

张永垂, 路凯程, 张铭. 2012. 两层正压准平衡海洋模型的中纬度自由涡旋波动解 [J]. 气候与环境研究, 17 (3): 251–258, doi: 10.3878/j.issn.1006-9585.2011.10055. Zhang Yongchui, Lu Kaicheng, Zhang Ming. 2012. The analytical solution of mid-latitude free vortex wave of two-layer barotropic quasi-equilibrium ocean model [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 17 (3): 251–258.

两层正压准平衡海洋模型的中纬度自由涡旋波动解

张永垂¹ 路凯程^{1,2} 张铭¹

1 中国人民解放军理工大学气象学院大气环流与短期气候预测实验室, 南京 211101

2 中国人民解放军39506部队82分队, 北京 100076

摘要 建立了具有瑞利摩擦且仅考虑大洋西海岸或同时考虑大洋东、西海岸的两层正压准平衡海洋模型, 并做了解析求解, 用以研究中纬度的自由涡旋波。得到的主要结论有: 模型中该波动的解为波包。在仅考虑大洋西海岸时该波包的载频频率是连续谱; 而同时考虑大洋东、西海岸时其为离散谱; 且均有载频频率越高(周期越短)水平尺度越大的特点, 对过分低频的波动, 则会使准平衡的假定不再适用。模型中该波动波包载频的周期约在26天至24年。因考虑了摩擦, 该波包的振幅随时间呈指数衰减, 但摩擦系数的大小仅影响其衰减程度而不改变其空间结构, 最终该波包振幅趋于0, 故该两层正压海洋模型的解就趋于大气风场的强迫特解。模型中该波包的载频都是西传的; 频率较高则西传较快, 波包的特性和变形都很明显; 频率低, 则西传慢, 其波形接近平面简谐波。在该两层正压模型中, 该波动上层流场与正压模型中的流动类似, 而下层海洋流动则其流速与上层海洋相同, 而流向相反。该模型中该波动的性质是准平衡(准无辐射)的涡旋波, 当摩擦不太大且其水平尺度在10 km以上时, 其性质则为准地转的Rossby波。

关键词 两层正压 准平衡 海洋模型 中纬度 自由涡旋波动

文章编号 1006-9585(2012)03-0251-08 **中图分类号** P732.7 **文献标识码** A

doi: 10.3878/j.issn.1006-9585.2011.10055

The Analytical Solution of Mid-Latitude Free Vortex Wave of Two-Layer Barotropic Quasi-Equilibrium Ocean Model

ZHANG Yongchui¹, LU Kaicheng^{1,2}, and ZHANG Ming¹

1 Laboratory of Atmospheric Circulation and Short-Range Climate Forecast, Meteorological College, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101

2 82, Unit 39506, PLA, Beijing 100076

Abstract A two-dimensional two-layer barotropic quasi-equilibrium ocean model considering Rayleigh dissipation is built, there are two kinds of situations in the model: One is the west coast of the ocean considered only, the other is the east and west coasts of the ocean taken into account. And both analytic solutions of the free vortex wave are given. The results show that, the forms of the solutions are wave packet, when only the west coast of the ocean is considered, whose carrier frequency is continuous spectrum; while both the east and west coasts of the oceans are

收稿日期 2010-04-22 收到, 2012-02-10 收到修定稿

资助项目 国家重点基础研究发展计划项目 2007CB411805

作者简介 张永垂, 男, 1982年出生, 博士, 讲师, 主要从事海气相互作用研究。E-mail: zhangyc@ymail.com

taken into account, whose carrier frequency is discrete spectrum. And both cases have the same characteristics that: When carrier frequency is higher (period is shorter), the horizontal scale of wave packet is greater. For the excessive low-frequency fluctuations, the quasi-equilibrium assumption will be no longer applied. The period of wave package carrier frequency in the model is about 26 d to 24 a. Because friction is taken into account, the amplitude of wave packets decay exponentially with time, but the size of the coefficient of friction affects only the extent of wave packets decay without altering spatial structure. Finally, amplitude of the wave packet tends to 0, so the solution of the two-layer barotropic ocean model tends to particular solution of atmospheric wind field to forcing. In the model, carrier frequency of wave package spread westward; when the frequency is high, then the westward propagation is faster, and the characteristics and deformation of wave packets are obvious; while the frequency is low, then the westward propagation is slowly, and the waveform is close to plane simple harmonic wave. In the two-layer barotropic model, the flow of the upper flow field is similar to the barotropic model's, while the lower ocean flow, whose velocity is the same as the upper ocean, the direction opposite. In the model, the nature of fluctuations is the quasi-equilibrium (quasi-non-divergence) vortex wave, when the friction is not too large while horizontal scale of fluctuations is greater than 10 km, the nature is quasi geostrophic Rossby waves.

Key words two-layer barotropic, quasi-equilibrium, ocean model, middle latitude, free vortex wave

1 引言

张永垂等 (2012) 建立了一个风场强迫下考虑瑞利摩擦在 β 通道中的水平二维两层正压线性准平衡海洋模型; 因其是线性模型, 故其解可写成自由波动的解和大气风场强迫特解的叠加。我们已经对大尺度风场强迫的情况做了解析求解, 并讨论了此解的性质 (张永垂等, 2012)。结果表明, 在西风急流强迫下, 在理想海洋西海岸以东的上层流场上, 在西风急流中心会出现较强的东向流; 在接近 β 通道侧壁处则有西向逆流出现; 在近西海岸处, 在上述东向流的两侧则有气旋性曲率与反气旋性曲率的流动; 而下层流场其强度与上层流场大致相同, 但流向则大体相反。由理想西风急流异常强迫出的上层流场异常其分布形式则与以上结果类似。将该上层流场异常与用 Carton 资料 (其水平分辨率约 1° , 深度为 112.5、97.5、82.5、67.5、52.5、37.5、22.5、7.5 m, 时间为 1950~2001 年) 做的复 EOF 分析所得到的流场异常的第一模态空间场作比较后可见, 两者有类似之处 (张永垂等, 2012)。对于下层流场则因缺乏资料, 目前尚无法做出比较。在本文中, 我们对该模型中的自由波动做了解析求解, 着重考察了东、西海岸的影响, 并讨论了该波动的性质和特点, 以便全面了解中纬度海洋流场的空间结构和时间演变。有关中纬度海洋流场和海气相

互作用的研究目前已日益引起学者的重视 (蒲书箴等, 2001; 徐海明等, 2001; Fu and Qiu, 2002; Solomon et al., 2003; 刘秦玉, 2004; Chen et al., 2006; Fang et al., 2006), 本文的工作应对该方面的研究有所帮助。

2 数学模型及求解

控制方程组如下 (张永垂等, 2012):

$$\frac{\partial u_k}{\partial t} - (f_0 + \beta y)v_k + \frac{\partial F_k}{\partial x} + \mu \delta_k(u_1 - u_2) = 0, \quad (1-1)$$

$$\frac{\partial v_k}{\partial t} + (f_0 + \beta y)u_k + \frac{\partial F_k}{\partial y} + \mu \delta_k(v_1 - v_2) = 0, \quad (1-2)$$

$$\frac{\partial u_k}{\partial x} + \frac{\partial v_k}{\partial y} = 0, \quad (1-3)$$

这里已令 $F_k = a_k \Phi_1 + \Phi_2$ (Φ 为位势高度), 并略去了张永垂等 (2012) 公式 3 中表征自由波动解的下标 I; 在此 $a_1=1$, $a_2=\rho_1/\rho_2 < 1$, a_2 为上、下两层密度之比, 是小于 1 大于 0 的常数; 而 $k=1, 2$, 分别为上、下两层编号, 示踪系数 δ_k 定义为 $\delta_1=1$, $\delta_2=-1$ 。

现先求方程组 (1) 在一个 β 通道中 (其中心线在 $y=y_0$ 处, 半宽为 M) 并存在西边界 (西海岸) 时的解析解。因连续方程 (1-3) 为无辐散形式, 可引入流函数 Ψ_k 并有

$$u_k = -\frac{\partial \Psi_k}{\partial y}, \quad (2)$$

$$v_k = \frac{\partial \Psi_k}{\partial x}. \quad (3)$$

Ψ_k 满足边条件

$$x=0, \Psi_k=0, y=y_0 \pm M, \Psi_k=0. \quad (4)$$

此时则有

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial t \partial y} - (f_0 + \beta y) \frac{\partial \Psi_k}{\partial x} + \frac{\partial F_k}{\partial x} - \\ \mu \delta_k \frac{\partial (\Psi_1 - \Psi_2)}{\partial y} = 0, \end{aligned} \quad (5-1)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial t \partial y} - (f_0 + \beta y) \frac{\partial \Psi_k}{\partial y} + \frac{\partial F_k}{\partial y} - \\ \mu \delta_k \frac{\partial (\Psi_1 - \Psi_2)}{\partial x} = 0, \end{aligned} \quad (5-2)$$

$\frac{\partial}{\partial x} (5-2) - \frac{\partial}{\partial y} (5-1)$ 则有

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta \Psi_1 + \beta \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} + \mu \Delta \Psi_1 - \mu \Delta \Psi_2 = 0, \quad (6-1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta \Psi_2 + \beta \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} - \mu \Delta \Psi_1 + \mu \Delta \Psi_2 = 0, \quad (6-2)$$

这里算子 $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, 为平面 Laplace 算子。

将 (6-1) + (6-2) 后有

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta (\Psi_1 + \Psi_2) + \beta \frac{\partial (\Psi_1 + \Psi_2)}{\partial x} = 0, \quad (7-1)$$

将 (6-1) - (6-2) 后有

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \right) \Delta \hat{\Psi} + \beta \frac{\partial \hat{\Psi}}{\partial x} = 0, \quad (7-2)$$

这里已令 $\hat{\Psi} = \Psi_1 - \Psi_2$, $\hat{\mu} = 2\mu$ 。显然 $\hat{\Psi}$ 满足以下边条件

$$x=0, \hat{\Psi}_k=0, y=y_0 \pm M, \hat{\Psi}_k=0. \quad (7-3)$$

此时方程 (7-2) 的形式和边条件 (7-3) 除所用的符号不同外 (这里字母 Ψ 和 μ 上加了“ \wedge ”号), 均与路凯程等 (2011) 中的方程 (3) 和边条件 (4) 相同, 故可直接引用那里的做法和结果 [即那里的 (11.1) 式]。这样可得

$$\begin{aligned} \hat{\Psi} = \Psi_1 - \Psi_2 = \widetilde{\Psi} \sin\left(\frac{\lambda x}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta}{2\sigma}x + \sigma t\right) \cdot \\ \sin\left[\frac{n\pi}{M}(y - y_0)\right] e^{-2\mu t}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\widetilde{\Psi}$ 为任意积分常数, n 为正整数, 并已将 $\hat{\mu}$

还原为 2μ , 同时有 $\lambda = \sqrt{\beta^2/\sigma^2 - 4n^2\pi^2/M^2} > 0$; 显然 (8) 式满足边条件 (7-3)。

另一方面, 有 (7-1) 式, 该式与 (7-2) 中令 $\mu=0$ 时的形式相同, 故其解即可从 (7-2) 式的解即 (8) 式中令 $\mu \rightarrow 0$ 时来得到 (此时 $\Psi_1 + \Psi_2$ 也满足在 $x=0$ 和 $y=y_0 \pm M$ 处其值为 0 的边条件)。故有:

$$\begin{aligned} \Psi_1 + \Psi_2 = \widetilde{\Psi} \sin\left(\frac{\lambda x}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta}{2\sigma}x + \sigma t\right) \cdot \\ \sin\left[\frac{n\pi}{M}(y - y_0)\right], \end{aligned} \quad (9-1)$$

这里 $\widetilde{\Psi}_1$ 也为任意积分常数, 为与 (8) 式中的 $\widetilde{\Psi}$ 区分, 这里加了下标 1。注意到这里为自由波动并引入了摩擦, 故当 $t \rightarrow \infty$ 时动能将被摩擦完全耗散掉, 这样从物理上考虑, 此时应有 $\Psi_1 + \Psi_2 = 0$, 故 (9-1) 中的 $\widetilde{\Psi}_1$ 必须恒为 0, 由此有:

$$\Psi_2 = -\Psi_1, \quad (9-2)$$

即下层流动其强度与上层相同但流向相反。其实由 (7-1) 式就显然可见, (9-2) 式即为该式满足边条件 (4) 式的解。由 (8) 和 (9-2) 两式即可解出 Ψ_k 。结果为

$$\begin{aligned} \Psi_k = \frac{\delta_k \widetilde{\Psi}}{2} \sin\left(\frac{\lambda x}{2}\right) \cos(kx + \sigma t) \sin\left[\frac{n\pi}{M}(y - y_0)\right] e^{-2\mu t} \\ = \frac{\delta_k \widetilde{\Psi}}{4} [\sin(k_1 x + \sigma t) + \sin(k_2 x - \sigma t)] \cdot \\ \sin\left[\frac{n\pi}{M}(y - y_0)\right] e^{-2\mu t}, \end{aligned} \quad (10)$$

由 Ψ_k 即可求得 u_k 、 v_k , 即

$$\begin{aligned} u_k = -\frac{\partial \Psi_k}{\partial y} = -\frac{\delta_k \widetilde{\Psi} n \pi}{4M} [\sin(k_1 x + \sigma t) + \\ \sin(k_2 x - \sigma t)] \cos\left[\frac{n\pi}{M}(y - y_0)\right] e^{-2\mu t}, \end{aligned} \quad (11-1)$$

$$\begin{aligned} v_k = -\frac{\partial \Psi_k}{\partial x} = -\frac{\delta_k \widetilde{\Psi}}{4} [k_1 \cos(k_1 x + \sigma t) + \\ k_2 \cos(k_2 x - \sigma t)] \sin\left[\frac{n\pi}{M}(y - y_0)\right] e^{-2\mu t}, \end{aligned} \quad (11-2)$$

其中, $k = \beta/2\sigma$, $k_1 = (\lambda/2+k)$, $k_2 = (\lambda/2-k)$ 。由 (10)、(11) 式可见, 该解具有波包的形式, 其也可看作是两个振幅相同的平面简谐波的叠加。

为保证 $\lambda > 0$, 则须有 $\beta^2/\sigma^2 - 4n^2\pi^2/M^2 > 0$, 如此即有

$$\sigma^2 < \frac{\beta^2 M^2}{4n^2 \pi^2}, \quad (12)$$

由此可得到 σ 的存在范围:

$$|\sigma| < \frac{\beta M}{2\pi n} < \frac{\beta M}{2\pi}, \quad (13)$$

在此 σ 的范围是连续稠密的, 故其为连续谱(张铭等, 2008a, 2008b)。由此还可得到相应该 σ 的周期 T 的范围为

$$T = \frac{2\pi}{|\sigma|} > \frac{4\pi^2 n}{\beta M} > \frac{4\pi^2}{\beta M}, \quad (14)$$

故在此周期 T 可取大于 $4\pi^2/(\beta M)$ 的任意值。

以上得到的是在边条件(4)式下的解析解, 此时海洋仅存在西边界(西海岸)。当海洋同时还存在东边界(东海岸)时, 则其除要满足边条件(4)式外, 还要满足以下边条件:

$$x = L, \Psi_k = 0, \quad (15)$$

在此 L 为海洋在东西方向的宽度。故在 $x=L$ 处应有

$$\begin{aligned} \Psi_k(L, y, t) &= \frac{\delta_k \tilde{\Psi}}{2} \sin\left(\frac{\lambda L}{2}\right) \cos(kL + \sigma t) \cdot \\ &\sin\left[\frac{n\pi}{M}(y - y_0)\right] e^{-2\mu t} = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

要使(16)式对任意的 t 成立, 必须有

$$\sin\left(\frac{\lambda L}{2}\right) = 0. \quad (17)$$

由此可知

$$\frac{\lambda L}{2} = \sqrt{\frac{\beta^2}{4\sigma^2} - \frac{n^2 \pi^2}{M^2}} \cdot L = m\pi, \quad (18)$$

这里 m 也为正整数。由(18)式可解出

$$\sigma^2 = \frac{\beta^2}{4\pi^2(m^2/L^2 + n^2/M^2)} > 0, \quad (19)$$

也即

$$|\sigma| = \frac{\beta}{2\pi\sqrt{m^2/L^2 + n^2/M^2}}, \quad (20)$$

由此可知, 在同时考虑东、西海岸的情况下, σ 只能取离散的值(因 m 、 n 是离散的), 故其为离散谱(张铭等, 2008a, 2008b)。此时周期 T 为

$$T = \frac{2\pi}{|\sigma|} = \frac{4\pi^2 \sqrt{m^2/L^2 + n^2/M^2}}{\beta}, \quad (21)$$

由此可见该周期也只能取离散的值, 当 $m=1$, $n=1$ 时其最短。

3 讨论

从以上得到的解以及其频率、周期等情况看,

发现对于上层海洋, 其与正压准平衡海洋模型中自由涡旋波动的结果(路凯程等, 2011)类似; 对于下层海洋, 除其流向相反外, 其余性质也与上层海洋相同。我们参照路凯程等(2011)的做法, 取张永垂等(2012)中的参数进行计算和讨论; 也即取 β 通道以 40°N 为中心, 南北各取 1000 km ($M=1000\text{ km}$), 另取 $\mu=3 \times 10^{-7}\text{ s}^{-1}$ 、 $\beta=1.7536 \times 10^{-11}\text{ m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ (40°N 值)、 $n=1$ 和 $\tilde{\Psi}=10^3\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; 当同时考虑东、西海岸时, 模式海洋的纬向长度则取 $L=10000\text{ km}$, 这相当中纬度北太平洋的情况。以下各图则分别给出距该 β

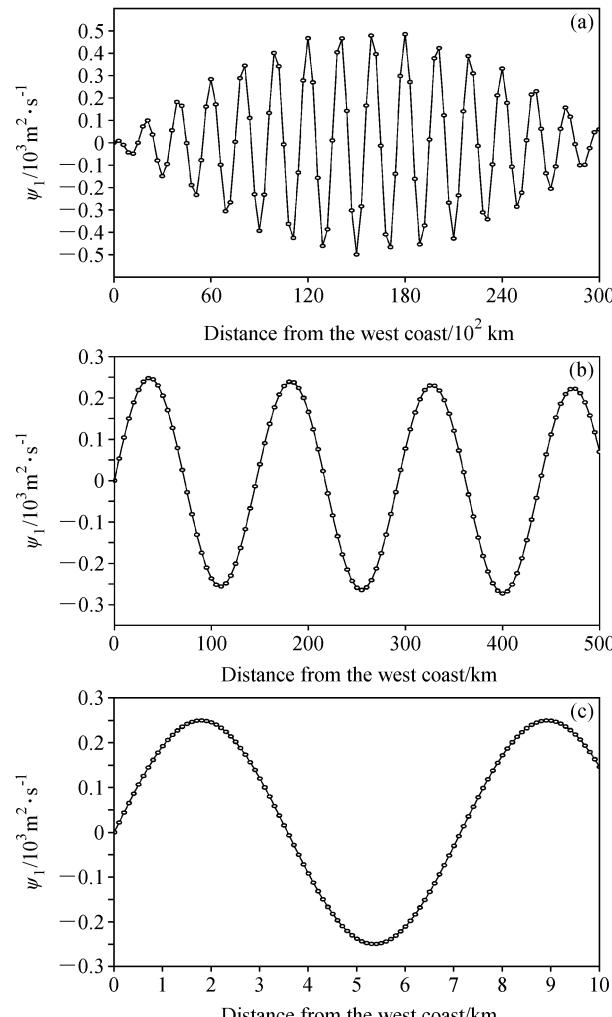


图 1 $t=0$ 仅有西海岸时 Ψ_1 的纬向分布图: (a) $\sigma=2.7900 \times 10^{-6}\text{ s}^{-1}$, $T=26.07\text{ d}$; (b) $\sigma=4.0401 \times 10^{-7}\text{ s}^{-1}$, $T=6\text{ months}$; (c) $\sigma=1.9924 \times 10^{-8}\text{ s}^{-1}$, $T=10\text{ a}$

Fig. 1 The zonal distribution of Ψ_1 with a west coast at $t=0$: (a) $\sigma=2.7900 \times 10^{-6}\text{ s}^{-1}$, $T=26.07\text{ d}$; (b) $\sigma=4.0401 \times 10^{-7}\text{ s}^{-1}$, $T=6\text{ months}$; (c) $\sigma=1.9924 \times 10^{-8}\text{ s}^{-1}$, $T=10\text{ a}$

通道中心线(40°N 线)以北500 km处即 44.5°N 纬线处上层海洋流函数 Ψ_1 的纬向分布(因此处取上述参数时在公式(10)中有 $\sin[n\pi(y-y_0)/M]=1$, 故当 x, t 固定时在该纬线上 Ψ_1 在 y 上达到极值)。

图1给出了初始时刻($t=0$)模式海洋仅有西海岸时的情况。由该图可见, 当频率 σ 较高(周期 T 较短)时, 运动的波包特点十分明显(参见图1a); 以后随着频率 σ 的降低(周期 T 增大), 这种特点逐渐消失; 当周期 T 为6个月时, 其运动与平面简谐波已相当接近(参见图1b), 以后随着频率 σ 的再降低(周期 T 再增大)其与平面简谐波则越来越接近(参见图1c)。

当模式海洋同时具有东、西海岸时, 计算表明, 控制方程(1)中其包含的运动周期 T 为26.19天至约24年, 此时与仅存在西海岸的情况大体相同, 并也有以上同样的推论; 而不同的是, 这里频率 σ 为离散谱, 其仅能取(20-1)式限定的离散值。图2给出了初始时刻($t=0$)取 m 不同时的情况。由图可见, 除在东海岸处(即 $x=L$

处)有流函数 Ψ_1 为0和 σ 取离散的值外, 其余情况也均与仅有西海岸时的相似。

图3给出了模式海洋仅有西海岸时, 取 $\sigma=2.4241\times 10^{-6}\text{s}^{-1}$, 即周期 T 为1个月时在初始时刻($t=0$)、 $t=3\text{ d}$ 和 $t=6\text{ d}$ 的情况, 由该图可见, 波包传播是西传的, 且此时因频率 σ 较高(周期 T 较短), 故西传较快; 同时在西传的过程中波包还发生变形。

图4给出了模式海洋仅有西海岸时, 取 $\sigma=3.9848\times 10^{-8}\text{s}^{-1}$ 即周期 T 为5年时在初始时刻($t=0$)、 $t=6\text{ d}$ 和 $t=12\text{ d}$ 的情况。此时因频率 σ 低(周期 T 长), 故西传慢; 且解也基本不变形。对于频率 σ 更低周期 T 更长的解, 则其西传更慢, 解变形更小(图略)。

当模式海洋同时具有东、西海岸时, 图5给出了取 $m=5$ (此时, $\sigma=2.4963\times 10^{-6}\text{s}^{-1}$, $T=29.13\text{ d}$), 在 $t=3\text{ d}$ 、 $t=6\text{ d}$ 和 $t=12\text{ d}$ 的情况(初始时参见图2b); 图6给出了取 $m=500$ (这时有 $\sigma=5.5807\times 10^{-8}\text{s}^{-1}$, $T=3.57\text{ a}$)在 $t=30\text{ d}$ 时的情况(初始时参见图2c)。由这些图可见, 上

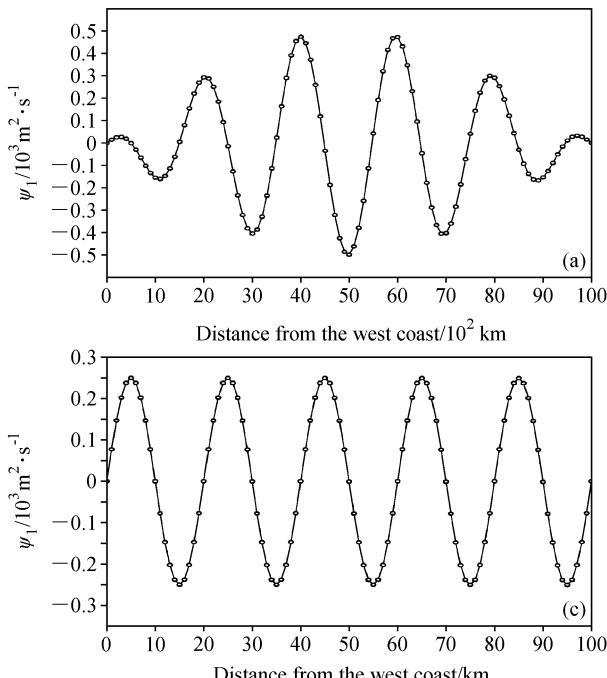
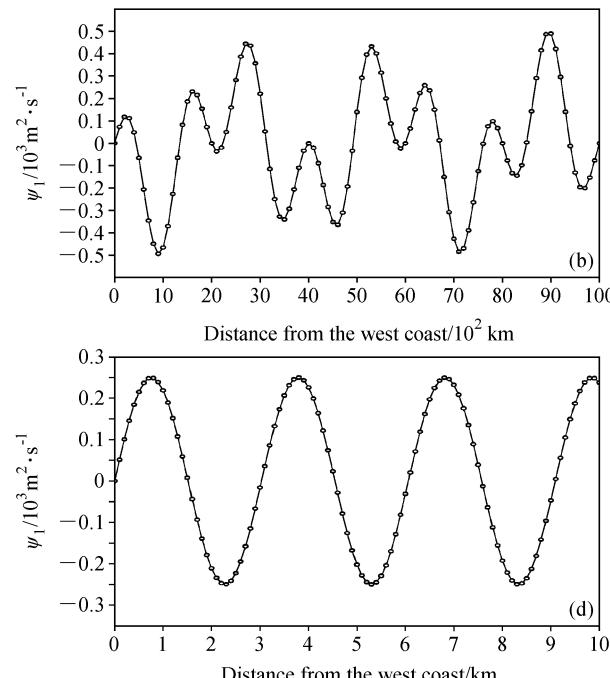


图2 $t=0$ 具有东、西海岸时 Ψ_1 的纬向分布图: (a) $\sigma=2.7771\times 10^{-6}\text{s}^{-1}$, $T=26.19\text{ d}$, $m=1$; (b) $\sigma=2.4963\times 10^{-6}\text{s}^{-1}$, $T=29.13\text{ d}$, $m=5$; (c) $\sigma=5.5807\times 10^{-8}\text{s}^{-1}$, $T=3.57\text{ a}$, $m=500$; (d) $\sigma=8.4573\times 10^{-9}\text{s}^{-1}$, $T=23.56\text{ a}$, $m=3300$

Fig. 2 The zonal distribution of Ψ_1 with east and west coasts at $t=0$: (a) $\sigma=2.7771\times 10^{-6}\text{s}^{-1}$, $T=26.19\text{ d}$, $m=1$; (b) $\sigma=2.4963\times 10^{-6}\text{s}^{-1}$, $T=29.13\text{ d}$, $m=5$; (c) $\sigma=5.5807\times 10^{-8}\text{s}^{-1}$, $T=3.57\text{ a}$, $m=500$; (d) $\sigma=8.4573\times 10^{-9}\text{s}^{-1}$, $T=23.56\text{ a}$, $m=3300$



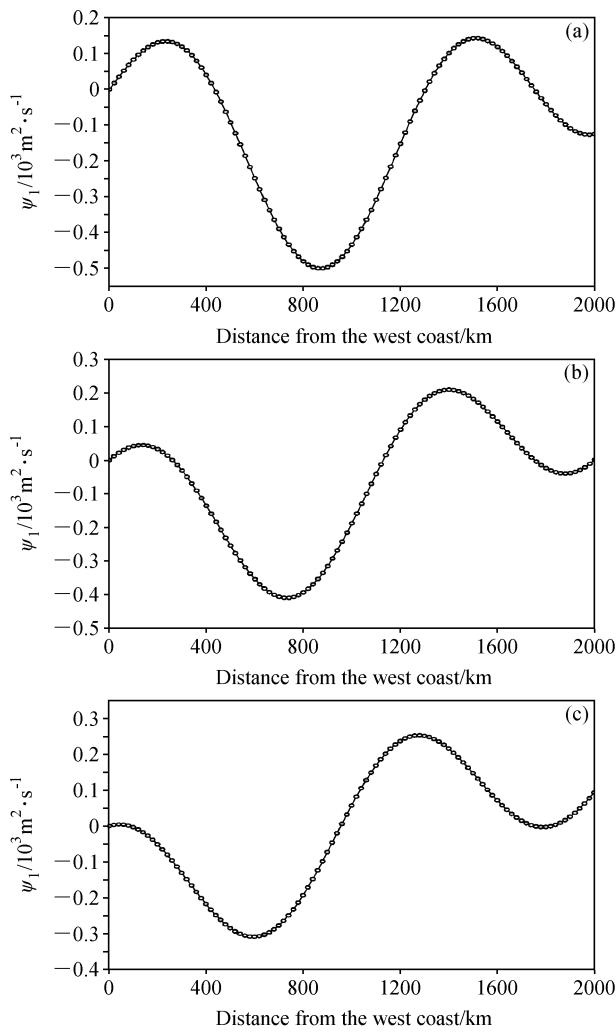


图3 仅有西海岸时 Ψ_1 的纬向分布图 ($\sigma = 2.4241 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$, $T = 1 \text{ month}$): (a) $t = 0.0 \text{ d}$; (b) $t = 3.0 \text{ d}$; (c) $t = 6.0 \text{ d}$

Fig. 3 The zonal distribution of Ψ_1 with a west coast ($\sigma = 2.4241 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$, $T = 1 \text{ month}$): (a) $t = 0.0 \text{ d}$; (b) $t = 3.0 \text{ d}$; (c) $t = 6.0 \text{ d}$

层海洋流函数 Ψ_1 随时间的演变特性与仅具有西边界时的相同，在此不再赘述；只不过这里解要同时满足东、西边界条件。

至于下层海洋流函数 Ψ_2 ，则其大小与上层相同，但流向相反，即下层流函数取上层的负值 ($\Psi_2 = -\Psi_1$)。这样对图1至图6，则相应的下层流函数 Ψ_2 的图形不难想象，为此这些图均略。

上面已指出，对于上层海洋，其与正压准平衡海洋模型中自由涡旋波动即路凯程（2011）中的结果类似；对于下层海洋，除其流向相反外，其余性质也与上层海洋相同；故这里可参考并利用路凯程等（2011）中的结果。这样对该两层正

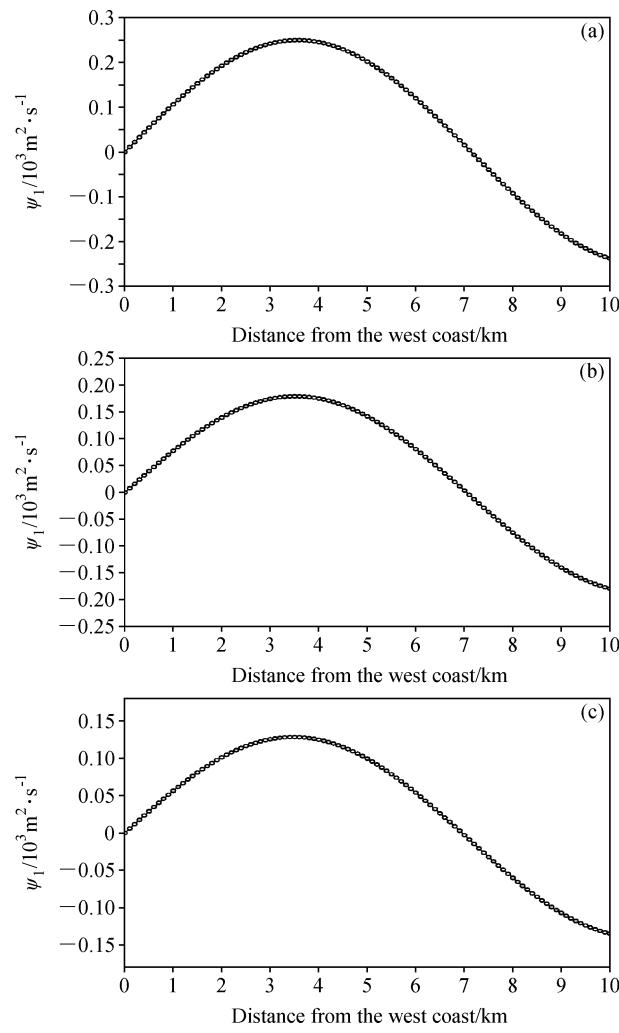


图4 仅有西海岸时 Ψ_1 的纬向分布图 ($\sigma = 39848 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$, $T = 5 \text{ a}$): (a) $t = 0.0 \text{ d}$; (b) $t = 6.0 \text{ d}$; (c) $t = 12.0 \text{ d}$

Fig. 4 The zonal distribution of Ψ_1 with a west coast ($\sigma = 39848 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$, $T = 5 \text{ a}$): (a) $t = 0.0 \text{ d}$; (b) $t = 6.0 \text{ d}$; (c) $t = 12.0 \text{ d}$

压准平衡海洋模型中的自由涡旋波动，可得到以下重要结论：

(1) 仅考虑大洋西海岸时模型中该波动波包载频的频率 σ 是连续谱，其分布是连续稠密的；而同时考虑大洋东、西海岸时则其为离散谱，只能取离散值。

(2) 对以上连续谱和离散谱，当波包载波频率 σ 较高（周期 T 较短）时，解的波包特点十分突出；随着 σ 的降低，则该特点逐渐消失；当周期 T 达 6 个月及以上时，解与平面简谐波就已十分接近了。

(3) 同样对该波动，其频率 σ 越高，则波包

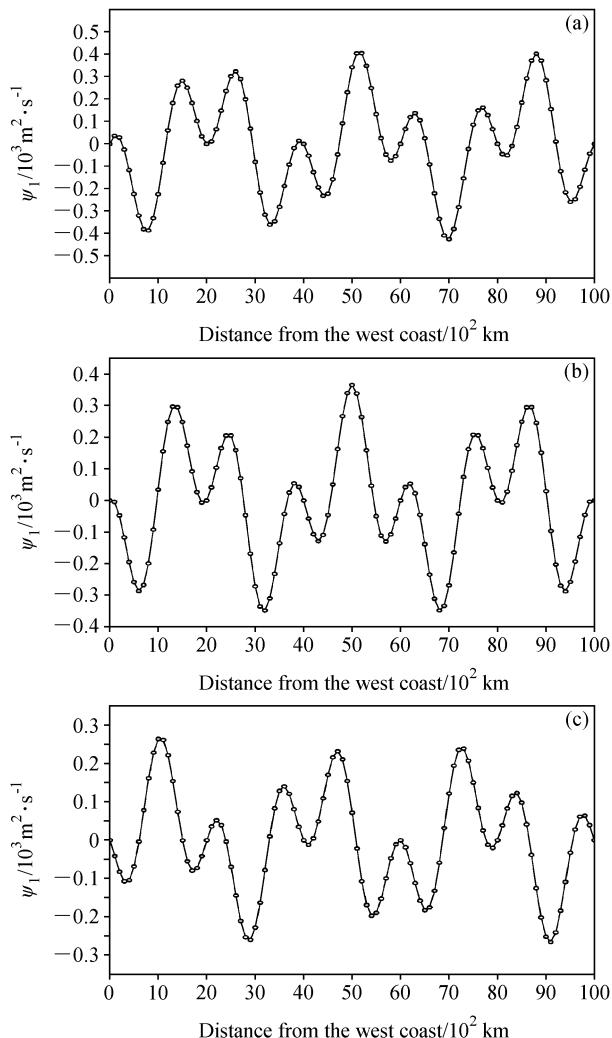


图5 有东、西海岸时 Ψ_1 的纬向分布图 ($\sigma = 2.4963 \times 10^{-6}$ s $^{-1}$, $T = 29.13$ d, $m = 5$): (a) $t = 3.0$ d; (b) $t = 6.0$ d; (c) $t = 12.0$ d

Fig. 5 The zonal distribution of Ψ_1 with east and west coasts ($\sigma = 2.4963 \times 10^{-6}$ s $^{-1}$, $T = 29.13$ d, $m = 5$): (a) $t = 3.0$ d; (b) $t = 6.0$ d; (c) $t = 12.0$ d

中载频的波长就越大; 对过分低频的情况, 因其波长过小, 致使准平衡的假定不再适用; 模型中该波动波包载频的周期 T 约在 26 天至 24 年。

(4) 模型中该波动波包载频都是西传的; 对频率 σ 较高的解其西传较快, 此时波包变形也明显; 对频率 σ 低的解, 其西传慢, 波形的变形也小。

(5) 因考虑了摩擦, 在该模型中, 该波动解的振幅随时间呈指数衰减, 最终趋于 0, 但摩擦系数 μ 只影响该波动解振幅的衰减程度而不改变其

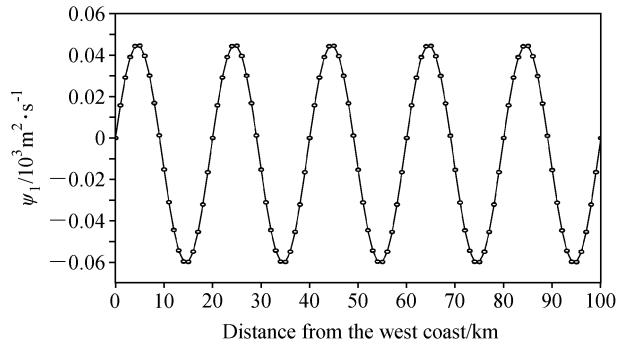


图6 $t = 30$ d 且有东、西海岸时的 Ψ_1 的纬向分布图, $\sigma = 5.5807 \times 10^{-8}$ s $^{-1}$, $T = 3.57$ a, $m = 500$

Fig. 6 The zonal distribution of Ψ_1 with east and west coasts at $t = 30.0$ d, $\sigma = 5.5807 \times 10^{-8}$ s $^{-1}$, $T = 3.57$ a, $m = 500$

解的空间结构; 这样最终该模型中的解就趋于大气风场的强迫特解。

(6) 该模型中该波动解的性质是准平衡(准无辐散)的涡旋波, 当摩擦不太大同时其水平尺度在 10 km 以上时, 则为准地转的 Rossby 波。

(7) 下层该波动的海洋流动其流速与上层海洋相同, 而流向相反, 即该波动下层流函数为上层流函数的负值。

4 结语

本文建立了具有瑞利摩擦且仅考虑大洋西海岸或同时考虑大洋东、西海岸的 β 通道两层正压准平衡海洋模型, 并做了解析求解, 用以研究中纬度的自由涡旋波, 并得到了上面的重要结论。由于该自由涡旋波振幅是随时间衰减的, 故最终该海洋模型中的解就趋向于张永垂等 (2012) 中得到的大气风场的强迫特解。这里还要指出的是, 该模型是线性模型, 也未考虑基本流, 这主要是为了解析求解的便利, 不过也给本文带来了局限。将本文的解析解与相应数值模式的结果进行对比分析是克服该局限的好办法, 这也是我们下一步的工作。

参考文献 (References)

- Chen Haiying, Qiao Fangli, Fang Guohong, et al. 2006. Long baroclinic Rossby waves with periods of about 500 d near 20°N in the northwest Pacific Ocean [J]. Acta Oceanologica Sinica, 25 (3): 1–10.

- Fang Jiabei, Rong Xinyao, Yang Xiuqun. 2006. Decadal-to-inter-decadal response and adjustment of the North Pacific to prescribed surface forcing in an oceanic general circulation model [J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 25 (3): 11–24.
- Fu L L, Qiu B. 2002. Low-frequency variability of the North Pacific Ocean: The roles of boundary and wind-driven baroclinic Rossby waves [J]. *J. Geophys. Res.*, 107 (C12): 3220, doi: 10.1029/2001JC001131.
- 刘秦玉. 2004. 北太平洋副热带海洋环流气候变化研究 [J]. *中国海洋大学学报(自然科学版)*, 34 (5): 689–696. Liu Qinyu. 2004. Study on climate variability of the subtropical gyre in the North Pacific [J]. *Journal of Ocean University of Qingdao (in Chinese)*, 34 (5): 689–696.
- 路凯程, 张永垂, 张铭. 2011. 正压准平衡海洋模型及其解 II: 中纬度自由涡旋波动 [J]. *气象科学*, 31: 17–23. Lu Kaicheng, Zhang Yongchui, Zhang Ming. 2011. Barotropic quasi-equilibrium ocean model and its solution. Part II: Mid-latitude free vortex fluctuations [J]. *Scientia Meteorologica Sinica (in Chinese)*, 31: 17–23.
- 蒲书箴, 周明煜, 刘赞沛, 等. 2001. 西北太平洋异常变化 [J]. *海洋学报*, 23 (4): 25–30. Pu Shuzhen, Zhou Mingyu, Liu Zhanpei, et al. 2001. The abnormality in the Northwest Pacific Ocean [J]. *Acta Oceanologica Sinica (in Chinese)*, 23 (4): 25–30.
- Solomon A, McCreary J P Jr, Kleeman R. 2003. Interannual and decadal variability in an intermediate coupled model of the Pacific region [J]. *J. Climate*, 16 (3): 383–405, doi: 10.1175/1520–0442(2003)016<0383:IADVIA>2.0.CO;2.
- 徐海明, 何金海, 董敏. 2001. 江淮入梅的年际变化及其与北大西洋涛动和海温异常的联系 [J]. *气象学报*, 59 (6): 694–706.
- Xu Haiming, He Jinhai, Dong Min. 2001. Interannual variability of the Meiyu onset and its association with North Atlantic oscillation and SSTAs over North Atlantic [J]. *Acta Meteorologica Sinica (in Chinese)*, 59 (6): 694–706.
- 张铭, 张立凤, 安洁. 2008a. 大气波谱分析及其不稳定性(第一卷): 二维旋转层结大气中的扰动 [M]. 北京: 气象出版社, 166pp. Zhang Ming, Zhang Lifeng, An Jie. 2008a. Analysis of Atmospheric Wave Spectrum and Its Instability (Part I): Perturbation of the Two-Dimensional Rotary Stratification Atmosphere (in Chinese) [M]. Beijing: China Meteorological Press, 166pp.
- 张铭, 张立凤, 朱敏. 2008b. 大气波谱分析及其不稳定性(第二卷): 球面大气上的扰动和亚洲夏季风爆发动力机制探讨 [M]. 北京: 气象出版社, 166pp. Zhang Ming, Zhang Lifeng, An Jie. 2008b. Analysis of Atmospheric Wave Spectrum and Its Instability (Part II): Perturbation of Spherical Atmosphere and Mechanisms of the Asian Summer Monsoon Onset [M]. Beijing: China Meteorological Press (in Chinese), 166pp.
- 张永垂, 路凯程, 张铭. 2012. 两层正压准平衡海洋模型的中纬度大尺度风场强迫解 [J]. *气候与环境研究*, 17 (2): 215–222.
- Zhang Yongchui, Lu Kaicheng, Zhang Ming. 2012. The analytical solution of mid-latitude large-scale wind field forcing of two-layer barotropic quasi-equilibrium ocean model [J]. *Climatic and Environmental Research (in Chinese)*, 17 (2): 215–222.