

数值模式误差对降水四维变分 资料同化及预报的影响

王 铁^{1,2} 段晚锁¹ 郑 琴³

1 中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室, 北京 100029

2 中国人民解放军理工大学气象学院, 南京 211101

3 中国人民解放军理工大学理学院, 南京 211101

摘 要 利用一个无量纲的水汽发展方程, 针对同化时间窗口内出现和不出现降水两种情况, 分析了不同模式误差和初始误差对降水四维变分资料同化预报效果的影响。结果表明, 应用四维变分资料同化方法进行降水预报前, 应该充分考虑数值模式中的误差, 才能得到比较满意的同化及预报结果。假定同化窗口内获得的比湿观测场是准确的, 当不存在模式误差时, 四维变分资料同化方法可以有效地消除初始场误差, 找到比湿真实初始场; 而存在模式误差时, 四维变分资料同化后的模式初始场会偏离真实的比湿初始场, 并且模式误差越大, 偏离程度越严重。在一些模式误差情况下, 由于模式误差在同化窗口及延伸预报时段的作用不同, 进行四维变分资料同化处理后, 尽管累积降水量的预报结果在同化时间窗口内优于同化前的预报, 而在最终预报时刻反而差于同化前。

关键词 累积降水 初始误差 模式误差 四维变分资料同化

文章编号 1006-9585 (2006) 05-0605-11 **中图分类号** P435 **文献标识码** A

The Effect of Model Errors on The 4D-VAR and Forecast of Rainfall

WANG Tie^{1,2}, DUAN Wan-Suo¹, and ZHENG Qin³

1 *National Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Science and Geophysical Fluid*

Dynamics, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029

2 *Institute of Meteorology, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101*

3 *Institute of Sciences, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101*

Abstract Using a scaled equation of specific humidity, an analysis of the effect of the model error and the initial data error on the 4D-VAR and the forecast result of rainfall is performed according to the two situations that with rainfall in the window of 4D-VAR and without rainfall in the window of 4D-VAR. The results indicates that the model error should be considered sufficiently before the 4D-VAR of rainfall, then, a satisfied assimilation and forecast result will be obtained. In the case that the numerical model is correct and there is initial data error, if the observational data of specify humidity during the window of 4D-VAR is the true state, the error in model initial data will be effectively removed and the true initial data will be retrial after the 4D-VAR. If there are model errors, the initial data after the 4D-VAR will deviate the true initial data of specify humidity, and the deviation as large as the model errors. When the model has errors and the errors work differently at the window of assimilation and the win-

收稿日期 2005-04-18 收到, 2006-06-17 收到修定稿

资助项目 中国科学院知识创新工程方向项目 KZCX3-SW-230 以及国家自然科学基金 40233029 和 40221503

作者简介 王铁, 男, 1970 年出生, 博士, 主要从事中尺度数值天气预报与模拟和四维变分资料同化的研究。

E-mail: wtlxq@mail.iap.ac.cn

dow of forecast time, although the forecast result of the accumulated rainfall can approach the observational data during the assimilation window, it will become less advantageous than the forecast without 4D-VAR in the window of forecast time, even becoming worse than it at the end of the forecast time.

Key words accumulated rainfall, initial error, model errors, 4D-VAR

1 引言

四维变分资料同化方法是利用同化时间窗口内的观测信息,通过非线性最优化方法确定预报模式的最优初始场。该方法的主要目的是为了消除数值模式的初始误差,使变分同化处理后的预报结果在同化时间窗口内与观测场最接近^[1]。过去 10 多年来,变分同化方法作为一种极具发展潜力的资料同化技术受到世界各国气象科学家们的重视,并得到充分的理论研究和技术开发。目前,世界上主要的业务气象中心一般都开发了三维或四维变分资料同化系统,并投入业务使用,变分同化方法已经成为当今资料同化的主流技术。

降水预报一直是数值天气预报的一个重要内容。在中尺度天气系统相关的降水预报研究中,虽然科学家们已经取得了一定的成绩,但降水预报还经常会出现空报、漏报及错报的情况。随着四维变分资料同化方法的快速发展,科学家们希望通过应用四维变分资料同化方法改善预报模式的初始场,进而提高降水预报的准确性^[2]。然而,在使用该方法进行降水预报研究的过程中,常常会遇到这样的现象,即通过四维变分资料同化处理后的降水预报,其结果一般在同化窗口内与观测场很接近,但在延伸预报时段内,随着时间的发展,预报效果会出现改善不明显的情况,甚至在最终预报时刻,预报结果比同化处理前还要差很多。是什么原因导致上面的现象呢?我们知道,四维变分资料同化方法实施的一个重要前提条件是假定模式是准确的,但在降水预报中,由于降水物理过程的复杂性,目前的数值模式还不能完全准确地描述降水发生的机制,也就是说,目前应用的降水预报模式一般会存在模式误差^[3~5]。模式误差对四维变分资料同化的影响已经引起气象工作者的重视^[6],他们指出在变分同化中利用有误差的模式作为约束条件会出现严重的问题。邱崇践和郜吉东^[7]利用浅水模式考察了模式误差

对四维变分资料同化的影响,他们认为,在变分同化过程中,数值模式误差会被转移到同化后的初始场中。关于模式误差对降水四维变分资料同化的影响,到目前还没有发现相关的研究工作。

本文利用一个无量纲水汽发展方程,研究不同模式误差和初始误差对四维变分资料同化累积降水量预报效果的影响,并通过考察变分同化结果与理想真实大气状态的偏差,进而分析模式误差对降水同化预报结果的敏感性。

2 水汽发展模式

取时间特征尺度为 $1 \times 10^4 \text{ s}$, 空间特征尺度为 $1 \times 10^5 \text{ m}$, 速度的特征尺度 $1 \times 10^1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 以及水汽的特征尺度为 $1 \times 10^{-1} \text{ g} \cdot \text{g}^{-1}$, 将水汽发展方程进行无量纲化处理并进行简化,然后采用时间前差格式和水平中央差格式将简化的无量纲水汽方程进行离散,得到以下形式的水汽发展模式

$$\begin{cases} q_n^i = 0.2f^i(q_{n-1}) + 0.8q_{cn}, \\ R_n^i = R_{n-1}^i + 0.8(f^i(q_{n-1}) - q_{cn}), f^i(q_{n-1}) \geq q_{cn} \\ q_n^i = f^i(q_{n-1}), \\ R_n^i = R_{n-1}^i, f^i(q_{n-1}) < q_{cn} \end{cases} \quad (1)$$

其中, q_n^i 和 R_n^i 分别为第 n 时间步的比湿值及累积降水量, q_{cn} 代表饱和比湿, $f^i(q_{n-1})$ 代表模式从 $n-1$ 时间步积分到第 n 时间步过程中进行降水判断前的中间变量。在模式积分过程中,当比湿值大于饱和比湿时,认为有降水产生。考虑到凝结潜热释放会使得一部分凝结又转化为水汽的形式,只将超过饱和 80% 的比湿作为产生的降水,其余 20% 仍转化为水汽留在大气中。

$$f^i(q_{n-1}) = \begin{cases} q_{n-1}^i - \left(u_{n-1}^i - \frac{(q_{n-1}^{i+1} - q_{n-1}^{i-1})}{2\Delta x} - F_{n-1} \right) \Delta t, \\ 2 \leq i \leq M; \quad 1 \leq n \leq N \\ q_{n-1}^i - (u_{n-1}^i q_{n-1}^i - F_{n-1}) \Delta t, \\ i = 1, \quad i = M; \quad 1 \leq n \leq N \end{cases} \quad (2)$$

式中, i 代表水平格点, M 为模式水平最大格点数; n 代表时间步, N 为模式积分的最大时间步数, Δt 代表时间步长。 u_{n-1} 代表水平风速, F_{n-1} 表示大气的水平及垂直扩散、边界层、和辐射等物理过程对水汽的影响。

取模式的初始场如下:

$$q_0^i = q_0 \left(1.0 + 0.1 \cos \left(\frac{i\pi}{M} \right) \right), \quad (3)$$

这里, q_0 为常数, 不同的 q_0 对应不同的初始场; 水平风速取为

$$u_n^i = \frac{(M-i)(N+n-1)}{MN}. \quad (4)$$

为真实反映大气的运动规律, 在对量纲以及实际天气个例的观测资料进行分析的基础上, 取 F_n 的值在 $[-2.0, 2.0]$ 之间变化,

$$F_n = F_0 \sin \left(\frac{3\pi(n-1)}{N} + 0.8 \right) + 0.002nF_0, \quad (5)$$

其中, F_0 为给定的常数。

饱和比湿取为

$$q_{cn} = q_{c0} \left(0.8 + 0.2 \cos \left(\frac{3\pi(n-1)}{N} \right) \right), \quad (6)$$

其中, q_{c0} 为给定的常数。

3 试验设计及分析

在上面给出的水汽发展模式, 取预报时间窗口为 $[0, 120]$, 对应于 24 h 积分时间; 取时间段 $[0, 30]$ 为同化时间窗口, 相当于 6 h 模式预报时间, $[30, 120]$ 则为模式延伸预报时间段, 如图 1。模式积分中, 时间步长取为时间窗口的倒数, 即 $\Delta t = 0.008$ 。

3.1 目标函数及其梯度

本文的主要目的是考查数值模式误差及模式初始场误差对降水四维变分资料同化及预报的影响, 故在目标函数中首先没有考虑加入背景场项。关于在目标函数中加入背景场项来修正数值模式误差对降水四维变分资料同化的影响, 在后续相

关的文章中讨论。

本文在同化时间窗口内, 考虑如下形式的目标函数:

$$f(q_0^i) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{T_1} \sum_{i=1}^M (q_n^i - q_n^{oi})^T (q_n^i - q_n^{oi}) + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{T_1} \sum_{i=1}^M (R_n^i - R_n^{oi})^T (R_n^i - R_n^{oi}), \quad (7)$$

其中, $T_1 = 30$ 代表同化时间窗口, q_n^i 和 R_n^i 分别为数值模式预报的 n 时刻的比湿和累积降水量, q_n^{oi} 和 R_n^{oi} 分别是比湿和累积降水量的观测场。

进行四维变分资料同化前, 首先要正确写出该数值模式的切线性模式及伴随模式, 并根据切线性模式的检验公式及伴随模式的检验公式, 给出正确性检验。

切线性模式的检验公式为

$$R = \frac{\| M_t(q + \alpha \Delta q) - M_t(q) \|}{\alpha \| M'_t(q) \Delta q \|} = 1 + O(\alpha), \quad (8)$$

其中, $M_t(q)$ 表示非线性模式, $M'_t(q)$ 表示非线性模式的切线性模式, $\| \cdot \|$ 表示取欧氏范数, Δq 是 q 的小扰动, α 表示扰动的幅度, 其取值范围一般为 $0 < \alpha \leq 1$ 。

伴随模式的检验公式为

$$\langle M'_t(q) \Delta q, M'_t(q) \Delta q \rangle = \langle M'^*_t(q) M'_t(q) \Delta q, \Delta q \rangle \quad (9)$$

其中, $M'^*_t(q)$ 表示切线性模式的伴随模式。

切线性模式及伴随模式的检验结果分别如表 1、表 2。在切线性模式和伴随模式检验正确的基础上, 对目标函数 (7) 进行了梯度检验, 目标函数的梯度检验原理与切线性模式检验类似, 检验结果如表 3。

3.2 数值试验

为了消除模式初始场中存在的误差, 目前比较常用的方法是四维变分资料同化方法。采用四维变分资料同化方法, 通常假设采用的数值模式存在很小的误差或者没有模式误差。在此情况下, 利用同化时间窗口内各种观测信息, 通过非线性



图 1 模式的同化时间窗口及延伸预报时段 ($[0, 30]$ 对应 6 h, $[0, 120]$ 对应 24 h)

Fig. 1 The window of 4D-VAR and the forecast time ($[0, 30]$ corresponds to 6 h, and $[0, 120]$ corresponds to 24 h)

表 1 切线性模式检验结果

Table 1 The verification of the tangent linear model

扰动幅度 Magnitude of the perturba- tions	同化窗口内没有降水 Without rainfall in the window of the 4D- VAR	同化窗口内有降水 With rainfall in the window of the 4D- VAR
1.0×10^{-1}	1.00000000000000	1.03550145887377
1.0×10^{-2}	1.00000000000001	1.00500066402991
1.0×10^{-3}	1.00000000000004	1.00042148431888
1.0×10^{-4}	1.00000000000031	1.00000000000076
1.0×10^{-5}	0.999999999999073	1.00000000000018
1.0×10^{-6}	0.999999999991016	0.999999999901184
1.0×10^{-7}	1.00000000041246	1.00000000016678
1.0×10^{-8}	1.00000000103223	0.99999988232211
1.0×10^{-9}	0.999999911785079	0.999999894411325
1.0×10^{-10}	1.00000059973189	1.00000078088073
1.0×10^{-11}	1.00001373889620	1.00000336785369
1.0×10^{-12}	0.999958579196961	0.999751224222022
1.0×10^{-13}	1.00142743860375	1.00171042508097
1.0×10^{-14}	1.00093162108247	1.00753973749578
1.0×10^{-15}	0.985437323542495	0.838179240710288
1.0×10^{-16}	1.23954380319811	1.13826810466829

注：随着扰动幅度的减小，检验结果趋近于 1.0，然后随着计算机舍入误差的增加又偏离 1.0，证明切线性模式是正确的。

Note: As the decrease of the magnitude of the perturbations, the verification result tend toward 1.0, and as the increase of the rounding error of computer, the the verification result departure 1.0, it shows that the tangent linear model is correct.

表 2 伴随模式的检验结果

Table 2 The verification of the adjoint model

	同化窗口内没有降水 Without rainfall in the window of the 4D-VAR	同化窗口内有降水 With rainfall in the win- dow of the 4D-VAR
左端项 Left	$1.80000000000000 \times 10^{-2}$	$3.763778858678739 \times 10^{-2}$
右端项 Right	$1.80000000000000 \times 10^{-2}$	$3.763778858678739 \times 10^{-2}$

注：左端项代表切线性模式积分结果的平方，右端项代表伴随模式结果与初始扰动的乘积

Note: the left is the square of tangent linear model result, the right is the initial perturbations plus the adjoint model result.

优化得到理想的模式初始场。然而，实际采用的降水数值模式通常会存在模式误差，那么，模式误差会对降水四维变分资料同化有什么影响？

下面就数值模式不存在误差和存在误差这两种情况，针对同化时间窗口内不同降水预报情况，对四维变分资料同化后的模式初始场及变分同化后的降水预报结果进行数值试验和分析。数值试验中使用的观测场不是实际天气个例观测场，是由数值模式生成的理想观测场。

为了衡量模式预报结果对观测场的偏离程度，

表 3 目标函数梯度的检验结果

Table 3 The verification of the gradient of the cost function

扰动幅度 Magnitude of the perturba- tions	同化窗口内没有降水 Without rainfall in the window of the 4D- VAR	同化窗口内有降水 With rainfall in the window of the 4D- VAR
1.0×10^{-1}	1.25130011085384	1.36566778275820
1.0×10^{-2}	1.02491276099960	1.03764765769711
1.0×10^{-3}	1.00249127609988	1.00380325993224
1.0×10^{-4}	1.00024912761045	1.00038032599429
1.0×10^{-5}	1.00002491274286	1.00003803260537
1.0×10^{-6}	1.00000249120101	1.00000380320633
1.0×10^{-7}	1.00000024830404	1.00000038054545
1.0×10^{-8}	1.00000000863788	1.00000004242517
1.0×10^{-9}	0.999999989136967	1.00000004105737
1.0×10^{-10}	0.999999560116983	0.999999493937167
1.0×10^{-11}	0.999992929808143	0.999992107814457
1.0×10^{-12}	0.999987079535636	1.00012204886212
1.0×10^{-13}	1.00098162586174	1.00013572686714
1.0×10^{-14}	0.978945599420600	1.00806896977719

注：随着扰动系数的减小，检验结果趋近于 1.0，然后随着计算机舍入误差的增加又偏离 1.0，证明关于目标函数的梯度检验是正确的。

Note: As the decrease of the magnitude of the perturbations, the verification result tend toward 1.0, and as the increase of the rounding error of computer, the the verification result departure 1.0, it shows that the verification of the gradient of the cost function is correct.

取

$$R(i,n)=\sqrt{\sum_{i=1}^M(x_n^i-x_n^{oi})^2}, \tag{10}$$

$$R^o(i,n)=\sqrt{\sum_{i=1}^M(x_n^{oi})^2}, \tag{11}$$

其中 x_n 代表数值模式在第 n 时刻预报的比湿和累积降水量场， x_n^o 代表在第 n 时刻的比湿和累积降水量的观测场。

用 $R(i,n)$ 表示累积降水量预报结果与其观测场之间的偏差， $R(i,n)/R^o(i,n)$ 表示四维变分资料同化处理后的比湿初始场与理想比湿初值的差值与理想初始场之比。

3.2.1 不存在模式误差

首先讨论没有模式误差的情况，假定所采用的数值模式是准确的，数值模式预报结果的不确定是由模式初始误差引起的。这时，分别利用同化时间窗口内不存在观测误差和存在观测误差的观测场，对不同的模式初始场误差进行了降水四维变分资料同化及预报试验。

取 $F=1.3$ 和 $q_{c0}=0.6$, 通过公式 (5)、(6) 分别产生数值模式的 F_n 和饱和比湿值。由公式 (3), 令 $q_0=0.3$ 和 $q_0=0.45$, 我们可以得到两个个例的模式初始场 $q_0^i (i=1,2)$ 。以 q_0^i 为初值积分数值模式, 将积分得到的序列上叠加一随机扰动作为比湿与累积降水量的观测序列, $q_0=0.3$ 个例在同化窗口中没有降水产生, $q_0=0.45$ 个例在同化窗口内有降水产生。

然后, 取目标函数形式如公式 (7), 对两个个例进行四维变分资料同化试验。通过在真实初始场上叠加不同的误差作为初猜场进行试验, 结果表明: 当同化窗口内的观测场没有误差或者误差很小时, 利用四维变分资料同化方法进行处理, 可以有效地消除模式初始场中存在的误差, 即使数值模式的初始场误差比较大, 达到真实初始场的 50% 时, 变分同化处理后仍能找到接近于真实大气的模式初始场 (图略)。对同化时间窗口没有降水个例, 利用四维变分资料同化方法找到的数值模式初始场与真实场完全相同, 利用该初始场所作的预报在同化窗口内及延伸预报窗口内与观测场完全相同; 对同化时间窗口有降水个例, 变分同化处理后找到的数值模式初始场与真实场也完全相同, 利用该初始场所作的预报在同化窗口内及延伸预报时段, 也同样得到了与观测场一致的预报结果。当同化窗口内的观测场存在一定的误差时, 在数值模式本身准确的情况下, 变分同化时间窗口内的观测场质量对同化后的结果也存在有很大的影响。在四维变分资料同化时, 通常在目标函数中加入观测算子的协方差矩阵来消除同化窗口内观测场的误差, 这里不做讨论。

3.2.2 存在模式误差的情况

为了清楚地说明存在模式误差时, 对降水过程四维变分资料同化及预报的影响, 假定在同化窗口内观测场没有观测误差, 就是大气的真实状态, 或者观测算子的协方差矩阵已经处理得非常好, 可以消除同化窗口内观测误差的影响。这里假定同化窗口内的观测场是没有误差的, 观测序列由数值模式产生。

实际应用的数值模式中, 模式误差可以在很多物理过程中体现。本文将简单比湿发展数值模式中的误差主要归结在两部分, 一部分是降水产生前的物理过程中存在的误差, 体现在 F_n 部分,

另一部分则是在产生降水的物理过程中存在的误差, 体现在降水产生的条件 q_c 。

当 F_n 这部分物理过程处理不当时, 会使数值模式不能够正确地反映水汽的增长及输送结果, 影响降水产生的大尺度背景条件, 使降水产生的时间提前或推迟, 甚至不能产生降水, 出现空报、漏报及错报的现象^[8,9]。

如果对降水方案及降水产生后进行的温度、湿度调整等降水部分物理过程处理不当时, 则会影响降水产生的条件 q_c , 对降水量产生的大小有很大影响^[10,11]。

在实际数值天气预报中, 这两种模式误差会因天气个例的不同而单独作用, 或者两种误差共同作用并且相互反馈, 因而所带来的影响也不尽相同。

将降水产生前物理过程 F_n 的误差取在振幅和位相两部分, 有时比较小的位相偏差也会引起 F_n 比较大的差异, 在试验中最大取为不超过 F_n 值的 20%。

根据饱和比湿的计算公式

$$q_c = 0.622 \frac{e_s}{p}, \quad (12)$$

其中, p 代表气压, e_s 代表饱和水汽压

$$e_s = E_0 10^{\left(\frac{7.45t}{235+t}\right)}, \quad (13)$$

$E_0=6.1078$ 是 0°C 时饱和水汽压的值, t 代表水汽的温度。

对于 850 hPa 标准层上的大气, 当温度有 0.5°C 误差时, 饱和比湿会产生 3%~4% 的误差, 当温度有 1.0°C 误差时, 饱和比湿会产生 7%~8% 的误差; 对于 700 hPa 的标准层上的大气, 饱和比湿的误差范围与 850 hPa 大致相同。下面数值试验中, 将体现降水物理过程模式误差的饱和比湿 q_c 部分的误差最大取为不超过饱和比湿值的 10%。

仍使用上面的两个个例, 由公式 (3), 分别取 $q_0=0.3$ 和 $q_0=0.45$ 得到初始场 q_0^i 。利用没有模式误差的数值模式分别积分, 将积分结果作为同化窗口内比湿与累积降水量的观测序列。然后, 取模式的初猜场 $q_0^i = (1+0.1)q_0^i$, 利用有误差的数值模式分别对两个个例积分, 得到预报场。

对四维变分资料同化处理前后的数值模式预报效果按以下步骤进行比较:

(1) 使用有误差的数值模式对模式初猜场在整个预报时段进行累积降水量的预报。

(2) 由公式 (10) 计算累积降水量的预报结果与其相应观测场的均方根差。

(3) 取目标函数泛函如 (7) 形式, 在同化窗口内进行四维变分资料同化。

(4) 利用变分同化后的数值模式最优初始场, 使用有误差的数值模式在整个预报时段进行累积降水量的预报。

(5) 由公式 (10), 用 $R(i, n)$ 计算变分同化后累积降水量的预报结果与其相应观测场的均方根差。

(6) 由公式 (11), 用 $R(i, n)/R^0(i, n)$ 计算变分同化得到的模式初始比湿场场与真实观测场之间的差值与真实初始观测场本身之比。

3.2.2.1 个例 1

取 $q_0 = 0.3$ 得到初始场 q_0^i , 这个个例在同化时间窗口内没有降水产生, 而在延伸预报时间段里, 有降水产生。

由公式 (5)、(6), 分别在 F_n 和 q_c 上叠加一个误差, 取 F_n 和 q_c 的误差都在振幅上变化。这个个例中, 增加 F_n 的值或者减少 q_c 的值都会引起数值模式预报的降水时间提前, 在同化窗口中预报出虚假的降水, 产生空报。记有误差的 F_n 和 q_c 为 F_n^e 和 q_c^e , 有

$$\begin{cases} F_n^e = F_n + \epsilon_1 F, \\ q_c^e = q_c + q_0 \epsilon_2, \end{cases} \quad (14)$$

取 ϵ_1 在 $[0, 0.2]$, ϵ_2 在 $[-0.1, 0]$ 变化, 共设计了 12 组试验, ϵ_1 和 ϵ_2 取值如表 4。

按前面给出的步骤对上述不同的模式误差进行了试验分析, 分别比较了 12 组试验中进行四维变分资料同化前后累积降水的预报结果与观测场的差值 $R(i, n)$, 并计算了变分资料同化后的初始比湿场和真实比湿初始场的差值与真实比湿初始场本身之比 $R(i, n)/R^0(i, n)$ 。下面重点给出试验 5 和试验 10 的分析结果。

试验 5 中, ϵ_1 的误差取为 10%, ϵ_2 的误差取为 -10%。由于初始场误差和模式误差的作用, 使得模式预报场在第 21 步开始产生降水, 进行四维变分资料同化后, 将预报场的降水时间推迟到第 27 步, 到同化窗口结束第 30 步时, 累积降水量预报值与观测场之间的偏差由同化前的 0.5 降到了同化后的 0.1, 下降了 0.4。在延伸预报时段, 由于又有降水产生, 数值模式降水部分物理过程误差起作用, 使得变分同化后的预报效果降低, 到最终预报时刻 120 步时, 累积降水量预报值与观测场之间的偏差由同化前的 0.99 降到了同化后的 0.78, 降低了 0.21, 试验结果如图 2 所示。在这个试验中, 进行四维变分资料同化后得到数值模式初始场与真实比湿场的偏差最大, $R(i, n)/R^0(i, n)$ 为 5.2%。

试验 10 中, ϵ_1 的误差取为 3%, ϵ_2 的误差取为 -3%。数值模式的误差很小, 同化窗口内累积降水量预报值与观测场之间的偏差只有 0.037, 进行四维变分资料同化后完全消除了虚假降水。在延伸预报时段, 由于又有降水产生, 数值模式降水部分物理过程误差起作用, 到最终预报时刻 120 步时, 虽然预报结果比同化前有所改善, 累积降水量预报值与观测场之间的偏差仍有 0.23, 试验结果如图 3 所示。这个试验中, 进行四维变分资料同化后得到的数值模式初始场几乎与真实比湿初始场相同, $R(i, n)/R^0(i, n)$ 只有 1.4%。

数值试验结果表明, 由于比湿初始场误差和数值模式误差的作用, 使得在预报结果在同化时间窗口内出现虚假降水, 并且随着数值模式误差的增大而预报误差增大。假定同化时间窗口内的观测场是准确的, 进行四维变分资料同化后, 在同化时间窗口内累积降水量的预报结果有明显改善, 使虚假的累积降水量预报减少, 并且使得产生降水的时间延迟。在延伸预报时段累积降水量的预报效果也有明显改善, 但由于在延伸预报时段内有降水产生, 降水物理过程的模式误差发生

表 4 数值模式的误差

Table 4 The error of the numerical model

	数值试验 Numerical experiment											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ϵ_1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.08	0.05	0.03	0.0	0.03	0.05	0.08
ϵ_2	0.0	-0.03	-0.05	-0.08	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.03	-0.05	-0.08

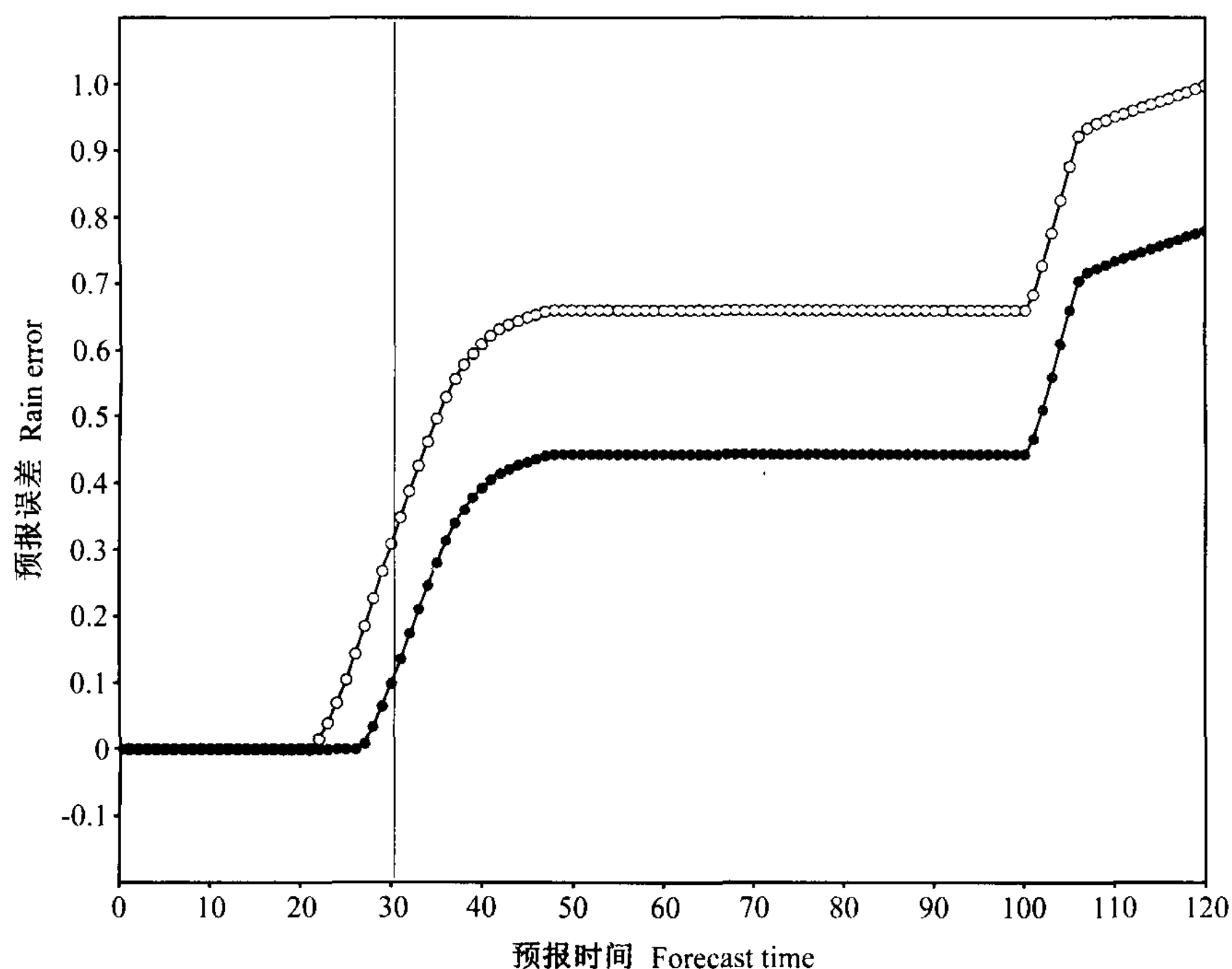


图2 试验5中累积降水量的预报场与观测场之间的偏差(空心圆点为四维变分资料同化前,实心圆为四维变分资料同化后)。横坐标“预报时间”意义同图1

Fig. 2 The difference between the forecast result of the accumulated rainfall and the observational data in the experiment 5 (The closed circle is before the 4D-Var, the open circle is after the 4D-VAR). The meaning of “forecast time” is the same as that in Fig. 1)

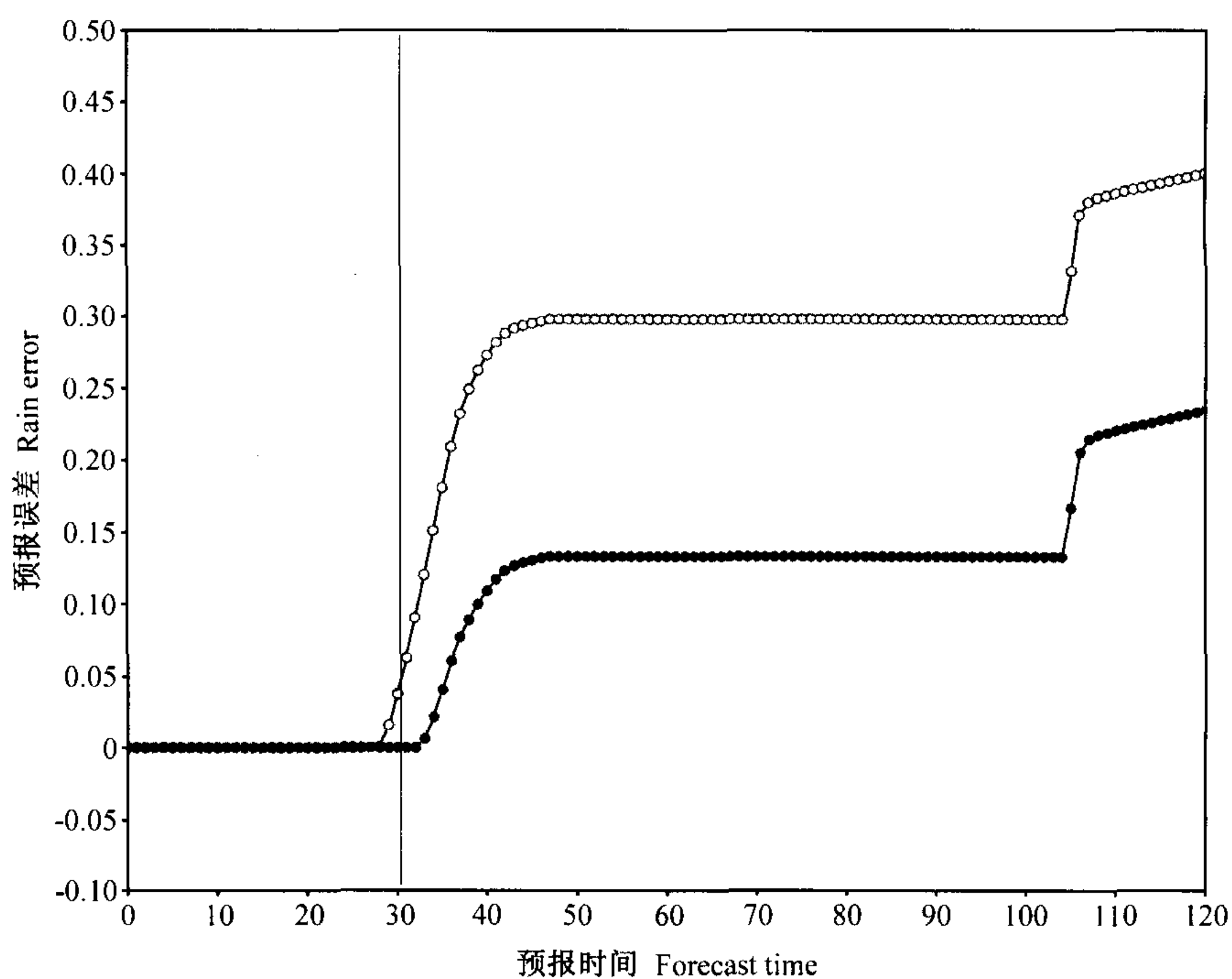


图3 试验10中累积降水量的预报场与观测场之间的偏差(空心圆点为四维变分资料同化前,实心圆点为四维变分资料同化后。横坐标“预报时间”意义同图1)

Fig. 3 The difference between the forecast result of the accumulated rainfall and the observational data in the experiment 10 (The closed circle is before the 4D-Var, the open circle is after the 4D-VAR). The meaning of “forecast time” is the same as that in Fig. 1)

作用,其累积降水量的预报虽然相对于同化前有所改善,但与真实场仍存在一定的偏差。由于存在模式误差,进行四维变分资料同化后,得到的比湿初始场并不是真实的比湿初始状态,而是与比湿真实初始状态有一定偏差的初始场,其偏差则随着数值模式误差的增大而越来越严重。

3.2.2.2 个例 2

取 $q_0=0.45$ 得到初始场 q_0^i , 这个个例在同化时间窗口内和延伸预报时间段里都有降水产生。

由公式 (5)、(6), 分别在 F_n 和 q_c 上叠加一个误差, 取 F_n 的误差在位相和振幅上都有变化, 同化时间窗口内误差叠加在位相上, 延伸预报时段内则误差叠加在振幅上, q_c 的误差只在振幅上变化。这个个例中, 减少 F_n 的值或者增加 q_c 的值都会引起数值模式预报的降水产生时间推迟, 在同化窗口中不能预报出降水或对降水量预报不准确, 产生漏报或错报。记有误差的 F_n 和 q_c 为 F_n^e 和 q_c^e , 有

$$\begin{cases} F_n^e = F_0 \sin\left(\frac{3\pi(n-1)}{N} + 0.8 + \epsilon_1\right) + \\ \quad 0.002F_0t, \quad n \leq 40 \\ F_n^e = F_n + 0.1F_0, \quad n > 40 \end{cases} \quad (15)$$

$$q_c^e = q_c + q_0\epsilon_2, \quad (16)$$

取 ϵ_1 在 $[-0.2, 0]$, ϵ_2 在 $[0, 0.1]$ 之间变化, 共设计了 12 组试验, ϵ_1 和 ϵ_2 取值如表 5。

同样按前面给出的步骤对上述不同的模式误差进行试验分析, 下面重点给出试验 13 和试验 17 的分析结果。

在试验 13 中, 在 F_n 部分加上一个 -0.2 的位相差, q_c 部分加入 10% 的误差, 在同化时间窗口内累积降水量的预报与观测场之间的偏差达 0.35 , 而在延伸预报时段由于模式误差随着时间的变化, 在降水产生后又对预报结果产生影响, 在最终预报时刻, 累积降水量的预报与观测场之间的偏差只有 0.07 , 预报效果反而变好。这时, 模式误差

带来的对累积降水量的预报要比个例 1 的情况复杂。进行四维变分资料同化处理后, 在同化时间窗口内累积降水量与观测的偏离程度由 0.35 降低到了 0.02 , 在延伸预报中, 直到再次产生降水前, 累积降水的预报结果同样好于同化前, 第 96 步产生降水后, 由于降水物理过程中误差的作用, 又使得变分同化后的预报结果差于同化前的预报, 累积降水量与观测的偏离程度由 0.07 降低到了 0.46 , 如图 4 所示。

在试验 17 中, 只在 F_n 部分加上一个 -0.2 的位相差, 相当于增加了一 17% 的误差, 在同化窗口结束时, 累积降水量的预报与观测场之间的偏差达 0.15 , 到最终预报时刻, 累积降水量的预报与观测场之间的偏差增加到 0.30 。进行变分同化处理后, 在同化时间窗口内累积降水量与观测的偏离程度由 0.15 降低到了 0.02 , 到同化窗口刚结束第 38 步时, 累积降水量的预报与观测偏差已经开始差于同化前, 第 44 步时降水结束时, 比同化前差了 0.08 , 到延伸预报最后阶段, 第 96 步时又有降水产生, 最终预报时刻时累积降水量的预报与观测偏差达比同化前差了 0.18 (如图 5)。

从试验结果分析可以看到, 进行四维变分资料同化处理, 虽然在同化时间窗口内累积降水量的预报都得到明显改善, 而在延伸预报时段内, 则由于模式误差随时间的作用不同而使得预报结果反而比同化前的预报结果差。

对比四维变分资料同化后得到的数值模式初始场与真实比湿初始场的偏差, 在试验 21 中, 变分同化后的模式初始场偏离真实比湿初始场 10% 。在试验 16 中, 变分同化后得到的模式初始场与真实比湿初始场的偏离只有 1% , 几乎就是真实大气状态, 但变分同化后到最终预报时刻的预报结果, 累积降水量的预报与真实比湿观测场的偏差反而由同化前的 0.23 升到 0.48 。因而, 当存在数值模式误差时, 进行四维变分资料同化处理会将模式本身的误差转移到变分同化后得到的模式初始场

表 5 数值模式的误差

Table 5 The error of the numerical model

	数值试验 Numerical experiment											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
ϵ_1	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.15	-0.1	-0.05	0.0	-0.05	-0.1	-0.15
ϵ_2	0.1	0.08	0.05	0.03	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.03	0.05	0.08

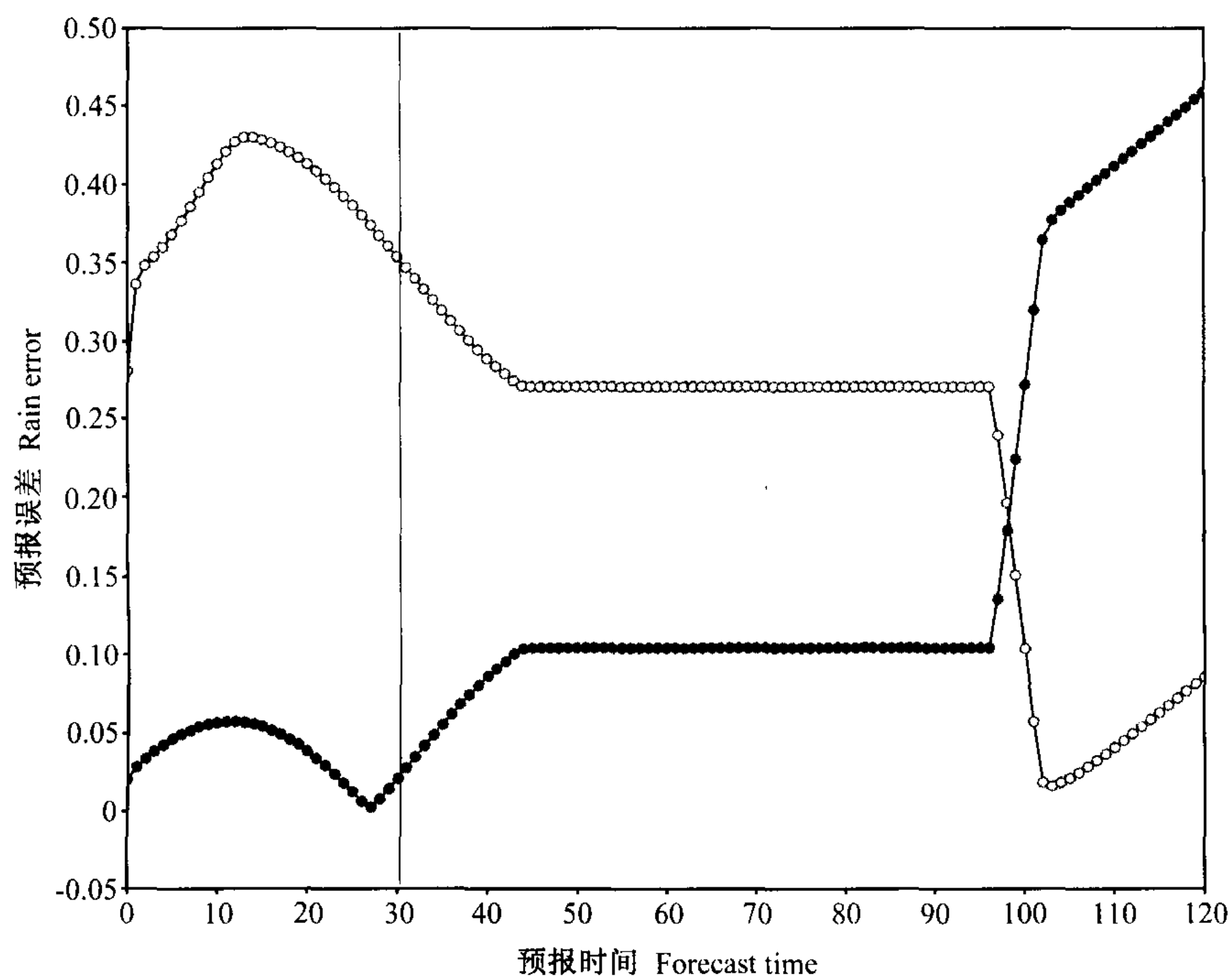


图4 试验13中累积降水量的预报场与观测场之间的偏差（空心圆点为四维变分资料同化前，实心圆点为四维变分资料同化后。横坐标“预报时间”意义同图1）

Fig. 4 The difference between the forecast result of the accumulated rainfall and the observational data in the experiment 13 (The closed circle is before the 4D-Var, the open circle is after the 4D-VAR. The meaning of “forecast time” is the same as that in Fig. 1)

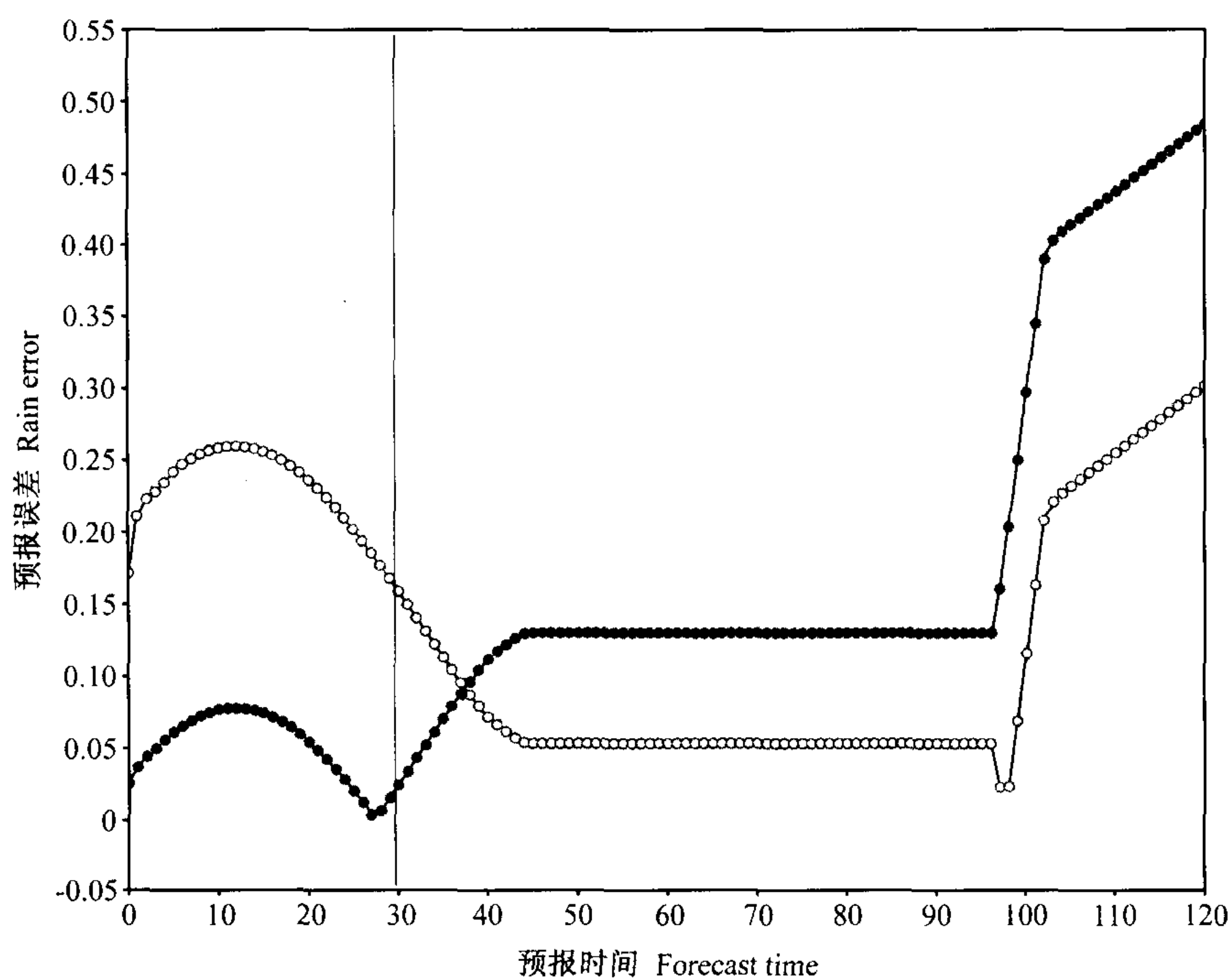


图5 试验17中累积降水量的预报场与观测场之间的偏差（空心圆点为四维变分资料同化前，实心圆点为四维变分资料同化后。横坐标“预报时间”意义同图1）

Fig. 5 The difference between the forecast result of the accumulated rainfall and the observational data in the experiment 17 (The closed circle is before the 4D-Var, the open circle is after the 4D-VAR. The meaning of “forecast time” is the same as that in Fig. 1)

上,使得变分同化后的模式初始场偏离真实的大气初始状态,这种偏离随着模式误差的不同而不同。即使变分同化后得到的模式初始场就是真实的比湿初始场,由于模式误差的作用,到最终预报时刻,累积降水量的预报结果也会偏离真实大气状态,有时还会差于同化前的预报。

从上面两个个例的不同试验可以看到,当数值模式本身存在误差时,使得四维变分资料同化后得到的模式初始场都偏离了真实大气的初始状态。也就是说,在数值模式本身存在误差时,进行四维变分资料同化,会将模式误差转移到变分同化后的模式初始场。

有些模式误差,特别是模式误差随着积分时间改变的情况下,对降水四维变分资料同化的影响比较大。有时,在同化窗口内模式误差不大,进行四维变分资料同化处理后,可以找到相当于真实大气的比湿初始场,其预报结果虽然在同化时间窗口内与观测场偏离很小,但在延伸预报时段,由于模式误差的增大,或者降水过程产生后降水物理过程中的误差起作用,使得变分同化处理后累积降水量的预报结果反而差于同化前的预报。

因而,进行四维变分资料同化前,要充分考虑数值模式中存在的误差,才能得到比较好的同化及预报效果。

4 结语

本文利用一简化的无量纲水汽发展方程,分析了初始场误差及模式误差对降水四维变分资料同化产生的影响。通过数值试验结果的分析讨论,可得到以下结论:

(1) 当比湿初始场存在误差,采用的数值预报模式不存在误差时,如果同化时间窗口内比湿与累积降水量的观测场是准确的,通过四维变分资料同化方法可以找到准确的模式初始场,用四维变分资料同化后的比湿初始场所作的累积降水预报无论在同化时间窗口内还是在延伸预报时段,都能很准确地预报出观测序列。

(2) 当比湿初始场存在误差,采用的数值预报模式也存在误差时,虽然同化时间窗口内比湿与累积降水量的观测场是准确的,这时候试图通

过四维变分资料同化方法来提高预报准确性,可能并不是一种理想的选择。当数值模式本身存在误差时,进行四维变分资料同化处理,其相当于将数值模式本身存在的误差转移到数值模式的初始场中。这时,四维变分资料同化所得到的比湿最优初始场并不是真实大气的比湿初始状态,而是适应于该数值模式预报的初始状态。这时所进行的预报,实质是利用有误差的比湿初始场和有误差的数值预报模式所进行的预报。即使四维变分资料同化处理后能够找到比湿的真实初始状态,由于模式误差的作用,其累积降水量的预报结果也会偏离真实大气。

(3) 在有些模式误差情况下,特别是模式误差随着积分时间延长而变化的情况下,进行四维变分资料同化后,虽然累积降水量的预报在同化窗口内对观测场有很好的逼近,但在延伸预报时段中,预报结果随着模式误差的变化而逐渐变差。有的情况下,由于模式误差的影响,最终预报时刻累积降水量的预报结果反而会比同化前差。

(4) 在进行降水四维变分资料同化前,应该充分考虑数值模式中存在的误差,才能得到比较好的同化及预报效果。

本文只是利用一个无量纲的水汽发展方程进行的分析讨论,其结果对实际应用具有一定的指导作用。下一步工作可以利用实际降水预报模式来进行实验分析,所得到的结论会更有意义。

致谢 本文在完成过程中得到穆穆研究员及张铭教授的悉心指导,在此表示感谢。

参考文献 (References)

- [1] Navon I M, Zou X, Derber J, et al. Variational data assimilation with an adiabatic version of the NMC spectral model. *Mon. Wea. Rev.*, 1992, **120**: 1433~1446
- [2] Zou X, Kuo Y H. Rainfall assimilation through an optimal control of initial and boundary conditions in a limited-area mesoscale model. *Mon. Wea. Rev.*, 1996, **124**: 2859~2882
- [3] Lu Chungu, Browning L. The impact of observational and model errors on four-dimensional variational data assimilation. *J. Atmos. Sci.*, 1998, **55**: 995~1011
- [4] Orrell D. Model error and predictability over different time-scales in the Lorenz '96 systems. *J. Atmos. Sci.*, 2002,

- 60 (17): 2219~2228
- [5] Nicolis C. Dynamics of model error; The role of unresolved scales revisited. *J. Atmos. Sci.*, 2004, **61** (14): 1740~1753
- [6] Wergen W. The effect of model errors in variational assimilation. *Tellus*, 1992, **44A**: 297~313
- [7] 邱崇践, 郇吉东. 模式误差对变分同化过程影响的数值研究. *高原气象*, 1994, **13** (4): 449~457
Qiu Chongjian, Gao Jidong. A numerical study of effect of model errors on variational data assimilation. *Plateau Meteorology* (in Chinese), 1994, **13** (4): 449~457
- [8] 尹宏, 贾逸勤. 辐射收支对降水预报的影响. *气象学报*, 2000, **58** (1): 115~123
Yin Hong, Jia Yiqin. The influence of radiative budget on numerical rain forecast. *Acta Meteorologica Sinica* (in Chinese), 2000, **58** (1): 115~123
- [9] 陈静, 薛纪善, 颜宏. 物理过程参数化方案对中尺度暴雨数值模拟结果的影响. *气象学报*, 2003, **61** (2): 203~219
Chen Jing, Xue Jishan, Yan Hong. The impact of physics parameterization schemes on mesoscale heavy rainfall simulation. *Acta Meteorologica Sinica* (in Chinese), 2003, **61** (2): 203~219
- [10] Hack J J. Parameterization of moist convection in the National Center for Atmospheric Research community climate model (CCM2). *J. Geophys. Res.*, 1994, **99**: 5551~5568
- [11] 张大林. 各种非绝热物理过程在中尺度模式中的作用. *大气科学*, 1998, **22** (4): 548~562
Zhang Dalin. Roles of various diabatic physical processes in mesoscale models. *Scientia Atmospherica Sinica* (in Chinese), 1998, **22** (4): 548~562