

任晨平, 曹洁, 王黎娟, 等. 2013. 有限区域流函数和速度势的3种求解方法在分析台风Bilis暴雨增幅中的比较研究 [J]. 气候与环境研究, 18 (6): 721–732, doi: 10.3878/j.issn.1006-9585.2012.12145. Ren Chenping, Cao Jie, Wang Lijuan, et al. 2013. Comparison study of the impacts of three approaches for calculating streamfunction and potential velocity in a limited domain on the analysis of the rainfall enhancement of typhoon Bilis [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 18 (6): 721–732.

有限区域流函数和速度势的3种求解方法在分析台风Bilis暴雨增幅中的比较研究

任晨平^{1,2} 曹洁³ 王黎娟¹ 崔晓鹏³

¹南京信息工程大学大气科学学院, 南京 210044

²中国人民解放军94754部队气象台, 嘉兴 314013

³中国科学院大气物理研究所云降水物理与强风暴重点实验室, 北京 100029

摘要 将有限区域流函数、速度势求解中常用的两种张驰法（即理查逊法和加速利布曼法）与调和—余弦谱展开法（H-C法）进行了比较，理论研究表明：H-C法单独考虑边界影响分量，物理意义明确，且不会丢失边界上的天气系统；从计算上看，H-C法重建的风场能精确还原原始风场，且计算效率明显高于两种张驰法，即收敛更快。通过在台风Bilis（0604）暴雨增幅过程诊断中的应用发现，常用的两种张驰迭代方法在求解有限区域流函数和速度势的问题上效果都不是很好，即：用理查逊法和加速利布曼法计算的流函数和速度势重建的风场与原始风场差别较大，不能准确还原原始风场；用H-C法不仅计算效率高，还原的风场与原始风场差异极小，且不受南边界较强的西南季风涌影响，在暴雨增幅前期能较好地反映与暴雨增幅相关的强辐合信号。因此，可用H-C法计算得到的无辐散风和无旋风对有限区域的天气系统进行更深入的动力结构分析。

关键词 有限区域 调和—余弦谱展开法 台风Bilis 暴雨增幅

文章编号 1006-9585 (2013) 06-0721-12

中图分类号 P458.1⁺24

文献标识码 A

doi:10.3878/j.issn.1006-9585.2012.12145

Comparison Study of the Impacts of Three Approaches for Calculating Streamfunction and Potential Velocity in a Limited Domain on the Analysis of the Rainfall Enhancement of Typhoon Bilis

REN Chenping^{1,2}, CAO Jie³, WANG Lijuan¹, and CUI Xiaopeng³

¹College of Atmospheric Sciences, Nanjing University of Informational and Technology, Nanjing 210044

²Meteorological Observatory, Troops 94754 of PLA, Jiaxing 314013

³Key Laboratory of Cloud-Precipitation Physics and Severe Storms, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029

Abstract The relaxation methods (Richardson method and accelerated Liebmann method) and the harmonic-cosine series expansion (H-C) approach to compute the stream function and velocity potential in a limited domain were compared. Theoretical derivations show that the H-C approach takes consideration of the boundary conditions by computing a separate component. It not only has solid physical meanings, but also avoids missing weather systems near boundaries. In addition, this approach can reconstruct the wind field accurately and has much higher computational

收稿日期 2012-08-16 收到, 2013-01-29 收到修定稿

资助项目 国家重点基础研究发展计划项目2009CB421505, 国家自然科学基金项目41175056, 国家自然科学基金海峡两岸合作研究项目40921160379

作者简介 任晨平, 男, 1985年出生, 硕士, 研究领域为台风动力学及数值模拟。E-mail: rcp1985@126.com

通讯作者 王黎娟, E-mail: wljfw@163.com

efficiency than the other two methods. The diagnostic analysis of the rainfall enhancement of typhoon Bilis shows that the following: 1) the horizontal wind cannot be recovered fully by the two relaxation methods, while the H-C approach gives much more accurate and efficient results and preserves the influences of monsoon surge at the southern boundary; 2) the H-C approach presents strong convergent signals previous to the abrupt rainfall enhancement. Therefore, the partitioned non-divergent and irrotational wind obtained from the H-C approach can be used in deeper dynamic studies of weather systems in the future.

Keywords Limited domain, Harmonic–cosine series expansion, Typhoon Bilis, Rainfall enhancement

1 引言

流函数和速度势是天气气候图分析、大尺度资料同化 (Hollingsworth and Lönnberg, 1986; Daley, 1991; Parrish and Derber, 1992; Daley and Barker, 2000; Xu and Wei, 2001; Xu, 2005)、风暴尺度雷达资料同化 (Xu and Gong, 2003; Xu et al., 2006, 2007; Zhao et al., 2006) 中非常有效的工具, 与之联系的涡度和散度在全球谱模式中应用广泛 (Haltiner and Williams, 1980)。全球流函数、速度势的计算, 因不涉及边界条件, 且有唯一解, 很多方法都能取得较好结果。作为描述流体运动的两个重要手段, 流函数和速度势分别刻画着速度场的旋转和辐散分量, 所以在天气学诊断和数值预报中有着十分广泛的应用。大气中的水平风场, 可以分解为无辐散和无旋分量。在大尺度运动中, 前者是主要部分, 因而流函数在大气环流演变、日常天气分析中有着重要作用; 速度势对应的辐散风在量值上虽然要小许多, 但它却是引起大气垂直运动、产生水汽相变和潜热释放的根本原因, 代表着大气中的地转偏差运动, 因而在天气过程和系统发展中起着非常重要的作用, 对热带天气系统分析和中小尺度动力学尤为重要。而有限区域流函数、速度势求解问题, 即有边界条件限制下的泊松方程求解, 一直困扰着人们 (Philips, 1957; Sangster, 1960; Brown and Neilon, 1961; Hawkins and Rosenthal, 1965; Shukla and Saha, 1974; Stephens and Johnson, 1978)。Bijlsma et al. (1986) 回顾了前人各种求解方法, 发现有限区域流函数和速度势要受区域外部因素影响。Lynch (1988, 1989) 指出, 由风场得到的有限区域流函数和速度势的解不唯一, 即不可能重建出既满足边界条件又能还原区域内部涡度和散度的风场。Chen and Kuo (1992) 进一步发展了 Lynch 的方法, 用两种迭代算法较好解决了有限区域风场分解问题, 之后用在数值模式积分和高原系统诊断识别中也取

得较好结果 (Chen et al., 1997; Chen and Bromwich, 1999; Chen, 2002)。Li et al. (2006) 转换思路, 把之前直接求解转化为求解正规化约束下的极小值问题, 但得到的解精度较低, 且在数据缺测区和不规则边界问题较大。Xu et al. (2011) 通过最小化区域积分原始和重建水平风场的动能之差, 建立了求解任意形状有限区域内流函数和速度势的高精度方法。周玉淑等 (2008) 在对台风 SAOMEI 的研究中认为, 相对于原始风场, 调和余弦方法分解得到的台风风场结构可以展现出更加清晰的细节, 有着重要的应用前景。周玉淑和曹洁 (2010) 用 Chen and Kuo (1992) 提出的调和一余弦谱展开法 (简称 H-C 法) 对一次华北暴雨过程进行了诊断分析, 发现利用正弦/余弦调和函数都能较好地分解和重现有限区域的风场, 但是调和余弦方法精度更高、收敛更快。邓涤菲等 (2012) 在对一次东北冷涡暴雨的研究中认为, H-C 法分解得到的无辐散风及其水汽通量展现了东北冷涡的水汽输送的特点; 而无旋风分量则直观地体现了冷涡内部中小尺度系统的辐合辐散, 与降水落区有着良好的对应关系, 对冷涡暴雨有着很好的指示意义。

到目前为止, 在实际天气过程的诊断分析中, H-C 法与常规流函数和速度势求解方法在风场重建精度方面有何区别、分解结果对天气过程的诊断分析有何影响等方面, 还缺乏深入和具体的研究。本文将对流函数和速度势的常用求解方法——张驰法 (这里以常用的理查逊法和加速利布曼法为代表) 以及 Chen and Kuo (1992) 提出的 H-C 法进行比较, 回顾两类方法在理论基础上的差异, 通过对一次实际台风个例的诊断分析, 探讨不同的有限区域流函数和速度势求解方法对天气过程动力分析的影响。

2 理论和计算原理

根据亥姆霍兹原理, 水平风向量 [$\mathbf{V} = (u, v)$] 可

以分解为旋转风分量和辐散风分量, 即

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_\psi + \mathbf{V}_\chi, \quad (1)$$

其中, ψ 为流函数, χ 为速度势, \mathbf{k} 为垂直单位矢量, $\mathbf{V}_\psi = \mathbf{k} \times \nabla \psi$ 是旋转风分量, $\mathbf{V}_\chi = \nabla \chi$ 是辐散风分量。根据公式(1), 流函数和速度势满足如下方程:

$$\nabla^2 \psi = \Omega, \nabla^2 \chi = D, \quad (2)$$

其中, Ω 和 D 分别是垂直涡度和水平散度。

对全球大气, 周期边条件保证了该微分问题可求解且解唯一; 对有限区域, 虽然叠加在真实流函数和速度势场上、既无辐散又无旋转的流场, 不会影响重建的速度场, 但流函数和速度势的解不唯一, 必须有其他限制条件才能求解。周期边条件下求解公式(2), 可以得到全球区域流函数、速度势的准确解; 但对有限区域问题的求解, 必须用特殊处理办法, 避免出现诸如计算不稳定、原始风场无法还原、边界上的系统缺失等问题。

Morse and Feshbach (1953) 提出求解泊松方程的边条件有 Dirichlet 形式、Neumann 形式和二者的线性组合; 对气象问题而言, 有限区域边界上的流函数和速度势的信息是无法观测得到的, 数学上求解 Dirichlet 问题(即一次边条件的微分问题)的方法不能直接求解实际大气流函数和速度势。完整的耦合边条件如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{s} \cdot \mathbf{V} &= \frac{\partial \psi}{\partial n} + \frac{\partial \chi}{\partial s} = V_s, \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{V} &= -\frac{\partial \psi}{\partial s} + \frac{\partial \chi}{\partial n} = V_n, \end{aligned} \quad (3)$$

其中, \mathbf{s} 和 \mathbf{n} 分别是单位切向量和法向量, V_s 和 V_n 是边界上的切向风和法向风。多年来, 许多科学家在公式(3)的形式上做出了很多努力, 也得到了简化的一次、二次及耦合边条件, 使最终求得的速度势和流函数分别符合实际散度场、垂直涡度分布。求解有限区域流函数和速度势的常用计算方法是迭代法, 而迭代法又分张驰法、交错方向的隐式方法、多次平均法等。这里, 以给定边界条件下的张驰法中最常用的理查逊法和加速利布曼法为例, 与 H-C 法作一比较。

2.1 张驰法

张驰法求解的主要问题是定义适当的边界条件。对于速度势, 一般在研究区域(记作 P)的边界(记作 Σ)取 $\chi = 0$, 如果在计算区域有地形存在(如青藏高原), 则在地形以下各层, 需要求出围

绕地形的内边界值。可由下述条件确定(丁一汇, 1989):

$$\left(\frac{\partial \chi}{\partial n} \right)_a = 0.7 \left(\frac{\partial \chi}{\partial n} \right)_b, \quad (4)$$

其中, 下标 a 和 b 分别表示下层和上层, 可由上层逐次向下层求得 χ 的内边界值。

对于流函数可用以下的方法确定边界条件(寿绍文等, 2002)。假定研究区域净的向外质量通量为零, 即

$$\oint_{\Sigma} V_n ds = 0. \quad (5)$$

为了满足这一条件, 必须对边界上向外的法向速度进行订正, 使其满足

$$\oint_{\Sigma} V_n^c ds = 0. \quad (6)$$

这样, 用于实际计算的边界上的法向风分量公式为

$$V_n^c = V_n + \varepsilon |V_n|, \quad (7)$$

其中, $\varepsilon = -\oint V_n ds / \oint |V_n| ds$ 是订正系数, 上标 c 表示订正后的物理量。

假定研究区域西北角上的流函数值已知, 则边界上其余各点的值可用订正的向外法向速度 V_n^c 逐步计算得到。即

$$\frac{\partial \psi}{\partial l} = V_n^c$$

或

$$\psi_2 = \psi_1 + \frac{V_{n1}^c + V_{n2}^c}{2} \cdot \Delta s, \quad (8)$$

其中, ψ_1 是已知点的流函数值, ψ_2 是所求点的流函数。

由初始估计值计算得到的流函数和速度势求出的涡度和散度值必然与实测风场得到的涡度和散度值存在偏差, 即残差或余差, 迭代法的基本思想是通过一次次的迭代, 使得最终得到的计算值逼近真实值。下面以流函数的迭代求解为例来说明, 速度势的求解类同。

2.1.1 理查逊法

理查逊法的主要思想是: 残差的出现是由于参与差分计算的 5 点中, 居于中心位置上一点的流函数的值 $\psi_{i,j}^0$ 有偏差, 而其余 4 点的值($\psi_{i+1,j}^0$ 、 $\psi_{i-1,j}^0$ 、 $\psi_{i,j+1}^0$ 、 $\psi_{i,j-1}^0$)则被“认为”是正确的(周军, 1986)。因此, 如果将中心点的流函数进行修正, 就可以消除残差, 即

$$R_{i,j}^0 = 0 = \frac{\psi_{i+1,j}^0 + \psi_{i-1,j}^0}{\Delta x^2} + \frac{\psi_{i,j+1}^0 + \psi_{i,j-1}^0}{\Delta y^2} - \left(\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} \right) \psi_{i,j}^0 - Q_{i,j}. \quad (9)$$

由残差的计算式

$$R_{i,j}^0 = \nabla^2 \psi_{i,j}^0 - \zeta_{i,j} = \frac{\psi_{i+1,j}^0 + \psi_{i-1,j}^0}{\Delta x^2} + \frac{\psi_{i,j+1}^0 + \psi_{i,j-1}^0}{\Delta y^2} - \left(\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} \right) \psi_{i,j}^0 - Q_{i,j}, \quad (10)$$

把上面两式相减，得到

$$\psi_{i,j}^1 = \psi_{i,j}^0 + \frac{R_{i,j}^0}{2 \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)}. \quad (11)$$

这样，得到了除边界以外的各网格点上的流函数新的估计值，然后把每点新的估计值和一开始给的边界值组成一个新的流函数估计场，再作上述换算。由于用 $\psi_{i,j}^1$ 和 $\psi_{i+1,j}^1$ 、 $\psi_{i-1,j}^1$ 、 $\psi_{i,j+1}^1$ 、 $\psi_{i,j-1}^1$ 这 4 个近似值参与如公式 (10) 所示的运算时，残差就又不为零了，即 $\psi_{i,j}^1$ 还不是真实值，还必须继续迭代下去。原则上说，当迭代的次数趋于无穷多次时， $\psi_{i,j}^1$ 就会逼近于真值。

实际计算中常常先规定一个标准 ε_0 （一般取 $\varepsilon_0 = 10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ， $\varepsilon_x = 10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ 或 $10^2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ），运用

$$R_{i,j}^l = \frac{\psi_{i+1,j}^l + \psi_{i-1,j}^l}{\Delta x^2} + \frac{\psi_{i,j+1}^l + \psi_{i,j-1}^l}{\Delta y^2} - \left(\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} \right) \psi_{i,j}^l - Q_{i,j}, \quad (12)$$

$$\psi_{i,j}^{l+1} = \psi_{i,j}^l + \frac{R_{i,j}^l}{2 \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)}, \quad (13)$$

反复迭代，当对于所有的内部格点 (i, j) 都满足

$$|R_{i,j}^l| < \varepsilon_0, \quad (14)$$

便得到了我们所要的有限区域的流函数近似值。同理，也可以迭代得到速度势的近似解。

2.1.2 利布曼法和加速利布曼法

理查逊法收敛慢，而且为了计算第 $l+1$ 步的场必须把第 l 步的场也全部存储起来。为了改进这两个问题，利布曼法（周军，1986）认为，在计算 (i, j) 点第 l 步 ψ 值时，其左边一点 $(i-1, j)$ 和下方一点 $(i, j-1)$ 的 ψ 已经有了第 $l+1$ 步的新值， $\psi_{i-1,j}^{l+1}$ 、 $\psi_{i,j-1}^{l+1}$ 比 $\psi_{i-1,j}^l$ 、 $\psi_{i,j-1}^l$ 更有助于准确估计残差

$R_{i,j}^l$ ，即

$$R_{i,j}^l = \frac{\psi_{i+1,j}^l + \psi_{i-1,j}^{l+1}}{\Delta x^2} + \frac{\psi_{i,j+1}^l + \psi_{i,j-1}^{l+1}}{\Delta y^2} - \left(\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} \right) \psi_{i,j}^l - Q_{i,j}, \quad (15)$$

由于上式中的 $\psi_{i,j}^l$ 用第 $l+1$ 步的值 $\psi_{i,j}^{l+1}$ 代入，残差就认为是零了，则有

$$R_{i,j}^l = 0 = \frac{\psi_{i+1,j}^l + \psi_{i-1,j}^{l+1}}{\Delta x^2} + \frac{\psi_{i,j+1}^l + \psi_{i,j-1}^{l+1}}{\Delta y^2} - \left(\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} \right) \psi_{i,j}^{l+1} - Q_{i,j}. \quad (16)$$

这样，用公式 (15) 和公式 (16) 就得到了新一轮格点（除边界外）的流函数估计值 $\psi_{i,j}^{l+1}$ ：

$$\psi_{i,j}^{l+1} = \psi_{i,j}^l + \frac{R_{i,j}^l}{2 \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)}. \quad (17)$$

而加速利布曼法（周军，1986）因为加进了超张驰技巧，计算的收敛速度明显比利布曼法快。该方法思路与利布曼法一致，只是在求解新一轮的估计值时，引入一个参数 v 到 $R_{i,j}^l$ 的系数中去，于是公式 (17) 变成

$$\psi_{i,j}^{l+1} = \psi_{i,j}^l + \frac{(1+v) R_{i,j}^l}{2 \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)}, \quad (18)$$

其中的超张驰系数 v 可由下式确定：

$$v = 1 - \sqrt{2} \sqrt{\left(\frac{\pi}{M-1} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{N-1} \right)^2}, \quad (19)$$

其中， M 和 N 分别是 x 和 y 方向的格点数， v 的取值范围在 $0.2 \sim 0.5$ 之间。

2.2 H-C 法

上面提出的几种方法均是在对有限区域的边界作了简化的基础上来完成流函数和速度势的求解工作。数值模式中的嵌套小区域积分时使用的边界也都是经过人为处理过的平滑边界，通过平滑边界来强行解决内部区域和外部区域在边界上的不连续问题。对有限区域风场的分解和重建问题，Chen and Kuo (1992) 提出了 H-C 法。该方法的基本思想是：把整个区域分为内、外两部分，各物理量分别由内部变量和外部变量单独决定，分别求解物理量外部部分满足的耦合边条件下、拉普拉斯方程的调和函数形式的解，以及内部部分满足的齐次

边条件下、泊松方程的双正弦或余弦级数展开形式的解, 最后再由公式(1)完成风场重建。即计算区域为矩形 $P [0 \leq x \leq L_x, 0 \leq y \leq L_y]$, 边界为闭合曲线 Σ , 把函数 $f(x, y)$ 分解为两个部分:

$$f(x, y) = f_h(x, y) + f_i(x, y),$$

其中内部部分 $f_i(x, y)$ 在 P 中满足:

$$\nabla^2 f_i = H.$$

在 Σ 上满足:

$$f_i|_{\Sigma} = 0.$$

H-C 法的具体步骤如下:

(1) 通过观测的 u 、 v 风场, 计算求解区域的涡度 Ω 和散度 D 。

(2) 通过求解二次零边条件下[公式(21)]的泊松方程

$$\nabla^2 \psi_{ic} = \Omega, \nabla^2 \chi_{ic} = D, \quad (20)$$

$$-\frac{\partial \psi_{ic}}{\partial y} + \frac{\partial \chi_{ic}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \psi_{ic}}{\partial x} + \frac{\partial \chi_{ic}}{\partial y} = 0, \quad (21)$$

得到双傅立叶余弦函数展开形式的流函数和速度势的内部部分, 即 ψ_{ic} 和 χ_{ic} :

$$\begin{aligned} \psi_{ic}(x, y) &= F^{-1}[\Phi_i(m, n)] = \\ &\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \Phi_i(m, n) \cos \frac{m\pi x}{L_x} \cos \frac{m\pi y}{L_y}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \chi_{ic}(x, y) &= F^{-1}[X_i(m, n)] = \\ &\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N X_i(m, n) \cos \frac{m\pi x}{L_x} \cos \frac{m\pi y}{L_y}, \end{aligned} \quad (23)$$

其中, F^{-1} 是傅立叶逆变换算子, Φ 和 X 是针对流函数和速度势作了有限傅立叶余弦变换得到的双余弦展开式。

(3) 由 ψ_{ic} 和 χ_{ic} , 利用二维亥姆霍兹原理得到水平风场的内部部分量 U_{lc} 、 V_{lc} :

$$\begin{aligned} U_{lc} &= -\frac{\partial \psi_{ic}}{\partial y} + \frac{\partial \chi_{ic}}{\partial x}, \\ V_{lc} &= \frac{\partial \psi_{ic}}{\partial x} + \frac{\partial \chi_{ic}}{\partial y}. \end{aligned} \quad (24)$$

(4) 计算观测的外部风场 U_{Ec} 和 V_{Ec} :

$$U_{Ec} = U - U_{lc}, \quad V_{Ec} = V - V_{lc}. \quad (25)$$

(5) 利用步骤(4)得到的耦合边界条件

$$-\frac{\partial \psi_{hc}}{\partial y} + \frac{\partial \chi_{hc}}{\partial x} = U_{Ec}, \quad \frac{\partial \psi_{hc}}{\partial x} + \frac{\partial \chi_{hc}}{\partial y} = V_{Ec}. \quad (26)$$

求解拉普拉斯方程:

$$\nabla^2 \psi_{hc} = 0, \quad \nabla^2 \chi_{hc} = 0. \quad (27)$$

通过迭代求解, 最终得到由边界流函数和速度势谱

系数决定的流函数和速度势的调和分量, 即 ψ_{hc} 和 χ_{hc} [具体系数的计算参见 Chen and Kuo (1992)]。

(6) 由步骤(2)和(5)得到该有限区域的流函数和速度势

$$\psi = \psi_{ic} + \psi_{hc}, \quad \chi = \chi_{ic} + \chi_{hc}. \quad (28)$$

这样求解得到的物理量具有很明确的物理意义: 流函数和速度势的内部分量 ψ_i 和 χ_i 完全由有限区域内部的涡度、散度决定, 边界条件都是齐次的, 所以边条件对内部分量没有影响; 而调和分量 ψ_{hc} 和 χ_{hc} 是通过求解拉普拉斯方程得到的, 完全由区域的边界条件决定, 因而极值只出现在边界上。量级上看, 内部分量一般都远大于调和分量。在这样的求解过程中, 只需要通过极少的迭代次数(一般只要 3~5 次), 就能达到很好的收敛效果。

在实际天气诊断分析中, 求解有限区域流函数和速度势经常会遇到的问题是区域的边界在其他天气系统的范围内, 于是边界上会出现不均匀分布的风速大值区。前两种方法都人为简化了边界条件, 缺乏严格的物理意义, 且重建风场在边界上精度偏低, 还可能丢失边界上的天气系统, 影响未来时刻的诊断水平; 而 H-C 法单独考虑边界影响分量(即 ψ_{hc} 和 χ_{hc}), 不仅计算代价小, 而且计算精度高, 能有效避免因边界处理不当导致的诸如计算不稳定、原始风场无法还原、边界上的系统缺失等问题。第 4 节将通过一次台风个例比较这 3 种方法得到的不同的流函数和速度势对天气诊断分析的优劣。

3 台风 Bilis 登陆及暴雨增幅过程简介

2006 年第 4 号台风 Bilis 是 2006 年给我国造成严重灾害的台风之一。它于 7 月 8 日生成于雅浦岛东北约 300 km 的西北太平洋上, 13 日 14:20(协调世界时, 下同)在我国台湾宜兰附近沿海登陆, 登陆时中心附近最大风力 11 级(30 m/s), 强度为强热带风暴; 登陆后, 台风 Bilis 继续向西移动穿过台湾北部, 进入台湾海峡后仍继续向西北方向移动; 于 14 日 04:00 在福建霞浦登陆, 登陆时强度为热带风暴, 中心最大风力 11 级(30 m/s), 中心气压 975 hPa; 15 日进入江西省, 强度减弱为热带低压, 向西偏南方向移动; 17 日晚在越南北部消失(台风路径如图 1 所示)。受其影响, 14~18 日期间, 福建、浙江、江西、湖南、广东、广西 6 省普降大到

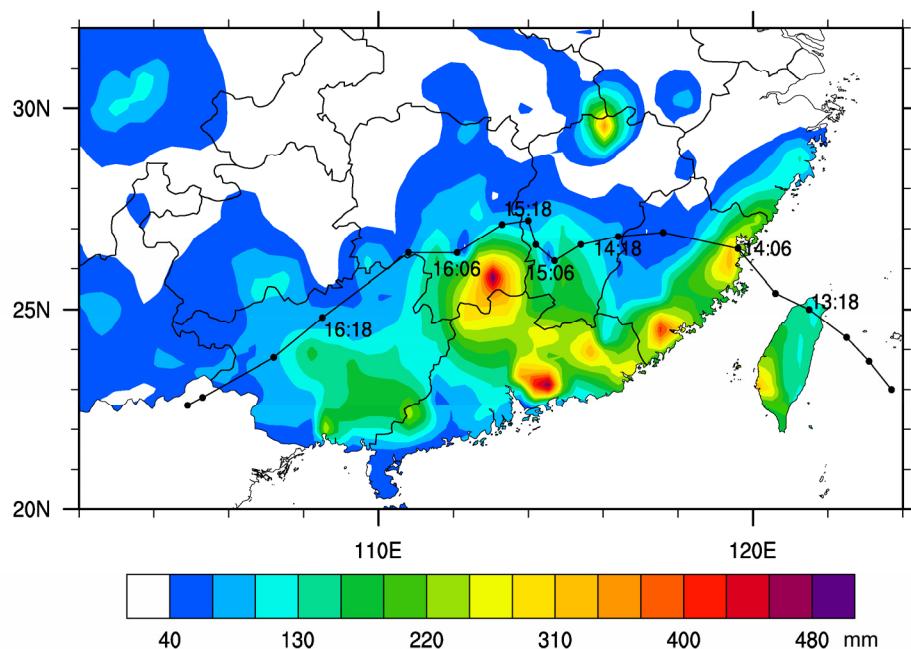


图 1 2006 年 7 月 13 日 00:00 至 17 日 00:00 台风路径 (实线) 和累积降水量 (单位: mm)

Fig. 1 Typhoon track (solid line) and the accumulated rainfall (mm) from 0000 UTC 13 Jul to 0000 UTC 17 Jul 2006

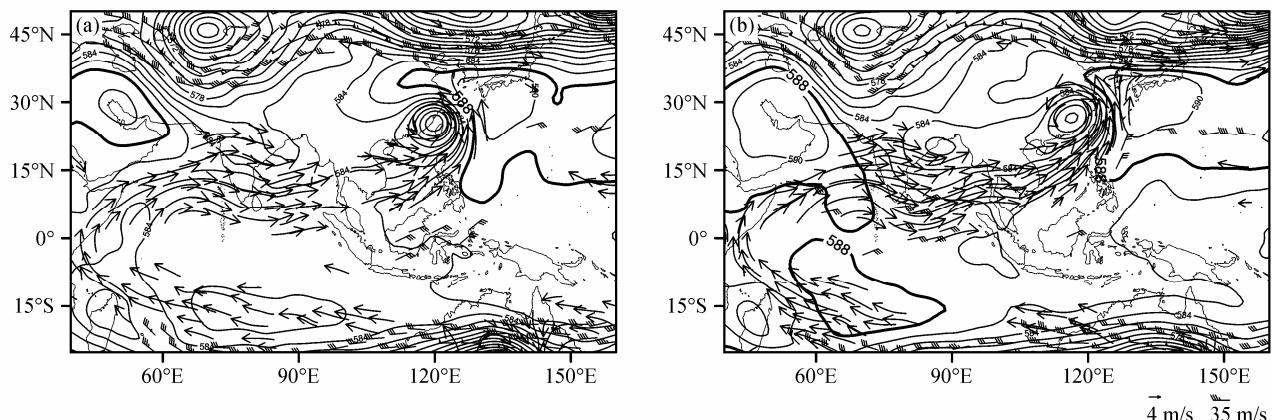


图 2 2006 年 7 月 14 日 (a) 00:00 和 (b) 18:00 的环流场 (等值线: 500 hPa 位势高度, 单位: dagpm; 588 线加粗标记; 箭头: 850 hPa 大于 12 m/s 的风速; 风向杆: 200 hPa 大于 30 m/s 的风速)

Fig. 2 The circulation fields on (a) 0000 UTC and (b) 1800 UTC on 14 Jul 2006 (isoline: geopotential height at 500 hPa; bold lines indicate 588 dagpm; arrow: wind speed larger than 12 m/s at 850 hPa; barb: wind speed larger than 30 m/s at 200 hPa)

特大暴雨, 特别是在 14~15 日, 广东、湖南、江西 3 省交界处出现急剧暴雨增幅, 12 h 降雨量接近 200 mm。暴雨增幅引发洪涝、山体滑坡、泥石流等自然灾害, 给人民生命财产带来极大损失, 据统计: 受灾人员 2962.2 万人, 因灾死亡 612 人, 失踪 208 人, 直接经济损失高达 266 亿元人民币。

3.1 环流特征

2006 年 7 月 14 日 00:00 和 18:00 环流场可见, 暴雨增幅时期, 中高纬地区为两槽一脊型 (如图 2 所示), 并且在以后的几天中维持少动, 副热带高压逐渐加强西伸, 与大陆高压打通, 在中高纬地区

形成一道高压坝, 导致台风 Bilis 难以向北移动, 登陆后继续西进; 在中低纬地区, 从阿拉伯海东部、孟加拉湾、中南半岛、南海到我国华南地区为一支宽广的水汽通量大值带 (图 3), 与西南季风涌相连接, 形成从孟加拉湾伸向华南的湿舌, 并随着季风涌的北传源源不断地向风暴提供充足的水汽 (卢珊等, 2012)。

3.2 暴雨时空分布特征

台风 Bilis 带来的强降水主要出现在 7 月 14~17 日, 其深入内陆降水强度之强、持续时间之长、影响范围之大, 在历史上极为少见。从图 1 可见,

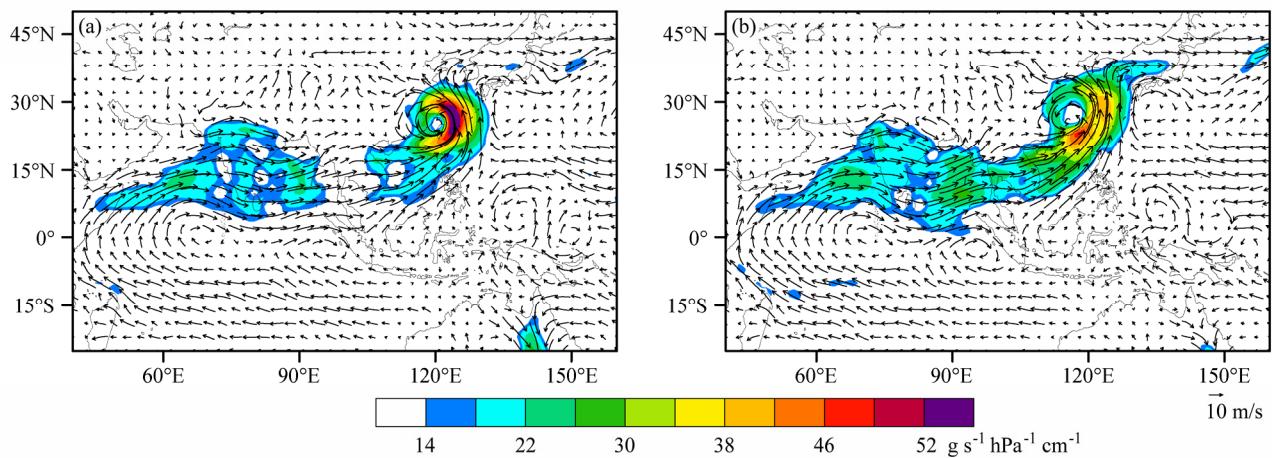
图3 2006年7月14日(a)00:00和(b)18:00 850 hPa水汽通量(箭头, 阴影为水汽通量的模大于 $15 \text{ g s}^{-1} \text{ hPa}^{-1} \text{ cm}^{-1}$ 的区域)

Fig. 3 Water vapor flux (arrows, the shadings denote the norms of water vapor fluxes more than $15 \text{ g s}^{-1} \text{ hPa}^{-1} \text{ cm}^{-1}$) at 850 hPa at (a) 0000 UTC and (b) 1800 UTC on 14 Jul 2006

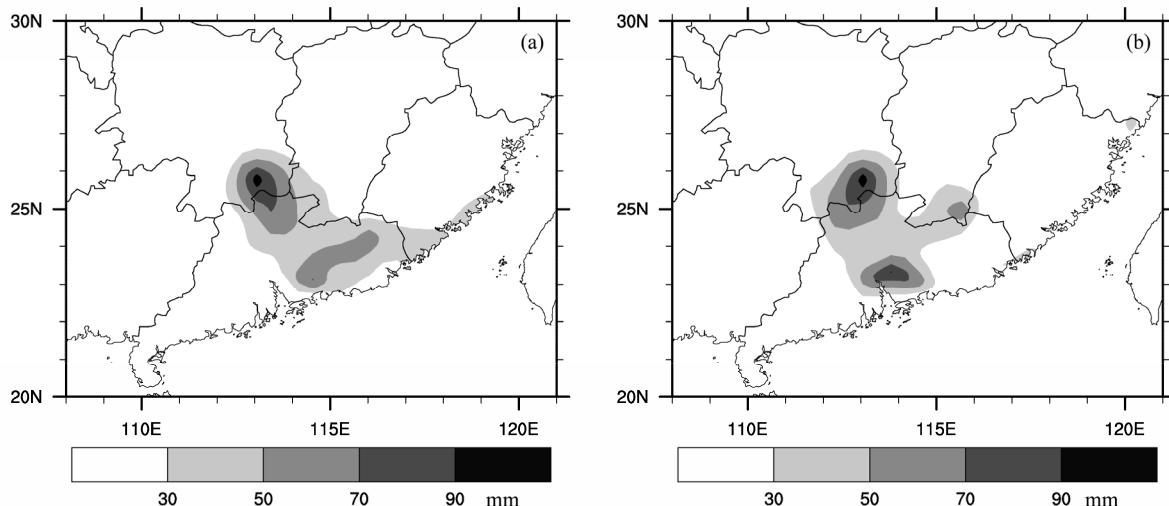


图4 2006年7月(a)14日18:00至15日00:00和(b)15日00:00至06:00台风Bilis 6 h累计降水

Fig. 4 The 6-h accumulated rainfall (a) from 1800 UTC 14 Jul to 0000 UTC 15 Jul and (b) from 0000 UTC to 0600 UTC on 15 Jul 2006

登陆后最强降水不是分布在风暴中心附近, 而是在台风路径左侧, 且降水分布极不均匀, 其中浙江南部、福建、江西南部、湖南南部、广东部分地区累计降水量达300~500 mm。在14~15日, 在广东、湖南、江西3省交界处出现急剧暴雨增幅(图4)。12 h降雨量接近200 mm, 这与一般的台风降水分布有显著区别。正因为此, 关于台风Bilis暴雨增幅原因的研究很多, 其中Lin et al. (2002)、叶成志和李昀英(2011)认为湖南东南部特殊山体地形和台风环流的相互配合, 是暴雨增幅的主要原因, 周海光(2008)通过雷达资料反演分析, 给出了特大暴雨的三维云系结构模型, 发现此次特大暴雨主要是由中低层西南—东北走向的 β 中尺度辐合线引发

的。本文着重从流场角度出发, 探讨不同诊断方法对研究暴雨增幅过程的影响。

4 3种方法对台风Bilis暴雨增幅过程的诊断

第2节从理论上回顾和分析了理查逊法、加速利布曼法和H-C法在有限区域流函数和速度势求解问题上的差异, 本节将选取Bilis登陆期间的暴雨增幅过程作为研究对象, 诊断和对比分析3种方法的不同影响效果。研究所用资料选取了日本气象厅的 0.25° (纬度) $\times 0.25^\circ$ (经度)格点资料。

图5给出了7月14日18:00暴雨增幅开始时刻,

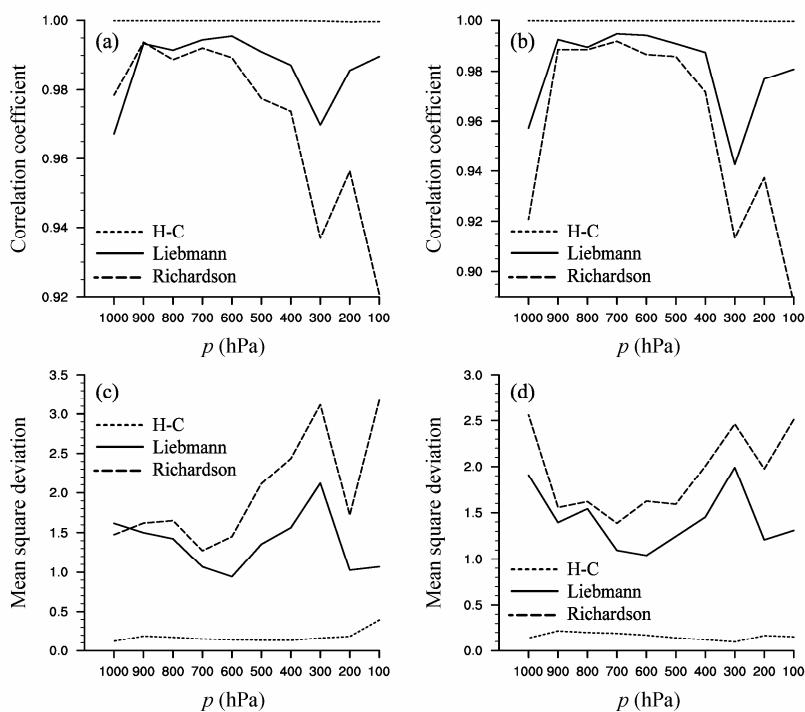


图 5 2006 年 7 月 14 日 18:00 3 种方法重建的 u (左列)、 v (右列) 风场和原始风场的 (a、b) 相关系数、(c、d) 均方差随高度的变化

Fig. 5 The variations of the (a, b) correlation coefficients and (c, d) mean square deviations with height between the reconstructed and the original u wind (left column) and the reconstructed and the original v wind (right column) from the three methods at 1800 UTC 14 Jul 2006

3 种方法重建的 u 、 v 风场和原始风场的相关系数及均方差, 由图可见, H-C 法精度最高, 尤其在低层和中高层优势更加明显。

由图 6 可见, 3 种分解方法都能较好地抓住环流场的主要特征, 与原始风场 (图 6a) 相比较, 均比较好地表现出了台风中心的环流特征。具体来看, 加速利布曼法 (图 6c) 和理查逊法 (图 6d) 得到的重建风场较为相似, 相比原始风场偏弱, H-C 法 (图 6b) 得到的重建风场则与原始风场最为接近。其中, 东南沿海的大风区与原始风场相比较差别较大 (见图 6c 和 6d), 陆地上, 台风环流中心西北侧的偏北气流也明显偏弱, 而 H-C 法风速大值区的分布与原始风场基本一致, 特别是能够比较好的再现暴雨增幅上游地区 (图 6 中矩形方框) 与暴雨增幅密切相关的风速大值区, 加速利布曼法和理查逊法重建的风场在该区域信号较弱, 没有很好地重建出对暴雨增幅起到关键作用的大风区。

7 月 15 日 00:00 (图 7) 风场也表现出了相似的特征, H-C (图 7b) 方法得到的重建风场与原始风场最为接近, 加速利布曼法 (图 7c) 和理查逊法 (图 7d) 得到的风场相较于原始风场偏弱, 在沿海地区的风速大值区也相对于原始风场偏弱。对于

与台风暴雨增幅密切相关的台风环流西北侧偏北气流大值区, H-C 方法也较好地体现出了强信号特征。

辐合辐散是与降水最密切相关的部分, 图 8 为 7 月 14 日 18:00 900 hPa 上分别由 H-C 法、加速利布曼法以及理查逊法分解得到的无旋风场, 可以看出, 三者的分布和量值有显著差异。H-C 法得到的无旋风整体较强, 加速利布曼法和理查逊法得到的无旋风较弱, H-C 法能够尽可能多地抓住风场的辐合辐散信息。而且, 在暴雨增幅的上游地区 (图 8 中矩形方框处), H-C 法得到的与暴雨增幅相关的风场辐合特征最为明显, 而加速利布曼法和理查逊法抓住的信号较弱。15 日 00:00 也体现了相同的特征 (图 9)。

由第 2 节分析知: H-C 法与其他两个方法相比, 求解过程中没有对边界条件做简化, 因而更好地刻画和保留了南边界上与暴雨增幅相关的西南季风涌 (图 2)。从 3 种方法的计算效率看: 理查逊法的迭代次数是 2000 次, 加速利布曼法是 1000 次, H-C 法是 3 次; 理查逊法的计算耗时最多, 加速利布曼法稍少, H-C 法最少。综合以上分析可知, 用 H-C 法开展有限区域风场分解除能够比较准确地反

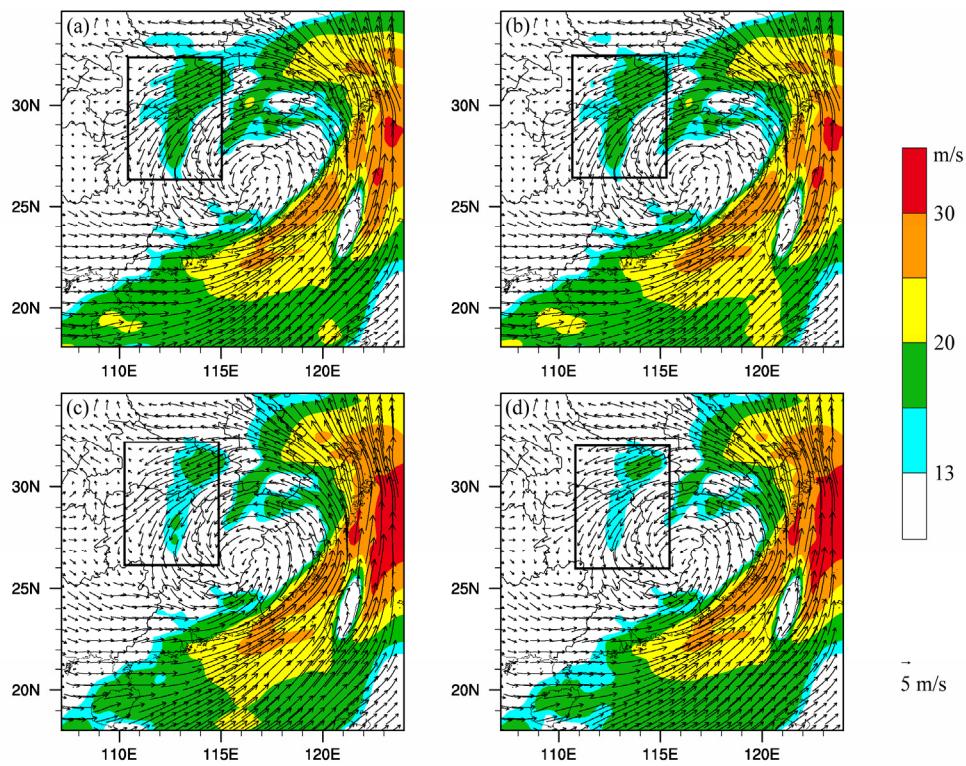


图 6 2006 年 7 月 14 日 18:00 900 hPa 水平 (a) 原始风场和 (b) H-C 法、(c) 加速利布曼法、(d) 理查逊法重建的风场 (阴影区的风速大于 13 m/s)

Fig. 6 The horizontal (a) original wind field and the reconstructed wind fields obtained from (b) H-C approach, (c) accelerated Liebmann method, and (d) Richardson method of 900 hPa at 1800 UTC 14 Jul 2006 (shaded: wind speed larger than 13 m/s)

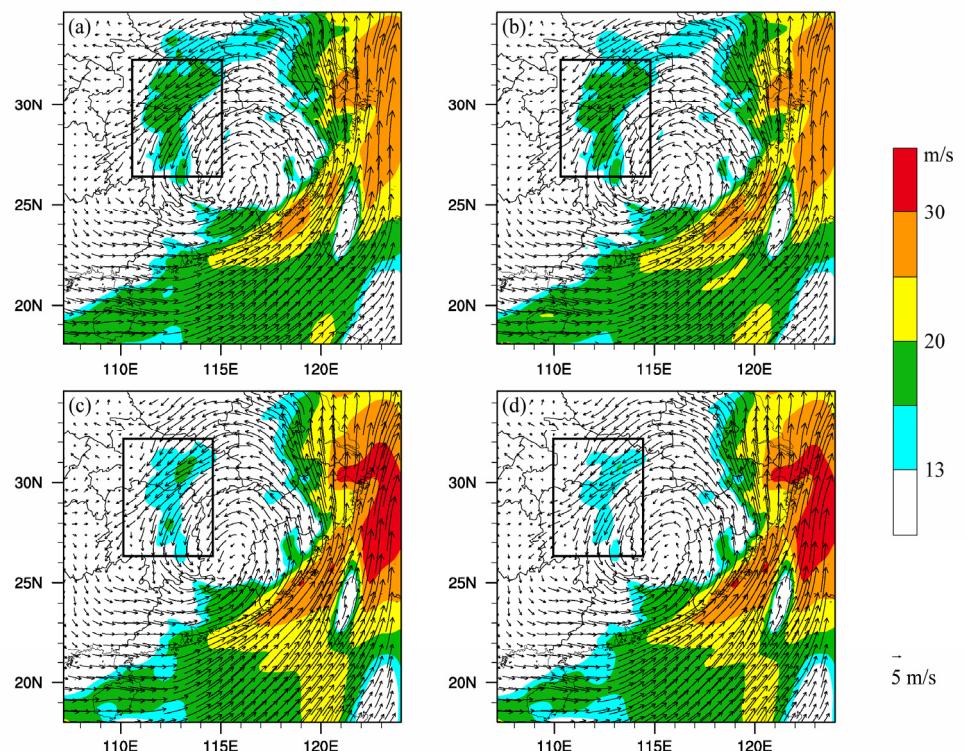


图 7 同图 6, 但为 2006 年 7 月 15 日 00:00

Fig. 7 Same as Fig. 6, but for 0000 UTC 15 Jul 2006

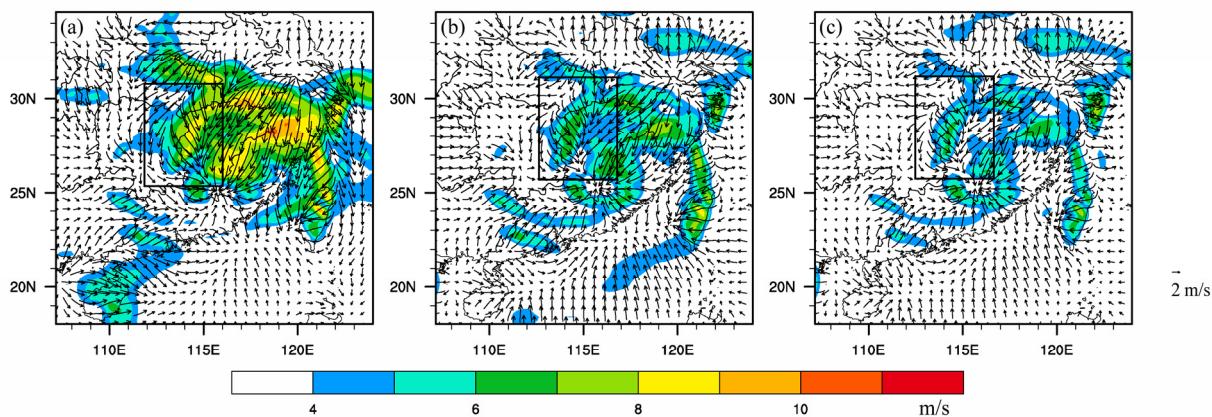


图 8 2006 年 7 月 14 日 18:00 (a) H-C 法、(b) 加速利布曼法、(c) 理查逊法分解得到的 900 hPa 无旋风 (阴影区的风速大于 4 m/s)

Fig. 8 The irrotational wind at 900 hPa at 1800 UTC 14 Jul 2006 from (a) H-C method, (b) accelerated Liebmann method, and (c) Richardson method (shaded: wind speed larger than 4 m/s)

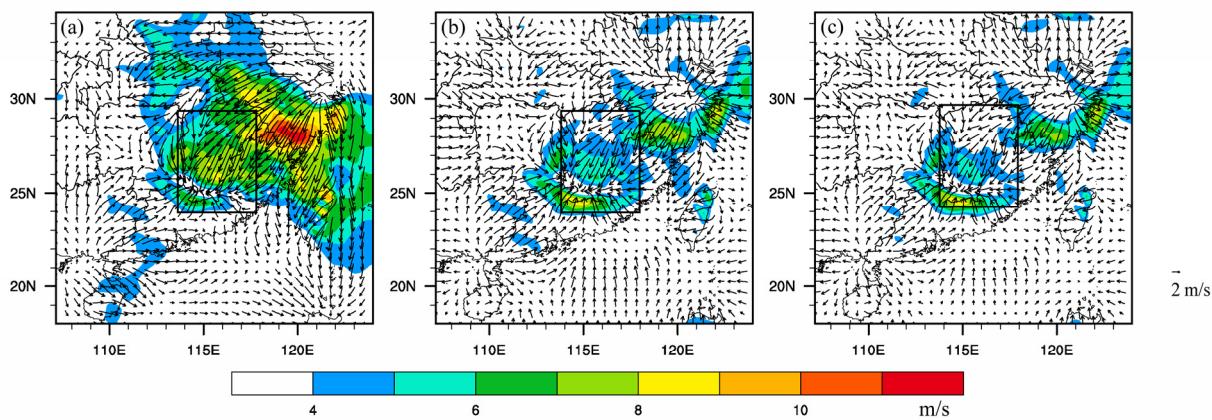


图 9 同图 8, 但为 2006 年 7 月 15 日 00:00

Fig. 9 Same as Fig. 8, but for 0000 UCT 15 Jul 2006

应风场特征以外, 其计算收敛速度也很快, H-C 法可以应用到实际天气系统的诊断分析和流场重建研究中, 利用 H-C 法得到的无辐散风与无旋风同动力预报变量 (Gao et al., 2002, 2004a, 2004b, 2005, 2007; Yang and Gao, 2006) 相结合, 将会有助于我们加强对灾害性中尺度天气系统的认识和预报能力。但 H-C 法是谱方法, 因而研究区域内任一点都会影响到区域内每个点, 故该方法对极小的求解区域以及坏资料点的敏感性有待研究。

5 结论

本文较系统地比较了两种常用的张弛法 (理查逊法和加速利布曼法) 与 H-C 法在求解有限区域流函数和速度势方面的差异。不同于两种张弛法对有限区域边界做简化的处理方法, H-C 法单独考虑边界影响分量, 物理意义明确, 且不会丢失边界上的

天气系统; 从计算上看, H-C 法重建的风场能精确还原原始风场, 且计算效率明显高于两种张弛法, 即收敛更快。利用 3 种方法对台风 Bilis 登陆期间的一次暴雨增幅过程进行诊断, 通过风场重建发现, H-C 法有明显的优越性, 重建风场几乎能 100% 还原原始风场, 较好地抓住了与暴雨增幅有关的风场辐合特征, 而且不受南边界较强的西南季风涌影响, 在实际天气诊断分析中精度高于现在常用的张弛法。但 H-C 法能否取代其他方法, 需要更多个例研究解决其对区域大小和坏资料点的敏感性等问题。

如何利用 H-C 法得到的准确的无辐散风和无旋风对中尺度系统的结构和发生发展机理进行分析, 将是我们下一步工作的重点。此外, 还需要解决的问题是, 能否选择合适的函数来代替双曲正弦和双曲余弦函数的作用, 使 H-C 法适用于其他形状有限区域流函数和速度势的求解。

致谢 感谢两名审稿专家提出的细致而且有价值的建议,对提高本文质量有很大帮助。

参考文献 (References)

- Bijlsma S J, Hafkenscheid L M, Lynch P. 1986. Computation of the streamfunction and velocity potential and reconstruction of the wind field [J]. Mon. Wea. Rev., 114: 1547–1551.
- Brown J, Neilon J R. 1961. Case studies of numerical wind analyses [J]. Mon. Wea. Rev., 89: 83–90.
- Chen Q S. 2002. Using the equivalent geopotential and geo-streamfunction to represent the pressure gradient force in terrain-following coordinates over mountainous area [C]// Selected Papers of the Fourth Conference on East Asia and Western Pacific Meteorology and Climate. Vol. 1, New York, USA: World Scientific Publishing Co., 193–207.
- Chen Q S, Kuo Y H. 1992. A consistency condition for wind field reconstruction in a limited area and a harmonic-cosine series expansion [J]. Mon. Wea. Rev., 120: 2653–2670.
- Chen Q S, Bromwich D H. 1999. An equivalent isobaric geopotential height and its application to synoptic analysis and a generalized ω equation in σ coordinates [J]. Mon. Wea. Rev., 127: 145–172.
- Chen Q S, Bai L S, Bromwich D H. 1997. A harmonic-Fourier spectral limited-area model with an external wind lateral boundary condition [J]. Mon. Wea. Rev., 125: 143–167.
- Daley R. 1991. Atmospheric Data Analysis [M]. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 457.
- Daley R, Barker E. 2000. NAVDAS: Formulation and diagnostics [J]. Mon. Wea. Rev., 129: 869–883.
- 邓涤菲, 周玉淑, 王东海. 2012. 有限区域分解分析方法在2006年一次北冷涡暴雨分析中的应用 [J]. 地球物理学报, 55: 1852–1866. Deng Difei, Zhou Yushu, Wang Donghai. 2012. The application of wind and water-vapor flux partitioning technique to the structure of a northeast vortex in 2006 [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 55: 1852–1866.
- 丁一汇. 1989. 天气动力学中的诊断分析方法 [M]. 北京: 科学出版社, 66–68. Ding Yihui. 1989. Diagnostic Methods in Synoptic and Dynamic Studies (in Chinese) [M]. Beijing: Science Press, 66–68.
- Gao S T, Lei T, Zhou Y S. 2002. Moist potential vorticity anomaly with heat and mass forcings in torrential rain systems [J]. Chinese Physics Letters, 19: 878–880.
- Gao S T, Ping F, Li X F, et al. 2004a. A convective vorticity vector associated with tropical convection: A two-dimensional cloud-resolving modeling study [J]. J. Geophys. Res., 109, D14106, doi:10.1029/2004JD004807.
- Gao S T, Wang X R, Zhou Y S. 2004b. Generation of generalized moist potential vorticity in a frictionless and moist adiabatic flow [J]. Geophys. Res. Lett., 31: L12113, doi:10.1029/2003GL019152.
- Gao S T, Zhou Y S, Lei T, et al. 2005. Analyses of hot and humid weather in Beijing city in summer and its dynamical identification [J]. Science in China (Ser. D), 48 (Suppl. II): 128–137.
- Gao S T, Li X F, Tao W K, et al. 2007. Convective and moist vorticity vectors associated with tropical oceanic convection: A three-dimensional cloud-resolving model simulation [J]. J. Geophys. Res., 112, D01105, doi:10.1029/2006JD007179.
- Haltiner G J, Williams R T. 1980. Numerical Prediction and Dynamic Meteorology (2nd ed.) [M]. New York, USA: John Wiley and Sons, 477pp.
- Hawkins H F, Rosenthal S L. 1965. On the computation of stream functions from the wind field [J]. Mon. Wea. Rev., 93: 245–252.
- Hollingsworth A, Lönnberg P. 1986. The statistical structure of short-range forecast errors as determined from radiosonde data. Part I: The wind field [J]. Tellus, 38A: 111–136.
- Li Z J, Chao Y, McWilliams J C. 2006. Computation of the streamfunction and velocity potential for limited and irregular domains [J]. Mon. Wea. Rev., 134: 3384–3394.
- Lin Y L, Ensley D B, Chiao S, et al. 2002. Orographic influences on rainfall and track deflection associated with the passage of a tropical cyclone [J]. Mon. Wea. Rev., 130: 2929–2950.
- 卢珊, 王黎娟, 管兆勇, 等. 2012. 低纬季风涌影响登陆台风“榴莲”(0103)和“碧利斯”(0604)暴雨增幅的比较 [J]. 大气科学学报, 35: 175–185. Lu Shan, Wang Lijuan, Guan Zhao Yong, et al. 2012. Comparison of impacts of low-latitude monsoon surge on the enhanced rainstorm from landing typhoons Durian and Bilis [J]. Journal of Nanjing Institute of Meteorology (in Chinese), 35 (2): 175–185.
- Lynch P. 1988. Deducing the wind from vorticity and divergence [J]. Mon. Wea. Rev., 116: 86–93.
- Lynch P. 1989. Partitioning the wind in a limited domain [J]. Mon. Wea. Rev., 117: 1492–1500.
- Morse P M, Feshbach H. 1953. Methods of Theoretical Physics, Part I [M]. New York, USA: McGraw-Hill, 657.
- Parrish D F, Derber J C. 1992. The National Meteorological Center's spectral statistical-interpolation analysis system [J]. Mon. Wea. Rev., 120: 1747–1763.
- Philips N A. 1957. A coordinate system having some special advantages for numerical forecasting [J]. J. Meteor., 14: 184–185.
- Sangster W E. 1960. A method of representing the horizontal pressure force without reduction of station pressures to sea level [J]. J. Meteor., 17: 166–176.
- 寿绍文, 励申申, 王善华, 等. 2002. 天气学分析 [M]. 北京: 气象出版社, 68–75. Shou Shaowen, Li Shenshen, Wang Shanhua, et al. 2002. Synoptic Analysis (in Chinese) [M]. Beijing: Meteorological Press, 68–75.
- Shukla J, Saha K R. 1974. Computation of non-divergent streamfunction and irrotational velocity potential from the observed winds [J]. Mon. Wea. Rev., 102: 419–425.
- Stephens J J, Johnson K W. 1978. Rotational and divergent wind potentials [J]. Mon. Wea. Rev., 106: 1452–1457.
- Xu Q. 2005. Representations of inverse covariances by differential operators [J]. Adv. Atmos. Sci., 22: 181–198.
- Xu Q, Wei L. 2001. Estimation of three-dimensional error covariances. Part II: Analysis of wind innovation vectors [J]. Mon. Wea. Rev., 129: 2939–2954.

- Xu Q, Gong J D. 2003. Background error covariance functions for Doppler radial-wind analysis [J]. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 129: 1703–1720.
- Xu Q, Liu S, Xue M. 2006. Background error covariance functions for vector wind analyses using Doppler-radar radial-velocity observations [J]. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 132: 2887–2904.
- Xu Q, Nai K, Wei L. 2007. An innovation method for estimating radar radial-velocity observation error and background wind error covariances [J]. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 133: 407–415.
- Xu Q, Cao J, Gao S. 2011. Computing streamfunction and velocity potential in a limited domain. Part I: Theory and integral formulae [J]. Adv. Atmos. Sci., 28: 1433–1444.
- Yang S, Gao S T. 2006. Modified richardson number in non-uniform saturated moist flow [J]. Chin. Phys. Lett., 23: 3003–3006.
- 叶成志, 李昀英. 2011. 湘东南地形对“碧利斯”台风暴雨增幅作用的分析 [J]. 暴雨灾害, 30: 122–129. Ye Chengzhi, Li Yunying. 2011. Analysis on terrain effects of the southeastern Hunan Province to amplify the rainstorm of the tropical storm “Bilis” [J]. Torrential Rain and Disaster (in Chinese), 30: 122–129.
- Zhao Q Y, Cook J, Xu Q, et al. 2006. Using radar wind observations to improve mesoscale numerical weather prediction [J]. Wea. Forecasting, 21: 502–522.
- 周海光. 2008. 强热带风暴碧利斯(0604)引发的特大暴雨中尺度结构多普勒雷达资料分析 [J]. 大气科学, 32 (6): 1289–1307. Zhou Haiguang. 2008. 3D structure of the heavy rainfall caused by BILIS (0604) with Doppler radar data [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 32 (6): 1289–1307.
- 周军. 1986. 天气学诊断分析 [M]. 南京: 南京气象学院大气科学系, 63–76. Zhou Jun. 1986. Synoptic Diagnostic Analyses (in Chinese) [M]. Nanjing: Nanjing Institute of Meteorology, 63–76.
- 周玉淑, 曹洁. 2010. 有限区域风场的分解和重建 [J]. 物理学报, 59: 2898–2906. Zhou Yushu, Cao Jie. 2010. Partitioning and reconstruction problem of the wind in a limited region [J]. Acta Physica Sinica (in Chinese), 59: 2898–2906.
- 周玉淑, 曹洁, 高守亭. 2008. 有限区域风场分解方法及其在台风 SAOMEI 研究中的应用 [J]. 物理学报, 57: 6654–6665. Zhou Yushu, Cao Jie, Gao Shouting. 2008. The method of decomposing wind field in a limited area and its application to typhoon SAOMEI [J]. Acta Physica Sinica (in Chinese), 57: 6654–6665.