赵海贝,王斌,戴永久. 2009. 基于历史样本投影的四维变分陆面数据同化方法及其初步应用 [J]. 气候与环境研究, 14 (4): 383-389. Zhao Haibei, Wang Bin, Dai Yongjiu. 2009. Historical-sample-projection four-dimensional variational land surface data assimilation and its preliminary application [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 14 (4): 383-389.

# 基于历史样本投影的四维变分陆面数据 同化方法及其初步应用

# 赵海贝1,2 王 斌1 戴永久3

1 中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室,北京 100029

2 中国科学院研究生院,北京 100049

3 北京师范大学地理学与遥感科学学院,北京 100875

摘 要 数据同化方法在大气、海洋和陆面模式中得到了成功的应用。但现有的四维变分同化(4DVar)方 法面临着计算量上的挑战。本研究将一种历史样本投影的四维变分同化方法(Historical-Sample-Projection 4DVar,简写为 HSP-4DVar)应用于陆面数据同化,建立起 CoLM 陆面模型的 HSP-4DVar 系统。相比其他四 维变分同化方法,HSP-4DVar 的分析值是显式求解,不需要编写和使用伴随模式,从而大大节省了计算量, 是一种易于实现的同化方案。通过同化 56 个月的土壤湿度观测数据表明,新的陆面同化系统不仅省时,而且 能够有效吸取观测信息,使得同化后的均方根误差显著降低,各层土壤湿度模拟都有所改善,陆表 1000 mm 层的改善最为明显。

关键词 HSP-4DVar 陆面数据同化 土壤湿度 省时性 文章编号 1006-9585 (2009) 04-0383-07 中图分类号 P426.68 文献标识码 A

# Historical-Sample-Projection Four-Dimensional Variational Land Surface Data Assimilation and Its Preliminary Application

ZHAO Haibei <sup>1,2</sup>, WANG Bin<sup>1</sup>, and DAI Yongjiu<sup>3</sup>

- State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029
- 2 Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049
- 3 School of Geography, Beijing Normal University, Beijing 100875

**Abstract** Data assimilation has been successfully applied in atmospheric, oceanic, and land surface models. However, the four-dimensional variational (4DVar) assimilation system demands great computational costs. The authors introduced a new Historical-Sample-Projection data assimilation scheme (HSP-4DVar), and accomplished the HSP-4DVar land surface data assimilation system based on the Common Land Model (CoLM). As a scheme which requires no adjoint models, HSP-4DVar can be directly solved and easily realized, therefore avoids high computational costs. The land surface data assimilation system was used to assimilate the soil moisture data for 56 months. After

收稿日期 2008-04-18 收到, 2009-05-06 收到修定稿

资助项目 中国科学院创新团队国际合作伙伴计划"气候系统模式研发及应用研究"和国家创新群体项目 4022150

作者简介 赵海贝,男,1984年出生,硕士,研究方向为陆面资料同化。E-mail: zhaohb@mail. iap. ac. cn

通讯作者 王斌, 男, 研究员。E-mail: wab@lasg. iap. ac. cn

assimilation, the overall root-mean-square error was significantly reduced with improved simulations, especially the simulation for the top 1000 mm layer.

Key words HSP-4DVar, land surface data assimilation, soil moisture, timesaving

# 1 引言

数据同化不仅在大气科学和海洋科学的研究 中得到成功的应用(Whitaker et al., 2002;孙建 华等, 2007),而且近年来与陆面模型的结合也越 来越紧密。各种陆面数据同化系统和大气、海洋 同化系统类似,大多采用了变分系列或Kalman 滤波系列的同化方法。一些研究(Houser et al., 1998; Walker et al., 2001; Schuurmans et al., 2003)将传统的统计插值和三维变分算法成功应 用到简单的陆面水文模型中,但这些方法与整个 陆面物理过程缺乏协调性。另外一些工作(Hoeben et al., 2000; Kumar et al., 2003)用扩展 Kalman 滤波算法做了相关尝试,但这种算法运算 量过大,且舍弃了非线性函数展开的高阶项,难 以应用于复杂的、强非线性陆面模型(Evensen, 1992; Gauthier et al., 1993; Bouttier, 1994)。

最新的研究成果表明,陆面数据同化更倾向 于使用流行的四维变分(Reichle et al., 2001)或 者集合 Kalman 滤波 (Crow et al., 2003) 等同化 方法。四维变分方法以模型作为动力约束,能体 现复杂的非线性约束关系,其结果具有物理的一 致性和动力的协调性;但该方法需要求解一个高 维非线性优化问题,通过非线性迭代寻找最速下 降方向,这一过程中需要利用伴随技术计算目标 函数的梯度,仍然面临计算量过大的问题。陆面 模拟分辨率日趋精细,例如 LIS (Land Information System,即陆地信息系统)最新版本的分辨 率已经达到 1 km (Peters-Lidard et al., 2004; Tian et al., 2004; Kumar et al., 2006), 因此切 线性模式、伴随模式的编制难以在短期内完成, 而且伴随模式的运算将耗费大量的计算资源。集 合 Kalman 滤波方法避免了以上问题,但在实际 应用中仍然存在滤波发散、分析场不协调等问题。

因此,如何设计一种真正省时且又有着良好 同化效果的四维同化算法,成为当前亟待解决的 问题。鉴于此,Wang et al.<sup>①</sup>设计了一种新的基 于时间样本的四维同化方法 HSP-4DVar,它已经 在大气模型的同化试验中取得了成功应用。本文 吸取了这种同化方法的思想,适当选取一组历史 扰动样本及其投影样本,求解切线性模式算子的 广义逆,使得最终的分析值变为显式求解,从而 达到节省计算量的目的。将此方法应用到 CoLM (Common Land Model)模型的同化试验中,为陆 面过程模型同化系统建立提供了一种新途径。与 其他传统同化方案相比,该方法不需建立伴随模 式,操作简单,同时为模式提供了合理的随流演 变的背景场误差协方差矩阵。我们设计了一组单 点土壤湿度同化试验,初步的结果令人满意。

## 2 同化方法介绍

### 2.1 新方法的引入

首先介绍新的同化方法的导出。按传统四维 变分同化的思路,其代价函数可以写成如下形式:

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{\mathrm{b}})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B}^{-1} (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{\mathrm{b}}) +$$

$$\sum_{i=1}^{m} (\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_{\text{obs}i})^{\mathrm{T}} \mathbf{O}_i^{-1} (\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_{\text{obs}i}), \quad (1)$$

其中, B 是背景场误差协方差矩阵, O; 是观测误 差协方差矩阵, T 表示向量或者矩阵的转置。m 代表同化窗口内观测时刻的个数, x 是包含所有 模式变量的矩阵, x<sub>b</sub> 代表初始时刻的背景场, y<sub>i</sub> 和 y<sub>obsi</sub>分别是第 *i* 个时刻的模拟观测数据和观测 值。若记:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1^{\mathrm{T}}, y_2^{\mathrm{T}}, \cdots, y_m^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \qquad (2)$$

$$\mathbf{y}_{\text{obs}} = \begin{bmatrix} y_{\text{obs}1}^{\text{T}}, & y_{\text{obs}2}^{\text{T}}, & \cdots, & y_{\text{obs}m}^{\text{T}} \end{bmatrix}^{\text{T}},$$
 (3)

$$\boldsymbol{O} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{O}_1, \boldsymbol{O}_2, \cdots, \boldsymbol{O}_m), \qquad (4)$$

则代价函数可以用下面的向量形式简化表示  $J(x) = (x - x_b)^T B^{-1} (x - x_b) +$ 

Wang Bin, Liu Juanjuan. 2008. Historical-Sample-Projection-based 4-dimensional variational data assimilation (HSP-4DVar) [C]. Asia Oceania Geosciences Society.

 $(\mathbf{v} - \mathbf{v}_{obs})^{\mathrm{T}} \mathbf{O}^{-1} (\mathbf{v} - \mathbf{v}_{obs}),$ 

**y** obs **y** (7)

(5)

先对其作切线性近似,用 H 表示观测算子, M 表示预报模式。由关系式:

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{H}[\boldsymbol{M}(\boldsymbol{x})], \tag{8}$$

$$\mathbf{y}_{\mathrm{b}} = \boldsymbol{H}[\boldsymbol{M}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{b}})], \qquad (9)$$

可得

$$\mathbf{y}' = \mathbf{y} - \mathbf{y}_{\mathrm{b}} = \mathbf{H} [\mathbf{M}(\mathbf{x})] - \mathbf{H} [\mathbf{M}(\mathbf{x}_{\mathrm{b}})]$$
$$\approx \mathbf{H}' \mathbf{M}' (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathrm{b}}) = \mathbf{L} \mathbf{x}'.$$
(10)

基于 HSP-4DVar 的思想以及  $x' \approx y'$ 的近似线性 关系,将 x'进行投影。这里,不同于 HSP-4DVar 将 x'投影到样本空间,而是投影到观测空间,即 x'=Ay' (A 为投影算子)。由于观测维数通常小 于模式维数,因此算子 A 总是存在的,但其形式 未知。为了得到 A 的表达式,可以选取一组以行 向量形式排列的 n 个样本  $[x'_1, x'_2, \dots, x'_n]$ , 并记

$$\boldsymbol{P}_{x} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} [\boldsymbol{x}'_{1}, \boldsymbol{x}'_{2}, \cdots, \boldsymbol{x}'_{n}], \quad (11)$$

$$\boldsymbol{P}_{y} = \boldsymbol{L}\boldsymbol{P}_{x} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} [\boldsymbol{y}'_{1}, \boldsymbol{y}'_{2}, \cdots, \boldsymbol{y}'_{n}].$$
(12)

首先得到关系式

$$\boldsymbol{P}_{x} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_{y}.$$
 (13)

将公式(3)两边右乘 $P_y^{T}$ ,得到

$$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{y}}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{y}}^{\mathrm{T}}.$$
 (14)

当 $P_y$ 的行向量线性无关时, $P_yP_y^{T}$ 是非奇异矩阵, 从而得出A的表达式为

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{y}}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{y}} \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{y}}^{\mathrm{T}})^{-1}, \qquad (15)$$

$$\begin{array}{l} \boxplus \amalg \chi \not \Rightarrow, \ \uparrow (\uparrow) \boxtimes \chi & \dashv \downarrow \downarrow \not \Rightarrow \not \rangle \\ J(y') &= (Ay')^{\mathrm{T}} B^{-1}(Ay') + (y' - y'_{\mathrm{obs}})^{\mathrm{T}} O^{-1}(y' - y'_{\mathrm{obs}}) \\ &= y'^{\mathrm{T}} A^{\mathrm{T}} B^{-1} Ay' + (y' - y'_{\mathrm{obs}})^{\mathrm{T}} O^{-1}(y' - y'_{\mathrm{obs}}). \end{array}$$

$$(16)$$

欲求所需的分析值,只需令其梯度

 $\nabla \boldsymbol{J} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B}^{-1} \boldsymbol{A} \boldsymbol{y}' + \boldsymbol{O}^{-1} (\boldsymbol{y}' - \boldsymbol{y}'_{\mathrm{obs}}) = 0, (17)$ 进而可以解出:

$$\mathbf{y}' = (\mathbf{O}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A} + \mathbf{I})^{-1}\mathbf{y}'_{\mathrm{obs}}.$$
 (18)

此时

$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{y}' = \mathbf{A}(\mathbf{O}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A} + \mathbf{I})^{-1}\mathbf{y}'_{\mathrm{obs}}.$$
 (19)

利用公式(4)得出:

$$\boldsymbol{x}_{a} = \boldsymbol{P}_{x}\boldsymbol{P}_{y}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{O}(\boldsymbol{P}_{y}\boldsymbol{P}_{y}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{P}_{y}\boldsymbol{P}_{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{P}_{x}\boldsymbol{P}_{y}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{P}_{y}\boldsymbol{P}_{y}^{\mathrm{T}}]^{-1}\boldsymbol{y}_{\mathrm{obs}}' + \boldsymbol{x}_{\mathrm{b}}.$$
(20)

至此,所求分析值已经可以显式求解,从而 大大节省了运算量。另外,如果生成的样本 **P**<sub>x</sub>是 无偏的,即

$$\overline{\mathbf{x}}' = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \mathbf{x}_{k} = 0, \qquad (21)$$

则只需取背景场 x<sub>b</sub> 为所选样本的集合

$$\mathbf{x}_{\mathrm{b}} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \mathbf{x}_{k}.$$
 (22)

取  $B = P_x P_x^T$ ,利用近似关系  $P_x^T B^{-1} P_x = I$ ,公式 (20)可简化为:

 $\boldsymbol{x}_{a} = \boldsymbol{x}_{b} + \boldsymbol{P}_{x}\boldsymbol{P}_{y}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{O} + \boldsymbol{P}_{y}\boldsymbol{P}_{y}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{y}'_{\mathrm{obs}}.$  (23) 因为**O**通常是对角矩阵, **O**+**P**<sub>y</sub>\boldsymbol{P}\_{y}^{\mathrm{T}}是非奇异矩阵, 它的逆矩阵也是存在的。

### 2.2 与其他经典同化算法方案的比较

从上面的理论推导可以看出,新的方法与以 往的四维变分同化算法不同,不需要编写切线性 模式和伴随模式,并且避免了求解复杂的非线性 最优化问题。事实上,它还吸取了四维变分同化 系统的优点。表1给出了 HSP-4DVar、4DVar 和 集合 Kalman 滤波同化算法的比较。

首先,该方法的运算量远小于扩展 Kalman 滤波,甚至小于集合 Kalman 滤波算法。对于 N 个背景场的扰动集合,集合 Kalman 滤波要相应 生成 N 个观测场的扰动集合,否则统计的背景场 误差协方差矩阵将被低估,并产生虚假相关 (Burgers et al.,1998);HSP-4DVar 方法则不需 要生成观测扰动集合。在集合 Kalman 滤波的分 析中,要计算 Kalman 增益矩阵,这实际上是显 式的计算背景场误差协方差矩阵;HSP-4DVar 则 不需计算此矩阵,因为它沿袭了四维变分的优点, 背景场误差协方差矩阵是隐式演变的(Thepaut et al.,1993),从而节省了计算量。

其次,Kalman 滤波系列是顺序同化方法,在 同化窗口内的每一个观测处只同化该时刻的观测, 形成局部的最优分析,并将产生一个跳跃,不能 形成窗口内的一个整体最优分析,而本文的方法 与四维变分同化类似,是非顺序方法,产生的是 窗口内一条整体最优分析,它的分析值包含了同 化窗口内所有观测时刻的信息。由于与四维变分一

表 1 HSP-4DVar、4DVar 及集合 Kalman 滤波算法比较 Table 1 The comparisons of HSP-4DVar, 4DVar and ensemble Kalman filter

同化方法	伴随模式	B矩阵	光滑度	并行计算的实现
HSP-4DVar	不需要	不显式计算	良好	易于实现
4DVar	需要	不显式计算	良好	需要并行伴随模式
集合 Kalman 滤波	不需要	显式计算	有间断	易于实现

样,求解模式约束下的最优化问题,因而它的分析场更具有协调性和平衡性(Lorenc, 2003)。

最后,该方法与四维变分类似,同化窗口始 端的背景场误差协方差矩阵无法显式得到,但所 有同化方法中背景场误差协方差矩阵的演变都是 基于它最开始的指定值。例如,若不考虑模式误 差则扩展 Kalman 滤波算法中  $P_i^t = L_{i-1} P_{i-1}^a$ , 如果 最开始(i=1)的协方差矩阵有误,它将波及到 演变后的所有协方差矩阵的计算。通常,集合 Kalman 滤波最开始的背景扰动是按照高斯型的相 关场和均匀误差的要求生成的,经过模式积分后, 得到一组集合预报用来进行集合 Kalman 滤波的 计算: 这时背景误差协方差矩阵虽体现了变量之 间的相关性,但它仍然是从高斯型的相关场和均 匀误差演变而来,演变后的协方差矩阵只能多体 现一部分模式信息,与模式更加协调,但仍不能 体现背景场的"真实"状态。在 HSP-4DVar 中, x离 $x_{\rm b}$ 较远时,  $|x'| = |x - x_{\rm b}|$ 也较大, 在  $B^{-1}$ 中的相对权重也就较小,这种处理方法是合 理的。

# 3 单点土壤湿度同化试验设计以及 试验结果

## 3.1 数据集

本试验所采用的数据集最初被用于 Schlosser 等(1997)的研究工作。在后续文献中此数据集 也被大量使用,但大多是单纯陆面模型的研究与 比较,尚未有基于 CoLM 陆面模型的同化试验 结果。

该站点位于(57.6°N,33.1°E),资料包括 1960~1990年的土壤湿度、径流和蒸发等陆面观 测资料,以及时间分辨率为3h的常规气象场观 测资料。由于有的月份缺乏观测,因而选取其中 一段连续资料,即 1970 年 6 月~1974 年 11 月的 土壤湿度观测数据,用其对应时间段的气象强迫 场资料驱动 CoLM 模型。土壤湿度数据采用称重 法得到,取每月临近月末的一天观测到的陆表 200 mm,500 mm 和 1000 mm 3 个土壤湿度数值,其 误差为±10 mm (Schlosser et al.,1997)。将观 测误差的分布看作高斯分布  $N(\mu, \sigma^2)$ 。由于高 斯分布的随机变量落在 $\mu \pm 3\sigma$  区间内的概率已经 达到 99.7%,可令  $3\sigma = 10$  mm,求得  $\sigma^2 \approx 11.11$ mm<sup>2</sup>,并将观测误差协方差矩阵定义成对角元素 为 11.11 mm<sup>2</sup>的对角矩阵。

### 3.2 试验设计

由于观测资料的稀疏性,我们选择一次同化 一组观测数据的方法。对于每一个同化过程,同 化窗口始端选择在有观测资料的前 30 min,末端 则选择在观测资料处,同化窗口为 30 min。由于 同化的是传统观测资料,其变量直接跟模式变量 对应,观测算子是一个简单的线性插值程序。

在生成  $P_x$  样本时,取观测时刻前后 5 天的 11 个样本。由公式(21)求出  $x_b$ ,进而可得到  $P_x$ 。 背景场误差协方差矩阵采用上述公式即  $B = P_x P_x^T$ 。 其思想类似于 NMC 方法(Parrish et al., 1992), 即当变量的变化幅度大时,有理由认为此时模式 的模拟效果欠佳,背景场误差也大;而当变量的 变化幅度小时,有理由认为此时模式处于近似平 衡状态,背景场更可信。同时,由此得出的背景 误差协方差矩阵是随流演变的。将  $P_x$ 每个列向量 对应的状态变量到分析值处,然后积分 30 min 到 同化窗口末端,则得到对应的模拟观测值,从而 求出  $P_y$ 。

### 3.3 结果分析

由图 1 可见几乎所有时刻的均方根误差都有 不同程度的降低,整体均方根误差从同化前的 2329.1 kg•m<sup>-2</sup>降到同化后的 1873.2 kg•m<sup>-2</sup>。

图 2 给出了同化前后不同陆表模拟土壤湿度 与观测值的比较。可以看出,同化后模拟的土壤 湿度几乎都有所改进,尤其是陆表 1000 mm 的改 进最为明显。在积分的后期,陆表 200 mm 的同 化效果反而变差,这是由 *B* 矩阵的结构所决定。 本试验中表层土壤湿度变化比深层的剧烈,统计 的 *B* 矩阵表层方差也比深层大的多。例如在 *t*=53 时,模式第一层的方差为 8.5295 kg<sup>2</sup> • m<sup>-4</sup>,而第



图 1 56 个月同化前后的土壤湿度均方根误差

Fig. 1 Root-Mean-Square Error (RMSE) of soil moisture for 56 months before and after assimilation



图 2 同化前后模拟的不同陆表土壤湿度与观测值的比较: (a) 200 mm; (b) 500 mm; (c) 1000 mm Fig. 2 Comparisons of soil moistures from expts CTRL, ASSIM and observations for different soil layers: (a) 200 mm; (b) 500 mm; (c) 1000 mm

10 层的仅为 0. 13245 kg<sup>2</sup> • m<sup>-4</sup>。由于同化后,观 测信息难以进入深层,深层的改进幅度将会很小, 代价函数的降低几乎只能依靠表层的改变。但是, 陆表 1000 mm 模拟误差 ( $y_b - y_{obs} = 62.660$  kg • m<sup>-2</sup>)比陆表200 mm ( $y_b - y_{obs} = -16.056$  kg • m<sup>-2</sup>)要大的多,所以同化后表层的改变是减小, 而不是增加,从而保证了整体代价函数的降低。

在本同化试验中,因为观测维数小于样本维数,由前面的理论分析知  $P_{y}P_{y}^{T}$ 的逆存在。当观测 维数很大时,需要对样本进行质量控制,使样本 间尽量正交,并采用类似集合 Kalman 滤波中的 处理方法,比如引入奇异值分解 (SVD)等手段 (Evensen, 2003)。另外,用 $B=P_{x}P_{x}^{T}$ 统计的背景 误差协方差矩阵有时会高估各层之间的土壤湿度 相关性。比如在冬天时,冻土的各层之间相关性 很低,而统计的背景误差协方差矩阵中各层之间 却有较强的相关。为了进一步改进同化结果,可 以考虑采用 Schur 算子作局地化 (Evensen, 2003)处理。

## 4 结论

(1) HSP-4DVar 同化方法是从四维变分代价 函数推导出来的,但它分析值的求解是显式,从 而大大节省了计算量。这种同化方案应用到 CoLM 陆面过程的同化个例中,对土壤湿度的模 拟取得了显著的改进效果,即使在某些时刻,表 层同化后的结果变差,但整体同化效果还是显著 优于同化前的模拟。

(2) 在实际应用当中,HSP-4DVar 也面临着 与其他同化方法类似的技术问题,比如对背景误 差协方差矩阵有被低估的趋势,背景误差协方差 矩阵有时需作局地化处理等等。

(3) 在非线性算子的近似方面,并不局限于本文中所用的方法。如果已知算子的某些性质, 比如它具有类似三角函数的波状,就可以更方便 地在三角函数空间中拟合 A 算子。这在算子非线 性很强的情况下应优于用线性关系拟合的结果, 这也是别的同化方法所不具备的优势。

### 参考文献 (References)

ances in an assimilation system [J]. Mon. Wea. Rev., 122: 2376-2390.

- Burgers G, Leeuwen J V P, Evensen G. 1998. Analysis scheme in the ensemble Kalman filter [J]. Mon. Wea. Rev., 126: 1719 - 1724.
- Crow T W, Wood F E. 2003. The assimilation of remotely sensed soil brightness temperature imagery into a land surface model using ensemble Kalman filtering: A case study based on ESTAR measurements during SGP97 [J]. Advances in Water Resources, 26: 137-149.
- Evensen G. 1992. Using the extended Kalman filter with a multilayer quasi-geostrophic ocean model [J]. J. Geophys. Res., 97 (C11): 17905 – 17924.
- Evensen G. 2003. The ensemble Kalman filter: Theoretical formulation and practical implementation [J]. Ocean Dynamics, 53: 343-367.
- Gauthier P, Courtier P, Moll P. 1993. Assimilation of simulated wind lidar data with a Kalman filter [J]. Mon. Wea. Rev. , 121: 1803 1820.
- Hoeben R, Troch A P. 2000. Assimilation of active microwave observation data for soil moisture profile estimation [J]. Water Resour. Res., 36 (10): 2805-2819.
- Houser R P, Shuttleworth J W, Famiglietti S J, et al. 1998. Integration of soil moisture remote sensing and hydrologic modeling using data assimilation [J]. Water Resour. Res., 34 (12): 3405 - 3420.
- Kumar P, Kaleita L A. 2003. Assimilation of near-surface temperature using extended Kalman filter [J]. Advances in Water Resources, 26: 79-93.
- Kumar V S, Peters-Lidard, Tian Y, et al. 2006. Land information system—an interoperable framework for high resolution land surface modeling [J]. Environmental Modelling and Software, 21: 1402-1415.
- Lorenc C A. 2003. The potential of the ensemble Kalman filter for NWP—a comparison with 4D-Var [J]. Quart. J. Roy. Meteor. Soc. , 129: 3183 3203.
- Parrish F D, Derber D J. 1992. The national meteorological center spectral statistical interpolation analysis system [J]. Mon. Wea. Rev., 120: 1747-1763.
- Peters-Lidard C D, Kumar S V, Tian Y, et al. 2004. Global urbanscale land-atmosphere modeling with the land information system. Symposium on Planning, Nowcasting, and Forecasting in the Urban Zone [C], 84th AMS Annual Meeting.
- Reichle H R, Entekhabi D, McLaughlin B D. 2001. Downscaling of radio brightness measurements for soil moisture estimation: A four-dimensional variational data assimilation approach [J]. Water Resour. Res., 27 (9): 2353-2364.
- Schlosser A C, Robock A, Vinnikov Y K, et al. 1997. 18-year land-surface hydrology model simulations for a midlatitude grassland catchment in Valdai, Russia [J]. Mon. Wea. Rev., 125:

3279 - 3296.

- Schuurmans M J, Troch A P, Veldhuizen A A, et al. 2003. Assimilation of remotely sensed latent heat flux in a distributed hydrological model [J]. Advances in Water Resources, 26: 151– 159.
- 孙建华,齐琳琳,朱江,等. 2007. 三维变分系统在我国夏季降雨 预测中的应用试验 [J]. 气候与环境研究, 12 (3): 413 – 425. Sun Jianhua, Qi Linlin, Zhu Jiang, et al. 2007. The 3DVAR application experiments on rainfall prediction in the summer in China [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 12 (3): 413 – 425

Thepaut N J, Hoffman N R, Courtier P. 1993. Interactions of dy-

namics and observations in a 4-dimentional variational assimilation [J]. Mon. Wea. Rev., 121; 3393 – 3414.

- Tian Y, Peters-Lidard D C, Kumar S V, et al. 2004. High performance land surface modeling with a beowulf cluster [J]. Computing in Science and Engineering, 3 (3): 1614-5054.
- Walker J P, Garry W R, Jetse K D. 2001. One-dimensional soil moisture profile retrieval by assimilation of near surface observations: A comparison of retrieval algorithms [J]. Advances in Water Resources, 24: 631-650.
- Whitaker J S, Hamill T M 2002. Ensemble data assimilation without perturbed observations [J]. Mon. Wea. Rev., 130: 1913 - 1924.

何晖,金华,刘建忠,等. 2009. 北京地区一次辐射雾的数值模拟 [J]. 气候与环境研究,14 (4): 390-398. He Hui, Jin Hua, Liu Jianzhong, et al. 2009. Simulation and analysis of a radiation fog event in Beijing area [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 14 (4): 390-398.

# 北京地区一次辐射雾的数值模拟

何 晖1,2,3 金 华2 刘建忠2 张天明4 高燕虎5

- 1 中国科学院大气物理研究所,北京 100029
- 2 北京市人工影响天气办公室,北京 100089
- 3 中国科学院研究生院,北京 100049
- 4 北京市观象台,北京 100089
- 5 北京市气象局气候中心,北京 100089

**摘 要**利用非静力中尺度模式 MM5V3 对 2006 年 11 月 20 日北京地区的一次大雾天气过程进行了数值研究。模拟结果与极轨卫星监测图像以及十二通道微波辐射计观测资料的对比表明,模式对此次雾的模拟是比较成功的,尤其是在雾区的分布位置、雾的高度以及雾的维持时间等方面。针对不同的云物理方案、长波辐射项、短波辐射项以及模式的垂直分辨率进行了 4 组敏感性实验。结果表明,地面的长波辐射冷却促使辐射雾的形成,而短波辐射的加热是辐射雾消散的主要原因。另外,增加模式的垂直分辨率以及选取更加详细的云微物理方案可以使模式模拟的辐射雾的结果有明显的改善。

关键词 辐射雾 数值模拟 微波辐射计 液水含量 文章编号 1006-9585 (2009) 04-0390-09 中图分类号 P426 文献标识码 A

## Simulation and Analysis of a Radiation Fog Event in Beijing Area

HE Hui<sup>1,2,3</sup>, JIN Hua<sup>2</sup>, LIU Jianzhong<sup>2</sup>, ZHANG Tianming<sup>4</sup>, and GAO Yanhu<sup>5</sup>

- 1 Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029
- 2 Beijing Weather Modification Office, Beijing 100089
- 3 Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049
- 4 Beijing Weather Observatory, Beijing 100089
- 5 Beijing Climate Center, Beijing Meteorological Bureau, Beijing 100089

**Abstract** A radiation fog on 20 November 2006 in Beijing area is simulated and diagnosed with MM5 nonhydrostatic model. By contrasting the image of the NOAA satellite with the observation data of radiometer, the results showed that the MM5 could well simulate this fog event, especially in simulating the fog area, the height and the duration of the fog. Furthermore, aiming at explicit moisture scheme, longwave radiation, shortwave radiation, and vertical resolution, four sensitivity experiments were performed. The results show that longwave radiative cooling is an important factor of the formation of the fog, while the shortwave radiative warming is an important factor of the fog dispersal. In addition, the results were obviously improved by increasing the vertical resolution or using more complicated explicit cloud scheme.

收稿日期 2008-04-02 收到, 2009-04-20 收到修定稿

资助项目 国家"十一五"科技攻关项目 2006BAC12B04、公益性行业(气象)科研专项 GYHY200806001-1

作者简介 何晖,男,1977年出生,博士研究生,工程师,主要从事云降水物理研究。E-mail. hehui@bjmb.gov.cn

Key words radiation fog, numerical simulation, microwave radiometer, liquid water content

## 1 引言

雾是在特定天气背景之下形成的一种局地性 天气现象, 它主要发生在近地面层, 对人类活动 有很大的影响。研究雾主要是为了揭示近地面大 气中的各种物理现象和物理过程,观测实验和数 值模拟是其主要手段。国外学者如 Brown (1980)、 Turton et al. (1987)、Duynkerke (1991) 等相继对 雾进行了数值模拟研究,并和观测做了详细的对 比。1980年以来,国内学者利用二维和三维数值 模式开展了雾的数值模拟研究,得到了很多有意 义的研究成果。樊琦等(2004)利用三维中尺度 数值模式 MM5 对广州地区的辐射雾进行了数值 模拟研究。李元平等(2007)利用三维中尺度模 式WRF对北京的一次平流雾进行了数值模拟研 究。董剑希等(2006)利用中尺度模式 MM5 对 北京的一次辐射雾进行了数值模拟研究。这些研 究表明,利用中尺度数值模式对雾生消过程进行 模拟是有发展前景的。

本文采用非静力平衡中尺度数值模式 MM5V3结合极轨卫星监测图像以及十二通道微 波辐射计的观测资料,对 2006 年 11 月 20 日北京 的一次大雾天气过程进行数值模拟研究和敏感性 实验,以进一步了解中尺度数值模式对辐射雾的 模拟能力及对辐射雾生消有明显影响的物理过程。

#### 模式、资料以及实验方案 2

本文所用的十二通道微波辐射计资料来源于 北京市气象局从美国 Radiometrics 公司引进的十 二通道 TP-WVP3000 微波辐射计的观测资料, 该 微波辐射计安装于北京市气象局南郊观象台一个 两层高的楼顶上,观测点的经纬度为(39.8°N, 116.47°E),观测点位置距地面大约6m,在本文 中用该位置的测值代替地面的测值。微波辐射计 的观测原理是利用大气对微波具有选择吸收和透 明(即所谓大气窗)的特性,依据基尔霍夫定律 反演大气的水汽廓线和温度廓线,同时从观测云 液态水对大气光谱特性的贡献来推算云液态水廓

线。该辐射计采取被动式遥感,采用防水材料的 天线罩及鼓风机以去除降水液态水的影响,从而 可以实现在任何天气下实时获取从地面到 10 km 高的温度、水汽和液态水的垂直分布,采样频率 为每分钟一个数据。

本文使用 PSU 和 NCAR 的三维非静力平衡 中尺度数值模式 MM5V3, 该模式的动力学框架 与物理过程都比较完善,提供了多种参数化方案, 适合于研究各种不同的天气过程。本文采用 Grell 对流参数化方案,侧重模式底部边界层刻画的 Blackadar 高分辨率边界层方案, 混合相微物理显 式方案 (Mix phase), 以及 RRTM 辐射计算 方案。

模拟的范围如图1所示,模式采用了三重嵌 套,格距分别是 27、9 和 3 km, 垂 首 方 向 为 23 层,模式顶层为100 hPa。模拟的中心点设在接近 于微波辐射计观测点的 (40.0°N, 116.5°E), 其 中 3 km 水平分辨率的模拟只用了混合相微物理显 式方案 (Mix phase), 而没有运用 Grell 对流参数 化方案。利用 NCEP 的 6 h 一次的再分析资料启 动模式,模拟开始时间为2006年11月19日8时 (北京时间,下同),共运行48h。

为了了解不同的云微物理方案、长波辐射 项、短波辐射项、垂首分辨率对这次辐射雾形 成和发展的影响,我们进行了4个敏感性实验, 将数值预报实验称为控制实验。第1个敏感性



实验(敏感性实验1),选择了云微物理方案 Resiner2;第2个敏感性实验(敏感性实验2), 在MM5模式中垂直层数采用了32层;第3个 敏感性实验(敏感性实验3),去掉了长波辐射 项;第4个敏感性实验(敏感性实验4),去掉 了短波辐射项。

## 3 天气实况

2006年11月19~21日北京及其周边地区相 继出现大雾天气。19日17时北京、天津等地开始 出现轻雾,20时保定、石家庄等地发展成大雾, 20日5时北京、天津大雾,8时大雾范围继续扩 大,北京、天津、保定、石家庄等地均出现大雾 天气,11时北京地区雾的强度减弱,属于轻雾范 畴,到21日11时北京一百维持轻雾天气,14时 北京雾消。从图 2a 可以看出,等值线比较平直, 北京及其周边地区没有明显的槽脊活动。从图 2b 可以看出,北京地区南部中低层有明显的暖湿气 流向北京地区输送,这种形势为大雾的形成和维 持提供了良好的水汽条件。另外,从19~21日的 地面天气形势图(图略)上可以看出,连续几天 华北地区气压场较弱,风力较弱,天气形势十分 稳定。北京市气象局布设的微波辐射计的观测表 明,这几天北京地区一直维持低温、高湿及逆温 层结的特点。因此,这次大雾的主要原因是稳定 的大气层结和较高的相对湿度以及地面的辐射降 温,同时逆温层的维持使得大雾持续不散。此次 大雾属于辐射雾。21日14时前后,由于强冷空气 的入侵,大雾的形成条件不再存在,于是大雾 消散。

图 3 是北京气象局南郊观象台观测的自 2006 年 11 月 19 日 14 时至 21 日 14 时每 3 h 一次的能 见度变化。由图 3 可见,从 19 日 14 时开始能见 度逐渐降低,到 20 日 5 时降到最低值 800 m,20 日全天能见度都较低,除了 23 时达到 2.5 km 以 外均维持在 2 km 以下,自 21 日 0 时开始,能见 度逐渐改善,虽然在 8 时能见度出现一个较低值, 但总体均明显改善,到 21 日 14 时能见度已达到 10 km,雾基本消散。可见此次雾的主体是在 20 日,本文也主要是针对 20 日雾的过程结合观测进 行模拟研究。



图 3 2006 年 11 月 19~21 日北京大雾期间能见度的变化 Fig. 3 Temporal variation of visibility during heavy fog period in Beijing

## 4 结果分析

首先对比分析了模式模拟的 2006 年 11 月 20 日 8、14 和 20 时 500 和 850 hPa 形势场,发现模 式较好地模拟出对流层中下层的槽、脊位置和演 变趋势(图略)。因此可以说模式对此次辐射雾过 程的大尺度环流背景及影响系统的模拟是成功的。

气象观测对大雾的定义为:悬浮在贴近地面的大气中的大量细微水滴(或冰晶)的可见集合体,能见度小于1km。按照一般定义(Cotton et al.,1993),雾中液态含水量的范围为0.05~0.2g•kg<sup>-1</sup>,但根据各地的地域特点和雾形成条件的不同,雾中液态含水量范围也各有不同,本文取液态水含量0.05g•kg<sup>-1</sup>为雾区临界值。

图 4 是控制实验模拟的 2006 年 11 月 20 日 11 时 15 分及 13 时 18 分地面层雾中液态含水量的水 平分布及相应时刻的极轨卫星大雾监测图像。通 过对比可以看出 MM5 模式对北京地区的这次辐 射雾过程模拟得比较好,模拟的雾区分布与实况 基本一致。

图 5a 是由微波辐射计观测到的 2006 年 11 月 19 日 12 时至 21 日 8 时从地面至 2 km 高度的单站 液水含量。可以看出,本次大雾开始时间为 20 日 0 时,结束时间大约为 21 日 2 时,雾区高度约 400 m,大雾较强时间段为 20 日 4 时至 12 时左右,其



图 2 2006 年 11 月 19 日 20 时 (a) 700 hPa 位势高度场 (单位: gpm) 以及 (b) 850 hPa 流场 (蓝虚线) 和温度露点差 (红实线, 单位: K)

Fig. 2 (a) The geopotential height field (gpm) at 700 hPa and (b) the streamline field (blue dashed line) and the difference between temperature and the dew-point temperature (red solid line, units: K) at 850 hPa at 2000 LST 19 Nov 2006



图 4 2006 年 11 月 20 日 (a、b) 11 时 15 分和 (c、d) 13 时 18 分 (a、c) 极轨卫星大雾监测图像和 (b、d) 模拟的地面层雾中液 态含水量分布

Fig. 4 (a, c) The polar orbit meteorological satellite fog image and (b, d) the simulated liquid water content at (a, b) 1115 LST and (c, d) 1318 LST on 20 Nov 2006

中雾区最高含水量为 0.39 g·m<sup>-3</sup>,出现在 20 日 6 时,这一观测结果与在本场进行的每 3 h 一次的 能见度观测得出的 5 时能见度最差的观测结果基 本一致。图 5b 是控制实验模拟的相应时段的液水

含量。由图可知,模拟雾的起始时间与结束时间 相对于实况偏晚,高度相对于实况也偏低,尤其 是在 20 日 3~6 时左右。但出现最强雾的时段与 实况基本一致,最高含水量的值也是出现在 6 时



图 5 (a) 微波辐射计观测和 (b) MM5 模拟的 2006 年 11 月 19 日 12 时至 21 日 8 时从地面到 2 km 高度的单站 (39.8°N, 116.47°E) 液水含量

Fig. 5 The liquid water content from the surface to 2 km height at (39.8°N, 116.47°E) from 1200 LST 19 Nov to 0800 LST 21 Nov 2006; (a) Measured by microwave radiometer; (b) simulated by MM5 model

左右,模拟雾的强度明显大于实测雾,最高含水量达到了 0.7 g·m<sup>-3</sup>。模拟的结果与实况趋势基本一致。

图 6a 是由微波辐射计观测到的 11 月 19 日 12 时至 21 日 8 时从地面到 2 km 高度的单站相对湿 度。可以看出,在 20 日全天本场的近地面层一直 维持着较高的相对湿度,尤其是在大雾的维持时 段,近地面层基本维持相对湿度 100%。图 6b 是 控制实验模拟的相应时段的相对湿度。模式也模 拟出了近地面高湿度的现象,模拟的结果与实况 基本一致。不足之处是高湿度区域的高度相对于 实况稍偏低以及高湿的维持时间段相对于实况 偏晚。

图 7a 是由微波辐射计观测到的自 11 月 19 日 12 时至 21 日 8 时从地面到 2 km 高度的相对湿度。 可以看出在大雾的维持时间段,近地面的温度层 结主要呈近中性,20 日 12 时后,在雾顶以下的温 度层结依然呈现中性,在雾顶以上开始呈现较明显的逆温层结。图 7b 是控制实验模拟的相应时段的温度,和观测相比,模拟结果也显示在雾顶以下温度层结呈近中性,但在雾项以上,模拟出了较实况更强的逆温层结,对应于雾顶高度的等温线模拟过于密集,这可能是和模式没有考虑边界层动力强迫的演变有关。但模拟的近地面层温度的演变趋势基本与实测一致,即 19 日 12 时至 20 日 0 时地面温度较高,20 日 0 时以后近地面层温度开始降低,到 21 日 4 时后温度又逐渐升高。

## 5 敏感性实验分析

### 5.1 云微物理过程对模拟的影响

为了研究云微物理过程对模拟的影响,敏感 性实验1采用了描述云雾微物理过程更加详细的 Resiner2显式方案。图8是采用 Resiner2显式方



图 6 同图 5, 但为相对湿度 Fig. 6 Same as Fig. 5, but for relative humidity

案模拟的此次大雾过程中(39.8°N,116.47°E) 处 2006年11月19日12时至21日8时从地面到2km高度的单站液水含量,与敏感性实验1模拟的液态含水量的最大值(0.51g•m<sup>-3</sup>)比控制实验模拟的雾中液态水含量的最大值(0.70g•m<sup>-3</sup>)减小了0.19g•m<sup>-3</sup>。

通过与微波辐射计观测的结果(图 5a)对比 可以看出,敏感性实验1模拟的结果更加理想。 其原因可能是由于 Resiner2 方案在模拟雾的形成、 发展和消散的微物理过程中考虑了更多、更复杂 的微物理过程,较控制实验所选用的方案更加符 合实际。

### 5.2 模式垂直分辨率对模拟的影响

为了解模式垂直分辨率的变化对模拟结果的 影响,进行了敏感性实验 2,在边界层内增加了 9 层,主要增加近地面 250 m 以下,垂直方向由原 来的 23 层增加为 32 层,新的 δ 层分别为: 1.000、0.998、0.996、0.995、0.993、0.990、 0.988、0.985、0.983、0.980、0.975、0.970、 0.960、0.930、0.890、0.850、0.800、0.750、 0.700、0.650、0.600、0.550、0.500、0.450、 0.400、0.350、0.300、0.250、0.200、0.150、 0.100、0.050和0。图9是采用垂直方向的32层 模拟的此次大雾过程中(39.8°N,116.47°E)处 2006年11月19日12时至21日8时的从地面到2 km高度单站液水含量。模拟显示,敏感性实验2 模拟的液水含量最大值为0.59g·m<sup>-3</sup>,比控制实 验模拟的雾中液态水含量的最大值(0.70g· m<sup>-3</sup>)减小了0.11g·m<sup>-3</sup>。模拟的雾起始时间与 实况一致,雾区的高度较控制实验也更加接近实 际观测,模拟效果较控制实验有明显改善。

#### 5.3 辐射对模拟的影响

很多研究(如: Peter et al., 1991; Musson-Genon, 1987)都表明辐射雾形成和发展的主要 原因是地面的长波辐射冷却,而辐射雾衰退的根本原因是太阳辐射对地面的加热和热量向大气的 湍流输送。为了探讨辐射对雾形成和衰退的影响, 分别进行了2个敏感性实验,即敏感性实验3、4。



图 7 同图 5,但为温度

Fig. 7 Same as Fig. 5, but for temperature





敏感性实验3是在模式中去掉了长波辐射项, 但保留短波辐射项,敏感性实验4是在模式中去 掉了短波辐射项,但保留长波辐射项。

去除长波辐射项后,模式虽然也能够模拟雾 的出现,但雾出现的时间较控制实验推迟了近10 h才出现(控制实验出现雾的时间为11月19日 12 时 36 分,敏感实验 3 出现雾的时间为 11 月 19 日 22 时 12 分),雾的强度与覆盖范围也减小了很 多,并且敏感性实验模拟的雾在 11 月 20 日 11 时 左右基本消失,比控制实验雾的维持时间也缩短 了很多。图 10a 为去掉长波辐射项后模拟的 11 月 20 日 10 时 24 分的雾区分布图,与控制实验模拟



图 9 敏感性实验 2 模拟的 (39.8°N, 116.47°E) 处 11 月 19 日 12 时~21 日 8 时的从地面到 2 km 高度的单站液水含量的时间序列 Fig. 9 The simulated liquid water content from the surface to 2 km height at (39.8°N, 116.47°E) from 1200 LST 19 Nov to 0800 LST 21 Nov 2006 in sensitive experiment 2



图 10 模拟的 2006 年 11 月 20 日 10 时 24 分地面液态含水量分布: (a) 敏感性实验 3; (b) 控制实验; (c) 敏感性实验 4 Fig. 10 The simulated liquid water content on the ground at 1024 LST on 20 Nov 2006: (a) Sensitive experiment 3; (b) control experiment; (c) sensitive experiment 4

的同时刻雾区分布图(图 10b)比较可以看出, 敏感性实验3模拟的雾区范围明显缩小。这说明 由于没有地面长波辐射冷却直接导致没有贴地逆 温层的形成,使近地面接近饱和空气很难发展成 辐射雾,在敏感实验中去掉长波辐射后依然有雾 的形成主要是由于连续几天大雾过程较复杂,此 次过程虽然以辐射雾为主但同时存在平流雾、烟 尘雾等其他因素的作用。

敏感性实验 4 模拟的雾的出现时间较控制实 验提前了 3 h (控制实验出现雾的时间为 11 月 19 日 12 时 36 分,敏感性实验 3 出现雾的时间为 11 月 19 日 9 时 36 分),模拟雾的强度与雾覆盖范围 比控制实验也增加了很多,模拟雾的消散速度也 明显比控制实验慢了很多。图 10c 为去掉短波辐 射项后模拟的 11 月 20 日 10 时 24 分的雾区分布 图,与控制实验模拟的同时刻雾区分布图(图 10b)比较可以看出,敏感性实验4模拟的雾区范 围和雾的强度明显变大。这主要是由于地面不接 受短波辐射,影响了地面升温,不能通过湍流将 热量传给大气,雾滴也不会受热蒸发,所以导致 雾的浓度偏高,雾滴消散也偏慢。这也可以看出 太阳短波辐射是雾消散的主要因子。

## 6 结论

利用三维非静力中尺度气象模式 MM5 对北 京地区一次辐射雾天气过程进行数值模拟,通过 与极轨卫星云图以及十二通道辐射计观测比较可 以看出,模式对此次雾的模拟是比较成功的,尤 其是在雾区的分布位置、雾的高度以及雾的维持 时间等方面。

4 个敏感性数值实验探讨了云微物理过程、 辐射项中短波辐射、长波辐射以及模式的垂直分 辨率对辐射雾形成和发展的影响。从 4 个敏感性 实验的模拟分析可以看出:

(1)地面长波辐射冷却是辐射雾形成的主要 机制,而太阳短波辐射则是辐射雾消散的主要原因。如果去除了长波辐射,辐射雾就很难形成; 而去除了太阳短波辐射,辐射雾消散就要推迟 很多。

(2)增加模式的垂直分辨率以及选取更加详细的云微物理过程能使雾的模拟结果有明显改善。

## 参考文献 (References)

- Brown R. 1980. A numerical study of radiation fog with an explicit formulation of the microphysics [J]. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 106 (450): 781-802.
- Cotton W R, Anthes R A. 1993. 风暴动力学 [M]. 北京: 气象出版社, 331-342. Cotton W R, Anthes R A. 1993. Storm and Cloud Dynamics [M] (in Chinese). Beijing: China Meteorological Press, 331-342.

- 董剑希, 雷恒池, 胡朝霞, 等. 2006. 北京及其周边地区一次大雾 的数值模拟及诊断分析 [J]. 气候与环境研究, 11 (2): 175-184. Dong Jianxi, Lei Hengchi, Hu Zhaoxia, et al. 2006. Numerical simulation and diagnosis of a dense fog in Beijing and its penumbra [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 11 (2): 175-184.
- 樊琦,王安宇,范绍佳,等. 2004. 珠江三角洲地区一次辐射雾的 数值模拟研究 [J]. 气象科学,24(6):821-834. Fan Qi, Wang Anyu, Fan Shaojia, et al. 2004. Numerical simulation study of a radiation fog in the Pearl River delta regions [J]. Scientia Meteorologica Sinica (in Chinese),24(6):821-834.
- 李元平,梁爱民,张中锋,等. 2007. 北京地区一次冬季平流雾过 程的数值模拟分析 [J]. 云南大学学报, 29 (2): 167-172. Li Yuanping, Liang Aiming, Zhang Zhongfeng, et al. 2007. Simulation and analysis of a winter advection fog in Beijing Area [J]. Journal of Yunnan University (in Chinese), 29 (2): 167-172.
- Musson-Genon L. 1987. Numerical simulation of a fog event with a one-dimensional boundary layer model [J]. Mon. Wea. Rev., 1159 (4): 592-607.
- Duynkerke P.G. 1991. Radiation fog: A comparison of model simulation with detailed observations [J]. Mon. Wea. Rev., 119 (2): 324-341.
- Turton J D, Brown R. 1987. A comparison of numerical model of radiation fog with detailed observation [J]. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 113 (475): 37–54.