污染物间无化学反应时问题更简单些, 而在有化学反应情况下也只是方程较复杂些, 今不述。

3.2 改良局部气候状态问题

人们设想通过种草、植树来既改善环境且希冀通过植被对气候的反馈作用来改善局部气候。如这反馈是正确的, 则气候和环境可将同时改善, 且稳定维持下去。当然, 这需要水源, 或来自地下水(其源从外地来, 有限), 或来自空中(通过降雨过程), 问题是: 如何布局种植(物种、面积、密度、耗水量等), 才能得到最大的效应(它是由评价气候和环境的参数即经济和健康收益减去耗水耗工等消耗所组成的泛函)? 这问题与人工影响天气不同, 是通过改变或即调控边界条件的参数(而非作用于内部的方程)而实现的。此外, 也有共同点, 即都具有开边界。

3.3 河湖港湾泥沙冲淤和它的调控及最优航道工程问题

要修建一高坝拦截河流成大水库, 其上游来水来沙条件通过设站长期观测作为已知, 大坝出水量可调整为与来水量相等。由于来沙必定于库区上游沉积而水深变浅, 问题: 应怎样挖沙开航道以保证有足够水深可通航而又耗资最少? 又: 能否将通航的或用于供水和灌溉的运河建设成为一条冲淤平衡的河道(这样当然是一劳永逸的)? 如可能, 这样的河渠几何形状该是怎样的?

关于第一个问题, 即挖沙建最优航道, 是一个典型的在时空上都是分布式的带限制条件的调控或规划问题, 这里虽有开边界条件, 大体上可用伴随算子法求解, 尽管该水流兼泥沙冲淤问题(即使不加挖沙调控)的适定性尚未严格证明。应指出的是, 这问题对河口港湾建设尤为有意义, 如上海附近长江口航道的开挖和维护问题, 又如三角洲的整治和围垦问题。

关于第二个问题, 是求解一个定常流(如果入流量为定常)的问题, 但边界也是被求解的函数。可证: 在一维空间情况下, 有解, 且可求得。

3.4 生态动力学和生态建设规划问题

种植业、畜牧业和水产养殖业都可归结为各自的生态动力学问题。暂且假定外界条件为已知的, 如气候、光照、水分、土壤、水体等为已知。问: 应如何种植才能得到最大收益? 草场最大放牧量为何?(显然畜牧的耗草不能大于草的自然生长及人工种植的草生总量), 如何最优改良草场? 合理放牧形式为何? 等等。如就水体如水池、水库或滩涂的养殖来说, 生态动力学就可由一组非线性常微分方程组(在水池情况下)或偏微分方程组(在滩涂海湾情况下)所描述, 其中最主要的是多物种的相互作用(食物链)及自生率(在肥料或饵料作用下)方程的建立。如这套本构方程能够较准确地建立起来, 则求最优解问题甚至可以用已知的数学方法。

若考虑被控系统与外界环境例如气候的相互作用, 则问题显然要复杂得多和难得

多,甚至要使用概率分布和随机过程方程,因为外界环境是多变的,难于预测的。

参考文献甚多,恐挂一漏万,故略去。

Mathematical Problems in Prediction and Controlling of Climate and Environmental Systems

Zeng Qingcun

(*Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029*)

Abstract This paper was presented as a keynote lecture at the 148th Xiangshan Scientific Symposium with the title "Modern Sciences and Mathematics" held in October 19~21, 2000. The interaction between the modern sciences and mathematics promotes both their bright and sound development. A problem without solid and precise mathematical expression and analysis can not be considered as belonging to the modern sciences and can not be well solved. Mathematics are everywhere. This paper discusses some important and fundamental mathematical problems related with the prediction and controlling of climate and natural environmental systems. In the category of prediction problems, the followings are discussed: the well-posedness; the relation between predictability and the nonlinear behaviour such as chaos, bifurcation and abrupt change; 4D data assimilation; nesting of models with different resolutions and the numerical methods. In the category of problems related with the controlling of natural environment—the natural cybernetics, the following examples are discussed: artificial weather modification; man-made improvement of local-regional climate regime; controlling of silt sedimentation and optimal engineering of navigation channel, and the planning of regulation of ecosystems.

Key words: climate; environment; prediction; controlling; natural cybernetics