

吕庆平, 张维锋, 张铭. 2013. 两层海洋对风场气候异常响应的解析解及其讨论 [J]. 气候与环境研究, 18 (1): 124-134, doi:10.3878/j.issn.1006-9585.2012.11106. Lü Qingping, Zhang Weifeng, Zhang Ming. 2013. Study of two-layer ocean model forced by climate wind anomalies [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 18 (1): 124-134.

## 两层海洋对风场气候异常响应的解析解及其讨论

吕庆平 张维锋 张铭

解放军理工大学气象海洋学院, 南京 211101

**摘 要** 利用一个  $\beta$  通道线性化两层正压准平衡海洋模型, 解析求解了两层海洋流场对时变风场 (风场异常) 的响应, 得到了时变风场强迫下该海洋流场响应的斜压模态, 而该模型中的正压模态则因其与实际情况不符, 应弃之。在海洋上层该斜压模态中, 西边界附近的海洋流场响应表现为一对由气旋性曲率和反气旋性曲率组成的涡旋偶; 在时刻  $t=0$  和  $t=T/2$  ( $T$  为风场变化周期),  $\beta$  通道中线上分别有西风异常和东风异常最大, 故响应表现为东向流和西向流; 而在  $\beta$  通道的南北侧边界上响应表现为逆流; 此时响应变化较缓慢, 但强度大。在时刻  $t=T/4$  和  $t=3T/4$ , 虽无大气风场异常强迫, 但因海洋运动的惯性, 响应仍不为 0; 此时, 响应变化较剧烈, 但强度小, 且其流向也发生反转, 这时上述涡旋偶也表现得最清晰。在海洋下层, 海洋流场响应的强度和时间变化与上层相似, 但流向却相反, 而这体现了响应的斜压性。该海洋流场响应的频率与时变风场异常的频率相同, 但存在位相差。因模型中采用了无辐散近似, 故响应的性质为准平衡涡旋波, 当风应力强迫和瑞利摩擦不太大时, 即为海洋 Rossby 波。对该流场响应的振幅做了估计, 发现风应力越大,  $\beta$  通道半宽越大, 耗散越小, 风应力变化的频率越低, 则该响应就越大; 在其他因子相同时, 低频的风应力异常比高频的能激发出更大的海洋流场响应。得到的斜压模态的解析解与中纬度北太平洋在日本本州岛以东、以南的实际海洋上层流场异常相像, 故其在一定程度上能够反映中纬度北太平洋海洋上层流场对实际风应力异常的响应情况; 且其较我们以前得到的结果要优, 适用性也更广, 而这有助于揭示该响应的性质和机理。

**关键词** 两层海洋 时变风场 流场响应 海洋 Rossby 波

**文章编号** 1006-9585 (2013) 01-0124-11

**中图分类号** P732

**文献标识码** A

doi:10.3878/j.issn.1006-9585.2012.11106

## Study of Two-Layer Ocean Model Forced by Climate Wind Anomalies

LÜ Qingping, ZHANG Weifeng, and ZHANG Ming

*Institute of Meteorology and Oceanography, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101*

**Abstract** In this paper, a  $\beta$  channel linear two-layer barotropic quasi-equilibrium ocean model forced by time-varying wind, that is wind anomalies, is established, and its analytical solutions are obtained. It should be noted that the following discussions pertain to the baroclinic mode because the barotropic mode is inconsistent with actual ocean conditions. In the western boundary, the upper corresponding flow field to time-varying wind is expressed as a couple of vortices with cyclonic and anti-cyclonic curvatures. In the upper ocean, obvious western and eastern flow can be forced on the  $\beta$  channel centerline at  $t=0$  and  $t=T/2$ , where  $T$  is the varying period of wind field, because west and east wind are strongest at that time. Moreover, an obvious countercurrent appears at the south-north lateral boundary of the  $\beta$  channel. Although the forcing of wind disappears near  $t=T/4$  and  $t=3T/4$ , oceanic flow anomalies remain due to inertia. In addition, the abnormal flow is strong and changes slowly at  $t=0$  and  $t=T/2$  but becomes weak, acute, and reverses its direction at  $t=T/4$

**收稿日期** 2011-07-05 收到, 2012-10-14 收到修定稿

**资助项目** 国家重点基础研究发展计划项目 2007CB411805

**作者简介** 吕庆平, 女, 1986 年生, 博士研究生, 主要从事海气相互作用的研究。E-mail: qingping860405@sina.com

and  $t = 3T/4$ . The corresponding ocean mode also shows that the strength of the lower flow is similar to that of the upper flow; however, the flow is in an opposite direction, which denotes the baroclinicity of the ocean. In analytical solutions, the fluctuation frequency of the ocean flow is the same as its forcing wind field with the exception of a fixed phase difference. Although the nature of the flow anomalies is a quasi-equilibrium vortex wave because only the vortex wave is included in the model, it will transform to a Rossby wave when the forcing wind stress and Rayleigh friction is small. Estimation of the flow amplitude shows that the corresponding flow anomalies become stronger with a higher wind stress, a wider half-width of  $\beta$  channel, a smaller dissipation and a slower changing frequency of wind stress. In addition, the low-frequency wind stress can initiate stronger flow anomalies than those for high-frequency wind stress under the same conditions. The spatial pattern of the corresponding ocean mode is similar to that of the flow anomalies over southeast Honshu Island in Japan. The analytical solutions obtained in this paper can reflect the upper flow anomalies forced by actual wind in the mid-latitude North Pacific to some extent; therefore, these results are helpful for demonstrating the corresponding mechanism of the upper flow to time-varying wind fields.

**Keywords** Two-layer ocean, Time-varying wind field, Corresponding flow, Oceanic Rossby wave

## 1 引言

海洋中存在着各种时空尺度的波动, 而 Rossby 波则是其中重要的一种, 其属准平衡的涡旋波 (张铭等, 2008a, 2008b), 该波动的形成主要是地球旋转的缘故。尽管 19 世纪末理论上已预见到海洋中存在该波动 (Hough, 1897), 然直到 20 世纪 70、80 年代, 利用 XBT 等资料, 人们才观测到了海洋中的 Rossby 波 (Chelton and Schlax, 1996)。此时因得到的样本缺乏足够的时空密度, 尚不能全面了解 Rossby 波在各大洋的分布和传播规律。直到卫星雷达测高计的出现, 该情况才得到根本的改善 (Chelton and Schlax, 1996; Cipollini et al., 1997; Polito and Cornillon, 1997)。卫星高度计观测到的 Rossby 波显示, 在北太平洋  $10^\circ\text{N}$  以北 (南), 相速度要大于 (小于) 线性经典自由 Rossby 波的速度 (Chelton and Schlax, 1996)。目前为止, 主要有两种理论对 Rossby 波的加速现象进行解释。一种观点认为 Rossby 波不是自由波动, 因为受到风应力的强迫 (White, 1977; Meyers, 1979; Qiu et al., 1997; Leonardi et al., 2002), 且其是海气耦合系统的一部分 (White et al., 1998); 另一种则认为是海洋中存在非静止基流的缘故 (Uz et al., 2001)。目前看来, 这两种观点均是正确的, 且并不互相排斥。在年和年际时间尺度 (属气候尺度) 上, 海气耦合 Rossby 波目前已被观测到 (White et al., 1998; White, 2000, 2001)。White et al. (1998) 使用复经验正交函数 (CEOF) 法分析了海表面高度, 海表面温度, 近地面的经向风和风应力旋度, 发现 2 a 周期的海洋 Rossby 波可能与大气之间存在着耦合。

路凯程 (2010) 对北太平洋区域的大气和海洋进行联合 EOF 分析, 也发现其第一模态的风应力异常与黑潮 (含续流) 异常以及黑潮以南回流涡旋的异常有紧密联系, 该海洋异常性质属 Rossby 波, 并有明显的年变化和年际变化。在中纬度, 西风带急流和风暴轴的重要性也是众所周知的 (Hoskins and Pearce, 1993; 高琦等, 2008), 西风急流的异常会造成相应风应力的异常, 从而引起中纬度海洋 Rossby 波的异常。Qiu (2003) 研究了东太平洋风应力强迫的 Rossby 波。Cabanes et al. (2006) 研究了风应力驱动的正压 Sverdrup 平衡和一阶斜压 Rossby 波。Qiu and Chen (2006) 使用了风应力驱动的约化重力模式用以研究南太平洋海表面高度时空变化的动力机制。然而当前在理论研究风应力强迫的 Rossby 波中, 大多仍采用长波近似的水平一维线性模型 (Qiu, 2002; Qiu and Chen, 2006), 这主要是便于解析求解, 而采用约化重力模式则解析求解就很困难。水平一维线性模型的明显局限是, 其不能考虑西风急流异常造成的近地面西风应力的异常。这是因为该异常的分布在中纬度最大, 并向南北两个方向衰减, 这样其经向分布是不均匀的, 故该类模型不能正确反映这种特点。为克服此局限, 我们曾分别建立了正压和两层的水平二维线性准平衡海洋模型, 并考虑存在西海岸的情况下, 在中纬度的  $\beta$  通道中对自由涡旋波和准定常风场的强迫涡旋波做了解析求解, 用以理论研究海洋流场对近地面西风应力及其异常的响应, 并试图解释中纬度北太平洋实际流场异常的原因 (张永垂等, 2011, 2012a, 2012b; 路凯程等, 2011b)。然而因此时强迫风场设为准定常, 这些模型不能反映海洋流动的惯性。为此, 我们进一步对时变风场强迫下

的正压水平二维线性准平衡海洋模型做了解析求解, 此时则可考虑海洋流动的惯性, 故在海洋上层得到了较准定常风场强迫更好的结果(吕庆平和张铭, 2012)。但这时因采用的是正压模型, 故其不能刻画深层海洋的响应; 为此, 本文采用两层水平二维线性准平衡海洋模型, 对时变风场强迫下海洋流场的响应做了解析求解, 而这有助于揭示该情况下海洋响应的性质和机理。

## 2 数学模型

这里仍采用同张永垂等(2012a)的数学模型, 即  $\beta$  通道水平二维线性两层准平衡(准无辐散)方程组; 不考虑基流、两层水体间的质量交换和其引起的垂直运动, 但考虑了大气风应力对海洋的强迫和瑞利摩擦, 这样有:

$$\frac{\partial u_k}{\partial t} - (f_0 + \beta y)v_k + \frac{\partial(a_k \Phi_1 + \Phi_2)}{\partial x} + \mu \delta_k (u_1 - u_2) = \varepsilon_k \tau_x = \varepsilon_k \gamma u_a, \quad (1-1)$$

$$\frac{\partial v_k}{\partial t} + (f_0 + \beta y)u_k + \frac{\partial(a_k \Phi_1 + \Phi_2)}{\partial y} + \mu \delta_k (v_1 - v_2) = \varepsilon_k \tau_y = \varepsilon_k \gamma v_a, \quad (1-2)$$

$$\frac{\partial u_k}{\partial x} + \frac{\partial v_k}{\partial y} = 0, \quad (1-3)$$

其中, 下标  $k=1, 2$  分别为上、下两层编号;  $u_k$ 、 $v_k$  和  $\Phi_k$  分别代表海洋上、下两层流场和位势场的扰动(偏差); 因取了准平衡(准无辐散)近似, 故连续方程中可不考虑  $\partial \Phi_k / \partial t$ ; 在此  $\tau_x = \gamma u_a$ 、 $\tau_y = \gamma v_a$  分别为纬向风应力和经向风应力,  $u_a$ 、 $v_a$  为风速,  $\gamma$  为比例系数;  $\mu$  为瑞利摩擦系数,  $\gamma$ 、 $\mu$  均设为常数;  $f_0$  为  $y_0$  处的地转参数,  $\beta = (\partial f / \partial y)_{y=y_0}$ ,  $y_0$  为  $\beta$  通道的中心位置;  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = \rho_1 / \rho_2 < 1$ , 后者为上、下两层密度之比, 是小于 1 大于 0 的常数; 示踪因子  $\delta_k$ 、 $\varepsilon_k$  则分别定义为  $\delta_1 = 1$ ,  $\delta_2 = -1$  和  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 0$ 。

考虑到中纬度  $\beta$  通道中地面西风强迫的实际情况, 可设其为以下理想情况, 其形式为:

$$u_a = \bar{u}_a + \tilde{u}_a e^{-\nu x} \cos \left[ \frac{\pi}{M} (y - y_0) \right] + \hat{u}_a e^{-\nu x} \cos \left[ \frac{\pi}{M} (y - y_0) \right] g(t), \quad (2-1)$$

$$v_a = 0, \quad (2-2)$$

其中,  $\bar{u}_a$ 、 $\tilde{u}_a$  和  $\hat{u}_a$  均为大于 0 的常数,  $\bar{u}_a > \tilde{u}_a > \hat{u}_a$ ;

$\nu > 0$ , 在下文中大气强迫风场均取此形式不变。由 (2-1) 式知, 该纬向强迫风场  $u_a$  可分解成定常 [(2-1) 式中与时间无关的前两项] 和时变 [(2-1) 式中的最后一项] 两部分, 而时变部分即为风场异常。因  $\nu > 0$ , 故定常风场和时变风场的纬向分量均在西海岸 ( $x=0$ ) 处最大, 并向东呈指数衰减, 当  $\nu$  很小时, 则其衰减很小, 可近似看作不变。由 (2-2) 式知, 该经向强迫风场恒为 0。而  $\cos[\pi(y - y_0)/M]$  则可看作大气西风强迫在中纬度  $\beta$  通道中的水平分布函数, 这表明该地面西风呈现中纬度急流的形式。  $g(t)$  则是最大值为 1 的周期函数, 并可展开为

$$g(t) = \sum_{j=1}^{\infty} g_j e^{i\omega_j t}, \quad (3)$$

不失一般性, 这里取  $\omega_j \neq 0$ 。因方程组 (1) 为非齐次线性偏微分方程组, 叠加原理成立, 故在上式中只须考虑其中的一项  $g_j e^{i\omega_j t}$  做代表, 然后叠加即可。

由以上大气强迫风场可得其涡度:

$$\zeta_a = \frac{\partial v_a}{\partial x} - \frac{\partial u_a}{\partial y} = \frac{\pi}{M} \tilde{u}_a e^{-\nu x} \sin \left[ \frac{\pi}{M} (y - y_0) \right] + \frac{\pi \hat{u}_a g}{M} e^{-\nu x} e^{i\omega t} \sin \left[ \frac{\pi}{M} (y - y_0) \right], \quad (4)$$

在此为书写方便已略去了下标  $j$ , 下同。上式第 2 个等号右边的第 1 项为定常风场的涡度, 而第 2 项则为时变风场的涡度。同样因对方程组 (1) 叠加原理成立, 故其解由无风场强迫下的解、定常风场强迫下的解和时变风场强迫下的解叠加组成。张永垂等(2012a, 2012b)已解析求解了定常风场强迫和无风场强迫下的情况, 并对此做过讨论, 为此本文仅解析求解时变风场强迫的情况并进行讨论。

## 3 解析求取时变风场的强迫解

下面解析求取时变风场的强迫解。由 (1-3) 式可分别引入上、下层的扰动流函数  $\psi_k$  ( $k=1, 2$ ), 这样就有

$$u_k = -\frac{\partial \psi_k}{\partial y}, \quad v_k = \frac{\partial \psi_k}{\partial x}. \quad (5)$$

将上式代入方程组 (1), 并将 (1-2) 式对  $x$  微商后再减去 (1-1) 式对  $y$  微商, 以便消去  $a_k \Phi_1 + \Phi_2$ , 然后将得到的第一式对  $x$  微商后再减去第二式对  $y$  的微商, 则可得

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta \psi_k + \mu \delta_k \Delta (\psi_1 - \psi_2) + \beta \frac{\partial \psi_k}{\partial x} = \gamma \varepsilon_k \zeta_a, \quad (6)$$

在此有  $\Delta \equiv \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ ,  $\Delta$  为二维 Laplace 算子; 为方便, 这里和下文将大气时变风场的涡度仍记为  $\zeta_a$ , 其表达式为 (4) 式中第 2 个等号右端的第 2 项。

在 (6) 式中将  $k$  分别取为 1、2, 可得两式, 再将这两式分别相加和相减, 则有:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta \Gamma + \beta \frac{\partial \Gamma}{\partial x} = \gamma \zeta_a, \quad (7)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + 2\mu \right) \Delta \Lambda + \beta \frac{\partial \Lambda}{\partial x} = \gamma \zeta_a, \quad (8)$$

其中,  $\Gamma = \psi_1 + \psi_2$ ,  $\Lambda = \psi_1 - \psi_2$ 。因时变强迫风场异常  $u_a$ 、 $v_a$  为已知, 故其涡度  $\zeta_a$  也为已知。解方程 (7)、(8), 可求得  $\Gamma = \psi_1 + \psi_2$  和  $\Lambda = \psi_1 - \psi_2$ , 最终易求得  $\psi_1$ 、 $\psi_2$ 。

本文考虑中高纬  $\beta$  通道中存在西海岸的理想海洋情况, 即在  $x$  方向取半无界空间, 并设在  $x=0$  处有刚壁 (西海岸); 而在  $y=y_0 \pm M$  处也设为刚壁 ( $\beta$  通道壁), 在此  $M$  可视为  $\beta$  通道的半宽。这样  $\psi_1$ 、 $\psi_2$  和  $\Gamma$ 、 $\Lambda$  均需满足以下边条件

$$x=0, \psi_k=0, \Lambda=0, \Gamma=0;$$

$$y=y_0 \pm M, \psi_k=0, \Lambda=0, \Gamma=0; \quad k=1,2. \quad (9)$$

### 3.1 关于 $\Lambda$ 方程的解析解

现求方程 (8) 满足边条件 (9) 的解析解。为此设

$$\Lambda = \tilde{\Lambda}(x) e^{i\omega t} \sin \left[ \frac{\pi}{M} (y - y_0) \right]. \quad (10)$$

将其代入方程 (8) 中则有

$$\tilde{\Lambda}'' + \frac{\beta}{2\mu + i\omega} \tilde{\Lambda}' - \frac{\pi^2}{M^2} \tilde{\Lambda} = \frac{\pi}{M} \cdot \frac{\gamma \hat{u}_a g}{2\mu + i\omega} e^{-\nu x}, \quad (11)$$

上式为复常系数非齐次常微分方程, 可求得满足边条件  $x=0$ ,  $\tilde{\Lambda}=0$  的解为 (具体求解过程略):

$$\tilde{\Lambda}(x) = \frac{\pi M \gamma \hat{u}_a g (e^{-\nu x} - e^{\lambda_1 x})}{\eta}, \quad (12)$$

在此

$$\eta = (2\mu + i\omega)(M^2 \nu^2 - \pi^2) - \beta \nu M^2, \quad (13)$$

而  $\lambda_1$  则为方程

$$\lambda^2 + \frac{\beta}{2\mu + i\omega} \lambda - \frac{\pi^2}{M^2} = 0 \quad (14)$$

中实部小于 0 的根, 吕庆平和张铭 (2012) 曾证明该根必存在。

在考虑到 (10) 式后, 可得方程 (8) 满足边条件 (9) 的解的表达式:

$$\Lambda = \frac{\pi \gamma M \hat{u}_a g}{\eta} (e^{-\nu x} - e^{\lambda_1 x}) e^{i\omega t} \cdot \sin \left[ \frac{\pi}{M} (y - y_0) \right], \quad (15)$$

注意, 这里  $\lambda_1$  中包含了  $\omega$ , 且有  $\text{Re}(\lambda_1) < 0$ 。

### 3.2 关于 $\Gamma$ 方程的解析解

现求关于  $\Gamma$  的方程, 即方程 (7) 满足边条件 (9) 的解。注意到当参数  $\mu \rightarrow 0$  时, 方程 (8) 的形式就是方程 (7), 且两者边界条件相同, 故方程 (7) 的解可由方程 (8) 的解令其中  $\mu \rightarrow 0$  来得到 (具体过程略)。该解即为

$$\Gamma = \frac{\pi \gamma M \hat{u}_a g}{\hat{\eta}} (e^{-\nu x} - e^{\hat{\lambda} x}) e^{i\omega t} \cdot \sin \left[ \frac{\pi}{M} (y - y_0) \right], \quad (16)$$

这里有

$$\hat{\eta} = i\omega (M^2 \nu^2 - \pi^2) - \beta \nu M^2, \quad (17)$$

当  $\pi/M < \beta/(2\omega)$ , 即  $\omega < \omega_c = \beta M/(2\pi)$  时, 记

$$\hat{\lambda}_{1,2} = i \frac{\beta}{2\omega} \mp \sqrt{\left( \frac{\pi}{M} \right)^2 - \left( \frac{\beta}{2\omega} \right)^2}, \quad (18)$$

则  $\hat{\lambda}_{1,2}$  是两个纯虚数, 此时 (16) 式中的  $\hat{\lambda}$  可取上式中  $\hat{\lambda}_1$  和  $\hat{\lambda}_2$  中的任一个, 这样  $\Gamma$  就有两个模态。反之若  $\omega > \omega_c$  则  $\hat{\lambda}_{1,2}$  是两个复数, 此时  $\hat{\lambda}$  必须取  $\mp$  号中为 “-” 号的那一个, 即有  $\text{Re}(\hat{\lambda}) < 0$ ; 若  $\omega = \omega_c$ , 则  $\hat{\lambda} = i\beta/(2\omega)$ 。

### 3.3 海洋响应的解析解

因  $\Lambda = \psi_1 - \psi_2$ ,  $\Gamma = \psi_1 + \psi_2$ , 将两式相加和相减后有  $\psi_1 = (\Lambda + \Gamma)/2$ ,  $\psi_2 = (-\Lambda + \Gamma)/2$ 。再将以上求得的  $\Lambda$  和  $\Gamma$  的表达式代入  $\psi_1$ 、 $\psi_2$  中, 最终可得:

$$\psi_k = \frac{\pi \gamma M \hat{u}_a g}{2} \left\{ \delta_k \frac{e^{-\nu x} - e^{\lambda_1 x}}{\eta} + \frac{e^{-\nu x} - e^{\hat{\lambda} x}}{\hat{\eta}} \right\} \cdot \sin \left[ \frac{\pi}{M} (y - y_0) \right] \cdot e^{i\omega t}, \quad (19-1)$$

这里的参数  $\eta$ 、 $\hat{\eta}$  和  $\hat{\lambda}$  的表达式分别参见 (13)、(17)、(18) 式及其有关说明,  $\lambda_1$  则为复数 2 次方程 (14) 中实部小于 0 的根。在求得  $\psi_k$  后可通过 (5) 式来求出  $u_k$ 、 $v_k$ , 分别为

$$u_k = -\frac{\pi^2 \gamma \hat{u}_a g}{2} \left\{ \delta_k \frac{e^{-\nu x} - e^{\lambda_1 x}}{\eta} + \frac{e^{-\nu x} - e^{\hat{\lambda} x}}{\hat{\eta}} \right\} \cdot \cos \left[ \frac{\pi}{M} (y - y_0) \right] \cdot e^{i\omega t}, \quad (19-2)$$

$$v_k = -\frac{\pi\gamma M\hat{u}_a g}{2} \left\{ \delta_k \frac{v e^{-\nu x} + \lambda_1 e^{\lambda_1 x}}{\eta} + \frac{v e^{-\nu x} + \hat{\lambda} e^{\hat{\lambda} x}}{\hat{\eta}} \right\} \cdot \sin \left[ \frac{\pi}{M} (y - y_0) \right] \cdot e^{i\omega t}, \quad (19-3)$$

在此当  $\omega > \omega_c$  时解有两个模态，否则仅有一个模态。

下面对时变风场强迫下海洋流场响应的振幅做一估计。将 (19-1) 式取模后，再注意到有  $\text{Re}(\lambda_1) < 0$ ， $\text{Re}(\hat{\lambda}) \leq 0$ ，则在  $[0, \infty)$  区间有

$$|\psi_k| = \frac{\pi\gamma M\hat{u}_a}{2} |g| \cdot \left| \delta_k \frac{e^{-\nu x} - e^{\lambda_1 x}}{\eta} + \frac{e^{-\nu x} - e^{\hat{\lambda} x}}{\hat{\eta}} \right| \cdot \left| \sin \left[ \frac{\pi}{M} (y - y_0) \right] \right| \cdot |e^{i\omega t}| \leq \pi\gamma M\hat{u}_a |g| \left( \frac{1}{|\eta|} + \frac{1}{|\hat{\eta}|} \right) = \pi\gamma M\hat{u}_a |g| \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{(2\mu M^2 \nu^2 - 2\mu\pi^2 - \beta M^2 \nu)^2 + \omega^2 (M^2 \nu^2 - \pi^2)^2}} + \frac{1}{\sqrt{\beta^2 M^4 \nu^2 + \omega^2 (M^2 \nu^2 - \pi^2)^2}} \right] = \psi_{\max}. \quad (20)$$

由上式可见，该海洋流场响应最大振幅的估值  $\psi_{\max}$  与  $\gamma$ 、 $\hat{u}_a$ 、 $|g|$  成正比，而  $\omega$  越大则该估值就越小。由此可知：时变风应力越大，其变化的频率越低，则其强迫出的海洋流场响应（异常）就越大。这里特别要指出的是，在其他因子相同时，低频的风应力比高频的要激发出更大的海洋流场响应。路凯程等（2011a）曾对中纬度北太平洋海洋上层的流场异常做了 EOF 诊断，发现流场异常的年代际变化比年际变化更明显，这或许就是此原因所造成的。

## 4 时变风场强迫解的计算结果

张永垂等（2012a）已给出定常风场强迫解的计算结果，本文给出时变风场强迫解的计算结果。观测表明，在  $40^\circ\text{N}$  附近的西太平洋近地面西风最大，故  $\beta$  通道的中心取为  $40^\circ\text{N}$ （该处  $\beta$  值为  $\beta = 1.7536 \times 10^{-11} \text{m}^{-1} \text{s}^{-1} \text{m}^{-1}$ ），且取  $\beta$  通道的半宽为 1000 km，即  $M=1000 \text{ km}$ 。时变风场则在 (2) 式中

取  $\hat{u}_a = 1 \text{ m s}^{-1}$ ；为简单取  $g(t) = e^{i\omega t}$ ，即取  $g=1$ ；而其他参数均与张永垂等（2012a）的相同，即取  $\gamma = 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ ， $\mu = 3 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$ ， $\nu = 10^{-9} \text{ m}^{-9}$ （此时大气强迫风场沿纬向衰减很小，可认为其基本不变）。在以下计算中除  $\omega$  有所改变外，所用参数均取以上的值不变，而  $\omega$  在不同的个案中取不同的数值，其对应的周期为  $T = 2\pi / \omega$ 。对于上述参数，有  $\omega_c = 2.7909236 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ ，此时相应  $\omega_c$  的周期为  $T_c = 2\pi / \omega_c = 26.06 \text{ d}$ 。

本文对时变风场强迫下海洋响应解析解的计算取 3 种方案，分别称为方案 1、2 和 3。方案 1 计算了某月多年平均风场对多年年平均风场的偏差所激发出的某月海流对其多年年平均海流的偏差，其反映了海流的逐月季节变化；相对多年年平均海流而言，其亦可看作周期  $T$  为 1 a 的异常；其相应的  $\omega = 2\pi / T = 1.9910213 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$ 。方案 2、3 分别计算了多年平均风场年际变化和年代际变化所导致的海流响应，该 2 种方案中分别取周期  $T$  为 4 a（年际变化）和 18 a（年代际变化），相应的  $\omega$  分别为  $4.9775533 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$  和  $1.1061229 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ 。在以上这 3 种方案中，均有  $\omega < \omega_c$ （ $T > T_c$ ），这样解均有二个模态。在本节计算中，均取  $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}_1$ ；至于取  $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}_2$  的结果，则在下节中要进行讨论。因本文讨论的是海洋大尺度流场对大气风场的年际和年代际变化的响应问题，属气候时间尺度，故无需考虑初始条件。

### 4.1 方案 1 的计算结果

取  $\omega = 1.9910213 \times 10^{-7}$ ，此时时变风场周期  $T = 1 \text{ a}$ 。图 1 给出了理想海洋西海岸处在时刻  $t=0$ 、 $t=T/4$ 、 $t=T/2$ 、 $t=3T/4$  时的时变风场廓线，该时刻也可代表 1、4、7、10 月份（均取月中时刻）的风场偏差。由 (19-1) 式可算得此时的流函数  $\psi$ ，而相应的流场  $u$ 、 $v$  则可由 (19-2) 式、(19-3) 式得到。

由以上流函数场（图 2）和流场（图 3）可见： $t=0$ （1 月）和  $t=T/2$ （7 月）时，在该中纬度  $\beta$  通道中心线上，海洋上层分别有明显的东、西向流异常，这是上层海洋异常对最大的西、东风异常（参见图 1）的响应；在该  $\beta$  通道南、北两侧的边界附近，分别有补偿性的东、西向流异常；而在西海岸附近海区，则分别有涡旋偶出现（7 月旋转方向与 1 月相反）。 $t=T/4$ （4 月）和  $t=3T/4$ （10 月）时，虽无风场异常（参见图 1），但因海洋流动的惯性效

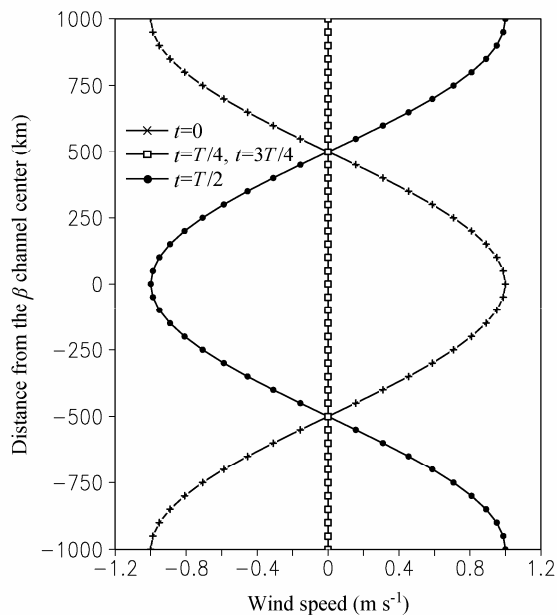


图1 理想海洋西海岸处时变风场的经向分布, 时变风场周期  $T=1$  a  
Fig. 1 Meridional distribution of time-varying forcing wind of west coast in the ideal ocean, abnormal period  $T=1$  a

应, 在海洋上层该中心线上, 仍分别有东、西向流异常, 补偿流异常和涡旋偶出现, 仅其强度较弱。海洋下层的流场异常强度与上层大体相似, 但流动方向相反。

#### 4.2 方案2、3的计算结果

方案2中取  $\omega = 4.9775533 \times 10^{-8}$ , 此时时变风场周期  $T=4$  a。理想海洋西海岸处在时刻  $t=0$ 、 $t=T/4$ 、 $t=T/2$ 、 $t=3T/4$  的时变风场经向分布则同图1; 该时刻也可代表第1、2、3、4 a。从计算得到的流函数和流场响应的空间分布看, 其与方案1的结果基本相同, 仅细节上略有差异。方案3中取  $\omega = 1.1061229 \times 10^{-8}$ , 此时时变风场周期  $T=18$  a。其流函数和流场响应的空间分布也与方案1、2大体相同。因该两方案的流场响应空间分布与图2、3差别不大, 故为节省篇幅, 其图均略。

## 5 讨论

### 5.1 该解析解的时空结构和性质

从上节给出的结果看, 本文的3个个案流场的时空结构大体相似, 均有以下的共同特征:

(1) 海洋下层的流场响应强度与上层大体相似, 但流向相反 (参见图3, 在图2上则表现为在同一地区, 上、下层的流函数分布态势大致相反,

包括符号相反), 这体现了海洋流场响应的斜压性, 故上节中的3个个案均可称为海洋流动响应的斜压模态。

(2) 在时刻  $t=0$  ( $t=T/2$ ), 当  $T=1$  a 时  $t=0$  代表1月,  $t=T/2$  代表7月。此时在  $\beta$  通道中线上有西(东)风异常最大, 故在海洋上层强迫出明显的东(西)向流响应; 在该时刻附近, 海洋流场响应的变化较缓慢且强度大; 这是因此时该风场异常变化缓慢且强度大的缘故。

(3) 在时刻  $t=T/4$  和  $t=3T/4$ , 当  $T=1$  a 时  $t=T/4$  代表4月,  $t=3T/4$  代表10月。此时时变风场的值为零, 但因有海洋流动的惯性, 其响应不为零, 但较小; 在该时刻附近, 海洋流场响应变化较剧烈且流向发生反转; 这是因此时该风场异常变化剧烈且风向发生反转的缘故。

(4) 在  $\beta$  通道的南北侧边界上, 因流体的连续性, 上层流场响应表现为逆流状态, 下层流动与上层相反; 然而因实际海洋无该侧边界, 故这种运动可能被高估。

(5) 西边界附近的海洋流场响应其上层为一对由气旋性和反气旋性曲率构成的涡旋偶, 下层的流向大体与上层相反。

(6) 海洋流场响应的频率与时变风场的频率相同, 但存在位相差, 这是由于本文采用的是线性模式 (其变化频率应与外强迫, 即大气风场的变化频率相同), 以及该解析解中的系数是复数的缘故。

当然, 因时变风场的频率不同, 故上述3个个案中海洋流场的响应仍然略有差异。因该海洋模型采用了无辐散近似, 其仅包含涡旋波; 故上述海洋流场响应的性质为海洋准平衡涡旋波, 当风应力和瑞利摩擦不太大时, 即为海洋 Rossby 波; 相应于前者有  $Ro^2 \ll 1$ , 而相应于后者则有  $Ro \ll 1$ ,  $Ro$  为海洋中的 Rossby 数。

### 5.2 与正压海洋对时变风场强迫解的比较

吕庆平和张铭 (2012) 给出了正压海洋对时变风场强迫的响应 (前者), 现将其与本文的结果 (后者) 做一比较。后者与前者所取的个案相同, 所用的环境参数也相同, 大气强迫风场在西海岸处也一样, 不过后者的风场沿纬向有衰减而前者的则是纬向均匀的, 但因后者风场衰减系数  $\nu$  取得很小, 故两者风场差别也很小。从所得结果看, 后者海洋上层对时变风场响应的解与前者相似 (参见前者中的图2等), 不同之处在于: 在时刻  $t=T/4$  和

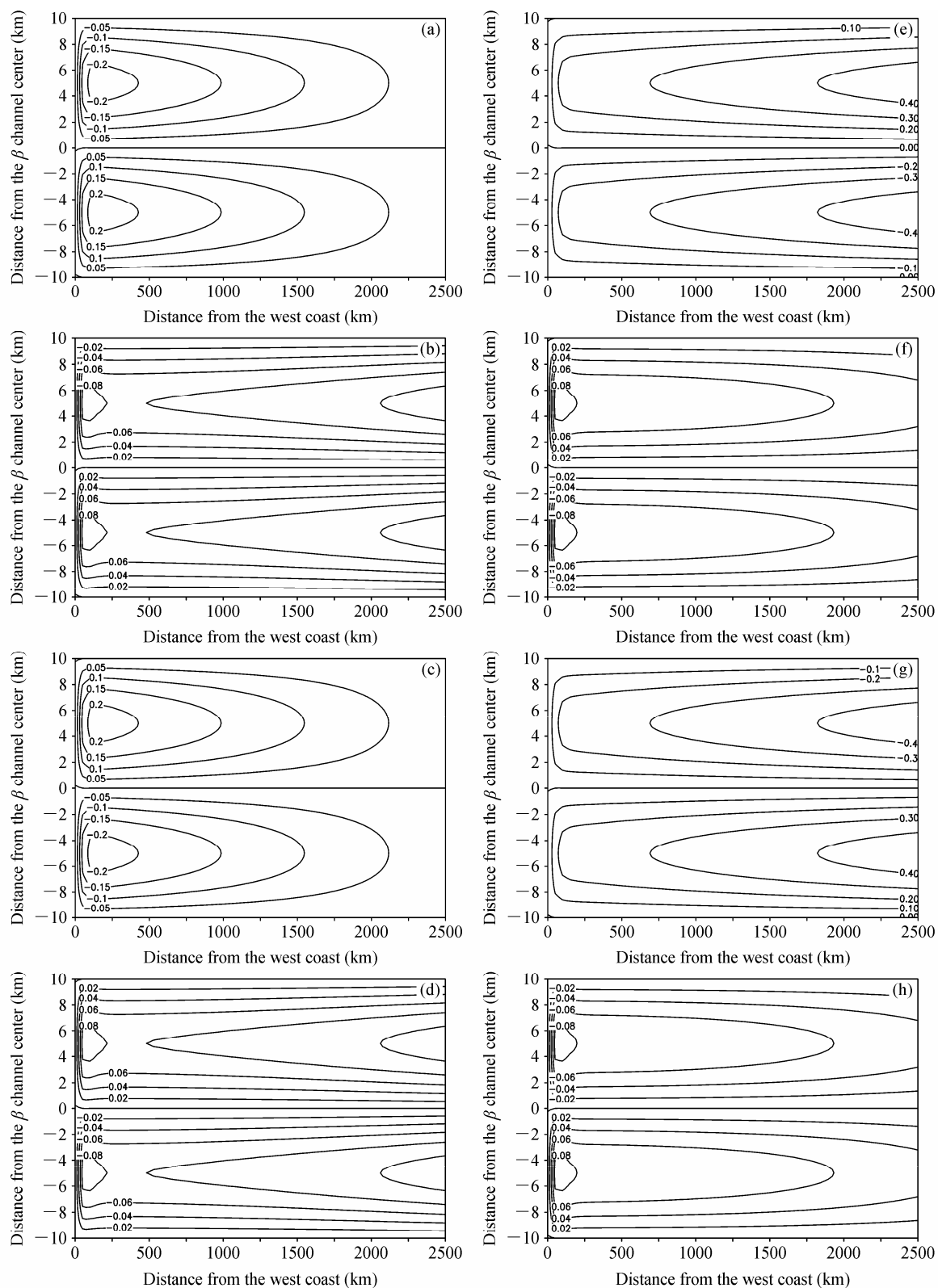


图2 理想海洋中 (a、b、c、d) 上层海洋和 (e、f、g、h) 下层海洋流函数对时变风场偏差响应的空间分布 (单位:  $10^4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ), 时变风场周期  $T=1$  a: (a、e)  $t=0$  (1月); (b、f)  $t=T/4$  (4月); (c、g)  $t=T/2$  (7月); (d、h)  $t=3T/4$  (10月)

Fig. 2 Distribution of stream function ( $10^4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ) of (a, b, c, d) upper and (e, f, g, h) lower ocean in the ideal ocean, abnormal period  $T=1$  a: (a, e)  $t=0$  (Jan); (b, f)  $t=T/4$  (Apr); (c, g)  $t=T/2$  (Jul); (d, h)  $t=3T/4$  (Oct)

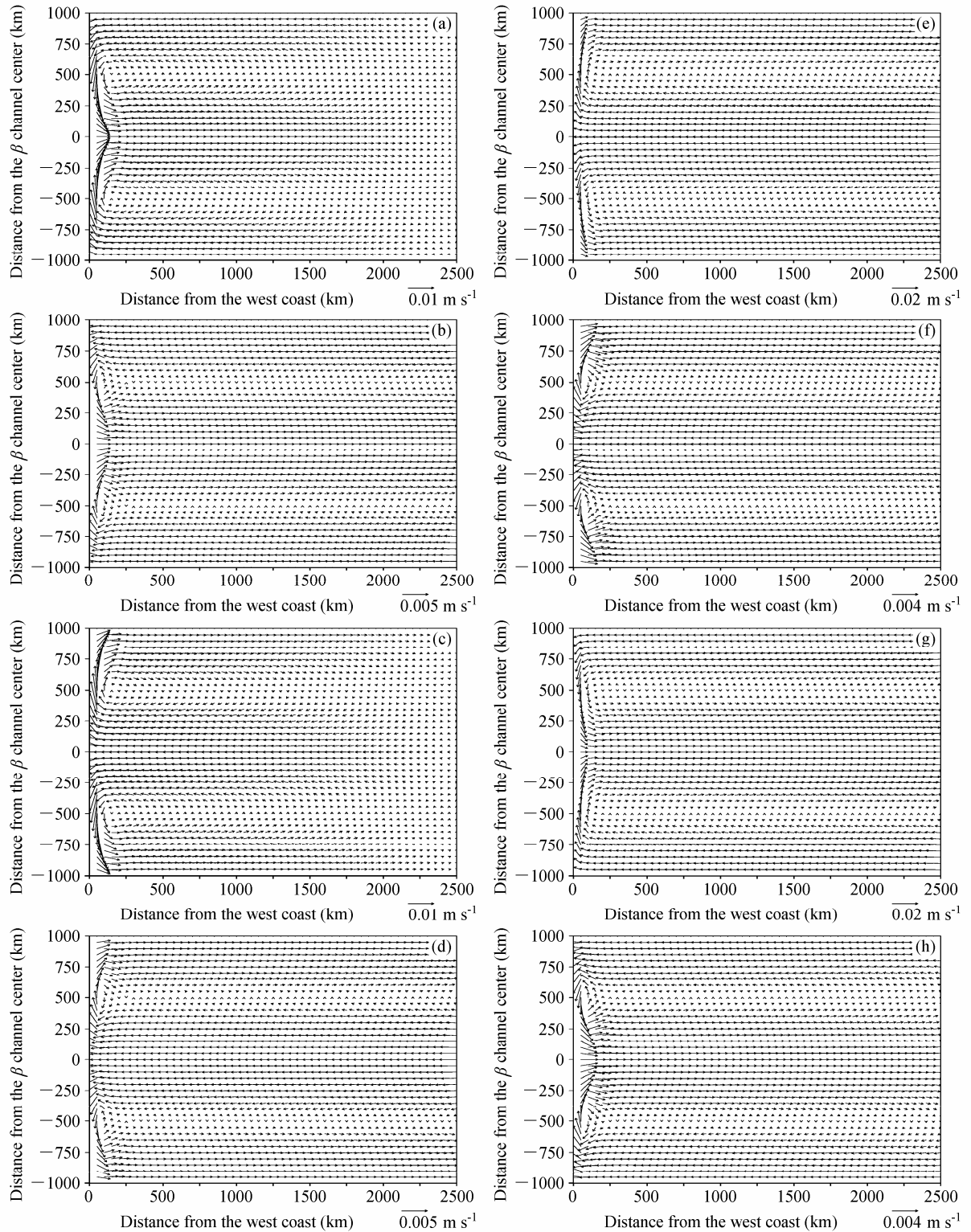


图3 同图2, 但为流场的空间分布

Fig. 3 Same as Fig. 2 except for the distribution of flow field

$t = 3T/4$  附近, 后者在西边界处的涡旋偶要比前者明显; 后者海洋响应的最大流速比前者小, 约是前者的一半, 这是因相同的风应力前者仅驱动一层海

洋, 而后者要驱动两层海洋, 故后者的响应强度仅约为前者的一半。两者最大的不同在于前者仅一层, 无法考虑海洋下层响应的情况, 即海洋流动响

应的斜压性；而后者则有两层，可以考虑海洋下层响应的情况，也即能部分考虑斜压性。后者能反映更真实的海洋流动异常，这也是后者优于前者之处。

### 5.3 与两层海洋定常风场强迫解的比较

张永垂等（2012a）给出了定常风场强迫该海洋模型的结果（前者），现将其与本文（后者）做一比较。两者的个案、环境参数均相同，大气强迫风场的空间分布也一样，不过前者取风场异常为定常而后者则取为时变。前者也可得风场偏差与相应海洋流场响应之间的关系（张永垂等，2012a）。当前者的  $\Delta \tilde{u}_a$  取后者  $\hat{u}_a$  的值时，前者海洋流场异常的响应大小和空间分布与后者  $t=0$  和  $t=T/2$  时（此时后者风场偏差强迫最大）的结果很类似（将前者的图 2、3 与后者的图 3a、3e 做比较后即可见）；然而当前者  $\Delta \tilde{u}_a$  取 0 值时，其与后者在  $t=T/4$  和  $t=3T/4$  时的结果差异最大，此时前者算得的流场响应为 0，而后者风场偏差的强迫虽然也为 0，但后者的流场响应不为 0，尽管其值较小（参见图 2、3）。这表明后者能考虑海洋流动的惯性，故其要优于前者，当风场变化剧烈时更是如此。

### 5.4 与实际海洋情况的比较

路凯程等（2011a）采用 Carton 资料（其水平分辨率约  $1^\circ$ ，深度为 112.5、97.5、82.5、67.5、52.5、37.5、22.5、7.5 m，共 8 层，时间为 1950~2001 年）做了北太平洋海洋流场异常的复 EOF 诊断（前者），现将本文（后者）的结果与其做一比较。前者在上述 8 层上，其第一模态空间场的结构均相似，这体现了海洋上层流场的正压性。前者结果表明，在 1、4、7、10 月近表层（22.5 m 深度处），EOF 第一模态的空间场在日本本州岛以东、以南，风场强迫的海洋流场呈现一对由反气旋涡与气旋涡构成的涡旋偶，且在 4 月最为规则和明显，参见路凯程等（2011a）的图 1b，而后者海洋上层的结果也体现了该点，其在  $t=T/4$  和  $t=3T/4$  时该涡旋偶的结构也更明显（参见本文图 3b、3d），由此可见，本文上层海洋流场响应的情形在一定程度上反映了真实。不过真实的北太平洋西海岸是斜的并有弧度，不像本文那样是正南北方向，故两者有所差异也是可以理解的。

至于海洋下层的情况，则因目前观测资料缺乏，尚无法对两者做出全面深入的比较；不过从楼如云和袁耀初（2004）的工作可知，在黑潮以下的

深层海洋，确有与黑潮流向相反的逆流存在。

### 5.5 正压模态

以上讨论的为斜压模态，此时  $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}_1$ ；以下给出  $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}_2$  时模态的计算结果。计算中也分别采用第 1、2、3 种个案，且所有的参数均取以上相应斜压模态的值；从该模态上、下层流函数  $\psi_1$ 、 $\psi_2$  的分布看，3 种个案的特征大致相同；此时上、下层的流向大体相同，且均表现为纬向尺度为 100 km，经向尺度为 1000 km 的环流，为此可称该模态为正压模态；计算结果还表明，随着时变风场频率  $\omega$  的减小（周期  $T$  的加大），该环流的最大流速在迅速增大，个案 1、2、3 中分别约为 0.7、10、200  $\text{m s}^{-1}$ ；显然以上流场的空间结构和流速大小均与实际海洋的情况不符，故该模态无实际意义，应弃之，其图也均略。最后要指出，这里正压模态指两层线性准平衡海洋模型中的一种模态，其与张永垂等（2011）、路凯程等（2011b）和吕庆平和张铭（2012）中利用正压线性准平衡海洋模型得到的模态完全不同；前者有两层而后者仅一层，前者无实际意义而后者可反映实际海洋上层的状况；虽然两者均用“正压”字眼，但是不能将两者混为一谈。

## 6 结语

本文采用两层正压准平衡海洋模型，对中纬度时变风场强迫下海洋流场的响应进行了解析求解，得到了该解的斜压模态，并作了详细讨论，而该解的正压模态因与实际不符，则应弃之。本文海洋流场的响应与中纬度北太平洋在日本本州岛以东、以南的流场异常相似，这大致反映了真实；当然两者有所差异也是自然的。本文的结果较以前的要优，适用性也更广，而这有助于揭示海洋对风应力异常响应的性质和机理。

本文模型因采用了准平衡（准无辐散）近似，故只能用于研究大尺度海洋在气候时间尺度上对时变风场的响应；这里重力惯性波被滤去了，故本文模型不能用于涉及海洋中尺度系统含海洋重力惯性表面波（海浪）和海洋内波的问题，这是本文模型的局限所在；而约化重力模型可做到这一点。约化重力模型取准地转近似后也能滤去重力惯性波而专用于单纯讨论大尺度海洋对风应力强迫响应的问题，但即使做这样近似后要对其进行解析研究也都十分困难，故其大多用于数值模

拟和数值试验；而利用本文模型则可进行解析研究，这是本文模型的长处所在。因解析求解的需要，本文对时变风场和模式海洋均取了理想情况，故本文模型也不能用于讨论海洋密度（温度）层结对海洋响应的影响，这是本文模型的又一局限。采用约化重力模式和大洋环流模式来数值研究海洋流场对大气风场异常强迫的响应，其结果则更能真实反映实际海洋的情况，而这也是我们下一步要做的工作。

## 参考文献 (Reference)

- Cabanes C, Huck T, Colin De Verdere A. 2006. Contributions of wind forcing and surface heating to interannual sea level variations in the Atlantic Ocean [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 36: 1739–1750.
- Chelton D B, Schlax M G. 1996. Global observations of oceanic Rossby waves [J]. *Science*, 272: 234–238.
- Cipollini P, Cromwell D, Jones M S, et al. 1997. Concurrent altimeter and infrared observations of Rossby wave propagation near 34°N in the northeast Atlantic [J]. *Geophys. Res. Lett.*, 24: 889–892.
- 高琦, 孙照渤, 邓伟涛. 2008. 冬季北太平洋风暴轴的年代际变化 [J]. *南京气象学院学报*, 31 (2): 272–276. Gao Qi, Sun Zhaobo, Deng Weitao. 2008. Interdecadal variations of North Pacific Storm tracks in winter [J]. *Journal of Nanjing Institute of Meteorology (in Chinese)*, 31 (2): 272–276.
- Hoskins B, Pearce R. 1983. Large-scale Dynamical Processes in the Atmosphere [M]. London: Academic Press, 397pp.
- Hough S. 1897. On the application of harmonic analysis to the dynamical theory of the tides, Part I. On Laplace's 'oscillations of the first species', and on the dynamics of ocean currents [J]. *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, 189A: 201–257.
- Leonardi A P, Morey S L, O'Brien J J. 2002. Interannual variability in the eastern subtropical North Pacific Ocean [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 32: 1824–1837.
- 楼如云, 袁耀初. 2004. 1995与1996年夏季琉球群岛两侧海流 [J]. *海洋学报*, 26 (3): 16–27. Lou Ruyun, Yuan Yaochu. 2004. The circulation on the both sides of the Ryukyu Islands during the summer of 1995 and 1996 [J]. *Acta Oceanologica Sinica (in Chinese)*, 26 (3): 16–27.
- 路凯程. 2010. 北太平洋海温流场异常分析 [D]. 解放军理工大学硕士研究生学位论文. Lu Kaicheng. 2010. Analysis of the sea temperature and flow anomalies in the North Pacific [D]. Master Thesis of PLA University of Science and Technology (in Chinese).
- 路凯程, 卢炯, 张铭. 2011a. 赤道外北太平洋上层洋流异常分析 [J]. *海洋通报*, 30 (1): 29–36. Lu Kaicheng, Lu Xu, Zhang Ming. 2011a. Analysis for abnormal current in North Pacific without equatorial area [J]. *Marine Science Bulletin (in Chinese)*, 30 (1): 29–36.
- 路凯程, 张永垂, 张铭. 2011b. 正压准平衡海洋模型及其解 II——中纬度自由涡旋波动. *气象科学*, 31 (1): 17–23. Lu Kaicheng, Zhang Yongchui, Zhang Ming. 2011b. Barotropic quasi-equilibrium ocean model and its solution II—Mid-latitude free vortex fluctuations [J]. *Scientia Meteorologica Sinica (in Chinese)*, 31 (1): 17–23.
- 吕庆平, 张铭. 2012. 正压海洋对时变风场响应的解析解及讨论 [J]. *解放军理工大学学报 (自然科学版)*, 13 (5): 583–588. Lü Qingping, Zhang Ming. 2012. A study on Barotropic ocean model forced by mid-latitude time-varying wind [J]. *Journal of PLA University of Science and Technology (Nature Science Edition) (in Chinese) (in press)*, 13 (5): 583–588.
- Meyers G. 1979. On the annual Rossby wave in the tropical North Pacific Ocean [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 9: 663–674.
- Polito P S, Cornillon P. 1997. Long baroclinic Rossby waves detected by TOPEX/POSEIDON [J]. *J. Geophys. Res.*, 102: 3215–3235.
- Qiu B. 2002. Large-scale variability in the midlatitude subtropical and subpolar North Pacific Ocean: Observations and causes [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 32: 353–375.
- Qiu B. 2003. Kuroshio extension variability and forcing of the Pacific decadal oscillations: Responses and potential feedback [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 33: 2465–2482.
- Qiu B, Chen S M. 2006. Decadal variability in the large-scale sea surface height field of the South Pacific Ocean: Observations and causes [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 36: 1751–1762.
- Qiu B, Miao W F, Muller P. 1997. Propagation and decay of forced and free baroclinic Rossby waves in off-Equatorial ocean [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 27: 2405–2417.
- Uz B M, Yoder J A, Osychny V. 2001. Pumping of nutrients to ocean surface waters by the action of propagating planetary waves [J]. *Nature*, 409: 597–600.
- White W B. 1977. Annual forcing of baroclinic long waves in the tropical North Pacific Ocean [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 7: 50–61.
- White W B. 2000. Tropical coupled Rossby waves in the Pacific ocean-atmosphere system [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 30: 1245–1264.
- White W B. 2001. Evidence for coupled Rossby waves in the annual cycle of the Indo-Pacific Ocean [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 31: 2944–2957.
- White W B, Chao Y, Tai C K. 1998. Coupling of biennial oceanic Rossby waves with the overlying atmosphere in the Pacific basin [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 28: 1236–1251.
- 张铭, 张立凤, 安洁. 2008a. 大气波谱分析及其不稳定性 (第一卷). 北京: 气象出版社, 166pp. Zhang Ming, Zhang Lifeng, An Jie. 2008a. Analysis of Atmospheric Wave Spectrum and its Instability: Part I [M] (in Chinese). Beijing: China Meteorological Press, 166pp.
- 张铭, 张立凤, 朱敏. 2008b. 大气波谱分析及其不稳定性 (第二卷). 北京: 气象出版社, 166pp. Zhang Ming, Zhang Lifeng, Zhu Min. 2008b. Analysis of Atmospheric Wave Spectrum and its Instability: Part II [M] (in Chinese). Beijing: China Meteorological Press, 166pp.
- 张永垂, 路凯程, 张铭. 2011. 正压准平衡海洋模型及其解 I——中纬度大尺度风场强迫情况 [J]. *气象科学*, 31 (1): 11–16. Zhang Yongchui, Lu Kaicheng, Zhang Ming. 2011a. Barotropic quasi-equilibrium ocean model and its solution I—Mid-latitude forcing of large-scale wind field [J]. *Scientia Meteorologica Sinica (in Chinese)*, 31 (1): 11–16.
- 张永垂, 路凯程, 张铭. 2012a. 两层正压准平衡海洋模型的中纬度定常风场强迫解 [J]. *气候与环境研究*, 17 (2): 215–222. Zhang Yongchui,

Lu Kaicheng, Zhang Ming. 2012a. The analytical solution of mid-latitude large-scale wind field forcing of two-layer barotropic quasi-equilibrium ocean model [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 17 (2): 215-222.  
张永垂, 路凯程, 张铭. 2012b. 两层正压准平衡海洋模型的中纬度自由

涡旋波动解 [J]. 气候与环境研究, 17 (3): 251-258. Zhang Yongchui, Lu Kaicheng, Zhang Ming. 2012b. The analytical solution of mid-latitude free vortex wave of two-layer barotropic quasi-equilibrium ocean model [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 17 (3):251-258.