

郭军, 任国玉, 李明财. 2010. 环渤海地区极端降水事件概率分布特征 [J]. 气候与环境研究, 15 (4): 425-432. Guo Jun, Ren Guoyu, Li Mingcai. 2010. Characteristics of the probability distribution of the extreme precipitation events around the Bohai Bay [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 15 (4): 425-432.

环渤海地区极端降水事件概率分布特征

郭军¹ 任国玉² 李明财¹

1 天津市气候中心, 天津 300074

2 国家气候中心, 北京 100081

摘要 利用环渤海地区60个测站1961~2008年逐日降水资料, 采用 L -矩参数估计方法对各站超临界值日极端降水拟合广义帕雷托分布。结果表明, 广义帕雷托分布能够很好地拟合环渤海地区日极端降水的概率分布, 其尺度参数、形状参数与极端降水重现期的地理空间分布密切相关, 重现期50、100年一遇的日极端降水空间分布基本一致, 山东南部、河北西南部、辽宁西部与河北东北部等区域具有较高极端降水值。

关键词 广义帕雷托分布 L -矩估计 重现期 极端降水 环渤海地区

文章编号 1006-9585 (2010) 04-0425-08 **中图分类号** P426 **文献标识码** A

Characteristics of the Probability Distribution of the Extreme Precipitation Events around the Bohai Bay

GUO Jun¹, REN Guoyu², and LI Mingcai¹

1 *Tianjin Climate Center, Tianjin* 300074

2 *National Climate Center, Beijing* 100081

Abstract Extreme precipitation around the Bohai Bay was modeled by using the Peaks Over Threshold (POT), which is based on Generalized Pareto Distribution (GPD) with daily precipitation data during 1961 and 2008 from 60 weather stations. The results showed that GPD well fitted the probability distribution of the extreme precipitation around the Bohai Bay. The GPD-fitted scale and shape parameters were closely related to return levels of the extreme precipitations in geographical pattern. Generally, the geographical pattern of the 50-year return level agrees with that of the 100-year return level and the high values are distributed in the southern part of Shandong Province, the western part of Liaoning Province, and the southwestern and northeastern parts of Hebei Province.

Key words generalized Pareto distribution, L -moment estimation, return period, extreme precipitation, the Bohai Bay

1 引言

极端气候事件作为一种小概率事件, 特点是突发性强、危害性大, 其频率及强度的变化对人

类社会以及生态环境有着重大而深刻的影响, 因此已经成为当今社会和科学界愈来愈关注的焦点 (Haylock and Nicholls, 2000; Manton et al., 2001; Shouraseni and Balling, 2004)。翟盘茂等 (1999)、Zhai et al. (1999)、翟盘茂和潘晓华

收稿日期 2010-03-01 收到, 2010-05-28 收到修定稿

资助项目 国家科技支撑计划课题 2007BAC29B02、2007BAC03A01, 公益性行业科研专项 200801001 和天津市气象局培育项目

作者简介 郭军, 男, 1966 年出生, 高级工程师, 研究方向为气候变化与短期气候预测研究。E-mail: guojun@cma.gov.cn

(2003) 研究了我国多年来极端降水的长期变化规律, 特别是在有关降水量、降水频率、降水强度等的极值变化趋势方面, 取得了有益的进展。近年来, 龚道溢和韩晖 (2004)、苏布达等 (2006, 2008)、张爱英等 (2008)、杨金虎等 (2008) 应用百分位法定义极端降水的阈值, 分析了华北、西北、长江流域等区域极端降水的时空变化规律: 1980 年以来, 东北、华南暴雨频数增加、强度增大, 长江流域中下游地区极端降水显著增多, 华北地区强降水事件趋于减少。

任何气候要素的极值实质上是一种复合型的气候随机变量, 它们在数值上虽无稳定性可言, 但其在时空域上出现的概率却具有某种相对稳定性。因此, 利用相应的概率模式 (如极值分布函数) 来模拟研究气候极值的出现几率及其分位数大小, 并在预测未来气候情景的基础上模拟未来气候极值出现机遇的变化将是十分有意义的工作 (丁裕国等, 2004)。自 20 世纪 80 年代以来, 气候极值的研究将极值与气候变化紧密相联, 提出了全球气候变化背景下的气候极值问题。程炳岩等 (2003a) 和丁裕国等 (2002) 将正态和非正态假设下的交叉理论推广用于极值的诊断分析, 对进一步开展极值特征量预报有重要价值。程炳岩等 (2003b) 分别利用正态、准正态和偏态 Gamma 多种理论概率分布模型对河南年、月、旬不同统计时段降水概率进行了模型拟合试验, 并应用到旱涝监测评价中。吴洪宝等 (2004) 利用 Γ 分布研究了广西 6、7 月份若干天内最大日降水量的概率分布, 刘学华和吴洪宝 (2006) 估计了我国夏季雨日降水量的无条件和有条件概率密度函数。蔡敏等 (2007a) 用 Gumbel 分布拟合了我国东部的极值分布, 显示了良好的效果, 根据概率分布函数求得给定重现期的极值分布。

近年来, 广义帕雷托分布 (Generalized Pareto Distribution, GPD) 已得到普遍应用 (Van-Montfort and Witter, 1986; 程炳岩等, 2008; 江志红等, 2009), 邹波 (2003) 认为 GPD 分布可以拟合年以下尺度的降水量统计序列, 特别是对日、候降水量拟合效果很好, 对月降水量序列在接近极值降水部分拟合也很好, 并认为强降水分布是非正态的, 且是厚尾 (fat tail) 分布, 即强降水发生的值和频率都比高斯分布大。

本文引进 GPD 模式拟合环渤海地区各站的极端降水量, 着重研究“超临界峰值” (Peaks Over Threshold, POT) 极端降水量的概率分布特征及其参数空间分布特征。同时, 借助于现代 L -矩估计方法计算其分布参数。 L -矩估计的最大特点是对序列的极大值和极小值没有常规矩那么敏感, 其求得的参数估计值比较稳健 (蔡敏等, 2007b)。本文研究有助于在概率意义上估计环渤海地区极端降水的重现期, 从而预测多年一遇的气候要素极值, 这对灾害预警及未来经济发展规划和城乡建设都具有重要意义。

2 资料与方法

GPD 是一种简单的原始分布, 专用于描述超过某特定临界值的全部观测值资料序列的概率分布特征, 其分布函数为

$$F(x) = 1 - \left(1 - k \frac{x - \beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{k}}, \quad (1)$$

概率分布密度 (PDF) 为

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \left(1 - k \frac{x - \beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{k} - 1}, \quad (2)$$

其中, 分布参数 β 为临界值, α 为尺度参数, k 为形状参数。若令 $y = x - \beta$, 表示 x 超过临界值 β 的取值。应用 L -矩估计法对 GPD 的参数进行估算, 将所有大于临界的极值按由大到小排列, 即给定 x_j 为观测值的次序统计量 $x_n \leq x_{n-1} \leq \dots \leq x_1$, 根据概率加权矩的定义 (丁裕国等, 2004), 随机变量的第 r 阶概率加权矩为

$$B_r = E\{x[F(x)]^r\} \quad r = 0, 1, 2, \dots, \quad (3)$$

其无偏估计通用式可写为

$$b_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{nr} \frac{\binom{n-i}{r} x_i}{\binom{n-1}{r}}, \quad (4)$$

又可具体写为

$$\begin{aligned} b_0 &= \bar{x}, \\ b_1 &= \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(n-i)x_i}{n(n-1)}, \\ b_2 &= \sum_{i=1}^{n-2} \frac{(n-i)(n-i-1)x_i}{n(n-1)(n-2)}. \end{aligned}$$

在此基础上, 再计算上述估计式的线性组合, 即 L 矩, 有

$$\begin{aligned} \mu_1 &= b_0, \\ \mu_2 &= 2b_1 - b_0. \end{aligned}$$

GPD 参数的 L 矩估计式有：

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \beta + \frac{\alpha}{1+k}, \\ \mu_2 &= \frac{\alpha}{(1+k)(2+k)}, \end{aligned}$$

因此，可以推导出 GPD 的参数 α 、 k 的估计式

$$\hat{k} = \frac{b_0}{2b_1 - b_0} - \frac{\beta}{2b_1 - b_0} - 2, \quad (5)$$

$$\hat{\alpha} = (b_0 - \beta) \left(1 + \frac{b_0}{2b_1 - b_0} - \frac{\beta}{2b_1 - b_0} - 2 \right), \quad (6)$$

其中 b_0 、 b_1 、 b_2 分别是第 0、1、2 阶概率加权矩， μ_1 、 μ_2 分别是 L 矩估计参数， β 是根据一定条件给出的临界值。一般来说，临界值的选择必须符合当地的气候特征，对于不同的台站降水量临界值是不同的。总的来说，临界值必须选得足够高，以保证所选出的极值符合 GPD 分布。但另一方面，临界值又不能选得太高以致于没有足够的样本数据来估计合理的分布参数（江志红等，2009）。对于降水量，一般可事先定出各种标准临界降水量来做试验，也可按其“标准差”给出一倍、两倍或三倍“标准差”作为各种试验的临界值等（程炳岩等，2008）。

根据概率分布函数和重现期关系，可以得到相应重现期的分位数，即

$$x_T = \beta + \frac{\alpha}{k} [1 - (\lambda T)^{-k}], \quad (7)$$

其中 T 为给定的重现期，如 50 年或 100 年。年交叉率

$$\lambda = n/M,$$

即平均每年极值超过给定临界值的次数， M 为样本总年数， n 为超临界值次数。

3 结果分析

3.1 临界值的确定

不同的临界值，对应不同的样本数。随着临界值的降低，超临界值系列的样本数逐渐增大。取不同的超临界值样本数，对环渤海地区 60 个站点 1961~2008 年各月逐日降水量用 L -矩法计算广义 Pareto 分布的参数，以及 50 年一遇的最大日

降水量。分别绘出 50 年一遇降水量、尺度参数 α 与超临界值样本数的关系，图 1 是以石家庄站为例，其他站图略。可以看出 $\lambda < 1$ 时， α 变化剧烈， $\lambda > 1$ 时 α 变化趋于平缓。50 年一遇极值随 λ 大小变化幅度较小，具有较强的稳定性。表 1 给出了环渤海地区 8 个代表站，以此方式确定的最佳 λ ，由于各站降水特征的不同，用 α 值和 50 年一遇极值稳定性确定的 λ 值也有一定的差异，可以看出年降水量较大的站点（大连、青岛）和较小的站（张家口）的最佳 λ 值在 1.5~3.1，年降水量居中的北京、天津、石家庄和沈阳的 λ 值在 0.7~2.2 之间。因此，环渤海地区逐日降水量极值序列临界值的确定应该以平均每年极值超过给定临界值的次数 λ 在 1~2.5 为佳，一是 GPD 参数（见表 2）变化幅度较小，拟合的极值比较稳定，二是样本数也不至于太大。

3.2 GPD 参数估计及效果检验

以固定超临界值次数 50 次（约每年 1 次）计算了环渤海地区各站的 GPD 参数以及柯尔莫哥洛夫检验统计量（K-S）、相关系数、标准差（见表 2，其中仅列出 8 个代表站）。用 GPD 分布拟合的结果表明，环渤海地区 60 个台站全部通过了柯尔莫哥洛夫检验，从实测频数和理论频数的相关系

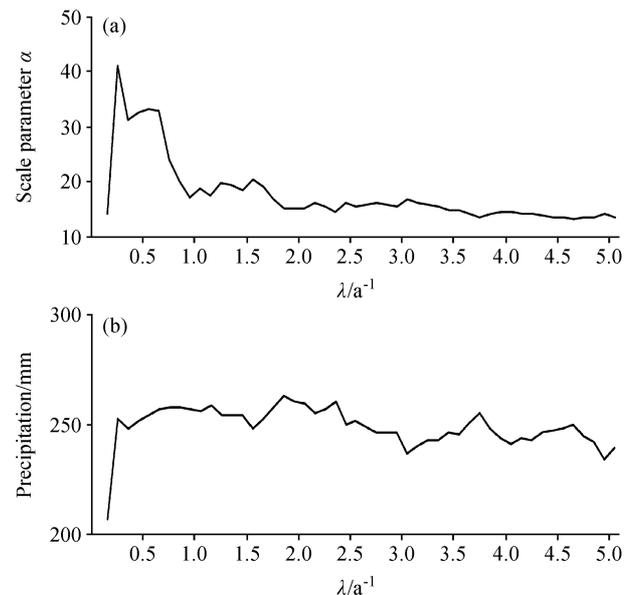


图 1 石家庄站采用不同阈值的 (a) GPD 尺度参数和 (b) 50 年一遇极值

Fig. 1 (a) The scale parameters of GPD and (b) the 50-year return levels based on different thresholds at Shijiazhuang station

表 1 根据 α 值和 50 年一遇极值拟合稳定性确定的各站 λ 值
Table 1 Values of λ for each station determined by stability of fitness of α value and the 50-year return level

站名	λ		
	以 α 值确定	以 50 年一遇极值确定	平均
沈阳	0.7~5.0	0.5~1.6	0.7~1.6
大连	1.5~5.0	0.8~3.1	1.5~3.1
石家庄	0.9~1.5	0.3~2.5	0.9~1.5
张家口	1.5~5.0	1.5~2.7	1.5~2.7
北京	0.4~1.3	0.8~1.3	0.8~1.3
天津	0.4~1.2	0.6~1.3	0.6~1.2
济南	0.8~2.2	0.4~2.2	0.8~2.2
青岛	2.1~5.0	0.5~2.2	2.1~2.2

数上看,大多数测站二者的相关都在 0.95 以上。从图 2 中可以看出,拟合效果非常好,拟合和实测值的误差均方差为 0.02,特别是在高分位段拟合效果较好,即对小概率的极值事件有较高的拟合能力。因此,环渤海地区日极端降水量基本上符合 GPD 分布。

3.3 拟合参数的空间分布

形状参数 k 反映 GPD 分布尾部情况, POT 模型中广义 Pareto 分布的尾部厚度随 k 的大小而变化,当 $|k| \leq 1$,分布尾部厚度随着 k 绝对值的增加而变厚(桂文林和徐芳燕,2009),表明相对正态分布来说,发生极端降水量的概率较大。而

表 2 固定样本数的 GPD 参数估计及其效果检验

Table 2 Parameter estimates and fitness tests of GPD for given sample size

站名	临界值 β /mm	POT 数	尺度参数 α	形状参数 k	柯尔莫哥洛夫检验统计量 K-S	相关系数	标准差
沈阳	60.1	50	17.50	-0.23	0.06	1.00	0.01
大连	65.2	50	28.81	-0.20	0.06	0.98	0.03
石家庄	54.6	50	18.85	-0.44	0.08	1.00	0.01
张家口	36.7	50	9.51	-0.18	0.05	0.98	0.03
北京	62.4	50	19.52	-0.17	0.04	0.99	0.02
天津	63.3	50	32.04	-0.04	0.04	1.00	0.02
济南	76.8	50	27.51	-0.14	0.07	1.00	0.01
青岛	77.1	50	25.03	-0.21	0.09	0.99	0.02

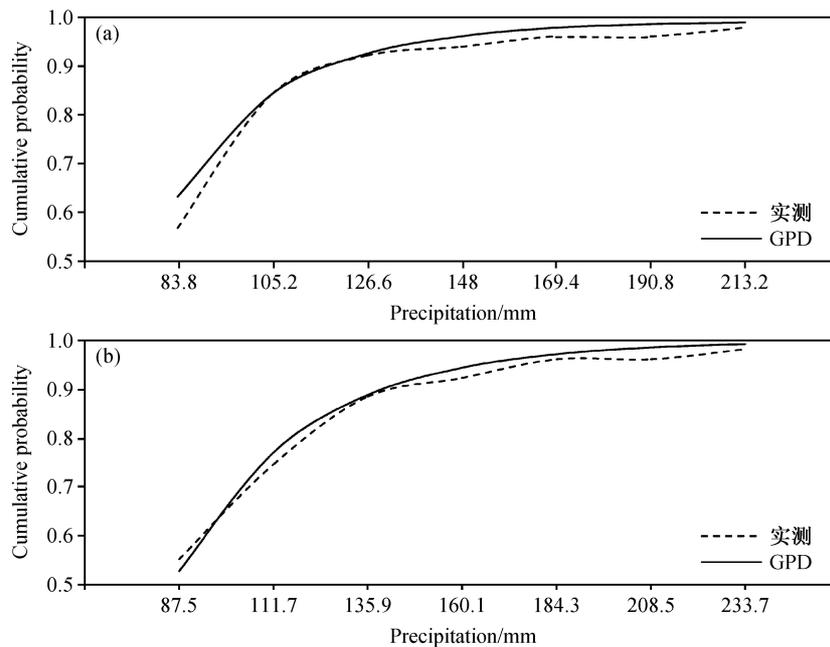


图 2 1961~2008 年 (a) 北京和 (b) 天津极端降水的 GPD 拟合和实测的累计概率

Fig. 2 GPD-fitted and cumulative probabilities of the daily extreme precipitations during 1961 and 2008 at (a) Beijing and (b) Tianjin stations

尺度参数 α 是标准差线性函数，它表示日极端降水量的稳定性， α 越大表明极端降水量之间的差异就越大越不稳定。因此， k 和 α 的气候意义十分明显。用 L -矩法估算 Pareto 分布模式的参数，拟合了环渤海地区各站逐日超过临界值的极端降水量概率分布。从图 3a 可以看出，尺度参数由东南向西北减小，辽东半岛、胶东半岛以及津冀沿海地区为高值区，在 26 以上，说明这些地区的日极端降水的标准差较大，极端降水并不稳定。在河北省的西北部 α 值在 14 以下，最小的仅为 7（蔚

县），表明这些地区日极端降水的标准差较小。从形状参数的空间分布特征来看（图 3b），拟合值除了个别站点大于 0 外，其他大部分地区都小于 0，即 GPD 的尾端向下，说明大部分地区极值有上界，日极端降水不会无限上升。本研究区域形状参数绝对值大多数在 0~0.4，山东的南部、河北省西南部、辽宁西部与河北省东北部等区域绝对值均在 0.2 以上，分布尾部为厚尾，表明这些区域发生高分位段的极端降水事件可能性偏大。

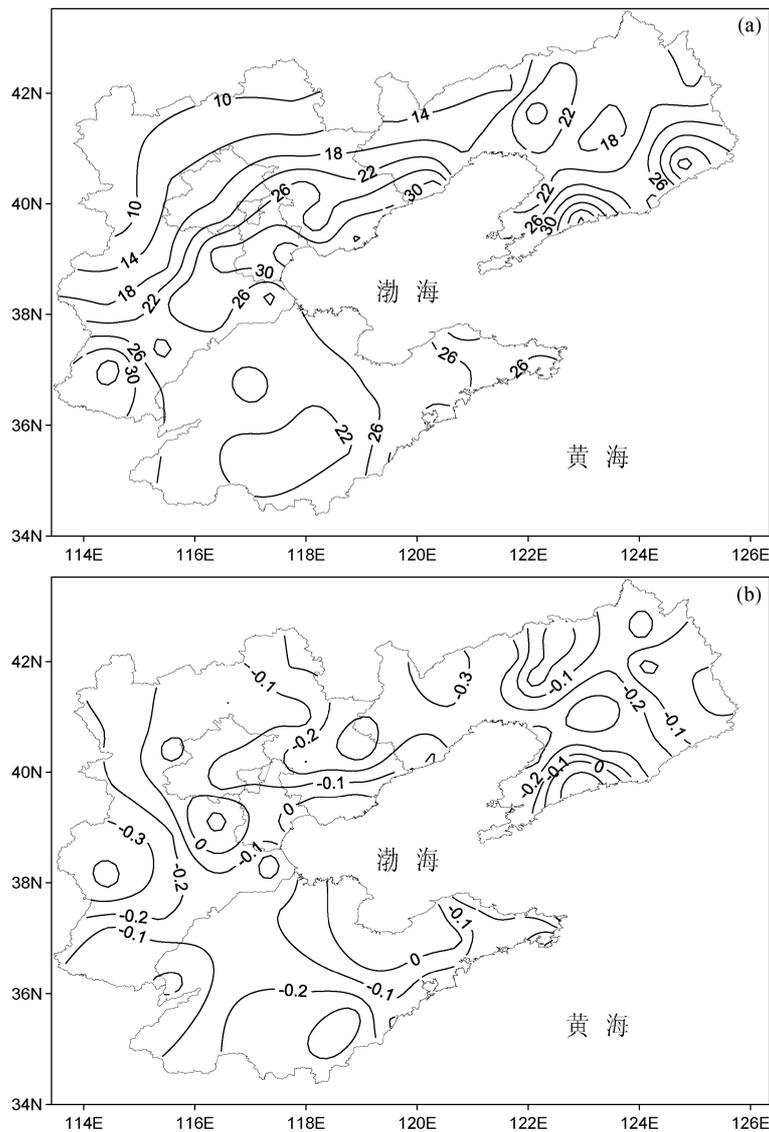


图 3 超临界的日极端降水量的 GPD 模式 (a) 尺度参数和 (b) 形状参数的空间分布

Fig. 3 Spatial distribution of (a) the scale parameter and (b) the shape parameter from the GPD fitting for the daily extreme precipitations over threshold

3.4 给定重现期极值的空间分布

从 50 年、100 年一遇的日降水量极值的空间分布 (图 4) 可见, 环渤海地区极端强降水 50 年一遇和 100 年一遇的空间分布特征基本一致, 极大值中心在河北省东北部的遵化, 50 年、100 年一遇的降水量分别为 308.7 mm、389.7 mm; 河北石家庄、山东南部莒县也是大值中心。这 3 个大值区与形状参数 (图 3b) 绝对值的大值区相对应, 这些地区发生极端强降水的概率较大。而小值区基本在河北省的西北部山区, 均在 100 mm 以下。

4 结论

本文利用帕雷托分布 (GPD) 模型对环渤海地区超临界值日极端降水量进行了拟合, 分析了 GPD 参数的空间分布并估算了该地区 50 年、100 年一遇日极端降水量。总体来看, GPD 模型能够很好地拟合超临界值日极端降水的概率分布, 特别是对高百分位的极端降水事件具有较好的拟合效果。

(1) 既要尽量多的吸收有用信息, 又要控制

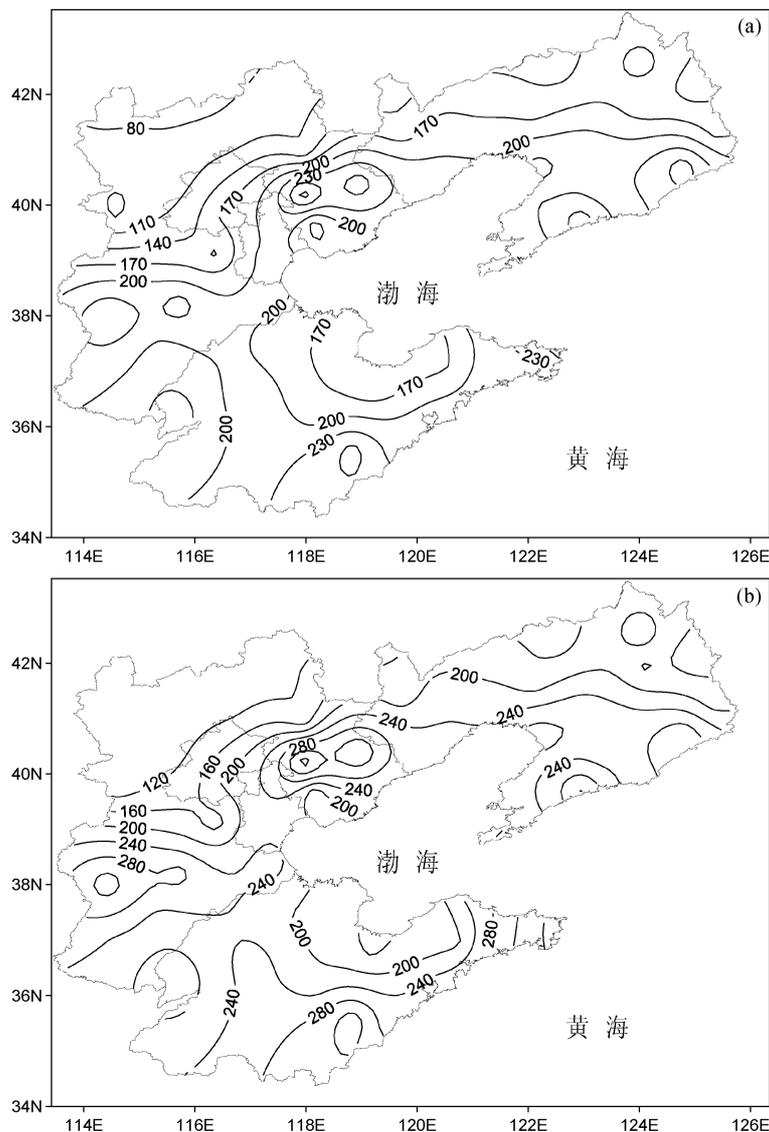


图 4 日极端降水重现期 (a) 50 年一遇和 (b) 100 年一遇的空间分布 (单位: mm)

Fig. 4 Spatial distribution of the daily extreme precipitations at (a) the 50-year return level and (b) 100-year return level (units: mm)

样本数量, 避免一些虚假的极值信息, 研究区域临界值确定以每年极值超临界值次数为 1~2.5 次为最佳。

(2) GPD 尺度参数的空间分布特征是东南沿海高, 向西北逐渐减少, 与极端降水量的标准差关系密切。这表明沿海地区日极端降水的年际变化较大, 极端降水不稳定。

(3) GPD 形状参数大小决定分布尾部的厚度, 形状参数绝对值较大的区域位于山东的南部、河北省西南部、辽宁西部和河北省东北部等区域, 这些区域均对应着 50 年、100 年一遇的大值区, 表明这些区域发生高分位段的极端降水可能性偏大。

参考文献 (References)

蔡敏, 丁裕国, 江志红. 2007a. 我国东部极端降水时空分布及其概率特征 [J]. 高原气象, 26 (2): 309-318. Cai Min, Ding Yuguo, Jiang Zhihong. 2007a. Extreme precipitation experimentation over Eastern China based on *L*-moment estimation [J]. Plateau Meteorology (in Chinese), 26 (2): 309-318.

蔡敏, 丁裕国, 江志红. 2007b. *L*-矩估计方法在极端降水研究中的应用 [J]. 气象科学, 27 (6): 597-603. Cai Min, Ding Yuguo, Jiang Zhihong. 2007b. Advantages of *L*-moment estimation and its application to extreme precipitation [J]. Scientia Meteorologica Sinica (in Chinese), 27 (6): 597-603.

程炳岩, 丁裕国, 汪方. 2003a. 非正态分布的天气气候序列极值特征诊断方法研究 [J]. 大气科学, 27 (5): 920-928. Cheng Bingyan, Ding Yuguo, Wang Fang. 2003a. Diagnosis method of the extreme features of weather and climate in time series based on non-normal distribution [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 27 (5): 920-928.

程炳岩, 谢晓丽, 朱业玉, 等. 2003b. 降水概率模型在旱涝监测评价中的应用研究 [J]. 灾害学, 18 (1): 20-25. Cheng Bingyan, Xie Xiaoli, Zhu Yeyu, et al. 2003b. A study on application of precipitation probability model in monitoring and assessment of drought and waterlogging [J]. Journal of Catastrophology (in Chinese), 18 (1): 20-25.

程炳岩, 丁裕国, 张金铃, 等. 2008. 广义帕雷托分布在重庆暴雨强降水研究中的应用 [J]. 高原气象, 27 (5): 1004-1009. Chen Bingyan, Ding Yuguo, Zhang Jinling, et al. 2008. Application of generalized Pareto distribution to the research of extreme rainfall of Chongqing [J]. Plateau Meteorology (in Chinese), 27 (5): 1004-1009.

丁裕国, 金莲姬, 刘晶森. 2002. 诊断极端天气气候时间序列极值特征的一种新方法 [J]. 大气科学, 26 (3): 343-351. Ding Yuguo, Jin Lianji, Liu Jingmiao. 2002. A new method on time

series of weather and climate to diagnose the features of extreme value [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 26 (3): 343-351.

丁裕国, 刘吉峰, 张耀存. 2004. 基于概率加权估计的中国极端气温时空分布模拟试验 [J]. 大气科学, 28 (5): 770-782. Ding Yuguo, Liu Jifeng, Zhang Yaocun. 2004. Simulation tests of temporal-spatial distributions of extreme temperatures over China based on probability weighted moments estimation [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 28 (5): 770-782.

龚道溢, 韩晖. 2004. 华北农牧交错带夏季极端气候的趋势分析 [J]. 地理学报, 59 (2): 230-238. Gong Daoyi, Han Hui. 2004. Acta Geographica Sinica (in Chinese), 59 (2): 230-238.

桂文林, 徐芳燕. 2009. 广义 Pareto 分布尾部厚度的分析与应用 [J]. 统计与决策, 6: 153-155. Gui Wenlin, Xu Fangyan. 2009. Analysis and application of generalized Pareto distribution tail depth [J]. Statistics and Decision (in Chinese), 6: 153-155.

Haylock M, Nicholls N. 2000. Trends in extreme rainfall indices for an updated high quality data set for Australia, 1910-1998 [J]. Int. J. Climatol., 20: 1533-1541.

江志红, 丁裕国, 朱莲芳, 等. 2009. 利用广义帕雷托分布拟合中国东部日极端降水的试验 [J]. 高原气象, 28 (3): 573-580. Jiang Zhihong, Ding Yuguo, Zhu Lianfang, et al. 2009. Extreme precipitation experimentation over Eastern China based on generalized Pareto distribution [J]. Plateau Meteorology (in Chinese), 28 (3): 573-580.

刘学华, 吴洪宝. 2006. 中国夏季雨日降水量的概率分布 [J]. 南京气象学院学报, 29 (2): 173-180. Liu Xuehua, Wu Hongbao. 2006. Probability distribution of summer daily precipitation in China [J]. Journal of Nanjing Institute of Meteorology (in Chinese), 29 (2): 173-180.

Manton M J, Della-marta P M, Haylock M R, et al. 2001. Trends in extreme daily rainfall and temperature in Southeast Asia and the South Pacific: 1961-1998 [J]. Int. J. Climatol., 21: 269-284.

Shouraseni S R, Balling J R C. 2004. Trends in extreme daily precipitation indices in India [J]. Int. J. Climatol., 24: 457-466.

苏布达, 姜彤, 董文杰. 2008. 长江流域极端强降水分布特征的统计拟合 [J]. 气象科学, 28 (6): 625-629. Su Buda, Jiang Tong, Dong Wenjie, et al. 2008. Probabilistic characteristics of precipitation extremes over the Yangtze River basin [J]. Scientia Meteorologica Sinica (in Chinese), 28 (6): 625-629.

苏布达, 姜彤, 任国玉, 等. 2006. 长江流域 1960~2004 年极端强降水时空变化趋势 [J]. 气候变化研究进展, 2 (1): 9-14. Su Buda, Jiang Tong, Ren Guoyu, et al. 2006. Trends of extreme precipitation over the Yangtze River basin of China in 1960-2004 [J]. Advances in Climate Change Research (in Chinese), 2 (1): 9-14.

吴洪宝, 王盘兴, 林开平. 2004. 广西 6、7 月份若干日内最大日降

- 水量的概率分布 [J]. 热带气象学报, 20 (5): 586-592. Wu Hongbao, Wang Panxing, Lin Kaiping. 2004. Probability distribution of the maximum amount of daily precipitation in certain days in June and July for Guangxi [J]. Journal of Tropical Meteorology (in Chinese), 20 (5): 586-592.
- 杨金虎, 江志红, 王鹏祥, 等. 2008. 中国年极端降水事件的时空分布特征 [J]. 气候与环境研究, 13 (1): 75-83. Yang Jinhu, Jiang Zhihong, Wang Pengxiang, et al. 2008. Temporal and spatial characteristic of extreme precipitation event in China [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 13 (1): 75-83.
- VanMontfort M A J, Witter J V. 1986. The generalized Pareto distribution applied to rainfall depths [J]. Hydrological Sciences-Journal-des Sciences Hydrologiques, 31: 151-162.
- Zhai P M, Sun A J, Ren F M, et al. 1999. Changes of climate extremes in China [J]. Climatic Change, 42: 203-218.
- 翟盘茂, 潘晓华. 2003. 中国北方近 50 年温度和降水极端事件变化研究 [J]. 地理学报, 58 (增刊): 1-10. Zhai Panmao, Pan Xiaohua. 2003. Change in extreme temperature and precipitation over Northern China during the second half of the 20th Century [J]. Acta Geographica Sinica (in Chinese), 58 (Suppl.): 1-10.
- 翟盘茂, 任福民, 张强. 1999. 中国降水极端值变化趋势检测 [J]. 气象学报, 57 (2): 208-216. Zhai Panmao, Ren Fumin, Zhang Qiang. 1999. Detection of trends in China's precipitation extremes [J]. Acta Meteorologica Sinica (in Chinese), 57 (2): 208-216.
- 张爱英, 高霞, 任国玉. 2008. 华北中部近 45 a 极端降水事件变化特征 [J]. 干旱气象, 26 (4): 46-50. Zhang Aiying, Gao Xia, Ren Guoyu. 2008. Characteristic of extreme precipitation events change in central North China in recent 45 years [J]. Arid Meteorology (in Chinese), 26 (4): 46-50.
- 邹波. 2003. 强降水发生的概率估计与比较 [J]. 气候与环境研究, 8 (3): 331-337. Zou Bo. 2003. Statistical analysis of strong rainfall [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 8 (3): 331-337.